

보압과 냉각 과정을 고려한 사출 성형 제품의 잔류 응력 예측

정정훈 · 윤재륜

서울대학교 섬유고분자공학과
(1997년 1월 21일 접수)

Prediction of Residual Stresses in Injection Molded Parts Considering Packing and Cooling Stages

Jung Hoon Jung and Jae Ryoum Youn

Department of Fiber and Polymer Science, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea
(Received January 21, 1997)

요 약

사출 성형된 제품에서 발생하는 잔류 응력은 최종 제품의 기하학적 정밀도와 기계적 성질 및 열적 성질에 영향을 미친다. 사출 성형된 제품의 잔류 응력을 예측하기 위해서는 먼저 열 및 유동장의 해석을 수행하여야 하고 이를 위해서는 사출 성형의 세 단계, 즉 충전, 보압, 냉각을 모두 고려해야 한다. 검사체적 방법에 기초한 혼합 유한 요소/유한차분방법을 사용하는 수치 해석적 기법에 의하여 충전 과정과 후충진 과정의 유동장 해석을 수행하였다. 일반화된 헬레쇼 유동을 가정하였고 보압과 냉각 과정시의 고분자의 압축성을 고려하였다. 점도의 전단 변형률의 크기와 온도에 대한 의존성은 개선된 크로스 모델(Modified Cross Model)을 사용하여 나타내었다. Tait에 의해 제안된 상태방정식은 고분자의 온도, 압력, 부피의 상호 관계를 묘사하는 좋은 방법을 제공하였다. 유동 해석을 통하여 전 공정에 걸쳐서 온도와 압력장의 변화에 대한 데이터를 얻었고 제품의 고체 응력 해석의 입력 데이터로 사용하였다. 유한 요소 응력 해석에는 평면 응력 요소를 사용하였다. 다양한 형태의 금형에 대해서 공정 변수들을 달리하여 유동장의 해석과 잔류 응력의 계산을 수행하였다. 이로부터 공정 조건과 유동장의 관계를 밝히고 최종 제품의 잔류 응력에의 영향을 고찰하였다.

Abstract—Residual stresses which are developed in injection molded parts affect dimensional accuracy and mechanical and thermal properties of the final products. To predict the residual stresses in injection molded parts, three stages of injection molding, i. e., filling, packing, and cooling, must be taken into consideration for the thermal and flow analyses. Flow field analysis during filling and postfilling has been carried out by using the control volume based FEM/FDM hybrid method. The generalized Hele Shaw flow is assumed. Compressibility of the polymer melt is calculated during packing and cooling stages. Modified Cross model is employed to reflect the dependency of the viscosity upon shear rate and temperature. An equation of state proposed by Tait offers efficient means to describe pvt-relationship of the polymer. Variation in temperature and pressure field is obtained over all stages through the flow analysis and used as input data for the solid state stress analysis of the part. Plane stress elements, such as shell elements, are used for finite element stress analysis of injection molded parts with appropriate boundary conditions both in the mold and after ejected from the mold. Numerical analysis yields useful informations which are relevant to the mechanical properties of solid state for the final products, e. g., residual stress distribution, shrinkage, displacement field, strain distribution, warpage, and weld line locations. Other results are also obtained; pressure field, temperature field, sink marks, and proper operating conditions.

Keywords: polymer processing, injection molding, Hele-Shaw flow, residual stresses, finite element, finite difference

1. 서 론

사출 성형은 특별한 후처리 공정을 거치지 않으면서 좋은 품질의 정형 가공품을 높은 생산 속도로 만들 수 있는 고분자 가공방법 중의 하나로서 고분자 가공 공정 중에 가장 많이 이용되는 방법이다. 최근에는 기존 고분자 이외에 단섬유강화 고분자 복합 재료의 제조나, 금속, 세라믹 파우더를 고분자 바인더와 함께 섞어 사출 성형을 한 후 소결시켜 정밀한 부품을 제조하는 방법인 세라믹 사출 성형으로도 응용되고 있다. 사출

성형 공정은 순환 공정으로서 한 주기를 압력과 온도의 변화에 따라 크게 충전(filling), 보압(packing), 냉각(cooling)의 세 단계로 나누어 볼 수 있다.

사출 성형시 고분자는 전 공정을 거치는 동안에 다양한 양상의 변형을 겪게 된다. 우선 충전 과정 중에는 임의의 기하학적 인 형상(geometry)을 갖는 금형의 내부로 용융액이 흘러가면서 복잡한 유동이 생기게 되고 동시에 차가운 금형 캐비티의 벽면을 통하여 열전달이 발생하여 벽면 근처 용융액의 일부는 고체 상태로 전이되어 결정이나 배향이 생기게 한다. 보압 과정은 고

분자의 수축(shrinkage)을 보상하기 위해 충전 과정 시보다 더 높은 압력을 가하는 과정이다. 이때 고분자의 압축성과 급형의 탄성으로 인하여 약간의 고분자 용융액이 급형 안으로 더 들어가게 되는데 이로 인하여 급형 내부에서는 잔여 유동이 존재하게 된다. 이 과정 중에도 급형 벽면과의 열전달에 의해 고체화의 과정이 계속 진행되고 잔여 유동의 효과와 함께 분자쇄의 배향, 결정화, 수축, 뒤틀림(warpage) 등을 발생시키는 원인이 된다. 이후 냉각 과정이 진행되는데 탈형(ejection)전에는 급형 내부에서 탈형 후에는 급형 밖에서 진행된다. 위의 모든 과정들을 거치면서 발생하는 잔류 응력(residual stress)은 최종 제품의 치수(dimension)에 오차가 생기게 하고 최종 생산품의 성질에도 영향을 준다. 따라서 치수적인 정확도에 대한 정확한 정보와 제품의 최종 물성을 예측하기 위해서는 위에 설명한 공정 과정을 전부 고려하는 것이 필수적이다.

1.1. 이전의 연구 결과

사출 성형 공정은 실제 실험을 통한 연구와 이의 모델링을 통한 수치적 모사 실험에 대한 연구가 동시에 이루어져 왔다. 사출 성형 공정을 수치적으로 모사하기 위한 노력들은 과거 여러 사람들에 의해서 이루어져 왔는데 주로 충전 과정에 대한 해석에 초점이 맞추어져 있었다. 임의의 평면 기하학적 형상을 갖는 급형에 대한 사출 성형을 해석하기 위한 모델링은 Hieber와 Shen[1]에 의해서 발전되었다. 후충전 과정을 해석하기 위한 노력들은 충전 과정에 대한 해석과는 별도로 이루어져 왔는데 주로 후충전 시에 가해 주어야 하는 압력과 제품의 전체적인 변형과의 상관관계를 밝히는 데에 주안점을 두어 왔다. 후충전 과정을 해석하기 위해서는 고분자 용융액의 압축성을 고려해야 하는데 이에 대한 초창기 연구는 Spencer와 Gilmore[2]에 의해서 이루어 졌다. 최근에는 Chiang[3,4] 등에 의하여 충전 과정과 후충전 과정에 모두 적용할 수 있는 수치화 방법이 개발되어 충전 과정과 후충전 과정을 함께 해석하는 기법이 발전되었다. 사출 성형된 제품의 응력 해석에 대한 연구는 주로 실험에 의하여 각각의 국지적인 부분들에 대해서 잔류 응력을 구하여 제품의 성질을 예측하는 연구가 주를 이루었고 모델링에 대한 이론적인 연구만이 수행되었다[5-7]. 아직 실제로 충전 과정, 후충전 과정의 유동 해석과 연계하여 응력 해석을 하는 연구는 미미한 편이다. Jansen과 Titomanlio[8, 9]는 유동 해석과 연계시킬 수 있는 응력 해석에 대한 모델을 제안하였지만 아직 유동해석과의 연계는 수행하지 않았다. Chang과 Tsaur[10]는 결정화의 영향까지 고려하여 유동해석을 통한 응력해석을 수행하여 이에 대한 연구 결과를 발표하였지만 아직은 간단한 급형에만 적용하고 있다.

1.2. 연구의 목적

이에 본 연구에서는 복잡한 형상을 갖는 급형에 대해서 충전 과정과 후충전 과정에 대한 유동 해석을 수행하고 이의 결과를 이용하여 최종 제품의 변형과 잔류 응력을 해석하는 연구를 수행하였다. 충전 과정, 후충전 과정, 냉각 과정을 모두 고려하여

유동 해석을 수행하였고 이로부터 얻어진 압력과 온도의 데이터를 이용하여 탈형 이후의 고분자 제품의 변형과 잔류 응력을 예측하기 위한 응력 해석을 수행하였다. 충전 과정과 후충전 과정을 함께 해석하기 위하여 Chiang[3] 등에 의하여 제안된 비등온 하에서 압축성을 고려한 점성 유동을 나타내는 G.H.S. (Generalized Hele-Shaw) 모델을 사용하였고 이의 해를 구하기 위하여 Hieber와 Shen[1]에 의하여 발전된 혼합 유한 요소/유한 차분 수치해석 기법을 적용하였다. 고분자 물질의 점도는 전단 변형률(shear rate)의 크기와 압력과 온도에 대한 의존성을 묘사할 수 있는 개선된 크로스 모델(Modified Cross Model)을 사용하였다. 압력과 온도에 따라 변하는 밀도를 나타내기 위해 Tait의 상태방정식을 적용하였다[3]. 잔류 응력의 해석은 탄성 모델을 적용한 열응력(thermal stress)해석을 통하여 수행하였다. 이때 적용된 열팽창 계수는 Tait의 상태방정식을 이용하여 압력과 온도의 함수로 나타내어 사용하였다.

2. 유동장에 대한 모델링

2.1. 지배방정식

사출 성형 공정에 의해서 제작되는 제품들은 3차원의 복잡한 형상을 가지고 있다. 그러나 그 국지적인 형태를 보면 두께 방향의 길이가 평면 방향의 길이에 비해서 매우 작음을 알 수 있다. 따라서 급형 내부의 어느 한 점에서의 흐름은 국지적인 기하학적 형태에 의해서 영향을 받게 되어 두께 방향의 흐름 보다는 평면 방향으로의 흐름이 주로 일어나게 된다. 따라서 급형 내부에서의 흐름을 모사하기 위해서 헬레쇼 가정(Hele Shaw Approximation)을 적용할 수 있는데 이것은 국지적인 평면 흐름을 가정한 것 이외에 사출 성형에 사용되는 고분자 용융액의 점도가 크다는 점에 기인한다. 이전에는[11,12] 고분자 용융액이 비압축성이라고 가정했던데 비해서 본 연구에는 압축성이라 가정하였는데 이것으로 보압 과정시의 높은 압력으로 잔여 유동이 발생하는 것을 반영할 수 있게 되었다.

급형 내에서의 2차원 평면 방향으로의 흐름을 고려하면(Fig. 1) 연속방정식(Continuity Equation)은 직교 좌표계에 대해서

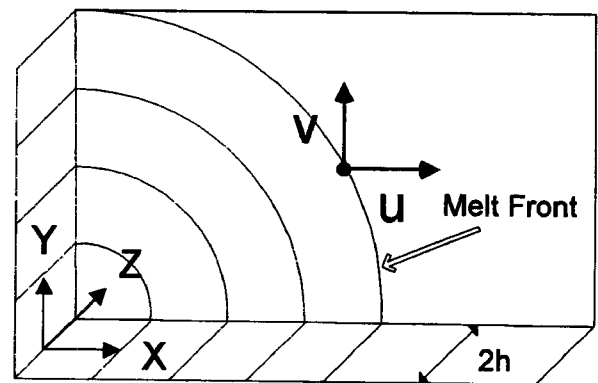


Fig. 1. Schematic representation of melt flow in plane direction with coordinate system employed.

고분자의 압축성을 고려하고 두께 방향의 속도 성분을 무시하여 (1)식과 같이 나타낼 수 있다. 또한 평면 방향인 x, y 방향으로의 운동방정식은 각각 (2)식과 (3)식으로 정리된다. 에너지 방정식은 평면 방향의 열전도와 두께 방향으로의 열대류 효과를 무시하여 (4)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\eta \frac{\partial u}{\partial z}) = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\eta \frac{\partial v}{\partial z}) = \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3)$$

$$\rho C_p(T) \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \eta \dot{\gamma}^2 \quad (4)$$

여기서 t 는 시간이고 ρ 는 밀도로서 온도와 압력의 함수, x, y 는 평면 방향의 좌표, z 는 두께 방향, u, v 는 평면 방향의 속도 성분, P 는 압력, η 는 비뉴턴 점도로서 전단 변형률 속도의 크기인 $\dot{\gamma}$ 와 온도와 압력의 함수, T 는 온도, $C_p(T)$ 는 열용량, $k(T)$ 는 열전도도이다. 전단 변형률 속도의 크기는 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2} \quad (5)$$

유동장 수식화에 사용된 경계 조건은 다음과 같다.

$$u = v = 0, \quad T = T_w; \quad z = h \quad \text{일때} \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0; \quad z = 0 \quad \text{일때} \quad (7)$$

여기서, T_w 는 금형 벽면에서의 온도이고 h 는 금형 두께의 반이다.

(2)식과 (3)식을 경계 조건 (6)식과 (7)식을 적용하여 적분하면 평면 방향의 속도를 구할 수 있고 이로부터 어느 한 점에서의 단위 길이당 x, y 방향의 질량 유동량인 \dot{m}_x 와 \dot{m}_y 는 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{m}_x = 2 \int_0^h \rho u \, dz \equiv -2\bar{S} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (8)$$

$$\dot{m}_y = 2 \int_0^h \rho v \, dz \equiv -2\bar{S} \frac{\partial P}{\partial y} \quad (9)$$

$$\bar{S} \equiv \int_0^h \rho \int_z^h \frac{\dot{\gamma}}{\eta} \, dz \, dz \quad (10)$$

위에서 \bar{S} 는 Hieber와 Shen[1]의 수식화에 사용된 유동 전도도(flow conductance)와 비슷한 개념을 갖는 값으로 부피 유동량이 아닌 질량 유동량으로 고려하였기 때문에 두께 방향의 밀도 변화를 고려하여 표시한 형태이다. 참고문헌[13,14]에서는 밀도의 평면 방향에 대한 변화 정도를 무시하여 연속 방정식을 좀더 간단한 형태로 정리하였기 때문에 유동 전도도의 산출이 좀더 간단해 지는 기법을 사용하였지만 여기서는 Chi-

ang[3] 등에 의하여 제안된 수식화를 따랐다.

한편 (1)식을 두께 방향에 대해서 적분을 한 후 정리하면 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$2 \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h \rho \, dz + \frac{\partial}{\partial x}(\dot{m}_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\dot{m}_y) = 0 \quad (11)$$

윗식의 첫번째 항은 참고 문헌[13]에 제시된 수식화의 과정을 따라서 압력과 온도의 함수인 밀도의 시간에 대한 미분을 연쇄 법칙(chain rule)을 적용하고 고상과 액상의 경계에서의 밀도의 불연속을 고려하면 G 항과 F 항, 그리고 압력의 시간에 대한 미분항을 이용하여 나타낼 수 있고, 또한 두번째, 세번째 항의 경우 (8)식과 (9)식을 대입하면 압력에 대한 식으로 표현되므로 (11)식은 아래와 같이 정리된다.

$$G \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}(\bar{S} \frac{\partial P}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial y}(\bar{S} \frac{\partial P}{\partial y}) = -F \quad (12)$$

$$\text{여기서, } G = \int_0^x \left(\frac{\partial \rho_l}{\partial P} \right)_T \, dz + \int_x^h \left(\frac{\partial \rho_s}{\partial P} \right)_T \, dz \quad (13)$$

$$F = \int_0^x \left(\frac{\partial \rho_l}{\partial T} \right)_P \frac{\partial T}{\partial t} \, dz + \int_x^h \left(\frac{\partial \rho_s}{\partial T} \right)_P \frac{\partial T}{\partial t} \, dz + (\rho_l - \rho_s)_{z=x} \frac{\partial x}{\partial t} \quad (14)$$

여기서, ρ_l 과 ρ_s 는 각각 용융체 상태와 고체 상태에서의 밀도를 나타내고 x 는 고체 상태와 용융체 상태의 경계에 해당한다. x 는 밀도의 불연속이 나타나는 위치로서 준결정성 고분자의 경우에만 해당된다. 또한 (14)식의 마지막 항은 전이 온도에서 밀도의 급격한 변화가 발생하는 효과를 보정해 주는 항으로서 비결정성 고분자의 경우 소거된다.

(11)식의 첫째 항을 (12)식과 같이 G 항과 F 항으로 나누어 표시를 하게 되면 첫번째 항 전부를 힘 벡터(force vector)로 놓고 수식화를 진행시킬 때보다 수치해석을 수행하는데 있어서 장점이 생기게 된다[13]. 우선 첫번째 항의 압력의 시간에 대한 미분항의 존재는 (12)식을 더욱 잠재적인(implicit) 특성을 가지게 하여 수치적인 안정성을 보장하게 된다. 다음으로 충전 과정의 해석 시에는 (12)식에서 G 항과 F 항의 전체 계산에 대한 기여도는 미미하고 주로 나머지 항에 의해서 계산이 수행되는 반면에 후 충전 과정의 해석 시에는 \bar{S} 항의 값이 거의 영(zero)에 가까워지므로 이후의 계산은 이들 G 항과 F 항의 변화에 의해서 수행된다. 금형의 한쪽에서는 충전이 진행되는 동안에 다른 한편에서는 충전이 이미 끝나 높은 압력이 작용하여 국지적인 보압 효과가 발생할 수도 있는데 이 경우 충전 과정시의 보압 효과는 G 항과 F 항의 계산에 의해서 이루어진다. 따라서 (12)식과 같이 항을 분리하여 표현하는 수식화는 수치적 안정성과 충전 과정과 후충전 과정의 통합적인 수식화를 위해서도 필수적이다.

(12)식을 풀려면 평면 방향의 경계 조건이 필요한데 유동 선단(melt front)에서는 압력이 영이고 벽면으로 통과하는 흐름은 존재하지 않는다. 이상의 조건들을 수식으로 정리하면 다음과

같다.

$$\text{at } C_m \quad P = 0 \quad (15)$$

$$\text{at } C_i \text{ or } C_o \quad \frac{\partial P}{\partial n} = 0 \quad (16)$$

여기서 C_m 은 유동 선단의 위치를 나타내고 C_i 는 금형내 삽입물의 위치, C_o 는 금형의 외곽 벽면의 위치, n 은 경계의 법선 벡터이다. 또한, 고분자 용융액이 금형 내로 처음 유입되는 부분(게이트 혹은 노즐)에서의 압력이 주어져야 한다.

$$\text{at } C_e \quad P = P_e(t) \quad (17)$$

여기서 X_e 는 금형내에 처음으로 고분자 용융액이 도달되는 위치를 나타낸다. 이러한 기하학적 경계는 Fig. 2에 정리되었다.

사출 성형의 경우 게이트에서의 압력은 금형의 크기와 사용된 고분자의 종류 및 공정 변수들에 의해서 바뀔 수 있고 또한 충전 패턴(pattern)에 의해 시간에 따라 변화가 생긴다. 따라서 이를 예측하거나 측정하여 경계 조건으로 부여하는 것은 어려움이 따르게 된다. 그러므로 일정한 유량이 유지되지는 간접적인 경계 조건을 적용하여 이 조건을 만족시키는 입구에서의 압력을 산출하여 압력장 계산의 경계 조건으로 부여한다.

온도에 대해서는 평면 방향으로의 경계 조건을 부여하지 않았는데 이것은 평면 방향으로의 열확산(thermal diffusion) 효과를 무시한 가정에 따른 것이다. 충전 과정에서 유동 선단에서의 온도는 유동 선단 바로 뒷부분의 중심에서의 온도와 같다고 놓게 되는데 이것은 분수 유동의 효과를 간접적으로 반영할 수 있는 수단이 된다. 게이트에서의 온도는 고분자의 용융 온도로서 배럴의 온도에 해당하는 온도로 놓는다.

밀도의 온도와 압력에 대한 변화를 나타내는 상태방정식으로는 고체 상태와 용융체 상태를 모두 잘 반영할 수 있는 Tait 식을 사용하였다[3].

$$\hat{v}(T, P) = \hat{v}_0(T) \left[1 - C \ln \left(1 + \frac{P}{B(T)} \right) \right] \quad (18)$$

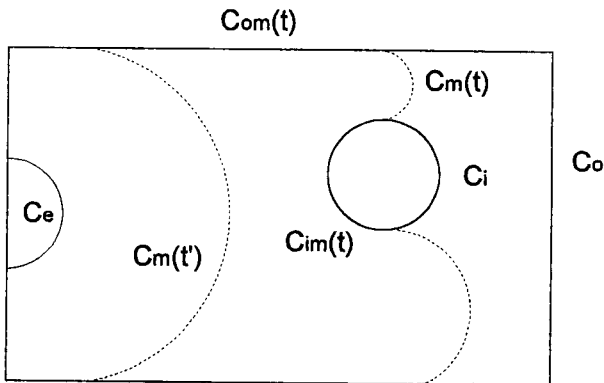


Fig. 2. Schematic presentation of boundaries in the cavity.

$$\text{여기서, } \hat{v}_0(T) = \begin{cases} b_{1,l} + b_{2,l}\bar{T} & (T > T_l) \\ b_{1,s} + b_{2,s}\bar{T} & (T < T_l) \end{cases} \quad (19)$$

$$B(T) = \begin{cases} b_{3,l} \exp(-b_{4,l}\bar{T}) & (T > T_l) \\ b_{3,s} \exp(-b_{4,s}\bar{T}) & (T < T_l) \end{cases} \quad (20)$$

$$\bar{T} = T - b_5 \quad (21)$$

$$T_l(P) = b_5 + b_6 P \quad (22)$$

여기서 C 는 0.0894이다. $\hat{v}(T, P)$ 는 비체적으로 밀도의 역수이고, T_l 는 고체 상태와 용융체 상태의 전이 온도이고, b_i 들은 상수로서 주어진 물질에 따라 다른 값을 갖는다.

고분자 용융액의 점도는 전단 변형률의 크기와 압력 및 온도에 대한 의존성을 고려하기 위하여 개선된 크로스 모델을 사용하여 다음과 같이 나타내었다.

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + \left[\frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau^*} \right]^{1-n}} \quad (23)$$

$$\eta_0 = B \exp \left[\frac{T_b}{T} \right] \exp(\beta P) \quad (24)$$

여기서 η_0 는 전단 변형률의 크기가 영에 접근할 때의 점도를 나타내고 아레니우스(arnhenius)형태로 점도의 온도와 압력에 대한 의존성을 표현하였다. B, T_b, β, τ^*, n 은 상수들로서 주어진 물질에 따라 각기 다른 값을 갖는다. 점도 모델과 상태방정식은 (12)식의 해를 구하는데 함수의 형태로 그대로 적용된다. 여기서 이들 식의 압력과 온도에 대한 미분항은 그대로 구해서 적용하는 것이 가능하고 적분의 경우 해석적으로 적분하는 것이 불가능할 경우 수치적 적분 방법을 사용하여 적용한다.

에너지 방정식을 풀어서 온도장을 구하는데 필요한 물질 상수인 열용량과 열전도도는 다음과 같이 각각 5개의 상수를 사용하여 온도 의존성을 나타내는 모델을 사용하였다[3].

$$C_p(T) = c_1 + c_2 \bar{T} + c_3 \tanh(c_4 \bar{T}) \quad (25)$$

$$k(T) = \lambda_1 + \lambda_2 \hat{T} + \lambda_3 \tanh(\lambda_4 \hat{T}) \quad (26)$$

여기서, $\bar{T} = (T - c_5)$, $\hat{T} = (T - \lambda_5)$ 이고 c_i 와 λ_i 는 물질에 따라 값이 주어지는 상수들이다.

이상으로 온도에 대한 지배방정식은 (4)식으로, 압력에 대한 지배방정식은 (12)식으로 정리가 되었다. 이들 식을 이용하면 금형내의 2차원 유동장을 풀 수 있다. 실제와 아주 흡사한 수치 모사를 수행하려고 하거나 혹은 캐비티가 2개 이상인 경우를 나타내려면 스프루(sprue)나 러너(runner)내에서의 유동을 고려할 수 있어야 한다. 이를 위하여 원통좌표계 상에서 러너 내에서의 1차원 유동을 나타내는 지배방정식의 유도하여 수치해석에 사용하였다.

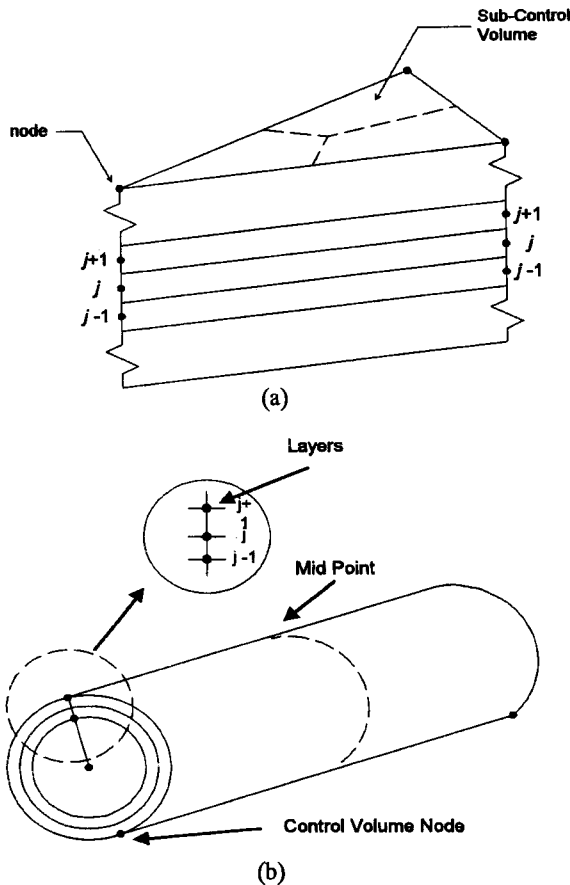


Fig. 3. Diagram of (a) linear triangular finite element and finite difference grids in thickness direction, (b) linear tubular finite element and finite difference grids in radius direction.

2.2. 수치해석의 실행

압력장과 온도장을 각기 구하기 위해서 압력에 대한 지배방정식에는 유한 요소법을 적용하였고 온도에 대한 지배방정식에는 유한 차분법을 적용하였다. 금형내의 유동에 대해서는 세 개의 절점을 가지고 선형 삼각형 요소(linear triangular element)를 사용하였고 러너 내에서의 유동에 대해서는 선형 원통 요소(linear tubular element)를 사용하였다. 온도장을 구하기 위한 격자(grid)는 삼각형 요소의 경우는 두께 방향으로 등간격으로, 원통 요소의 경우는 지름 방향으로 등간격으로 배치하였다(Fig. 3). 이들 각 지배방정식은 그 자체가 상당히 비선형적인 특성을 가지고 있고 서로간에도 강하게 연계가 되어 있다. 또한 유동 선단의 진행에 따라 경계가 시간에 따라 변해가는 특성을 가지고 있다. 이러한 문제점들을 극복하기 위해서 검사 체적법을 이용하여 유동 선단을 진행시키고 각각의 진행 단계에서의 압력과 온도의 해는 반복 연산(iteration) 기법을 사용하여 계산을 수행하였다.

3. 응력 해석에 대한 모델링

고분자 물질은 공정 과정을 거치는 동안에 용융체 상태에서

의도하는 모양으로 변형을 일으키게 된다. 이후 의도했던 모양은 높은 압력 하에서 냉각 과정을 거치게 된다. 특히 사출 성형 공정의 경우 가해지는 압력이 수백 기압 이상이 되고 높은 생산성을 위하여 빠른 냉각 시스템이 요구된다. 또한 복잡한 형태의 금형 내부를 통과하면서 고분자 용융액은 다양한 상황의 변형 과정을 겪게 된다. 이러한 이유로 고분자 제품은 고체화의 과정을 겪으면서 압력과 온도장의 변화에 따른 변형이 생기게 되고 이에 따른 잔류 응력이 발생하게 된다. 이때 발생하는 잔류 응력은 치수적 변형의 원인이 되기도 하고 제품이 사용 중에 받게 되는 외부의 응력과 합쳐져서 기계적인 성질에도 영향을 준다. 최종 제품에 잔류 응력이 생기는 현상은 두 가지 관점에서 바라볼 수 있다. 우선 미시적인 관점에서는 고분자 용융액이 공정과정중 금형 내부에서의 흐름에 의해 국지적인 힘을 받게 되면서 분자구조의 배향이나 결정화가 일어나게 되고 이러한 분자 구조는 빠른 냉각 과정에 의해 고체 상태에서도 그대로 유지가 되어 국지적인 비등방성 수축의 원인이 된다. 거시적으로는 열과 압력에 의한 밀도의 변화를 고려해 볼 수 있다. 높은 온도와 압력 하에서 성형된 제품은 냉각 과정을 통해 지역적으로 일정하지 않은 온도와 압력의 변화를 겪게 되면서 다양한 내부적인 변형률이 생기게 된다. 또한 탈형 이전에는 금형에 의해 변형에 제한을 받지만 탈형 이후에는 제한을 받지 않고 변형을 일으킨다. Jansen과 Titomanlio[8]는 위의 원인들을 모두 고려하여 사출 성형된 제품의 잔류 응력을 구할 수 있는 모델과 이론을 확립하였지만 아직 유동장의 해석과는 연계시키지 못하였다. Chang과 Tsaur[10]는 결정화의 영향을 고려하여 유동장과 연계적인 해석을 시도하였지만 아직은 비교적 간단한 형태의 금형에 대한 연구에 국한하였다.

이에 본 연구에서는 잔류 응력 해석에 비교적 간단한 모델을 사용하여 복잡한 유동장의 해석과의 연계를 꾀하였다. 우선 잔류 응력을 발생시키는 원인 중 열팽창의 효과만을 고려하였다. 그러나 이때 사용되는 열팽창 계수는 Tait의 상태방정식을 사용하여 온도와 압력의 함수로 산출하였고 따라서 압력의 변화에 따른 효과도 반영할 수 있게 하였다. 유리 전이 온도 직전까지의 잔류 응력은 존재하지 않는다고 가정하였고 고체 상태의 고분자를 탄성체로 가정하였다. 유동 해석에 의해서 얻어진 압력 분포와 온도 분포를 이용하여 유한요소법에 의한 열응력 해석을 수행하였다. 유동 해석에 사용된 격자와 같은 격자를 사용하였고 평면 응력 해석 요소를 사용하여 주로 평면 방향의 응력과 변형을 예측하였다.

우선 유한 요소 수식화에 적용된 가상 일의 원리는 다음과 같다.

$$\int_V \delta \epsilon^T \sigma dV - \int_V \delta u^T \mathbf{b} dV - \int_R \delta u^T \mathbf{t} d\Gamma = 0 \quad (27)$$

여기서 $\delta \epsilon^T$ 는 가상 변형률 텐서이고 σ 는 응력 텐서, δu^T 는 가상 변위, \mathbf{b} 는 body force, \mathbf{t} 는 surface traction이다. 평면 열응력의 경우 응력은 다음과 같이 정의된다.

$$\{\sigma\} = [\mathbf{E}] (\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}) + \{\sigma_0\} \quad (28)$$

여기서 응력과 변형률의 각 성분들은 $\{\sigma\} = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}^T$, $\{\epsilon\} = \{\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}\}^T$ 와 같고 stiffness matrix $[E]$ 와 초기 변형률 $\{\epsilon_0\}$ 는 다음과 같다.

$$[E] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\{\epsilon_0\} = \{\alpha T \quad \alpha T \quad 0\}^T \quad (30)$$

여기서 α 는 열팽창 계수이고 등방성 물질의 경우 다음과 같이 정의된다.

$$\alpha = \frac{1}{3V} \frac{\partial V}{\partial T} \quad (31)$$

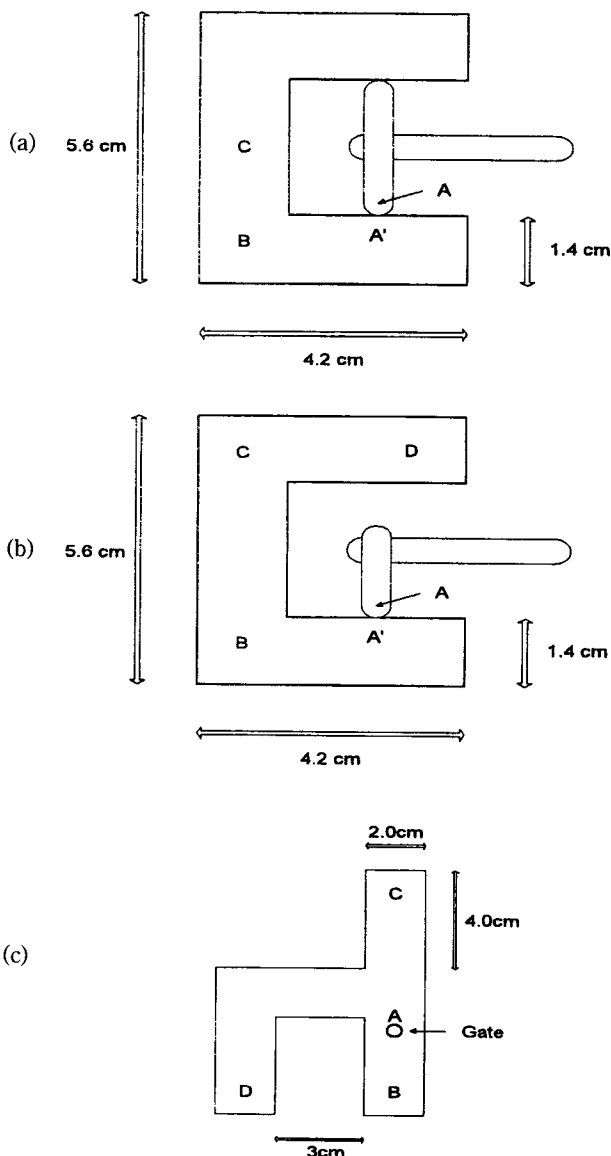


Fig. 4. Geometry of molds used for numerical analysis. (a); mold A, (b); mold B, (c); mold C.

여기서 V 는 부피이고 부피와 비체적의 관계($V = m\hat{v}$)를 사용하여 다시 나타내면

$$\alpha = \frac{1}{3\hat{v}} \frac{\partial \hat{v}}{\partial T} \quad (32)$$

최종적으로 Tait 방정식을 적용하여 열팽창 계수를 압력과 온도의 함수로 표시하면 다음과 같이 생각할 수 있다.

$$\alpha = \frac{1}{3} \left\{ \frac{\frac{C}{B(T)} \frac{PB'(T)}{B(T)+P}}{1 - C \ln \left(1 + \frac{P}{B(T)} \right)} + \frac{1}{\hat{v}_0} \frac{\partial \hat{v}_0}{\partial T} \right\} \quad (33)$$

윗 식을 이용하면 다양한 온도와 압력 상태에서의 열팽창 계수의 값을 산출해 낼 수가 있고 이들 값을 열응력 해석 과정에 그대로 적용하였다.

유동 해석을 실시하면 시간에 따라 변화하는 금형내 고분자 물질의 평면 방향과 두께 방향의 각 점에서의 압력과 온도의 분포를 탈형 시점 직전까지 구할 수 있는데 이 자료를 그대로 사용하여 응력 해석을 수행하게 된다. 사출 성형시 고분자 용융액은 탈형되기 전에 유리 전이 온도 이하로 냉각이 되는데 이 시점을 잔류 응력의 발생 시점으로 생각하여 응력 해석을 하였다. 변위의 경계 조건은 두 단계로 부여했는데 탈형 전에는 외곽 경계의 변위를 영으로 놓았고 탈형 후에는 자유 경계 조건을 부여하였다. 제품의 모든 부분에서의 온도가 상온이 되는 시점까지 계산을 수행하였다. 고체 응력 해석은 유한 요소 상용 프로그램인 ABAQUS를 이용하였다.

4. 결과 및 고찰

이상의 유동 해석과 잔류 응력 해석에 대한 모델링을 세 종류의 가상의 금형에 적용하여 수치해석을 수행하였다. 사용한 금형의 형태는 Fig. 4에 나타낸 바와 같다. 금형의 두께는 0.2 cm이고 원형 단면을 가지는 게이트의 길이는 0.35 cm이고 반지름은 0.075 cm이다. 러너는 원형 단면을 가지고 반지름은 0.3 cm이다. 우선 금형 A는 두 개의 게이트를 대칭이 되게 설치하여 위쪽과 아래에서 고분자 용융액의 유동 선단이 동시에 진행하여 대칭점에서 만나 용접선(weld line)을 형성하게 하였고 금형 B의 경우는 금형 A와 같은 한쪽의 위치에 하나의 게이트만을 갖도록 설계하여 유동 선단의 진행 경로를 길게 하였다. 금형 C는 조금 복잡한 형태를 상정하였다. 각각의 금형에 대해 적용한 공정 조건은 Table 1에 나타내었다. 금형 A와 금형 B의 경우 모든 공정 조건을 같게 하고 러너 시스템

Table 1. Processing conditions used in the flow field analysis for each mold A, B, C

	Q (cm ³ /sec)	T_w (°C)	P_{pack} (MPa)	t_{eject} (sec)
Mold A	10.0	40.0	41.34	10.05
Mold B	10.0	40.0	41.34	10.28
Mold C	28.0	40.0	41.34	9.18

Table 2. Summary of p-v-T model constants in equations (18)-(22) for Poly(styrene) in ref. [4]

constants	value	constants	value
$b_{1,l}$ (cm ³ /g)	0.988	$b_{1,s}$ (cm ³ /g)	0.988
$b_{2,l}$ (cm ³ /gK)	6.10×10^{-4}	$b_{2,s}$ (cm ³ /gK)	1.49×10^{-4}
$b_{3,l}$ (dyne/cm ²)	115.0×10^7	$b_{3,s}$ (dyne/cm ²)	238.0×10^7
$b_{4,l}$ (K ⁻¹)	3.66×10^{-3}	$b_{4,s}$ (K ⁻¹)	2.10×10^{-3}
b_5 (K)	385.0	b_6 (Kcm ² /dyne)	7.8×10^{-7}

Table 3. Summary of specific-heat model constants and thermal-conductivity model constants for PS

constants	value	constants	value
c_1 (erg/g°C)	1.55×10^7	λ_1 (erg/g°Csec)	1.49×10^4
c_2 (erg/g°C ²)	2.99×10^4	λ_2 (erg/g°C ² sec)	16.31
c_3 (erg/g°C)	1.74×10^6	λ_3 (erg/g°Csec)	0.0
c_4 (°C ⁻¹)	6.68×10^{-2}	λ_4 (°C ⁻¹)	0.0
c_5 (°C)	79.6	λ_5 (°C)	100.

의 설계를 다르게 하여 금형 설계와 최종 제품의 성질과의 관계를 밝혀 보고자 하였고 금형 C는 입구로부터 고분자의 유동 경로의 길이가 각기 다른 지점에서의 압력장과 온도장의 차이와 이의 잔류 응력 분포에 미치는 효과를 보고자 하였다. 게이트의 경우 그림에 나타낸 것과 같이 금형의 두께보다 얇게 설계하여 실제 금형의 설계와 유사하게 하였으며 러너의 경우 지름을 크게 설계하여 용융액의 러너 통과시 압력의 손실이 낮아지게 하였다. 유동 해석에 적용된 물질은 P.S. 이고 Tait의 상태방정식의 상수들은 Table 2에 정리하였고 점도 모델에 적용되는 상수들은 다음과 같다[4] : $n = 0.274$, $\tau = 3.04 \times 10^{-7}$ N/m³, $B = 1330$ Pa · s, $T_b = 2.31 \times 10^5$ K, $\beta = 3.5 \times 10^{-8}$ m²/N. 열전도도와 열용량을 나타내기 위한 상수는 Table 3에 주어져 있다. 응력 해석에 사용된 탄성계수, E 와 포와송비(poison's ratio), ν 의 값은 다음과 같다 : $E = 3200$ MPa, $\nu = 0.32$.

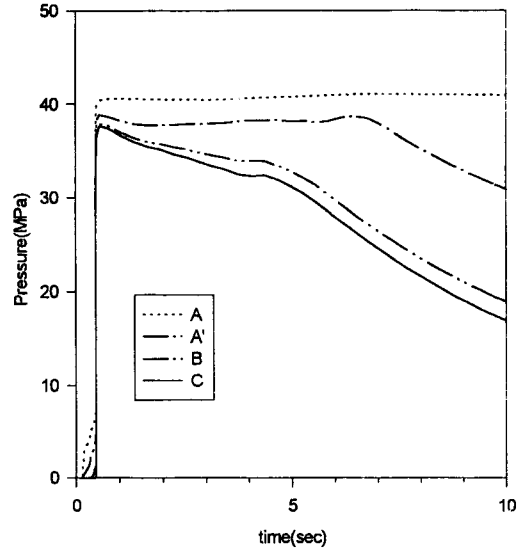


Fig. 5. Predicted pressure variation in each point shown in Fig. 4 (a) for mold A.

4.1. 금형 A

금형A의 시간에 따른 압력의 변화를 Fig. 4(a)에 표시된 네 개의 점에 대해서 Fig. 5에 나타내었다. 충전이 끝나는 시점(0.46 sec)까지는 압력이 서서히 증가하다가 이후 보압 과정 중에는 높은 압력이 걸리고 후충전 과정에서는 냉각이 진행되면서 각 지점에서의 압력이 떨어져 가는 모습을 보여주고 있다. Fig. 6은 보압 과정이 진행 중인 시점(5.55 sec)에서의 압력과 온도(중심과 벽면의 중간 지점의 온도)의 분포를 보여주고 있다. 이 그림을 살펴보면 압력의 경우 입구에서 멀어 질수록 순차적으로 낮아져서 용접선을 형성한 곳(C지점)에서의 압력이 가장 낮은 것을 볼 수 있는데 반면에 온도 분포를 보면 입구에서 먼 지점의 온도가 중간 부분보다 더 높은 것을 볼 수 있는데 이것은 분수 유동의 효과와 점성 유동에 의한 발열 현상을

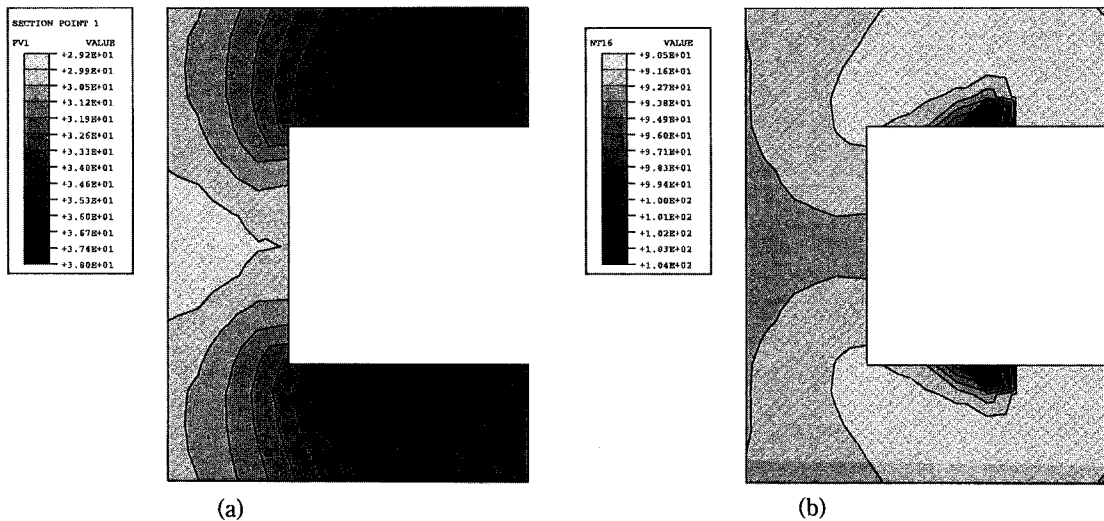


Fig. 6. Predicted contours of (a) pressure and (b) temperature at 5.55 sec (at packing stage) for mold A.

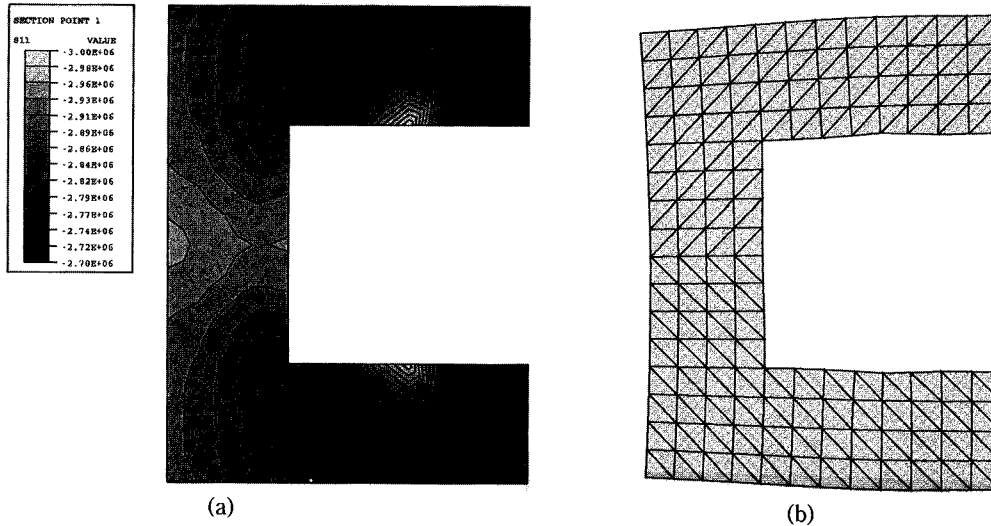


Fig. 7. (a) Predicted contour of residual stress component, normal stress in x-direction (b) Predicted deformed shape of injection molded part for mold A.

반영했다고 볼 수 있다. 그리고 입구 근처의 국지적인 부분(A' 지점)의 온도가 주변에 비해서 높은 것을 볼 수 있는데 이것은 후충전 과정시 높은 압력에 의해서 약간의 용융액이 더 충전된 효과라고 생각된다.

Fig. 7(a)는 금형A에 대해서 유동 해석의 결과로 얻어진 압력과 온도에 대한 데이터를 이용하여 잔류 응력 해석을 수행하여 얻어진 x방향의 법선 응력(normal stress)의 분포를 보여주고 있다. 이 그림을 보면 입구 주위를 제외하면 전체적인 분포의 형태가 압력의 분포(Fig. 6(a))와 매우 유사한 것을 알 수 있고 입구 주위만이 온도의 분포(Fig. 6(b))와 비슷한 양상을 보이는 것을 알 수 있다. 따라서, 비록 현재의 응력 해석 모델이 주로 열응력 해석에 의한 것이지만 이러한 응력의 분포는 열팽창 계수를 압력의 함수로 표현하여 사용한 효과를 반영하였다고 볼 수 있다. 이들 그림을 보면 역시 온도가 높았던 두 부분, 즉 게이트 부분(A'지점)과 고분자 용융액이 가장 나중에 도달한 부분(C지점)에서 잔류 응력의 크기가 가장 크다는 것을 볼 수 있다. 게이트와 가까워서 일찍 채워지고 냉각이 빨리 진행된 곳(A'지점의 오른쪽 끝지점)은 잔류 응력이 작다는 것도 알 수 있다. Fig. 7(b)는 상온까지 온도가 떨어졌을 때 제품의 최종 변형을 보여주는 그림으로 이들 응력의 분포 효과는 변형에 그대로 반영되어 나타났다는 것을 알 수 있다. 특히 응력이 크게 발생한 지점인 용접선 근처와 입구 주위를 기준으로 휘어져 있는 모습을 볼 수 있다.

4.2. 금형 B

금형B의 시간에 따른 압력의 변화를 Fig. 4(b)에 표시된 다섯 개의 지점에 대해서 Fig. 8에 나타내었다. 우선 충전이 끝나는 시점(0.46 sec)까지의 입구(A지점)에서의 압력의 변화를 보면 두 배 이상 높다는 것을 알 수 있는데 이것은 러너 시스템의 차이에서 비롯된 것이다. 즉 하나의 게이트만을 통하여 고

분자 용융액이 충전되므로 유동 경로가 길어지게 되고 이로 인해 압력의 손실이 증가하게 되어 가해 주어야 하는 압력의 크기가 증가된 것이다. 후충전이 진행되는 동안의 각지점의 압력의 변화를 보면 입구에서 가장 먼 지점(D지점)의 압력이 금형A에 비해서 급격히 떨어져 가고 있는 것을 볼 수 있다. 이것은 유동 경로가 멀기 때문에 입구로부터의 압력의 전달 효과가 떨어졌기 때문이라 볼 수 있다. 이러한 사실은 보압이 진행되는 시점(5.71 sec)에서의 압력의 분포를 보여주는 Fig. 9(a)를 금형A의 경우의 그림(Fig. 6(a))과 비교해 보면 더욱 확연히 알 수 있다. Fig. 9(b)는 후충전 과정이 진행되고 있는 시점(5.71 sec)에서의 온도 분포를 보여주는 그림이다.

Fig. 10(a)는 금형B에 대해서 잔류 응력 해석을 통해 예측된

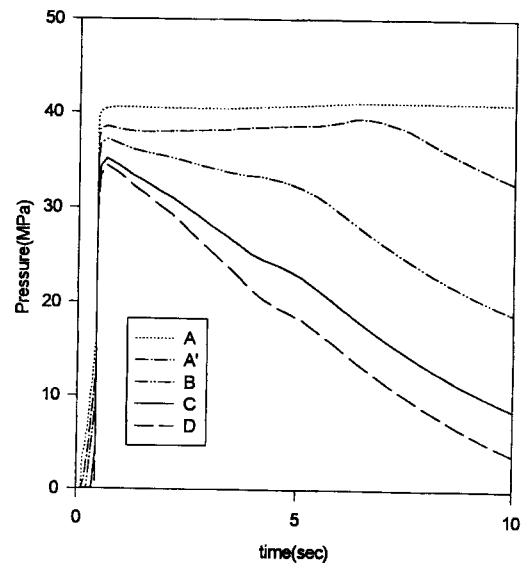


Fig. 8. Predicted pressure variation in each point shown in Fig. 4 (b) for mold B.

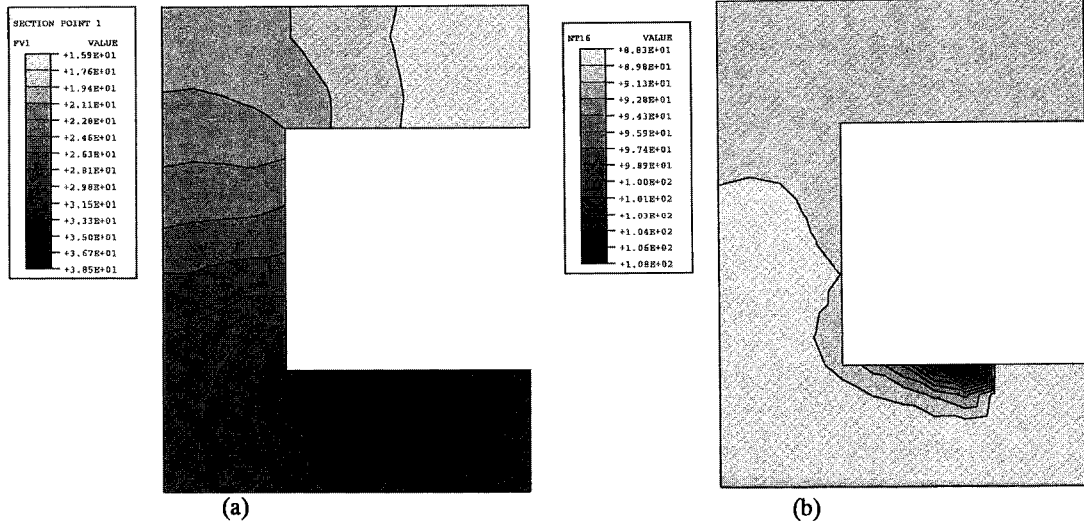


Fig. 9. Predicted contours of (a) pressure and (b) temperature at 5.71 sec (at packing stage) for mold B.

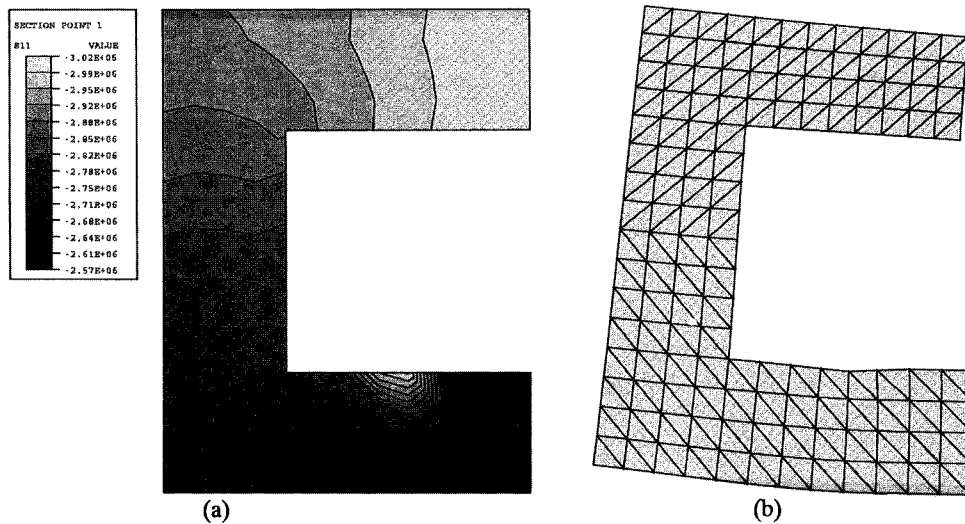


Fig. 10. (a) Predicted contour of residual stress component, normal stress in x-direction (b) Predicted deformed shape of injection molded part for mold B.

x방향의 법선 응력의 분포를 보여주는 그림이다. 러너 시스템의 차이에서 비롯된 유동 경로의 변화가 온도나 압력의 분포에 영향을 미쳐서 그대로 응력의 분포에 영향을 주었다는 것을 볼 수 있다. 또한 변형된 형태의 예측된 모습을 보면(Fig. 10(b)) 금형의 설계가 최종 제품의 형태에 어떠한 영향을 줄 것인가를 짐작해 볼 수 있는데 불균형한 러너의 배치로 모양이 한쪽으로 휘어 있다는 것을 확연히 알아 볼 수 있다.

4.3. 금형 C

Fig. 11에서 Fig. 13까지는 금형C에 대한 해석 결과이다. Fig. 11은 Fig. 4(c)에 표시된 네 지점에서의 압력의 변화를 나타낸 그림인데 역시 입구에서 먼 곳일 수록 압력의 강하가 크다는 것을 확인할 수 있다. Fig. 12(a)는 후충전 과정이 진행중인 시점(5.28 sec)에서의 압력 분포를, Fig. 12(b)는 온도 분포를 보여주는 그림이다. Fig. 13(a)는 잔류 응력중 x방향의 법선 응력의 분포를 보여 주는 그림인데 입구에서 멀어질수록 잔류 응력의

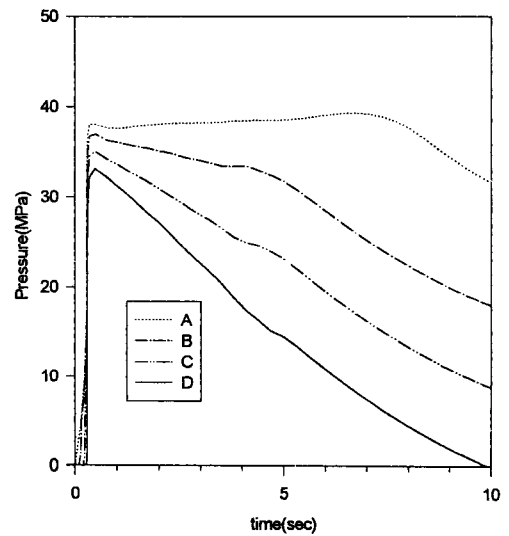


Fig. 11. Predicted pressure variation in each point shown in Fig. 4 (c) for mold C.

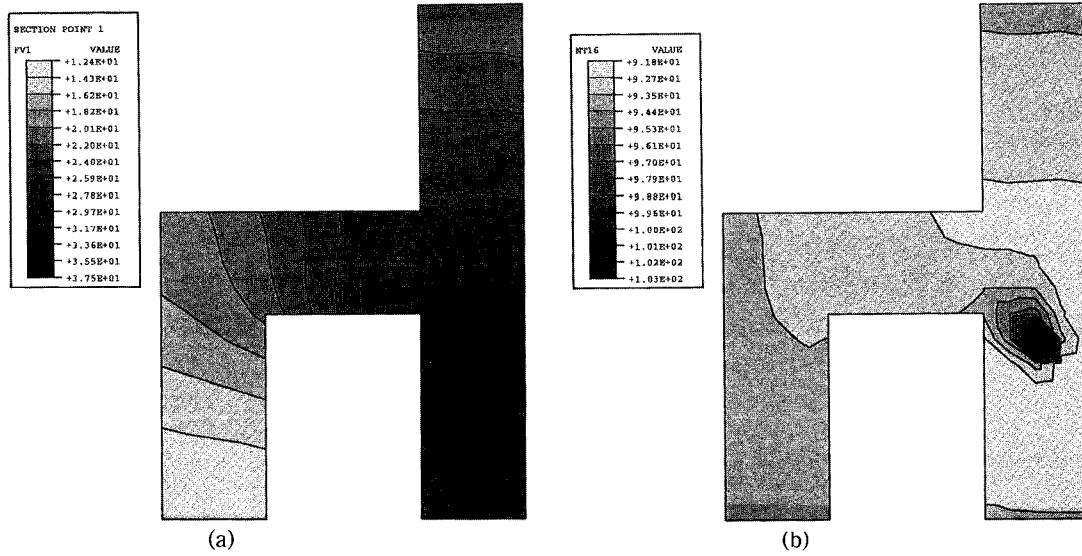


Fig. 12. Predicted contours of (a) pressure and (b) temperature at 5.28sec(at packing stage) for mold C.

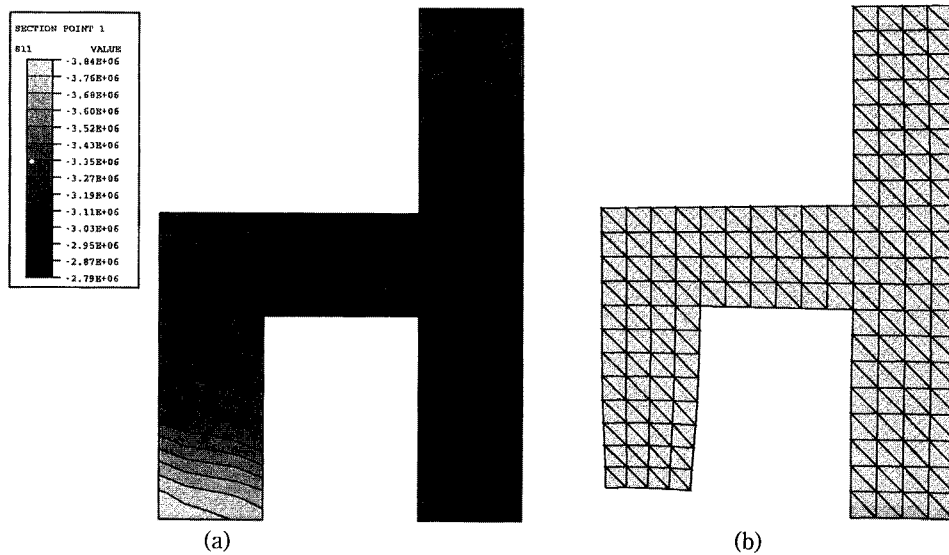


Fig. 13. (a) Predicted contour of residual stress component, normal stress in x-direction (b) Predicted deformed shape of injection molded part for mold C.

값이 크다는 것을 볼 수 있다. 역시 그 분포의 형태가 압력장의 분포와 유사하다는 것을 알 수 있다. Fig. 13(b)는 최종 변형의 예측된 모습인데 예측된 잔류 응력의 효과가 그대로 반영되었다는 것을 알 수 있다. 입구에서 먼 지점일수록 수축이나 휨의 정도가 크게 예측된 것을 알 수 있다. 특히 이 경우는 앞서의 경우와 달리 입구 주위에서의 결함을 발견할 수 없는데 이것은 입구가 금형 평면상의 중심에 위치해 있기 때문이다.

5. 결 론

사출 성형 공정의 세 단계인 충전 과정, 보압 과정, 냉각 과정의 통합된 해석은 그 자체가 실제 금형 설계의 문제, 즉 게이

트의 위치, 러너 시스템의 배치 등뿐만 아니라 각종 공정 변수들, 즉 고분자의 용융체의 온도, 금형의 냉각 온도, 피스톤의 압력, 금형의 클램핑 힘 등의 결정에 필수적이다. 이에 본 연구에서는 압축성을 고려한 G.H.S. 모델을 적용하여 충전 과정과 후 충전 과정을 함께 고려하여 유동장의 해석을 수행하였고 이로부터 얻어진 결과를 토대로 비교적 간단한 탄성 모델을 적용하여 열응력을 해석함으로써 잔류 응력과 변형을 예측하였다.

기 호

- b : body force
- C_p : specific heat

C_m	: boundary of melt front
C_i	: boundary of insert
C_0	: boundary of inlet
E	: modulus
h	: half thickness
k	: thermal conductivity
m	: mass
\dot{m}_x	: mass flow rate per unit length in x -direction
\dot{m}_y	: mass flow rate per unit length in y -direction
n	: normal vector
P	: pressure
P_e	: inlet pressure
t	: time
\mathbf{t}	: surface traction
T	: temperature
T_w	: wall temperature
u	: velocity in x -direction
δu^T	: virtual displacement
v	: velocity in y -direction
\hat{v}	: specific volume
V	: volume
x	: coordinate in plane direction
y	: coordinate in plane direction
z	: coordinate in thickness direction

그리스 문자

α	: thermal expansion coefficient
ρ	: density
ρ_l	: density of liquid phase
ρ_s	: density of solid phase
h	: non-newtonian viscosity
$\dot{\gamma}$: shear rate

χ	: position of liquid-solid interface in thickness direction
ϵ	: strain
ϵ_0	: initial strain
$\delta \epsilon^T$: virtual strain
σ	: stress
σ_0	: initial stress
Γ	: boundary of surface
ν	: poisson's ratio

참고문헌

1. C.A. Hieber and S.F. Shen, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **7**, 1 (1980).
2. R.S. Spencer and G.D. Gilmore, *J. Appl. Phys.*, **21**, 523 (1950).
3. H.H. Chiang, C.A. Hieber, and K.K. Wang, *Polym. Eng. and Sci.*, **31**, 116 (1991).
4. H.H. Chiang, C.A. Hieber, and K.K. Wang, *Polym. Eng. and Sci.*, **31**, 125 (1991).
5. K.K. Kabanemi, Abdellatif Ait-Kadi, and Philippe A. Tanguy, *Rheol. Acta*, **34**, 97 (1995).
6. R. Wimberger-Friedl, *Prog. Polym. Sci.*, **20**, 369 (1995).
7. L.F.A. Douven, F.P.T. Baaijens and H.E.H. Meijer, *Prog. Polym. Sci.*, **20**, 403 (1995).
8. K.M.B. Jansen and G. Titomanlio, *Polym. Eng. Sci.*, **36**, 2029 (1996).
9. G. Titomanlio and K.M.B. Jansen, *Polym. Eng. Sci.*, **36**, 2041 (1996).
10. R.Y. Chang and B.D. Tsaur, *Polym. Eng. Sci.*, **35**, 1222 (1995).
11. 변성광, "사출성형시 충전 과정의 수치 모사", 박사학위 논문, 한국 과학 기술원, 1994.
12. 변성광, 정정훈, 윤재륜, *한국섬유공학회지*, **33**, 140 (1996).
13. C.A. Hieber, "Injection and Compression Molding Fundamentals", ed., by A. I. Isayev, Marcel Dekker, New York, 1987, p. 61..
14. B.S. Chen and W.H. Liu, *Polym. Eng. and Sci.*, **34**, 835 (1994).