

# 안정상태 시뮬레이션에서의 Bonferroni 동시 추정과 붓스트랩을 이용한 백분율 추정

## Quantile Estimation in Steady-State Simulation using Bonferroni and Bootstrap Methods

김세영\* · 홍윤기\*\* · 김성인\*

Se-Young Kim · Yoon-Gee Hong · Seong-in Kim

### Abstract

안정상태 시뮬레이션의 출력 분석에서 백분율의 추정은 시스템 설계와 성능분석에 매우 유용하다. 그러나 지금까지 지속적으로 발전된 대부분의 안정상태 시뮬레이션 연구는 그 대상이 주로 시스템의 평균값에 치중되어 왔다.

본 논문에서는 시뮬레이션 출력 과정의 안정상태 백분율에 대하여 Bonferroni 동시 신뢰구간 추정 방법과 붓스트랩을 이용하는 신뢰구간 추정 방법을 제시한다. 이 방법들은 전통적인 방법보다 적은 수의 관찰값을 가지고 상대적으로 좁은 신뢰구간을 얻으며, 시뮬레이션 출력 분석에 있어 널리 사용되는 배치 평균 방법을 응용하므로 적용하기도 쉽다.

새로운 두가지 추정 방법의 타당성을 검증하기 위하여 이들을 전통적인 배치 백분율 방법과 서로 비교, 평가한다. 대기행렬 모델(M/M/1)과 시계열 모델(AR(1))에 적용한 결과, 새로운 방법들은 전통적인 방법에 비하여 상당히 적은 수의 관찰값만으로 신뢰성있는 추정치를 얻을 수 있었다.

## 1. 서론

그간 시뮬레이션 출력 분석 분야와 관련한 연구는 안정상태 평균값에 관한 추정 방법에 중점적으로 이루어져 왔다[4, 8, 9, 10]. 그러나 대기행렬이나 시계열과 같은 통계적인 시스템을 모의 실험할 때 수행도로서 평균보다 오히려 중앙값이나 백분율이 관심의 대상으로 되는 경우를 흔히 발견하게 된다[12, 13].

백분율 추정에 관한 연구로 주목할 만한 논문은 재생시행(Regenerative) 시뮬레이션에서 배치 평균 방법의 평균값 추정 절차를 적용하는 것이다[12]. 즉, 재생시행 시뮬레이션에서 발생하는 주기를 배치로 나누어 백분율에 대한 추정 방법을 제시하고 있다. 또한, 재생시행, 독립 반복시행, 비재생시행 등 여러 시뮬레이션 형태에서 백분율을 추정하는 방법들이 연구되어 있다 [13].

\* 고려대학교 공과대학 산업공학과

\*\* 한성대학교 이공대학 산업시스템공학부

Heidelberger와 Lewis[7]는 백분율을 추정하는데 Seila의 방법과 유사하나 정렬(Sorting)시간과 샘플 크기를 줄이기 위하여 최대 변환(Maximum Transformation)을 적용한 후, 스펙트럴 분석(Spectral Analysis)과 배치 평균 방법의 연장인 평균 그룹 백분율 방법(Average Group Quantile Method)을 제시하고 있다.

본 연구에서는 백분율 추정에 있어서 기존의 배치 평균 방법(Batch Means Method)을 적용하는 것보다 상대적으로 좁은 신뢰구간을 얻을 수 있는 두가지 방법을 제시한다. 백분율에 대한 신뢰구간 추정치를 얻기 위하여 단순히 관찰값을 증가시키기보다는 기존의 배치 평균 방법을 수정 보완하는 방법이다.

본 논문은 2장에서 백분율에 대해 제시된 신뢰구간 추정 방법들을 설명하고, 3장에서는 대기행렬모델(M/M/1)과 시계열 모델(AR(1))에 대해 시물레이션을 수행하고 결과를 분석하며, 4장에서 결론을 도출한다.

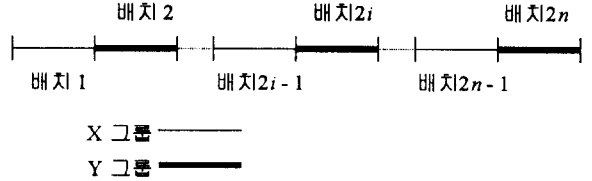
## 2. 신뢰구간 추정 방법

앞장에서와 같이 전통적인 배치 백분율 방법은 모든 배치를 하나의 그룹으로 보고 평균값 추정을 위한 배치 방법을 수정 적용하여 백분율을 추정한다.

본 연구에서는 평균값에 대해 Bonferroni 동시 추정 방법을 적용한 결과[4]를 백분율에 대해 적용하고, 보다 적은 수의 관찰값으로 좁은 신뢰구간을 얻을 수 있는 방법을 제시한다. 전체 관찰값을  $2n$ 개의 배치로 나눈 다음 <그림 1>에서와 같이 그룹  $X$ 는 홀수 번째(1, 3, ...,  $2n-1$ )배치들로 구성되고, 그룹  $Y$ 는 짝수 번째(2, 4, ...,  $2n$ )배치들로 구성된다. 그룹  $X$  또는 그룹  $Y$ 내의 배치들간에는 인접 관계가 존재하지 않으므로 전통적인 방법에서 정의된 배치들보다 독립성향이 더 보장될 것으로 기대된다.

### 2.1 전통적인 배치 신뢰구간 추정: 방법1

이 방법은 Seila[13]가 재생시행, 독립 반복시행, 비재생시행 등 여러 시물레이션 형태에서 백분율 추정 방법을 소개한 내용 중에 비재생시행 시물레이션에서 비독립적인 관찰값을 독립적인 배치로 나눈 후, 모든 배치를 하나의 그룹으로 보고 백분율을 추정하는 방법



<그림 1> 두개의 그룹 배치.

이다.

분포함수  $F(y)$ 의  $100p^{\text{th}}$  백분율은

$$\inf\{y: F(y) \geq p\} \tag{1}$$

으로 정의된다.

$N$ 개의 확률변수  $Y_1, Y_2, \dots, Y_N$ 을 비재생 시행 통계적인 과정이라고 할 때, 배치 크기가 동일하게  $m$ 인  $k$ 개 인 배치로 나눈다. 따라서  $N=mk$ 이다. 배치 크기는 자기 상관 관계와 상관 관계 수준인  $\hat{\delta}$  를 비교해서 구한다. 여기서  $\hat{\delta}$  는 작은 값을 사용하므로 배치들간에 독립성을 가정한다.  $i$ 번째 배치  $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ 의 순서 통계량(Order Statistics)을  $Y_{(1)} \leq Y_{(2)} \leq \dots \leq Y_{(m)}$ 으로 표시한다. 이때,  $i$ 번째 배치의 샘플  $100p^{\text{th}}$  백분율은

$$Q_i = Y_{(l \lfloor mp \rfloor + 1)}^i \tag{2}$$

이다. 여기서  $\lfloor a \rfloor$  는  $a$ 보다 작거나 같은 최대 정수이다.

$m$ 이 충분히 큰 값일 때  $Q_i$ 는 근사적으로 정규분포를 따른다[7]. 이때,  $100p^{\text{th}}$  백분율에 대한 추정치를 샘플  $100p^{\text{th}}$  백분율의 평균

$$\bar{Q} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k Q_i \tag{3}$$

으로 하자. 샘플  $100p^{\text{th}}$  백분율의 분산

$$\hat{\sigma}^2(Q_i) = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (Q_i - \bar{Q})^2 \tag{4}$$

을 사용하여  $100p^{\text{th}}$  백분율에 대한 신뢰수준  $1-\alpha$  의 신뢰구간을

$$\bar{Q} \pm t_{\alpha/2, k-1} \hat{\sigma}(Q_i) / \sqrt{k} \tag{5}$$

으로 한다.

2.2 Bonferroni 동시 신뢰구간 추정: 방법2

Bonferroni 동시 신뢰구간은 그룹 X와 그룹 Y에서 각각의 신뢰구간을 결합하는 방법으로 그 절차는 다음과 같다.

먼저, n개의 배치로 이루어진 그룹 X에 대해 식(2)의 순서 통계량을 이용하여 배치 i의 샘플 100p<sup>th</sup> 백분율 Q<sub>X,i</sub>를 얻는다. 이때, 그룹 X의 100p<sup>th</sup> 백분율에 대한 추정치를 샘플 100p<sup>th</sup> 백분율의 평균

$$\bar{Q}_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_{X,i} \tag{6}$$

으로 하자. 그룹 X의 100p<sup>th</sup> 백분율에 대한 신뢰수준 1-α의 신뢰구간을

$$\bar{Q}_X \pm t_{\alpha/2, n-1} \hat{\sigma}(Q_{X,i}) / \sqrt{n} \tag{7}$$

으로 한다.

같은 방법으로 그룹 Y에 대해서도 신뢰구간을 얻는다. 그룹 X와 그룹 Y의 신뢰하한 중에서 최대값을 Bonferroni 동시 신뢰구간의 신뢰하한으로 하고, 그룹 X와 그룹 Y의 신뢰상한 중에서 최소값을 Bonferroni 동시 신뢰구간의 신뢰상한으로 한다.

2.3 붓스트랩-Bonferroni 동시 신뢰구간 추정: 방법3

이 방법은 앞의 Bonferroni 동시 신뢰구간 추정 방법에 재추출 방법의 하나인 붓스트랩(Bootstrap)을 적용하는 방법이다[2, 14]. 100p<sup>th</sup> 백분율에 대한 붓스트랩-Bonferroni 동시 신뢰구간을 구하는 절차는 다음과 같다.

먼저, 그룹 X에 해당하는 n개의 샘플 100p<sup>th</sup> 백분율 Q<sub>X,1</sub>, ..., Q<sub>X,n</sub>을 정렬한 후, 각각의 샘플 100p<sup>th</sup> 백분율에 대해 1/n의 동등한 확률을 부여한다. 복원 샘플링 방법을 이용해서 n개의 붓스트랩 샘플(Q<sub>X,1</sub><sup>\*</sup>, ..., Q<sub>X,n</sub><sup>\*</sup>)을 추출한 후, 이들의 평균으로 첫 번째 붓스트랩 샘플

100p<sup>th</sup> 백분율  $\bar{Q}_{X,1}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_{X,i}^*$  을 계산한다. 이와 같은 과정을 B번 반복해서 B개의 붓스트랩 샘플 100p<sup>th</sup> 백분율

Q<sub>X,1</sub><sup>\*</sup>, ..., Q<sub>X,B</sub><sup>\*</sup>를 구한다. 여기서 B는 충분히 큰 값이다. 이때, 그룹 X의 100p<sup>th</sup> 백분율에 대한 추정치를 붓스트랩 샘플 100p<sup>th</sup> 백분율의 평균

$$\bar{Q}_X^* = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \bar{Q}_{X,i}^* \tag{8}$$

으로 하자. 그룹 X의 100p<sup>th</sup> 백분율에 대한 분산추정치는

$$V_X^* = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B (\bar{Q}_{X,i}^* - \bar{Q}_X^*)^2 \tag{9}$$

이다. 여기서 그룹 X의 100p<sup>th</sup> 백분율에 대한 신뢰수준 1-α의 신뢰구간은

$$\bar{Q}_X^* \pm t_{\alpha/2, n-1} \sqrt{V_X^*} \tag{10}$$

이다.

같은 방법으로 그룹 Y에 대해서도 신뢰구간 추정치를 얻는다.

앞에서 Bonferroni 동시 신뢰구간 추정 방법과같은 방법을 적용하여 붓스트랩-Bonferroni 동시 신뢰구간 추정치를 얻는다.

3. 시뮬레이션 결과

본 연구에서 제시한 방법들의 타당성을 검증하기 위해 M/M/1 대기행렬 모델과 AR(1) 시계열 모델에 적용한다.

일반적으로 시스템의 특성에 대한 참값을 해석적으로 구할 수 없는 경우가 흔히 발견되는데 이런 경우 시뮬레이션이 대표적인 수단으로 이용되고 있다. M/M/1 대기행렬 모델에서 대기 시간의 백분율에 관한 참값은 해석해가 존재하지 않으므로 시뮬레이션 수행을 이용하여 그 추정치를 구할 수 있다. 이 실험에서는 10,000개의 관찰값을 근거로 하여 백분율을 구하는 절차를 1,000번 반복해서 유의수준 0.05를 적용한다. AR(1) 시계열 모델의 백분율에 관한 참값은 해석해가 존재하므로 이론적으로 얻는다.

붓스트랩 반복 회수는 쿨수록 좋겠지만 본 연구에서는 500을 선택하고, 이상적인 붓스트랩 반복 회수를 선택하는 문제는 본 연구의 초점에서 벗어나기 때문에

다루지 않는다.

모든 배치를 하나로 볼 때의 배치 크기와 두개의 그룹으로 나눌 때의 배치 크기는 같은 크기의 관찰값으로 방법의 타당성을 비교해야 하기 때문에 이론적으로 계산된 배치 크기를 약간씩 조정해서 실험을 수행한다.

실험 반복 회수는 포함 확률을 0.005의 단위로 얻기 위해 200으로 선택한다. 초기의 일시적인 상태 제거는 Welch의 방법에 의하여 해결한다[10].

### 3.1 M/M/1 대기행렬 모델

비정규 모델인 대기행렬 시스템에서 가장 기본적인 M/M/1 대기행렬 모델에 대한 수행 척도로서 대기 시간의 백분율을 추정한다. 독립적인 배치를 만족하기 위하여 다음과 같은 절차를 적용한다.

모든 배치를 하나의 그룹으로 볼 때 독립성을 만족하기 위한 배치 크기  $m$ 과 모든 배치를 두개의 그룹으로 나눌 때의 배치 크기  $\nu$ 는 대기 시간의 자기 상관 관계를 사용하여 계산한다.

$Y_1, \dots, Y_s$ 을 안정상태의 통계적인 과정으로부터의 샘플이라고 하자.

$$\rho = \frac{\rho_m + \frac{1}{m} \sum_{s=1}^{m-1} s(\rho_s + \rho_{m-s})}{1 + 2 \sum_{s=1}^{m-1} (1 - \frac{s}{m}) \rho_s} \quad (11)$$

이다. 여기에서

$$\rho_s = \frac{(1-\tau)^s (1+\tau) \int_0^a t^{h+s-1} \frac{(a-t)^{h-1}}{(1-t)^s} dt}{2\pi\tau(2-\tau)} \quad (12)$$

는 대기 시간의 lag- $h$  자기 상관 관계이며,  $a = \frac{4\tau}{(1+\tau)}$ ,  $\tau = \frac{\lambda}{\mu}$  이고,  $\lambda$ 는 도착율,  $\mu$ 는 서비스율이다[4].

독립성을 위한 배치 크기  $m, \nu$ 는

$$|\bar{\rho}_1| \leq \delta, |\rho_\nu| \leq \delta \quad (13)$$

를 만족하는 최소값  $m$ 과  $\nu$ 이다. 여기서  $\delta$ 는 아주 작은 값으로 0.1로 잡는다.

<표 1>은 M/M/1 대기행렬 모델에서 대기 시간의 30<sup>th</sup> 백분율에 대한 추정 결과이다. 여기에서  $\lambda$ 는 3.2이고  $\mu$ 는 4.0이다. 초기치 제거 개수는 300이고 신뢰수준은

0.9이다. 본 시물레이션의 대상인 30<sup>th</sup> 백분율에 대하여 신뢰구간(0.1742 ± 0.0026)을 얻었다. 소수점 아래 세째 자리에서 차이가 있으므로 30<sup>th</sup> 백분율에 대한 참값으로 0.17을 사용하였다. 방법 3에서 관찰값이 적은 값인 경우에 포함 확률이 약간 떨어지지만 전체적으로 세가지 방법에서 참값의 포함 확률이 모두 신뢰수준에 근접해 있음을 알 수 있다. 제시된 두 방법은 전통적인 방법보다 특히 관찰값의 수가 적을수록 상대적으로 좁은 신뢰구간을 얻을 수 있어 짧은 수행시간과 노력으로 효과적인 결과를 기대할 수 있다. 방법 3이 방법 2보다 좁은 신뢰구간을 얻을 수 있는 것은 충분한 재추출을 통해 본래의 관찰값에서 야기될 수 있는 편이를 줄이고 있음을 나타내고 있다.

<표 2>는 같은 모델에서 60<sup>th</sup> 백분율에 대한 추정 결과이다. 60<sup>th</sup> 백분율에 대하여 신뢰구간(0.8782 ± 0.0039)을 얻었다. 소수점 아래 세째 자리에서 차이가 있으므로 60<sup>th</sup> 백분율에 대한 참값으로 0.87을 사용하였다. <표 1>의 실험 결과와 같은 결과를 얻었다.

다른 백분율에 대한 실험에서도 같은 결과를 얻는다.

### 3.2 AR(1) 시계열 모델

정규 모델인 AR(1) 시계열 모델에서 시스템 백분율을 관심의 대상으로 한다.

AR(1) 시계열 모델은

$$X_t = \mu + \Phi(X_{t-1} - \mu) + \epsilon_t, t=1, \dots, 1, \dots \quad (14)$$

이다. 여기서  $E[\epsilon_t] = 0, Var[\epsilon_t] = \sigma^2, |\Phi| < 1, t \neq s$ 인 경우에  $Cov[\epsilon_t, \epsilon_s] = 0$ 이다.

모든 배치를 하나의 그룹으로 볼 때 독립성을 만족하기 위한 배치 크기  $m$ 은 배치 평균들의 lag-1 자기 상관 관계가 주어질  $\delta$  보다 작은  $m$ 으로 계산된다. 즉, 배치 크기는

$$|\bar{\rho}_1| \leq \delta \quad (15)$$

를 만족하는 최소값  $m$ 이다. 여기서

$$\bar{\rho}_1 = \frac{\Phi^{m+1} - 2\Phi^{m+1} + \Phi}{2\Phi^{m+1} - m\Phi - 2\Phi + m} \quad (16)$$

이다[4].

모든 배치를 두개의 그룹으로 나눌 때의 배치 크기는 모든 lag 자기 상관 관계가  $\hat{\sigma}$  보다 작은  $\nu$ 로 계산된다. 즉, 배치 크기는

$$|p_\nu| \leq \delta \tag{17}$$

를 만족하는 최소값  $\nu$ 이다.

〈표 3〉은 AR(1)시계열 모델에서 시스템의 30<sup>th</sup> 백분율에 대한 추정 결과이다. 여기에서  $\mu$ 는 9.0이고  $\Phi$ 는 0.9이다.  $\varepsilon$ 는 평균이 0이고 분산이 1인 정규분포를 한

다. 초기치 제거 개수는 50이고 신뢰수준은 0.9이다. 세 가지 방법 모두 포함 확률이 신뢰수준에 근접해 있으며, M/M/1 대기행렬 모델의 실험 결과와 같이 제시된 두 방법은 전통적인 방법보다 관찰값이 적을수록 상당히 좁은 신뢰구간을 얻었다. 또한, 방법 3이 방법 2보다 좁은 신뢰구간을 얻는 것도 같다.

〈표 4〉는 같은 모델에서 60<sup>th</sup> 백분율에 대한 추정 결과이다. 〈표 3〉의 실험 결과와 같은 결과를 얻었다.

이 모델에서도 역시 다른 백분율에 대한 실험에서도 같은 결과를 얻는다.

〈표 1〉 M/M/1 대기행렬 모델 실험 결과

(30<sup>th</sup> 백분율)

관찰값 $N$	방법	방법 1		방법 2		방법 3	
		평균 신뢰 구간 폭	포함 확률	평균 신뢰 구간 폭	포함 확률	평균신뢰 구간 폭	포함 확률
600		1.82	0.875	1.25	0.88	0.98	0.855
816		1.18	0.90	1.04	0.895	0.89	0.895
1,200		0.83	0.91	0.80	0.915	0.72	0.905
1,520		0.72	0.915	0.74	0.905	0.68	0.89
2,100		0.54	0.885	0.54	0.90	0.51	0.90

〈표 2〉 M/M/1 대기행렬 모델 실험 결과

(60<sup>th</sup> 백분율)

관찰값 $N$	방법	방법 1		방법 2		방법 3	
		평균 신뢰 구간 폭	포함 확률	평균 신뢰 구간 폭	포함 확률	평균신뢰 구간 폭	포함 확률
600		5.21	0.875	2.97	0.88	2.24	0.85
816		2.22	0.89	1.97	0.895	1.68	0.885
1,200		1.43	0.895	1.33	0.90	1.20	0.90
1,520		1.25	0.905	1.21	0.895	1.11	0.89
2,100		0.96	0.885	0.94	0.89	0.87	0.89

〈표 3〉 AR(1) 시계열 모델 실험 결과

(30<sup>th</sup> 백분율)

관찰값 $N$	방법	방법 1		방법 2		방법 3	
		평균신뢰 구간 폭	포함 확률	평균신뢰 구간 폭	포함 확률	평균신뢰 구간 폭	포함 확률
352		5.64	0.89	2.97	0.90	2.50	0.89
528		4.84	0.88	2.14	0.905	1.91	0.89
704		3.58	0.90	1.75	0.91	1.60	0.90
968		3.42	0.91	1.35	0.89	1.27	0.89
1,936		1.06	0.89	0.94	0.885	0.91	0.88

〈표 4〉 AR(1) 시계열 모델 실험 결과

(60<sup>th</sup> 백분율)

관찰값 $N$	방법	방법 1		방법 2		방법 3	
		평균신뢰 구간 폭	포함 확률	평균신뢰 구간 폭	포함 확률	평균신뢰 구간 폭	포함 확률
352		5.82	0.885	3.20	0.905	2.69	0.89
528		5.04	0.875	2.22	0.91	1.98	0.89
704		4.34	0.90	1.83	0.89	1.67	0.885
968		3.33	0.905	1.44	0.885	1.35	0.90
1,936		1.12	0.895	0.98	0.875	0.95	0.88

#### 4. 결론

본 논문은 시스템의 특성치 가운데 평균값 이외의 다른 척도인 백분율 추정에 대한 연구이다. 비재생시행 시뮬레이션에서 배치 평균 방법을 응용하여, Bonferroni 동시 신뢰구간 추정과 붓스트랩을 적용한 Bonferroni 동시 신뢰구간 추정에 대한 방법과 절차를 제시하였다. 두 방법은 모두 이해하기 쉽고, 적용하기도 쉽다.

이 방법들의 타당성을 입증하기 위해서 모집단이 비정규성인 대기행렬 모델과 모집단이 정규성인 시계열 모델에 적용한 결과, 제시된 방법들은 포함 확률면에서 문제가 없어 적절히 적용됨을 알 수 있다. 또한, 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 제시된 두 방법은 전통적인 방법보다 적은 수의 관찰값으로 신뢰성있는 추정치를 얻는다. 둘째, 붓스트랩-Bonferroni 동시 신뢰구간 추정법은 단순히 Bonferroni 동시 신뢰구간 추정법을 적용한 방법보다 더 좋은 추정 결과를 얻었다.

결론적으로 본 연구에서 제시한 방법 및 절차는 상대적으로 적은 수의 관찰값으로 보다 신뢰성있는 추정치를 얻을 수 있으며, 지금까지 평균값에 치중된 안정 상태 시뮬레이션 출력 분석에서 한 걸음 나아가 위치 척도의 문제에 있어 다양한 백분율 추정 방법에 기여할 것으로 기대된다.

앞으로의 연구 과제는 붓스트랩 적용에 있어 스무딩 붓스트랩 방법(Smoothing Bootstrap Method)[5, 14]과 분산 감소 기법의 하나인 대조 붓스트랩 재추출 방법(Antithetic Bootstrap Resampling Method)[6, 14]을 사용하는 문제를 고려할 수 있다. 또한, 중첩 배치 백분율

추정 방법과 다수 측도 백분율 추정 방법에 대한 연구도 가치가 있을 것으로 생각된다.

#### 참고문헌

- [1] Booth, J. G. and Hall, P., "Monte-Carlo approximation and the iterated bootstrap," *Biometrika*, Vol. 81, No. 2, pp. 331-349, 1994.
- [2] Bradley, E., *The Jackknife, the Bootstrap and Other Resampling Plans*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, Pennsylvania, 1990.
- [3] Conover, W. J., *Practical Nonparametric Statistics*, Ed. 2, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1980.
- [4] Daneash, A. M., *Confidence Interval Estimation of the Steady-State Mean Value of a Simulation Output Process*, Ph. D. Thesis, University of Southern California, Industrial and Systems Engineering, 1986.
- [5] DeAngelis, D. and Young, D.V., "Smoothing the bootstrap," *International Statistical Review*, Vol. 60, No. 1, pp. 45-56, 1992.
- [6] Hall, P., "Antithetic resampling for the bootstrap," *Biometrika*, Vol. 76, No. 4, pp. 713-724, 1989.
- [7] Heidelberger, P. and Lewis, P. A. W., "Quantile estimation in dependent sequences," *Operations Research*, Vol. 32, No. 1, pp. 185-209, 1984.
- [8] Law, A. M., "Confidence intervals in discrete event simulation: a comparison of replication and batch means," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 24, No. 4, pp. 667-678, 1977.
- [9] Law, A. M., "Statistical analysis of simulation output

- data," *Operations Research*, Vol. 31, No. 6, pp. 983-1029, 1983.
- [10] Law, A. M. and Kelton, W. D., *Simulation Modeling and Analysis*, Ed. 2, McGraw Hill, Inc., Singapore, 1991.
- [11] Raatikainen, K. E. E., "Simultaneous estimation of several percentiles," *Simulation*, Vol. 49, No. 4, pp. 159-164, 1987.
- [12] Seila, A. F., "A batching approach to quantile estimation in regenerative simulations," *Management Science*, Vol. 28, No. 5, pp. 573-58, 1982.
- [13] Seila, A. F., "Estimation of percentile in discrete event simulation," *Simulation*, Vol. 39, No. 6, pp. 193-200, 1982.
- [14] Shao, J. and Tu, D., *The Jackknife and Bootstrap*, Springer, New York, 1990.
- [15] Taylor, C. C., "Bootstrap choice of the parameter in kernel density estimation," *Biometrika*, Vol. 76, No. 4, pp. 705-712, 1989.

● 저자소개 ●



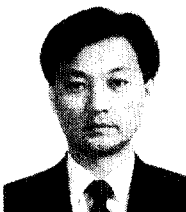
김성인

서울대학교 경제학과와 응용수학과에서 학사 학위, 한국과학원에서 석사 및 박사 학위를 취득하였고, 현재 고려대학교 산업공학과 교수이다. 대한산업공학회 부회장, 고려대학교 정보전산원 원장을 역임하였다. 저서로 베르누이 시행의 통계적 분석, 통계적 품질관리 등이 있으며, 논문을 *Technometrics*, *Journal of Quality Technology*, *Expert Systems with Applications*, *Computers and Operations Research*, *Operations Research Letters*, *Computers and the Law*, *Communications in Statistics*, *Statistics and Probability Letters*, *Naval Research Logistics*, *Transportation Science*, *Industrial Engineering*, *Discrete Applied Mathematics*, *Industrial Engineering Transactions* 등에 발표하였다. 관심분야는 지능형 품질관리, 지능형 교통 시스템, 인공지능 및 응용통계 등이다.



김세영

1996년 한성대학교 산업공학과 학사  
1998년 고려대학교 산업공학과 석사  
관심분야 시뮬레이션, 인공지능, 품질관리



홍윤기

1980년 고려대학교 산업공학과 학사  
1985년 남가주대학교(USC) 산업공학과 석사  
1989년 남가주대학교(USC) 산업공학과 박사  
1991년 캘리포니아 주립대(노스리지) 경영학과와 조교수  
1991년 ~ 현재 Systems Simulation, War-Game Analysis