

〈논 문〉 SAE NO. 97370112

전달 행렬법과 유한요소법을 이용한 중공 크랭크축의 강제 진동 해석

Forced Vibration Analysis of a Hollow Crankshaft by using Transfer Matrix Method and Finite Element Method

김 관 주*, 최 진 옥**
K. J. Kim, J. W. Choi

ABSTRACT

As part of the effort to reduce the weight of powertrain, a hollow crankshaft has been designed. The mass reduction of the crankshaft changes the dynamic properties of the crankshaft such as moment of inertia, and torsional, bending stiffness. The purpose of this paper is to compare the dynamic behavior of the hollow crankshaft with that of the original, solid crankshaft. Global dynamic behavior of the crankshaft is analyzed by the transfer matrix method(TMM). The crankshaft has been modeled by 38 lumped mass and stiffness elements. The dynamic parameters of each lumped element are provided by Finite Element Method(FEM). The responses of the crankshaft from TMM are fed back as loading conditions to the Finite Element model to obtain dynamic stresses for critical areas of the crankshaft.

주요기술용어 : Forced Vibration(강제 진동), Solid Crankshaft(중실 크랭크축), Hollow Crankshaft(중공 크랭크축), TMM(전달행렬법), FEM(유한요소법)

1. 서 론

근래의 운송기기 개발 추세인 자동차의 경량화와 연비 성능을 향상시키는 입장에서는 동력 전달계의 크기와 무게를 감소시키고자 하는 것이 엔지니어링 설계의 중요한 목표가 되고 있다. 본 논문에서는 크랭크축의 형상 및 제작 공법의 변경에 따른 중공크랭크축의 설계안에 대하여 크랭

크축의 강성 및 관성모멘트 등의 감소에 따른 동적 특성의 변화를 살펴보았다. 유한요소법과 전달행렬법을 단계적으로 적용한 Hybrid방법을 이용하여 중공크랭크축의 비틀림, 굽힘, 축방향의 3차원 진동문제를 해석하였으며, 관련된 진동 실험을 자유-자유 상태의 중공크랭크축에 대해 수행하여 Hybrid방법에 의한 예측 결과와 비교하였다. 마지막으로 Rao식 (1)에 의한 가진력을 계산하여 강제 진동 응답을 계산하고 그 결과치를 이용하여 Fillet부위에 대한 동적 응력의 유한요소해를 구하였다. 기존의 중실크랭크축을 중공

*정회원, 홍익대학교 기계공학과

**홍익대학교 대학원 기계공학과

화하는 경우 진동 특성의 변화를 살펴보면 다음과 같다. 크랭크축의 중공화는 질량 및 강성을 감소시키며, Fillet부위의 비틀림 방향의 응력을 다소 증가시킨다. 강성의 감소는 계의 고유진동수를 낮추는 경향을 갖게 되나, 실제의 크랭크축의 고유진동수는 상승하는 것을 관찰하게 되는데, 이는 강성 감소의 크기에 비해 관성모멘트가 더욱 크게 감소하는데 따른 것이다. 관성모멘트의 감소는 중공화와 Fig.1에서 보는 바와 같이 Counterweight의 개수 감소에 기인한다. 따라서 Counterweight의 개수 감소는 고유진동수 상승이라는 측면에서는 바람직하다고 할 수 있지만 축방향의 동적 밸런싱관점에서는 고려해야 할 필요가 있다. 강제진동에 의한 힘의 결과치는 중공 크랭크축의 경우 증가하였으며, 이에따른 동적 응력 역시 다소 높게 나타났다. 중공크랭크축의 실제적용은 자유진동, 강제진동 등의 동적 특성에 대한 고려뿐만 아니라, 응력 집중 및 피로에 의한 영향 등의 다른 관점에서도 고려되어야 할 것이다.

2. 크랭크축의 동특성 해석 기법

크랭크축 전체를 유한요소 모델링할 경우, 수만 개의 요소가 필요하게 되고, 따라서 모델링 및 계산에 너무 많은 시간이 소요된다. 또한 실

제 형상의 모든 부분들에 대해서 진동해석을 수행하는 것은 무의미하고, 현실적으로 실험실 수준의 계산 능력으로는 거의 불가능하다.²⁾ 이에 대한 해결 방안으로 유한요소법의 Superelement를 이용하는 방법³⁾과 Wakabayashi⁴⁾가 제안한 전달행렬법과 유한요소법을 이용한 Hybrid 방법 등을 고려하였다. Superelement 방법은 유한요소해를 구하기 위한 Control Routine 작성의 어려움, 모드 형상(Mode Shape)을 나타내지 못하는 단점 등으로 인하여, 후자의 방법을 선택하였다. 본 논문에서 이용한 Hybrid 방법에 대하여 개략적으로 알아보면, 1단계로 연속체인 크랭크축을 38개의 집중 질량으로 모델링하고, 2단계로는 유한요소법으로 전달 행렬에 필요한 비틀림, 굽힘, 종방향의 강성 값을 계산하였다. 3단계는 전달 행렬법을 수행하여, 주어진 운전 상태의 각 집중 질량에서의 상태 벡터값을 산출하였다. 마지막으로 위에서 구한 상태 벡터의 결과를 이용하여, 관심 있는 부위의 응력 집중 현상을 유한요소법으로 다시 계산하였다. 이에 대한 해석 흐름을 정리하면 아래와 같다

3. 크랭크축의 진동 해석

3.1 전달 행렬 방법

크랭크축의 전달행렬은 Fig.3에서 보는 바와

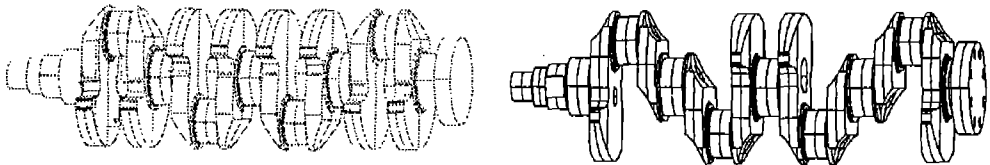


Fig.1 A Baseline Solid Crankshaft and a Proposed Hollow Crankshaft Models

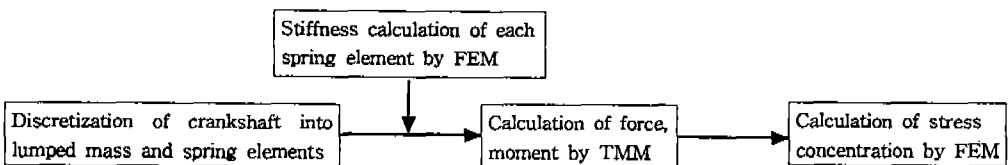


Fig.2 Analysis Steps

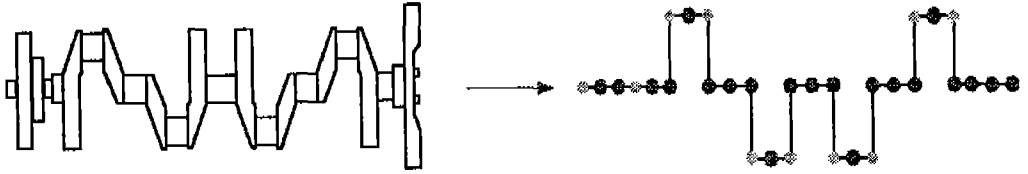


Fig.3 Discretization of a Crankshaft

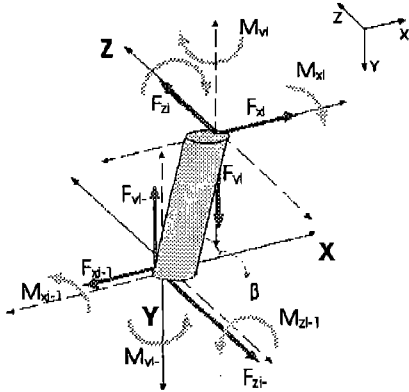


Fig.4 Force and Moment Exerted on Ith Body

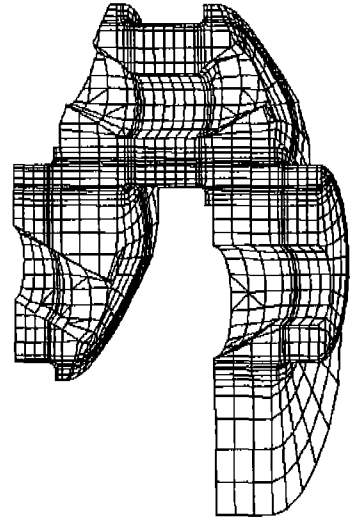


Fig.6 FE Modeling of Crankshaft

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{DxFx} & K_{DxFy} & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{DxMx} \\ K_{DyFz} & K_{DyFy} & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{DyMy} \\ 0 & 0 & K_{DzFz} & K_{DzMx} & K_{DzMy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{RzFz} & K_{RzMx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{RyFz} & 0 & K_{RyMy} & 0 & 0 \\ K_{RzFx} & K_{RzFy} & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{RzMz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Dx \\ Dy \\ Dz \\ Rx \\ Ry \\ Rz \end{Bmatrix}$$

Fig.5 Stiffness Matrix for 3 Dimensional Body

같이 검은 점으로 표시된 집중 질량점을 격점행렬(Point Matrix)로, 또 이들을 잇는 선분으로 표시된 강성부를 격간행렬(Field Matrix)로 각각 구성하였으며, 전달행렬법에 대한 구체적인 내용은 Steidel⁵⁾을 이용하였다. 실제의 크랭크축은 3차원 형상의 연속체에 대하여 전달행렬을 계산하였다. 각 단의 상태를 나타내는 열벡터인 상태 벡터 {q}의 요소들은 각각 다음과 같은 물리량을 대변한다.

$$\{q\} = \begin{pmatrix} Dx & Dy & Dz & Rx & Ry & Rz & Fx & Fy & Fz & Mx & My & Mz \\ \text{translation[m]} & \text{rotation[rad]} & \text{force[N]} & \text{torque[N}\cdot\text{m]} \end{pmatrix}^T$$

Fig.4에서는 i번째 요소의 연속체에 대한 힘과 모멘트의 방향을 표시하였으며, 각 방향의 강성들은 다음 그림 Fig.5와 같이 연성되어 있다. Fig.5의 강성행렬을 구성하고 있는 각 방향의 강성 값은 I-DEAS Master Series 2.1를 이용하여 크랭크축의 한 스톱을 Fig.6에서 보인 바와 같이 모델링하여 구하였다. 이러한 강성 값들과 힘의 향으로 운동방정식을 세워 정리하면 다음과 같은 12×12크기의 격간행렬식을 유도하였다.

또한, 연속체의 질점에 대한 격점행렬을 구성하기 위해 힘의 평형을 고려하여 각 방향에 대하여 정리하면 다음과 같이 된다.

이들 전달행렬들은 모두 곱해져서 크랭크축계

$$\begin{Bmatrix} Dx \\ Dy \\ Dz \\ Rx \\ Ry \\ Rz \\ Fx \\ Fy \\ Fz \\ Mx \\ My \\ Mz \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & Ly & \frac{1}{K_{DxFx}} & \frac{Ly}{K_{RxFx}} & \frac{1}{K_{DyFz}} & \frac{Lx}{K_{RyFz}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{K_{RxFz}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & Lx & \frac{1}{K_{DxFy}} & \frac{Ly}{K_{RxFy}} & \frac{1}{K_{DyFz}} & \frac{Lx}{K_{RyFz}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{K_{RyFz}} \\ 0 & 0 & 1 & -Ly & -Lx & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{K_{DxFz}} & \frac{Ly}{K_{RxFz}} & \frac{Lx}{K_{RyFz}} & \frac{1}{K_{RxFz}} & \frac{1}{K_{RyFz}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Ly} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{Ly}{K_{RzMx}} & \frac{1}{K_{DzMx}} & \frac{1}{K_{RzMx}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Lx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Lx}{K_{RzMx}} & \frac{1}{K_{DzMx}} & 0 & \frac{1}{K_{RzMx}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Lx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Lx}{K_{RzMx}} & \frac{1}{K_{DzMx}} & 0 & \frac{1}{K_{RzMx}} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{Ly} & -\frac{1}{Lx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{K_{DzMx}} & \frac{Ly}{K_{RzMx}} & \frac{1}{K_{DyMz}} & \frac{Lx}{K_{RyMz}} & 0 & 0 & \frac{1}{K_{RzMx}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Ly & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Lx & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Ly & -Lx & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Dx \\ Dy \\ Dz \\ Rx \\ Ry \\ Rz \\ Fx \\ Fy \\ Fz \\ Mx \\ My \\ Mz \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} Dx \\ Dy \\ Dz \\ Rx \\ Ry \\ Rz \\ Fx \\ Fy \\ Fz \\ Mx \\ My \\ Mz \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Dx \\ Dy \\ Dz \\ Rx \\ Ry \\ Rz \\ Fx \\ Fy \\ Fz \\ Mx \\ My \\ Mz \end{Bmatrix}$$

전체의 특성을 나타내게 된다. 강제진동 해석시에는 각 방향의 외력항을 추가하여 13x13 크기의 전달행렬을 구성하였다.

3.2 자유 진동 해석 결과

전체 전달 행렬은 38개 부위에 해당하는 각각의 전달 행렬을 차례로 곱하여 구한 것으로, 이

행렬은 ω^2 , 즉 각속도 제곱의 함수이다. 자유진동 해석을 위하여서 양단에 자유-자유 경계조건을 적용하여, 전체행렬의 행렬식을 0으로 만드는 ω^2 을 수치해석의 Bisection 방법을 이용하여 구하였다. 또한 Fig.7과 같이 실험장치를 구성하여 중공 크랭크축과 중실 크랭크축에 대한 실험적 모드 해석을 실시하였으며, 그 비교는 Table 1에

정리하였다. 실험적방법에 대한 자세한 내용은 참고문헌⁸⁾에 기재되어 있다.

Table 1에서 볼 수있듯이 중공크랭크축의 고유진동수가 중실크랭크축의 고유진동수보다 다소 높음을 알 수있다. 이는 일례로 x축 회전방향(RX방향)을 관찰해 보면 중공크랭크축이 중실크랭크축에 비하여 비틀림 강성은 4.6%, 관성모멘트는 27.73% 적은데 기인한다. 실험 내용 중 비어있는 부분은 실험시 축방향 종진동 및 종진동을 주요한 복합 모드로서, 크랭크축의 형상에 의한 가속도계의 위치 선정의 어려움 등에의해 순수 종진동의 관찰이 어려웠으며, 실제 가진력이 작용하는 방향이 아니므로 실험에서는 고려하지 않았다. 계산 결과에 따른 모드 형상은 각 해

석점의 변위로 나타나는 결과치를 MATLAB 4.2b를 사용하여 변형 전의 집중질량점에 각 방향 좌표값에 더하고 그 결과를 3방향 및 Isometric한 방향으로 출력하여 모드 형상을 관찰하기 용이도록 하였다.

3.3 강제 진동 해석 결과

12×12 크기의 전달행렬에 외력항을 추가하여 13×13 크기의 전달행렬을 구성하고, 가진주파수와 가진력의 크기를 Connecting Rod위치에 해당하는 격각행렬에 대입하여 모든 단에 대한 변위 및 힘을 계산하여 각 단에 걸리는 힘과 강제진동 변위를 구할 수 있었다.

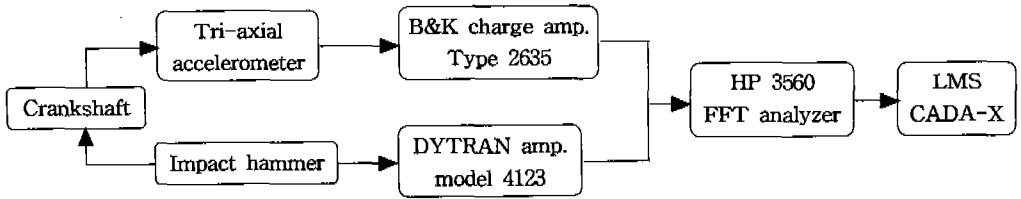


Fig.7 Instrument Setup for Experimental Modal Analysis

Table 1 Natural Frequencies of Solid and Hollow Crankshaft

(Unit : Hz)

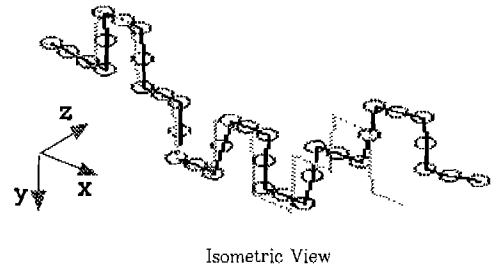
Mode	Solid crankshaft		Hollow crankshaft		Relative comparison of hollow crankshaft results to solid crankshaft by calculation[%]
	Experiment	Calculation	Calculation	Experiment	
1st	Longitudinal	178	189		+6.18
2nd	Torsional+ Y-Bending	332	322	339	+2.79
3rd	Torsional+ Z-Bending	455	348	467	+6.32
4th	2nd Longitudinal		599	627	+4.67
5th	2nd Torsional	844	748	937	+5.61
6th	-		930	1215	+3.06
7th	-		958	1233	+2.87
8th	-		1378	1492	+8.27
9th	-		1718	2115	+2.31
10th	-		1768	2269	+2.83

3.3.1 가진력 해석

가진력은 실제 실린더 폭발압력과, 계산된 왕복질량 관성력의 합으로부터 구하고, 계산에 사용된 크랭크축계의 물성치는 아래의 Table 2와 같으며, 이 엔진의 Data는 해석대상 크랭크축을 장착할 엔진의 제원이었다. 가스폭발에 의한 힘은 크랭크축 각도의 함수로 대입하였으며, 가진력은 크랭크축계의 Mechanism으로부터 각 방향 성분을 계산하여 대입하였다. 가진력 계산에 대한 구체적인 내용은 B.I.C.E.R.A.⁶⁾의 내용을 이용하였다. 대상 엔진에대한 가진력 결과는 Fig.9

에 도시하였다.

Fig.9에서, 첫 번째 그림은 가스 폭발력에 의해 크랭크축에 가해지는 힘이며, 두 번째 그림은 왕복 질량의 관성력에 의한 가진력이다. 세 번째



Isometric View



Bending in Y Direction

Fig.8 The 2nd Mode Shape of a Hollow Crankshaft

Table 2: Specification of the Test Engine

Item	Specification
Cylinder type	In-line, 4cylinder, 4 stroke
Bore×Stroke	φ76.5mm×87mm
Piston assembly mass	337.9g
Connecting rod assembly mass	608.1g
Flywheel mass and moment of inertia	7.964kg, .09212kg·m ²

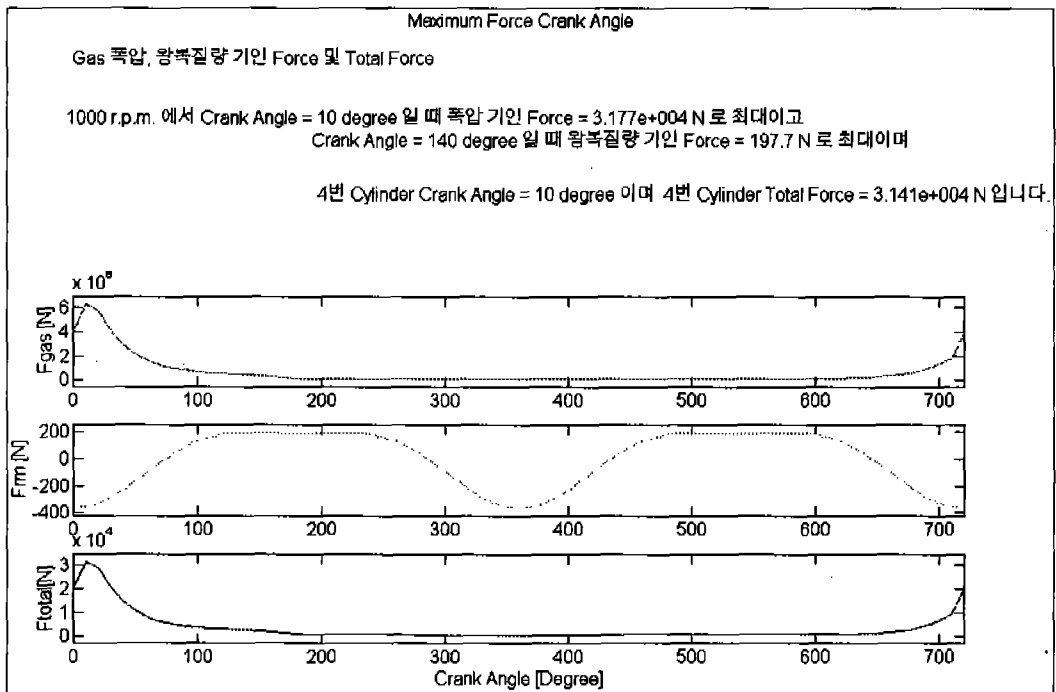


Fig.9 Excitation Force of the Hollow Crankshaft at 1000rpm

그림은 이 두 힘의 합으로서, 실제로 크랭크축이 받게 되는 가진력이 된다.

3.3.2 강제 진동 응답

이상의 과정에서 구해진 가진력을 각각 1000rpm, 최대 Engine Torque 회전수인 4000rpm, 최대 Power 회전수인 6000rpm에 대해 계산하여 전달행렬법에 의해 각 단에서의 변위와 힘을 구하였다. Fig.10에서는 중실크랭크축이 1000rpm으로 회전하는 경우의 힘과 모멘트 결과를 도시하였다. 강제진동시 변위 및 힘을 관찰해 보면 중실 크랭크축과 중공 크랭크축 모두 Pin Fillet부위에서 그 크기가 가장 큼을 알 수 있다. 이는 앞서 예견한 바와 일치하며, 따라서, 중실 크랭크축과 중공 크랭크축의 강제진동 변위 및 힘은 Pin Fillet부위를 중점으로 비교되어야 한다.

3.3.3 크랭크축의 고유모드 조화성분과 가진 속도

앞서 살펴본 크랭크축의 고유모드 및 가진력은

각각 실제 운전조건 하에서, 그들의 조화 성분들에 해당하는 가진 주파수 및 가진력의 조화 성분들에 의한 응답들의 총체적인 합으로 나타나게 된다. 따라서, 고유진동수와 가진력은 이러한 관계를 고려하여 실제 운전범위 내에서 어떠한 모드들이 어느 가진력의 성분에 의해 나타나게 되는가를 살펴 볼 필요가 있다. 다음 두 개의 그림에 이들 관계를 도시하였다. Fig.11에서와 같이 중공 크랭크축의 경우, 중실 크랭크축에 비해 비교적 높은 고유진동수를 가짐을 알 수 있다. 이러한 고유진동수의 상승은 결과적으로 공진 영역의 축소효과를 가져오게 된다. 예를 들면, 크랭크축이 4500rpm으로 회전할 때 중실 크랭크축은 5번째 고유모드인 2차 비틀림 모드의 10차 성분(로마숫자 X)에 해당하는 응답까지 보이지만, 중공 크랭크축은 4번째 고유모드의 10차 성분에 해당하는 응답까지만 나타나게 된다.

3.3.4 강제 진동에 의한 동적 응력

크랭크축의 관심부위의 응력을 계산하기 위하

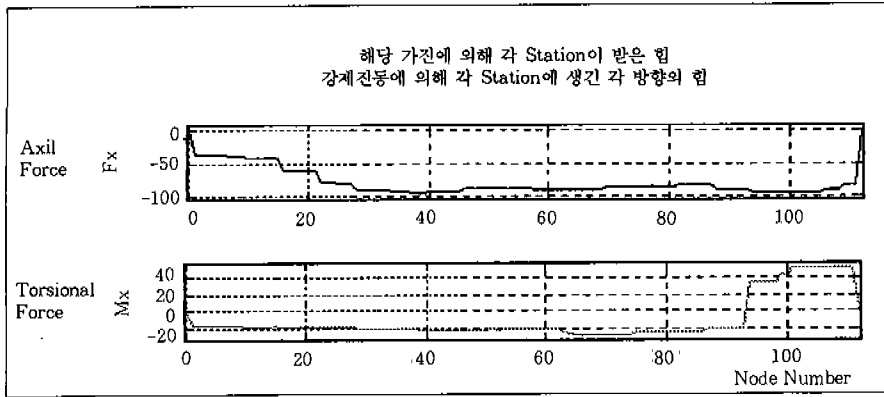
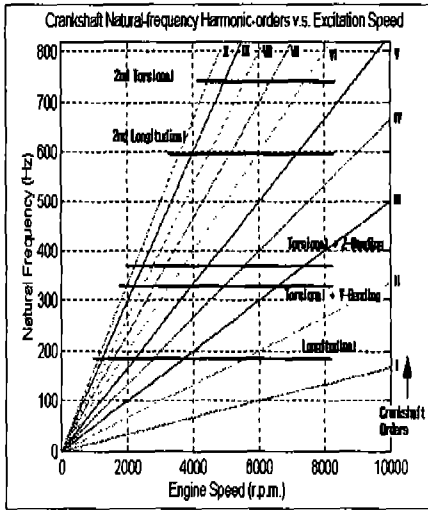


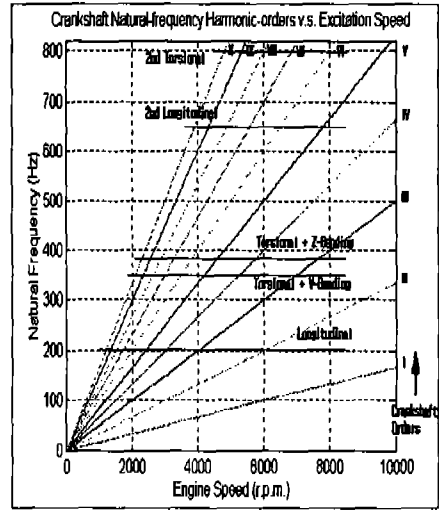
Fig.10 Forced Response of the Solid Crankshaft at 1000rpm

Table 3 Forced Response Results of Pin Fillet Area at 1000rpm Case

1000rpm	Solid crankshaft		Hollow crankshaft		Relative variation[%]	
	Displacement [mm]	Force [kN]	Displacement [mm]	Force [kN]	Displacement	Force
Rx direction	0.02014	0.054	0.02033	0.054	+0.9434	0
Dy direction	7.238	29.92	7.877	29.95	+8.8284	+1.013
Dz direction	1.682	7.002	1.834	7.007	+9.0369	+0.0714



(a) Solid Crankshaft Case



(b) Hollow Crankshaft Case

Fig.11 Natural Mode Harmonics V.S. Engine Rotating Speed

여, 강제진동에 의해 계산된 각 부분 부담 하중을 하중조건으로 적용하였다. 관심부위인 Pin Fillet 부분의 연속체로의 모델링 및 응력 계산은 I-DEAS Master Series 2.1를 이용하여 수행하였으며 Pin Fillet 부분의 모델링의 경우 유한요소 모델의 크기는 축방향으로 1mm 이하로 자세히 모델링하였으며, 응력은 Von Mises 응력을 계산하였다 Table 4에 정리하여 비교한 결과를 살펴 보면, 진동에 의해 생긴 힘의 증가와 강성의 저하에 따라 중공 크랭크축에 걸리는 응력이 중공 크랭크축의 경우보다 다소 높음을 알 수 있다.

Table 4 Comparison of Maximum Stresses in Pin Fillet Area

(Unit : MN/m²)

Rotating speed	Solid crankshaft	Hollow crankshaft	Relative variation [%]
1000rpm	82.9	89.0	+7.3583
4000rpm	89.6	90.7	+1.2277
6000rpm	63.9	66.2	+3.5994

4. 결 론

본 논문에서는 엔진의 성능 향상을 위해 설계된 중공 크랭크축의 관성과 강성의 변화에 대해 진동 특성을 전달행렬법으로 전체적으로 해석하고, 이를 다시 유한요소모델에 적용, 관심부위의 정확한 응력을 계산함으로써 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 전달행렬법을 이용한 크랭크축의 자유진동 해석 결과, 중공 크랭크축의 고유진동수가 10~15% 정도 증가하는 사실을 알 수 있는데, 이는 Counterweight의 감소에 의한 관성 감소량이 중공화에 따른 강성감소량보다 더 큰데 따른 것이다. 만일 중공화만 실행되고, Counterweight의 감소는 따르지 않는다면 고유진동수는 강성감소의 정도에 따라 동반 감소하게 될 것이며, 이는 실제 주운전범위로의 접근을 의미하는 것이므로, 별로 바람직하지 못하다.
- 2) 강제진동 응답의 경우 Pin Fillet 부위의 변위는 중공 크랭크축이 다소 큼을 알 수 있다. 이는 물체의 변형에 있어서, 관성력보다는 작용 하중과 강성에 의한 영향이 더

크기 때문에, 강성의 감소와 진동에 의한 힘의 증가로 인해 중공 크랭크축이 다소 높은 변위값을 가짐을 알 수 있다.

- 3) 해당 가진력에 대한 Fillet부 응력 역시 중공 크랭크축에서 다소 높음을 알 수 있는데, 이 역시 중공화에 의한 강성감소와 진동에 의한 힘의 증가에 따른 것이다.
- 4) 크랭크축의 중공화는 모든 가진 조건에 대해 동일한 결과를 갖는 것이 아니라, 가진력의 성분에 따라 더 좋게 또는 나쁘게 작용한다. 따라서, 차량의 주 운전 범위와 성능에 따라 적절한 적용이 필요하다.
- 5) 각 요소의 강성을 유한요소법을 이용하여 계산한 결과, Table 4에서 보여 주듯이 Pin Fillet부위에 있어서 중공 크랭크축의 경우 기존의 크랭크축에 비해 주요부에서 대략 1.2~7.4% 정도의 응력 저하가 관찰되었다.
- 6) 계산된 응력 변화의 폭과 그 허용 여부에 대하여는, 크랭크축이 가져야 할 강성의 범위와, 응력 감소의 정도 및 피로에 대한 영향의 고려 등과 함께 또 다른 문제로서 다루어져야 할 것이다.

후 기

본 연구는 기아자동차 생산기술연구소의 위탁 과제로 수행되었음을 밝히며 관계 제위에게 감사를 표합니다.

참 고 문 헌

1. J. S. Rao, "Rotor Dynamics", John Willey & Sons, 1983.
2. K. Maekawa, "Application of Finite Element Analysis on Engine Development", pp.174~179, No.5, Mazda Technical Report, 1987.
3. M. Gockel, "Handbook for Superelement Analysis", MacNeal-Schwendler Corp., 1982.
4. K. Wakabayashi, T. Yonezawa, S. Iwamoto, "The Application of a Combined Transfer Matrix and Finite Element Method to the Estimation of Vibration Stresses of a Reciprocating Engine Crankshaft", C19/87, pp.79~86, IMECH, 1987.
5. Robert F. Steidel Jr., "An Introduction to Mechanical Vibration", 3rd ed., John Willey & Sons, 1988.
6. B.I.C.E.R.A., "A Handbook on Torsional Vibration", Cambridge at the University Press, 1958.
7. D. Lacy, "Computers in Analysis Techniques for Reciprocating Engine Design", C14/87, pp.55~68, IMECH, 1987.
8. 김관주, 문홍준, 이봉노, "중공크랭크축의 비틀림 진동 해석 및 측정", 추계학술대회, pp. 377~383, 한국자동차공학회, 1995.