

<논문> SAE NO. 97370085

# 이상적 변형이론을 이용한 박판 초기형상 설계에 관한 연구

## A Study on the Initial Blank Design Using Ideal Forming Theory

박 상 후\*, 윤 정 환\*, 양 동 열\*\*, 김 용 환\*\*\*, 이 장 희\*\*\*\*  
S. H. Park, J. W. Yoon, D. Y. Yang, Y. H. Kim, J. H. Lee

### ABSTRACT

A new blank design method is introduced to predict the blank shape and the strain distribution in the sheet metal forming process. This method deals with only one step from the final shape to the initial blank using the ideal forming theory. Based on this theory, a three-dimensional membrane finite element code has been developed to design an initial blank in the sheet metal forming process. In this paper, the designs of initial blanks for forming a cylindrical cup, a rectangular cup, and a front fender are presented as examples. Also, it compares the two shapes, the target shape with the shape which is deformed from the initial blank using the FEM analysis code.

The results illustrate the information that this direct design code is useful in the preliminary design state.

주요기술용어 : Blank design(초기형상설계), Strain distribution(변형률분포), Ideal forming theory (이상적 성형이론), Sheet metal forming process(박판성형공정), Initial blank(초기 블랭크), Optimum blank(최적 블랭크), Target shape(원하는 형상)

### 1. 서 론

박판 금속성형은 금속 판재를 이용하여 복잡

하고 다양한 형상의 제품을 성형할 수 있어, 무게를 중요시하는 항공 산업이나 자동차산업, 전자산업, 그리고 주방용기에 이르기까지 다양한 산업분야에 적용되고 있다. 그러나 대부분의 박판 성형물은 제조과정중에 큰 소성변형을 수반하게 되어 판재의 파단, 형상불량 등의 가공결함이 발생하게 된다. 따라서 이러한 가공 결함을 수반하지 않는 우수한 박판 성형품을

\* LG생산기술원 CAE Gr  
\*\* 정희원, 한국과학기술원 기계공학과  
\*\*\* 정희원, 충남대학교 기계설계공학과  
\*\*\*\* 현대자동차 프레스기술부

인기 위하여 합리적인 가공공정의 설계가 필수적으로 요구된다. 박판금속의 성형은 소재의 물리적인 특성 및 초기 블랭크, 금형의 기하학적 형상, 마찰, 가공방법 등의 복잡한 형태의 영향을 받게 되므로 일반적으로 공정변수는 실험적인 방법으로 직접 취해서 얻게 된다. 특히 초기 블랭크의 설계는 다른 공정에 많은 영향을 끼치게 되므로 중요한 변수중의 하나이다. 그러나 이러한 실험적인 방법은 가장 정확한 최적의 변수를 정할 수 있는 반면에 수많은 시행착오를 거치므로 시간과 경비면에서 상당한 비용을 초래하게 된다. 따라서 초기 블랭크설계에서 새로운 방법이 요구되고 지금까지 많은 연구가 진행되었다.<sup>1~13)</sup>

현대의 컴퓨터의 발달로 수치적인 방법을 통한 초기 블랭크설계의 연구가 활발히 진행되고 있지만, 지금까지 공정변수를 시행착오 없이 바로 구할 수 있는 방법은 드문 편이다. 소성 변형을 무시하거나, 또는 다른 공정 변수를 무시한 경우의 몇몇 연구<sup>1~3)</sup> 진행되었고, 모든 공정변수를 고려하여 유한요소법을 이용한 초기 블랭크설계 방법<sup>4~6)</sup>이 있지만, 해석적인 시행착오를 요구하므로 많은 계산시간과 노력이 요구된다. 따라서 짧은 시간과 적은 노력으로 직접적으로 초기 블랭크를 설계하는 방법이 요구되어지고, 그에 따라 한 스텝으로 블랭크를 설계하는 많은 연구가 진행되었다<sup>7~12)</sup>. 또한, 산업의 발달이 고도로 정밀해지고, 복잡해짐에 따라 보다 정밀한 박판성형품이 요구된다. 이에 따라 정밀한 블랭크설계가 필수적으로 뒤따르게 되며, 현재 이러한 블랭크는 수많은 실험적인 시행착오로 구해지므로 제품개발시간을 줄이는데 많은 지장이 있다. 따라서 새로운 설계틀의 필요성이 절실히 요구되어지고 있다.

본 연구에서의 최종적인 목표는 이상적 성형이론과 FEM을 이용하여 최적 블랭크를 설계하는 '최적 블랭크 설계틀'의 개발에 있고, 그에 대한 개략도는 Fig.1에 나타내었다. 현재까지의 연구는 최적 블랭크의 설계틀 위한 초기 블랭크 선정으로 Chung<sup>7~8)</sup>이 제안한 이상적 성형이론을 바탕으로 시행착오 없이 초기 블랭크를

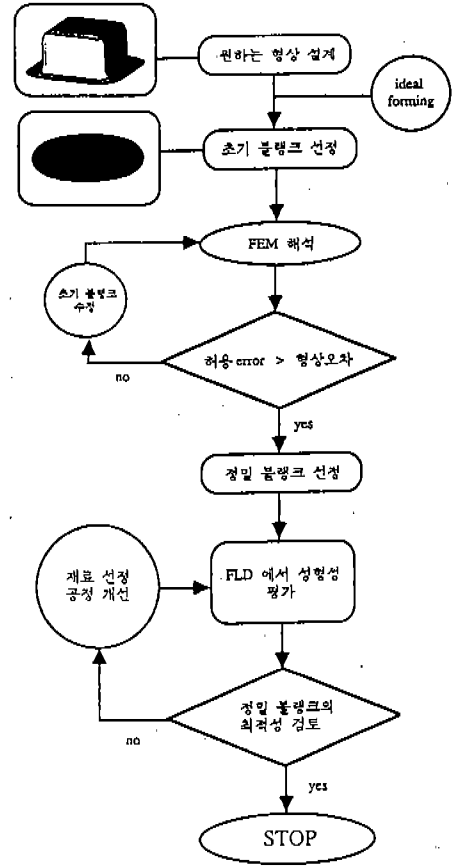


Fig.1 Schematic Diagram for Optimum Blank Design Tool

짧은 시간에 구할 수 있도록하여, 한 스텝만으로 최종형상에서 역으로 바로 블랭크를 구하도록 선형박막 삼각형요소를 이용한 설계용 유한요소 프로그램을 개발하였다. 소성변형이론과 소재의 물성을 고려하여 기존의 수치적 방법을 개선한 것이지만, 마찰, 블랭크 홀딩력, 가공속도, 비드의 영향등의 성형공정변수를 고려하지 않았고, 변형경로를 실제와 다른 최소일의 경로로 지정하였기 때문에 최적 블랭크와는 어느 정도 오차가 필연적으로 발생하게 된다.

본 논문의 범위는 이상적 성형이론을 바탕으로 하여 몇가지 예제를 형상에 따라 분류하여 초기 추측값을 구한 뒤, 설계단계에 적용 가능하도록 하였고 계산된 초기 블랭크로 성형 해

석을 통하여 최종 형상과의 형상오차를 알아보는 것으로 하였다. 성형 해석에 이용한 유한요소 해석 틀은 Yoon<sup>14)</sup> 등이 유도한 박막 요소를 이용한 박판 성형 유한요소 프로그램을 사용하였다.

## 2. 이론적 수식화

### 2.1 기본적 정의

본 연구에서 개발한 설계용 유한요소 프로그램은 다음과 같은 기본적 정의를 고려하였다.

1. 원하는 최종형상과 초기형상의 두께와 재료의 물성만을 알 때, Chung<sup>7~10)</sup>이 제안한 최소일의 경로를 통하여 역으로 초기형상과 최종형상에서의 변형률을 구한다.
2. 재료의 물성은  $r_{avg}$  평균이방성계수,  $n$ (가공경화지수),  $K$ (재료 강성계수),  $\epsilon_0$ (초기 변형률),  $M$ (Hill의 항복면을 묘사하는 지수)값이 고려되었다.
3. 마찰, 윤활, 비드의 영향등 공정변수는 고려하지 않았다.
4. Hill의 1979년 이방성 이론<sup>15)</sup>을 이용하였다.

### 2.2 구성 방정식

선형 삼각형 박막 요소는 요소의 두변을 나타내는 두 벡터로 표현이 가능하므로 최종형상과 초기형상의 요소를 이용하여 아래와 같이 Cauchy-Green 텐서를 구할 수 있다.

$$[C] = [F]^T \cdot [F] \quad (1)$$

$$= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

여기서,  $F$ 는 변형구배이다.

구해진 Cauchy-Green텐서의 주 값과 Hill의 신이방성이론을 이용하여 유효변형률속도를 구할 수 있다.

$$\dot{\bar{\epsilon}} = D_1 \left[ \left| \ln(\lambda_1 \lambda_2) \right| \right]^{\frac{M}{M-1}} + D_2 \left[ \ln \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \right]^{\frac{M-1}{M}} \quad (2)$$

여기서

$$D_1 = \frac{1}{2} [2(1+r)]^{\frac{1}{M}}$$

$$D_2 = (1+2r)^{-\frac{1}{M-1}}$$

$$\lambda_{1,2} = \sqrt{\frac{\bar{C}_1 + \bar{C}_2}{2}} \pm \sqrt{\left(\frac{\bar{C}_1 - \bar{C}_2}{2}\right)^2 + \bar{C}_3^2}$$

$$[\bar{C}_i] = \{ C_{11} \ C_{22} \ C_{12} \}^T$$

여기서,  $M$ 은 Hill의 신이방성 계수이고,  $\lambda_1 \ \lambda_2$  는 Cauchy-Green텐서의 주 값이다.

이때 Chung<sup>11)</sup>이 제안한 최소일의 경로를 이용하여 유효변형률을 구한다. 여기서 최소일의 경로는 실제 변형경로가 아니고, 비례적 하중(Proportional loading condition)이 작용할 때, 즉 인장 되는 세 축의 방향이 변형 도중 바뀌지 않고, 인장변형률의 비가 일정하게 유지될 때 나타나는 경로이다. 최소일의 경로를 따를 때 유효변형률은 다음과 같다.

$$\bar{\epsilon} = \int_0^{t_1} \dot{\bar{\epsilon}} dt \quad (3)$$

위에서 얻은 유효변형률을 이용하여 유효응력을 정의하면 다음과 같다.

$$\bar{\sigma} = K(\epsilon_0 + \bar{\epsilon})^n \quad (4)$$

정의된 유효변형률과 유효 응력을 이용하여 변형된 내부 소성변형일(Internal plastic work)을 계산한다.

$$W = \int_{V_0} \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon} dV_0 \quad (5)$$

위에서 구한 소성일의 극값을 취하여 다음과 같이 초기 블랭크의 형상을 찾는다.

$$\frac{\partial W}{\partial X_i} = 0 \text{ for } i=1,2 \quad (6)$$

여기서,  $X_i$ 는 초기 형상에서의 모든 절점 좌표이다. 기하학적 구속 조건으로 박막요소에서 z축 방향의 절점 좌표는 x, y좌표에 구속되고 x-y평면 내에 존재해야 하므로 0이 되어야 한다.

$$X_3 = X_3(X_1, X_2) = 0 \quad (7)$$

따라서 식(5)의 편미분 형태는 다음과 같다.

$$\frac{\partial W}{\partial X_i} = \int \bar{\alpha}(\bar{\epsilon}) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial X_i} dV_0 \quad \text{for } i=1,2 \quad (8)$$

위의 식은 비선형 형태의 식이므로 Newton-Raphson법을 이용하여 선형화시킨다.

$$\sum_j \frac{\partial^2 W}{\partial X_i \partial X_j} \delta X_j = - \frac{\partial W}{\partial X_i} \quad \text{for } i = 1, 2 \quad (9)$$

여기서,  $\frac{\partial^2 W}{\partial X_i \partial X_j}$ 는 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 W}{\partial X_i \partial X_j} = \int \left[ \bar{\alpha}(\bar{\epsilon}) \frac{\partial^2 \bar{\epsilon}}{\partial X_i \partial X_j} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\epsilon}} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial X_i} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial X_j} \right] dV_0 \quad \text{for } i, j=1,2$$

여기서,  $\frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial X_i}$ 와  $\frac{\partial^2 \bar{\epsilon}}{\partial X_i \partial X_j}$ 는 부록 A와 B에 나타내었다.

### 3. 초기 추측값의 결정

비선형 방정식을 선형화 시키는 방법으로 Newton-Raphson법을 이용하므로 초기 추측값이 필요하다. 초기 추측값을 구하는 방법은 다양한 방법이 가능하므로 주어진 문제의 형태에 따라 적절한 방법을 선택하여 구하면 된다. 본 논문에서는 주어진 최종형상에 따라 초기 추측값을 얻는 방법을 다음과 같이 제안한다. 또한 주어진 형상에 따라 CASE-1, 2, 3을 조합하여 구할 수도 있다.

#### 3.1 CASE-1. 곡면이 많고 수직벽이 없는 형상

Fig.2 (a)에서 보는 바와 같이 주로 벽면이 수직하지 않고 경사가 완만하며, 곡면이 많은 경우는 연직투사법(Z-Projection)을 이용하여 초기 추측값을 구할 수 있다.

#### 3.2 CASE-2. 사각컵의 형상으로 수직벽을 가지는 형상

Fig.2 (b)와 같이 벽면이 수직인 경우는 연직투사법을 이용할 수 없으므로 현장에서 계산에 의한 블랭크설계 방법<sup>16)</sup>을 이용하여 외곽선을 구한뒤, 수직벽의 절점을 외곽선을 따라 펼친 뒤 다시 연직투사법을 적용하여 초기 추측값을 구한다.

#### 3.3 CASE-3. 벽면이 수직인 원형컵의 형상

Fig.2 (c)와 같이 원형컵의 경우는 축대칭 형상임으로 반경을 따라 각 절점을 그대로 평면으로 펼쳐서 초기 추측값을 구할 수 있다.

## 4. 수치적 해석 결과

### 4.1 원형컵 예제

Fig.2 (c)에서 보는 바와 같은 형상으로 컵의 높이는 40mm, 반경 30mm, 중심에서 플랜지까지의 거리는 39mm 그리고 모서리는 5mm이다. 사용된 재료는 Aluminum-killed steel로 실험에서 구한 재료 성질은 다음과 같다.

응력-변형률 관계식  $\bar{\sigma} = 508.79(\bar{\epsilon})^{0.217}$  MPa  
이방성계수  $r_{avg} = 1.87$

초기 박판 두께  $t = 0.8$  mm

초기 추측값은 CASE-3의 방법으로 구하였고, 형상의 4분의 1만을 계산하였고 계산된 초기 블랭크는 Fig.3 (a)와 같으며 크기는 반경 66.608mm이다. 평면이방성을 고려하였으므로 그 결과로 구해진 블랭크는 원형으로 나왔다. 계산 시간을 보면 HP Workstation CPU time으로 80초 정도 걸렸으며 일반적인 해석용 프로그램에 비해 아주 짧은 시간이다. 두께 변형을 분포를 살펴보면 Fig.3 (b)와 같은 결과로

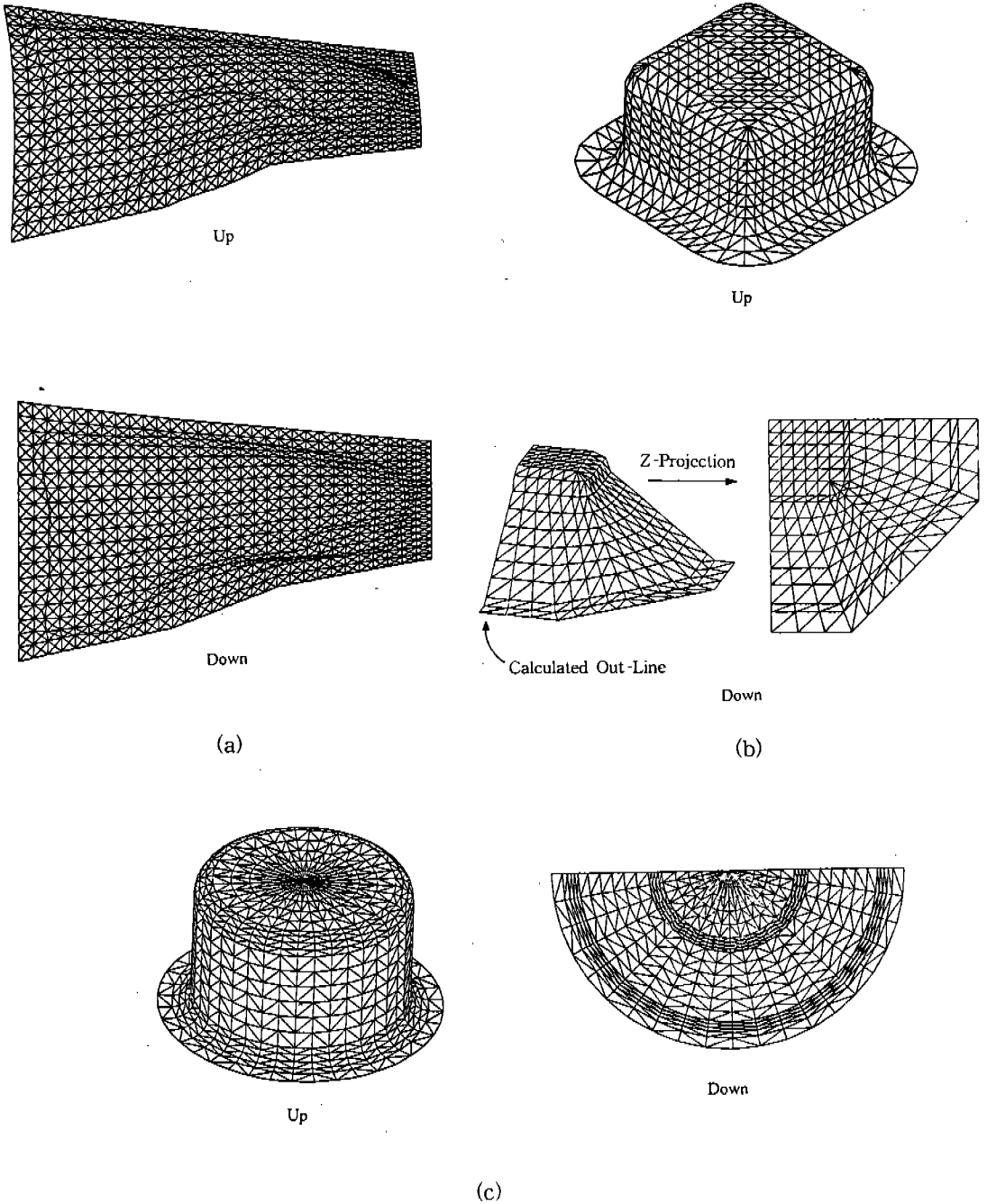
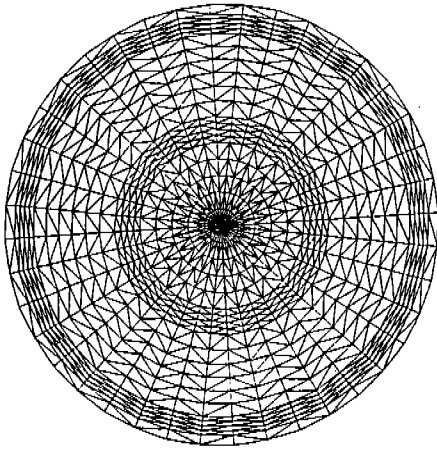
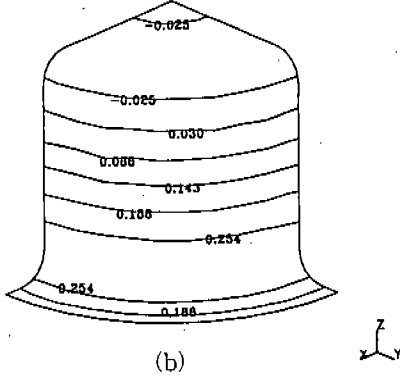


Fig.2 Determination of the Initial Guesses (a) Case-1 : Front Fender(Up-Target Shape, Down-Initial Guess) (b) Case-2 ; Square Cup (Up-Target Shape, Down- Initial Guess) (c) Case-3 ; Cylindrical Cup (Up-Target Shape, Down-Initial Guess)



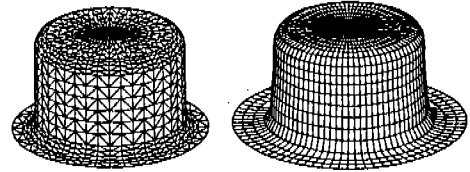
(a)



(b)

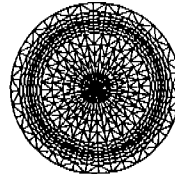
Fig.3 (a)Initial Blank of Cylindrical Cup Using the Ideal Forming (b)Thickness Strain Distribution for Cylindrical Cup Using the Ideal Forming

나왔으며 다소의 오차가 존재한다. 이는 마찰, 윤활등의 성형조건을 무시하고, 실제 변형경로가 아닌 최소일의 경로를 적용함으로써 발생하는 오차로 생각된다. 형상오차를 판별하기 위해 구해진 블랭크를 이용하여 FEM 해석을 통해 아래와 같은 성형조건으로 성형하면 Fig.4 (a)와 같은 형상이 나온다. 이것은 원하는 최종 형상과 비교해 볼 때 플랜지 부위가 약 5.4mm 더 크게 나왔다. 해석에 사용된 블랭크 유한요소와 금형형상을 Fig.5 (a)에 나타내었다. 이러한 오차는 앞에서 말한 바와 같이 성형조건을 고려하지 않았기 때문에 발생한 것이고, 초기

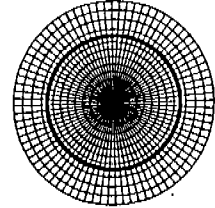


(Target shape)

(From initial blank)



(Target shape)

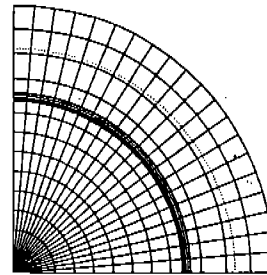


(From initial blank)

top-view

(a)

Target Contour



(b)

Fig.4 (a)Target Shape and Deformed Shape From the Initial Blank Calculated by the Ideal Forming (b)Comparison of the Simulated Result with the Target Shape

제품설계 단계에서 볼 때 허용할 수 있는 오차로 생각된다. Fig.4 (b)에는 원하는 형상과 성형된 형상을 비교하였다.

#### 4.2 사각형 컵 예제

원하는 형상은 Fig.2 (b)에서 나타난 것으로 치수는 컵의 높이가 25mm, 폭×너비가 40mm×40mm 이다. 플랜지까지의 거리는 컵의 중심에서 30mm 이다. 사용된 재료는 Mild steel이고 재료의 물성은 다음과 같다.

응력-변형률 관계식

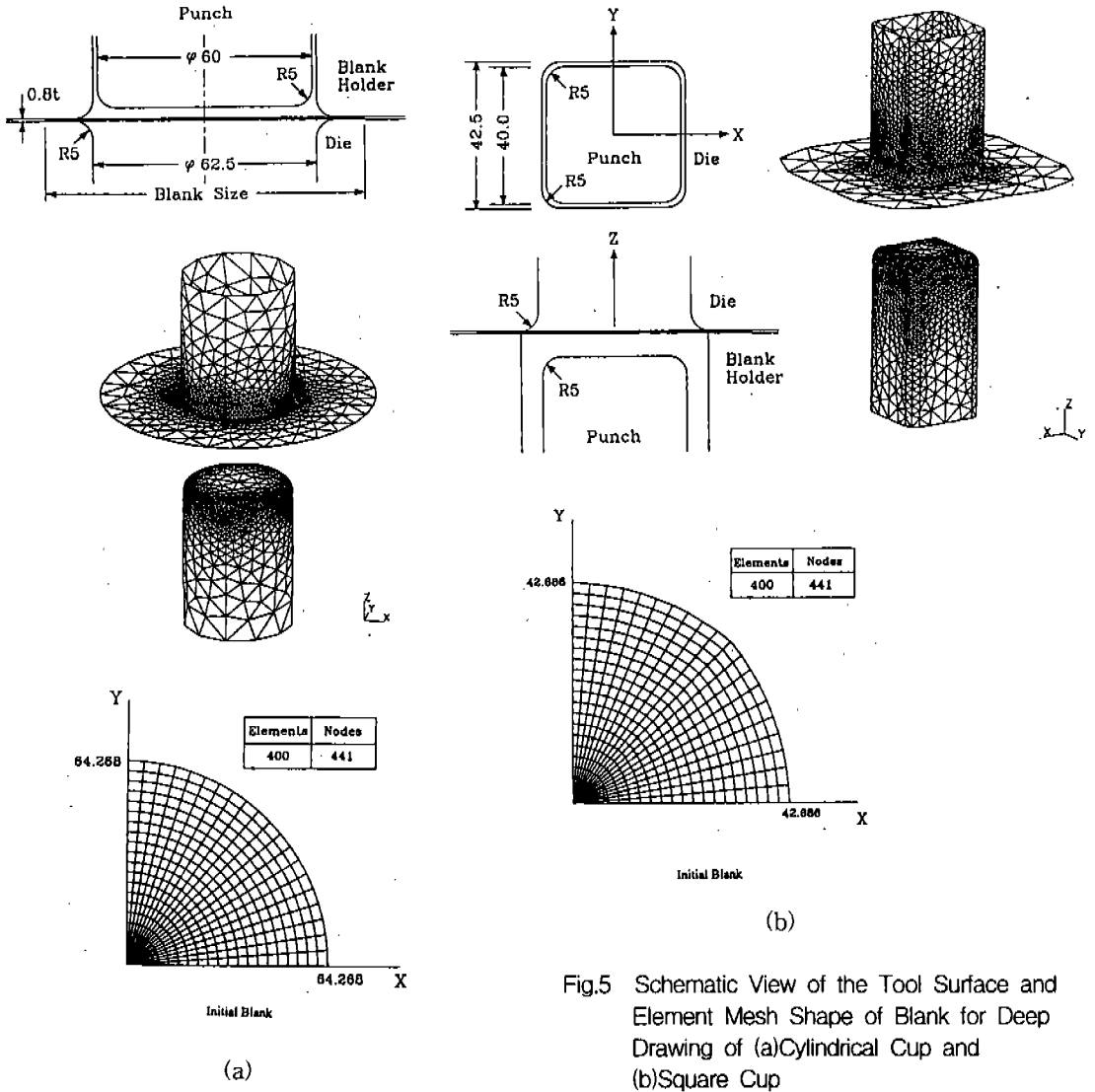


Fig.5 Schematic View of the Tool Surface and Element Mesh Shape of Blank for Deep Drawing of (a)Cylindrical Cup and (b)Square Cup

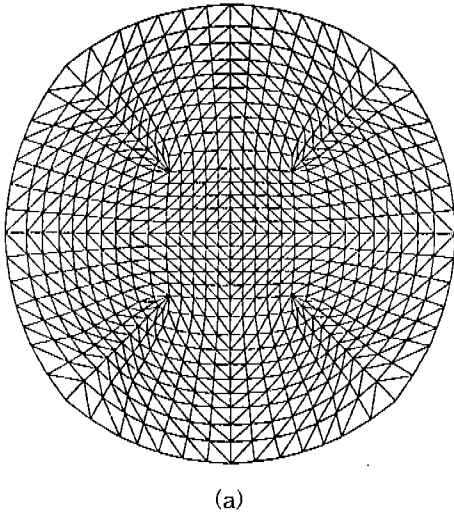
$$\bar{\sigma} = 565.32(0.007117 + \bar{\epsilon})^{0.2589} \text{MPa}$$

이방성 계수  $\Gamma_{avg} = 1.77$

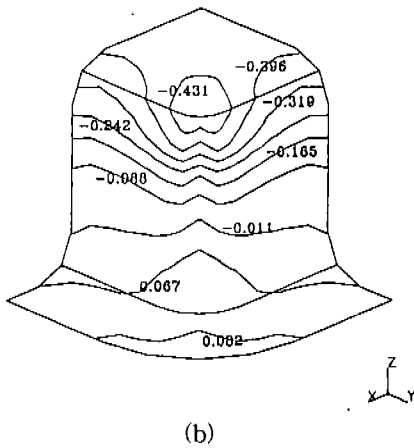
초기 박판 두께  $t = 0.78$

계산에 이용된 초기 추측값은 CASE-2의 방법을 통하여 구하였고, 계산된 블랭크는 Fig.6 (a)에 나타내었다. 앞의 식 (6)에 나타난 바와 같이 에너지를 초기 블랭크에서 최소화하여 나타내므로 초기 추측값과 계산된 블랭크를 비교해 보면 요소의 형태가 전자의 경우보다 균일하게 분포되어 최종형상과 유사함으로 변형에

너지가 최소화된 것을 알 수 있다. 계산 시간은 HP Workstation으로 110초 걸렸다. 계산된 두께 변형률 분포는 Fig.6 (b)에 나타내었고, 이것은 실제 두께 변형률과 비교해 볼 때, 다소 차이가 존재하는 것으로 생각되어지지만 두께가 가장 얇아지는 모서리부위를 잘 나타내어 주고, 플랜지 부위가 두꺼워지는 것을 잘 표현해 주는 것으로 보아서, 두께 변형률에 대한 정성적인 값을 알 수 있다고 생각한다. 두께 변형률의 형태를 예측함으로써 인해 제품생산에



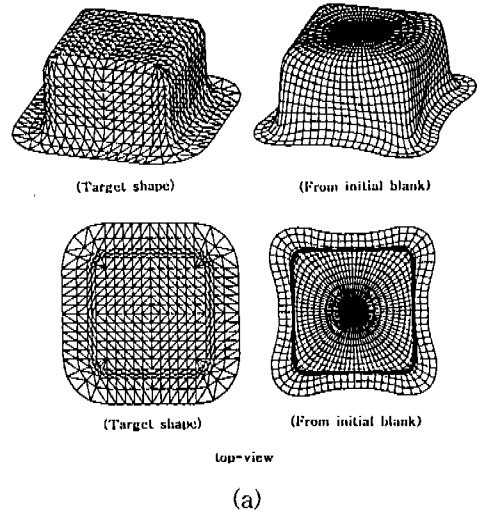
(a)



(b)

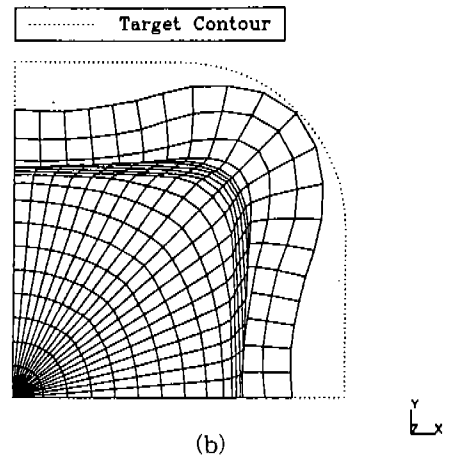
Fig.6 (a) Initial Blank of Square Cup Using the Ideal Forming (b)Thickness Strain Distribution of Square Cup Using the Ideal forming

위한 금형설계에도 반영할 수 있고, 성형공정도 개선할 수 있다. 계산된 블랭크를 이용하여 FEM해석을 해 보면 Fig.7 (a)과 같은 형태로 성형되며 원하는 형상과 비교할 때 다소 오차가 존재하는 것을 알 수 있다. 이것은 앞의 예제와 동일하게 이상적 성형이론이 가지는 오차로 생각되어진다. Fig.7 (b)에 이러한 형상 오차량을 나타내었다. 이런 오차는 Fig.1에서 나



top-view

(a)



(b)

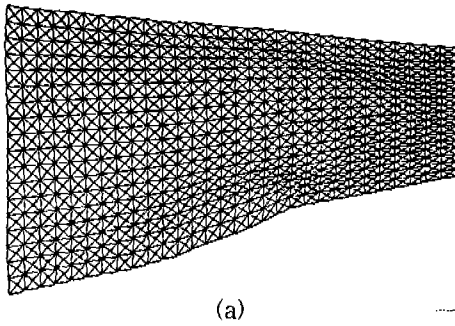
Fig.7 (a) Target Shape and Deformed Shape From the Initial Blank Calculated by the Ideal Forming (b)Comparison of the Simulated Result With the Target Shape

타낸 바와 같이 최적 블랭크 선정시 수정되어야 할 부분이다. 해석에 이용된 금형과 블랭크 유한요소형태는 Fig.5 (b)에 나타내었다.

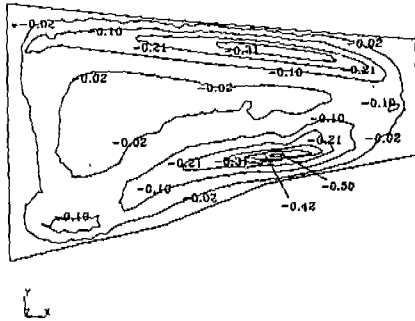
### 4.3 Font fender예제

원하는 형상은 NUMISHEET'93<sup>17)</sup>에 나타난 예제로써 Fig.2 (a)에 나타내었다. 크기는 최대값으로 가로×세로가 147mm×1060mm이다. 사





(a)



(b)

Fig.8 (a) Initial Blank for Front Fender Using the Ideal Forming (b)Thickness Strain Distribution for the Front Fender Using the Ideal Forming

용된 재료와 물성은 다음과 같다.

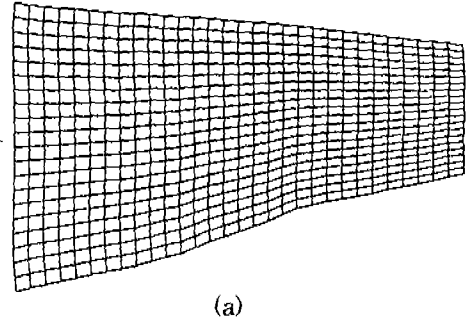
응력-변형을 관계식

$$\bar{\sigma} = 557.66(0.01276 + \bar{\epsilon})^{0.2488} \text{MPa}$$

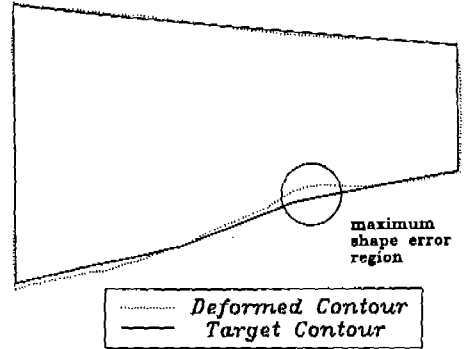
이방성 계수  $r_{avg} = 1.71$

초기 박판 두께  $t = 0.81$

초기 추측값은 CASE-1와 같은 방법으로 연속 투사법을 이용하였고, 계산된 블랭크는 Fig.8 (a)에 나타내었다. 두께 방향의 변형률은 Fig.8 (b)와 같고 Benchmark test결과<sup>17)</sup>와 비교해 볼 때 다소 높은값으로 나왔지만, 역시 전체적인 변형률의 경향은 잘 예측하는 것으로 보인다. Front fender는 형상이 복잡하여 FEM 성형해석시 어려운 점이 있으나, 본 연구에서 사용하는 이상적 성형이론에서는 쉽게 계산이 된다. 계산 시간은 HP Workstation에서 550초 걸렸으며 이것은 일반적인 FEM해석시간과 비



(a)



(b)

Fig.9 (a)Deformed Shape of Front Fender From the Initial Blank (b)Comparison of the Simulated Result With the Target Shape

교하여 극히 짧음을 알 수 있다. 계산 시간이 적은 이유는 일반 FEM해석 프로그램은 수십 내지 수백 스텝으로 계산을 하지만, 본 연구는 최종 상태에서 단지 한 스텝만으로 초기 상태를 계산하므로 계산시간이 짧을 수 밖에 없다. 따라서 빠른 시간에 설계 초기단계에서 적용 가능한 블랭크를 선정할 수 있는 장점이 있다. 계산된 블랭크를 이용하여 성형하였을 때 형상은 Fig.9 (a)와 같으며 원하는 형상과 비교하여 형상오차를 Fig.9 (b)에 나타내었다.

## 5. 결론

이상적 성형이론을 이용하여 초기 블랭크 설계에 적용해 본 결과 다음과 같은 결론을 내렸다.

- 1) 계산 시간이 적으므로 인해 현장에서 최적 블랭크를 선정하기까지 행하는 실험적인 시행착오의 횟수와 시간을 줄이는데 충분한 효과가 있다고 생각된다.
- 2) 성형될 제품에 대한 두께 변형률을 파악할 수 있으므로 성형공정의 개선이나 응용이 가능하다.
- 3) 몇 가지 예제를 푼 결과 본 연구는 최적 블랭크를 설계하기 위한 초기 블랭크를 선정하는 툴(Tool)로 효과적이다.

$$\Phi_1 = C_{11} + C_{22}, \quad \Phi_2 = C_{11}C_{22} - C_{12}^2,$$

$L_i$ 는 초기상태(initial guess값)에서의 삼각형 요소  $i$ 변의 길이의 제곱

$$\bar{\varepsilon}_{\cdot, \alpha} = D_1 \left[ \left( \xi_1^2 \right)^{\frac{M}{2(M-1)}} + D_2 \left( \xi_2^2 \right)^{\frac{M}{2(M-1)}} \right]^{-\frac{1}{M}} \begin{bmatrix} \left( \xi_1^2 \right)^{\frac{2-M}{2(M-1)}} & \xi_1 \\ D_2 \left( \xi_2^2 \right)^{\frac{2-M}{2(M-1)}} & \xi_2 \end{bmatrix} \quad (A-4)$$

부록 A

본문에서 Newton-Raphson법을 적용하기 위해 다음과 같은 계산이 필요하다.

$$\frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial X_i} = \sum_{\alpha} \bar{\varepsilon}_{\cdot, \alpha} \sum_{\beta} \xi_{\alpha, \beta} \sum_{\gamma} \Phi_{\beta, \gamma} L_{\gamma, i} \quad (A-1)$$

여기서,

$$\bar{\varepsilon}_{\cdot, \alpha} = \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial \xi_{\alpha}}, \quad \xi_{\alpha, \beta} = \frac{\partial \xi_{\alpha}}{\partial \Phi_{\beta}},$$

$$L_{\gamma, i} = \frac{\partial L_{\gamma}}{\partial X_i} \text{ 이다.}$$

아래 첨자중 그리스 문자는 1~2까지이고,  $\nu$ 는 1~3까지이다. 또한  $i$ 는 1~6까지를 나타낸다.

$$\xi_{\alpha, \beta} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2\Phi_2} \\ \frac{1}{\Phi_1 - 4\Phi_2} & -\frac{\Phi_1}{2\Phi_2(\Phi_1 - 4\Phi_2)} \end{bmatrix} \quad (A-2)$$

$$\Phi_{\beta, \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_1}{\partial L_1} & \frac{\partial \Phi_1}{\partial L_2} & \frac{\partial \Phi_1}{\partial L_3} \\ \frac{\partial \Phi_2}{\partial L_1} & \frac{\partial \Phi_2}{\partial L_2} & \frac{\partial \Phi_2}{\partial L_3} \end{bmatrix} \quad (A-3)$$

여기서,

여기서,  $M$ 은 Hill의 신탄복이론식(1979)의 형태를 나타내는 지수이다. 또한,

$$D_1 = \frac{1}{2} [2(1+r)]^{\frac{1}{M}},$$

$$D_2 = [1+2r]^{-\frac{1}{M-1}}$$

를 나타내며  $r$ 은 수직 이방성 계수를 의미한다.

부록 B

부록 A와 마찬가지로 아래 첨자 중에 그리스 문자는 1~2이고,  $\nu, s$ 는 1~3 그리고  $i, j$ 는 1~9를 나타낸다.

$$\frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial X_i \partial X_j} = \quad (B-1)$$

$$\begin{aligned} & L_{s, j}^T \Phi_{\nu, s}^T \xi_{\mu, \nu}^T(\bar{\varepsilon})_{, \alpha \mu} \xi_{\alpha, \beta} \Phi_{\beta, \gamma} L_{\gamma, i} \\ & + L_{s, j}^T \Phi_{\nu, s}^T(\bar{\varepsilon}_{\cdot, \alpha} \xi_{\alpha, \beta \nu}) \Phi_{\beta, \gamma} L_{\gamma, i} \\ & + L_{s, j}^T(\bar{\varepsilon}_{\cdot, \alpha} \xi_{\alpha, \beta} \Phi_{\beta, \gamma s}) L_{\gamma, i} \\ & + \bar{\varepsilon}_{\cdot, \alpha} \xi_{\alpha, \beta} \Phi_{\beta, \gamma} L_{\gamma, ij} \end{aligned}$$

여기서 각항은 다음과 같다.

$$\xi_{1, \alpha \beta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2\Phi_2} \end{bmatrix},$$

$$\xi_{2,\alpha\beta} = \frac{1}{\left(\Phi_1^2 - 4\Phi_2\right)^{\frac{3}{2}}} \begin{bmatrix} -\Phi_1 & 2 \\ 2 & \frac{\Phi_1}{2\Phi_2^2}(\Phi_1^2 - 6\Phi_2) \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{i,rs} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial L_1 \partial L_1} & \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial L_1 \partial L_2} & \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial L_1 \partial L_3} \\ \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial L_2 \partial L_1} & \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial L_2 \partial L_2} & \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial L_2 \partial L_3} \\ \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial L_3 \partial L_1} & \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial L_3 \partial L_2} & \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial L_3 \partial L_3} \end{bmatrix}$$

for I=1,2

$$L_{1,ij} = 2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L_{2,ij} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L_{3,ij} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

참 고 문 헌

1. S.A. Majlessi and D. Lee, 'Development of Multistage Sheet Metal Forming Analysis Method', J.Mater.Shap.Technol., Vol. 6, No. 1, pp. 41~54, 1988.
2. R. Sowerby, J.L. Duncan and E. Chu, 'The Modelling of Sheet Metal Stampings',

- Int. J.Mech. Sci., Vol. 28, No. 7, pp. 415~430, 1986.
3. J.L. Duncan and R. Sowerby, 'Computer Aids in Sheet Metal Engineering', Annals of the CIRP, Vol. 30, No.2, pp. 541~546, 1981
4. D.Y. Yang, W.J. Chung, Y.Y. Cha and Y.J. Kim, 'Analysis and Design of Flange Deformation in Deep Drawing of General Noncircular Cups', Proc. of 2nd ICTP, Vol. 1, pp. 641~648, 1987.
5. C.H. Toh and S. Kobayashi, 'Deformation Analysis and Blank Design in Square Cup Drawing', Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol. 25, No. 1, pp. 15~32, 1985.
6. H. Iseki and T. Murota, 'On the Determination of the Optimum Blank Shape of Nonaxisymmetric Drawn Cup by the Finite Element Method', Bulletin of JSME, Vol. 29, No. 249, pp. 1033~1040, 1986.
7. K. Chung and O. Richmond, 'Ideal Forming-I. Homogeneous Deformation with Minimum Plastic Work', Int.J.Mech.Sci., Vol. 34, No. 7, pp. 575~591, 1992.
8. K. Chung and O. Richmond, 'Ideal Forming-II. Sheet Forming with Optimum Deformation', Int. J. Mech. Sci., Vol. 34, No. 8, pp. 617~633, 1992.
9. K. Chung and O. Richmond, 'The Mechanics of Ideal Forming', Trans. of the ASME, Vol. 61, March, pp. 176~181, 1994.
10. K. Chung, F. Barlat, J. C. Brem, D. J. Lege and O. Richmond, 'Blank Shape Design for A Planar Anisotropic Sheet Based on Ideal Forming Design Theory and FEM Analysis', Int. J. Mech. Sci., submitted, 1994.
11. K. Chung and O. Richmond, 'A Deformation Theory of Plasticity Based on

- Minimum Work Paths', *Int. J. Plasticity*, Vol.9, pp. 907~920, 1993.
12. J. L. Batoz, Y. Q. Guo, P. Duroux and J. M. Detraux, 'An Efficient Algorithm to Estimate the Large Strains in Deep Drawing', *NUMIFORM'89*, pp. 383~388, 1989.
  13. Li Shunping and Li Shuoben, 'A Study on The Determination of Blank Shapes for Deep-Drawn Parts', *Advanced Technology of Plasticity: Proc. of the 4th. International Conference on Technology of Plasticity*, pp. 1567~1572, 1993.
  14. 윤정환, 양동열, 유동진 '국소분할된 패치를 갖는 비매개변수 금형묘사법을 이용한 3차원 박 판성형공정 시뮬레이션', *한국소성가공학회 논문집*, 제5권 제5호, pp. 47~54, 1996.
  15. Hill, 'Theoretical Plasticity of Textured Aggregates', *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.*, Vol. 81. 2. 5, pp. 179~191, 1979.
  16. A. K. Ghosh and S. S. Hecker, *Metal. Trans.*, 6A, pp. 1065, 1975.
  17. *Proceeding of The 2nd International Conference Numerical Simulation of 3-D Sheet Metal Forming Processes*, Edited by A. Makinouchi, E. Nakamachi, E. Onate, R. H. Wagoner, Isehara, Japan, 1993.