

# 밀도가 변하는 지하수흐름과 용질의 수송을 위한 정확한 수치모델의 개발

## Development of an Accurate Numerical Model for Density-Dependent Groundwater Flow and Solute Transport

박 남 식\*

Park, Nam Sik

---

### Abstract

A new numerical model was developed to simulate density-dependent ground water flow and solute transport. Accuracy of a numerical model depends upon how well it simulates advection dominant situations because numerical oscillations can spoil solutions for these situations. Nonlinear oscillation-absorption finite element method, based on the variational principle, was employed. Unlike previous numerical models, this model can easily be expanded for more complex situations. Accuracy of the model is evaluated by comparing with analytical solutions and results of other numerical model.

*Keywords:* oscillation-absorption FEM, density-dependent solute transport modeling

---

### 요 지

밀도가 변하는 지하수의 흐름과 용질의 수송 현상을 정확히 모델링할 수 있는 수치모델을 개발하였다. 수치모델의 정확도는 이송이 지배적인 경우에 발생하는 수치진동을 피할 수 있어야 얻을 수 있다. 이를 위하여 변분법에 기초한 비선형 수치진동흡수 유한요소법을 적용하였다. 개발된 수치모델은 기존 수치모델들과 달리 확장성이 뛰어나다. 본 수치모델의 정확도를 해석해와 다른 수치모델 결과와 비교하여 평가하였다.

**핵심용어:** 수치진동흡수 유한요소모델, 밀도 종속, 용질 수송 모델링

---

\* 동아대학교 공과대학 토목공학과 조교수

# 1. 서 론

오염물의 거동을 묘사하는 수송(이동)식의 기본적 형태는 다음의 이송-확산식이다.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{vc} = \nabla \cdot (\mathbf{D} \cdot \nabla c) \quad (1)$$

여기서  $c$ 는 용질의 농도[질량/부피],  $v$ 는 유속벡터,  $D$ 는 확산계수,  $\nabla$ 은 경사(gradient)연산자이다. 식 (1)의 근사해를 구하기 위하여 일반적으로 유한요소법이나 유한차분법이 사용된다. 그런데 주어진 문제에서 이송과 확산 중 어느 것이 지배적이나에 따라 수치해의 정확도가 좌우된다. 이송과 확산의 상대적 중요성은 확산계수, 유속, 그리고 격자크기( $h$ )의 함수인 격자 Peclet 수( $Pe = |v|h/|D|$ )로 나타낼 수 있다. 확산이 지배적인 경우(작은 Peclet 수)에는 정확한 수치해를 구하는 것이 용이하나, 이송이 지배적인 경우에는 Fourier 요소의 위상오차로 인한 수치진동이 생겨 정확한 수치해를 구하는 것이 어렵다. 이 때 Peclet수 기준은 정상상태의 수송문제에서는 2, 부정상태에서는 약 10 정도인 것으로 알려져 있다 (Price 등, 1966). 따라서 충분히 작은 격자를 사용하면 정확한 수치해를 얻을 수 있지만 대규모의 실질적 문제에서는 위의 기준을 만족시키는 것이 거의 불가능하다 (표 1).

이송이 지배적인 경우에 수치진동을 제어하기 위한 많은 연구가 진행되었다. 국내에서는 이송항과 확산항을 분리하여 별도의 수치방법을 적용하는 연산자분리방법을 중심으로 연구가 진행되어 왔다(서승원, 1993; 전경수와 이길성, 1994; 서일원과 김대근, 1994; 이정규 등, 1997). 연산자분리방법에서는 이송과 확산 부분에 별도의 적합한 수치방법을 적용시킬 수 있다는 이점이 있다. 일반적으로 쌍곡선형인 이송식은 특성곡선방법(method of characteristics)으로, 타원형인 확산

**표 1. 최근의 지하수수질 모델링 연구에 사용된 격자 Peclet 수 (박남식과 이용곤, 1997)**

| 연직방향 길이 | 절점의 수 | 확산 지수 | 최대격자 Peclet 수 | 저 자                   |
|---------|-------|-------|---------------|-----------------------|
| 50      | 10    | 5     | 1             | Huyakorn 등(1987)      |
| 66.7    | 11    | 1.67  | 4             | Andersen 등 (1988)     |
| 300     | 20    | 2     | 7.5           | Herbert 등 (1988)      |
| 30      | 31    | 0.1   | 10            | Zhang과 Schwartz(1995) |
| 300     | 6     | 5     | 12            | Frind (1982)          |
| 150     | 39    | 0.2   | 237           | Voss와 Souza (1987)    |
| 34      | 4     | 0.004 | 2500          | Xue(1995)             |

식은 표준 Galerkin방법 등을 적용한다. 이 방법의 정확도는 물론 이송식의 해법에 달려 있다. 이송 부분을 위한 특성곡선방법은 두 단계로 구성된다. 먼저 특성곡선의 경로를 계산하고, 두 번째로 특성곡선 시발점에서 농도를 보간법으로 계산한다. 특성곡선의 경로는 유속벡터를 시간에 대하여 적분하여 얻는다. 이때 흐름이 정상상태(특히, 1차원)인 경우에는 정확한 경로계산이 가능하다. 그런데 농도의 보간에서 보간방법에 따라 수치확산이나 수치진동이 발생하여 해의 정확도를 떨어뜨린다. 보간함수로는  $C^0$ -연속인 Lagrange 다항식보다  $C^1$ -연속인 Hermite 다항식이 더 정확한 것으로 알려져 있다 (Holly와 Preissman, 1977; 서승원, 1993; 이희영 등, 1995).

특성곡선방법은 나름대로의 장점을 가지고 있으나 아직도 해결해야할 문제점들이 있다. 먼저 흐름이 부정상태이고 다차원인 경우 특성곡선의 경로를 정확히 구하는 것이 간단한 문제가 아니다. Binning과 Celia (1996)는 이러한 문제를 해결하기 위하여 시간-공간 연속의 유한요소를 제안하였다. 이 방법은 Varoglu와 Finn(1978)이 제안했던 유한요소법과 유사한 것으로 특성곡선추적에 관한 어려움을 해소한다. 그러나 두 방법 모두 유한요소의 차원이 하나 증가한다는 것이 큰 단점이다. 그 외에도 특성곡선방법은 하루에 지정된 농도경계 조건을 만족시키지 못하고, 농도뿐 아니라 농도의 1, 2차 도함수 수송문제를 별도로 풀어야 하는 등의 어려움이 있다. 이송이 지배적인 경우에 특성곡선방법의 어려움을 피하면서 기존의 Eulerian격자를 활용하는 고도(higher order)의 수치방법들이 개발되었다. 예를 들면 Donea 등(1987)은 Taylor-Galerkin 방법을, Park과 Liggett(1991)은 Taylor-least squares 방법을 제시하였다. 이 기법들은 수송식 시간항의 이산화에 higher-order항들을 포함하는 방법으로 부정류나 다차원 문제에도 쉽게 확장 적용이 가능하다.

위에 소개된 방법들은 나름대로의 장점을 가지고 있으나 근본적으로 수치진동을 완전히 제거하지는 못하였다. Layton과 Polman(1995)은 변분법(variational principle)에 기초한 수치진동흡수 유한요소법을 개발하였다. 이 방법은 수치진동이 발생하는 곳에서 인위적 생성항(source)이나 소멸항(sink)으로 수치진동을 제거하는 기법으로 기존의 방법들보다 수치진동의 억제에는 더 효과적이다. 유체의 밀도가 일정하면 수송식의 해가 부정확해도 흐름식의 해의 정확도에는 아무런 영향을 미치지 않는다. 그러나 유체의 밀도가 농도에 따라 변화하면 흐

름장도 농도분포의 영향을 받는다. 이러한 경우는 하구의 염수쟁기침투(Fischer 등, 1979), 해안의 지하수 개발(Xue 등, 1995), 쓰레기/핵폐기물매립장의 침출수(Herbert 등, 1988; Zhang와 Schwartz, 1995; 이승한 등, 1997) 등의 문제에서 발생한다. 흐름식과 수송식이 상호 종속적이고 이송이 지배적인 경우에는 기존 수치모델들의 정확도가 충분하지 않음이 조사된 바 있다(박남식과 이용근, 1997). 어려움을 단적으로 보여주는 한 예로 핵폐기물을 저장하는 지하의 아염광(salt dome) 부근의 지하수흐름과 용질의 수송문제에 대하여 두 연구 그룹(Herbert 등, 1988; Oldenburg와 Pruess, 1995)이 서로 완전히 다른 수치해를 제시한 바 있으며 그에 대하여 여러 그룹 사이에 토의가 있었으나 결론이 나지 않은 상태이다. (Johns와 Rivera, 1996; Oldenburg 등, 1996). 따라서 상호 종속적인 흐름식과 수송식에 대한 모델링에서 수송식의 정확한 해는 절대적으로 필요하다. 이 경우 유속이 농도의 함수이므로 전술한 특성곡선방법에서 경로추적은 만약 현실적으로 불가능하지 않다면 매우 어렵다.

본 연구에서는 밀도가 변하는 경우의 지하수 흐름과 용질 수송의 정확한 모델링을 위한 흡수유한요소 수치 모델을 개발하였다. 본 모델의 정확도는 해석해와 표준 Galerkin방법 수치모델결과와의 비교를 통하여 평가하였다. 개발된 모델은 기존 수치방법들의 단점인 수치확산, 수치진동, 부정상태나 다차원으로의 제한적 확장성 등을 극복할 수 있다.

## 2. 수치방법의 개발

지하수 밀도가 용질 농도의 함수인 경우 1차원 정상 상태의 이송-확산 방정식은

$$\frac{d}{dz} \left( \rho \phi v c - \rho \phi D \frac{dc}{dz} \right) = 0 \quad (2)$$

여기서  $\rho$ 는 지하수 밀도,  $\phi$ 는 대수층의 유효공극율,  $v$ 는 Darcy 흐름률,  $c$ 는 용질의 농도(용질의 질량/용액의 부피)이다. 지하수 흐름 방정식은

$$\frac{d}{dz} \left( -\frac{\rho k}{\mu \phi} \left( \frac{dp}{dz} + \rho g \right) \right) = 0 \quad (3)$$

여기서  $k$ 는 고유투수계수(intrinsic permeability),  $\mu$ 는 점성계수,  $p$ 는 압력,  $g$ 는 중력가속도이다. 용질의 이송을 결정하는 Darcy 흐름률은

$$v = -\frac{k}{\mu \phi} \left( \frac{dp}{dz} + \rho g \right) \quad (4)$$

확산계수는 기계확산과 분자확산으로 구성된다.

$$D = \alpha |v| + D_m \quad (5)$$

여기서  $\alpha$ 는 확산지수,  $D_m$ 은 분자확산계수이다. 지하수 밀도는 다음과 같이 농도의 선형 함수로 나타낼 수 있다.

$$\rho = \rho_f + a c \quad (6)$$

여기서  $\rho_f$ 는 담수의 밀도,  $a$ 는 비례상수이다. (2)와 (3)은 비선형 연립미분방정식으로 잔차가중법(weighted residual method)을 사용하여 이산화될 수 있다.

$$\rho \phi D \left( \frac{d\hat{c}}{dz}, \frac{dw}{dz} \right) + \rho \phi v \left( \frac{d\hat{c}}{dz}, w \right) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\rho k}{\mu \phi} \left( \frac{d\hat{p}}{dz}, \frac{dw}{dz} \right) - \frac{\rho a g k}{\mu \phi} \left( \frac{d\hat{c}}{dz}, w \right) = 0 \quad (8)$$

여기서 함수의 내적은

$$(f, g) = \int_{\Omega} f g d\Omega \quad (9)$$

로 정의되고,  $w$ 는 가중함수, 농도와 압력에 대한 검사 함수(trial function)는 각각

$$\hat{c} = c_i N_i \quad (10)$$

$$\hat{p} = p_i N_i \quad (11)$$

여기서  $c_i$ 와  $p_i$ 는 절점에서의 농도와 압력값,  $N_i$ 는 선형 기저함수이다. 위 식들의 유도과정에서 농도와 압력 외의 변수들은 평균값을 사용하였다.

(2)식은 표준 유한요소식으로 이송이 지배적인 경우에는 overshoot ( $c_i > c_{max}$ )나 undershoot ( $c_i < c_{min}$ )의 수치진동이 발생한다. 여기서  $c_{min}$ 과  $c_{max}$ 는 경계 조건(그리고 부정상태의 경우 초기조건)에서 나타나는 농도의 최소값과 최대값이다. 수치진동흡수 유한요소법은 이산화된 수송식(2)에 아래의 수치진동흡수항을 첨가시킨다.

$$A(\hat{c}) = \frac{\min(\hat{c} - c_{min}, 0) + \max(\hat{c} - c_{max}, 0)}{\delta} \quad (12)$$

흡수항의 크기는 overshoot이나 undershoot의 크기에 비례하며 계수는

$$\delta = \begin{cases} \delta_s D & \text{when } D \leq h^2 \\ \delta_s h & \text{when } D \leq h \\ \delta_s h^2 & \text{when } D > h \end{cases} \quad (13)$$

이며  $\delta_s$ 는 경험적으로 결정되어야 하는 scaling factor로 1-10 사이의 범위의 값을 사용한다.

위 흡수항은 undershoot 절점에서는 생성항, overshoot 절점에서는 소멸항이 되어 수치진동을 제거한다. 위의 흡수항에 잔차가중법을 적용시킨 후 수송식에 첨가하면 아래 식이 된다.

$$\rho\phi D\left(\frac{d\hat{c}}{dz}, \frac{dw}{dz}\right) + \rho\phi v\left(\frac{d\hat{c}}{dz}, w\right) + (A(\hat{c}), w) = 0 \quad (14)$$

기저함수  $N_i$ 를 가중함수로 사용하고, 전체  $M$ 개의 요소들에 대한 유한요소식을 취합한 후 행렬식의 형태로 나타내면

$$K \cdot x + r = 0 \quad (15)$$

계수행렬은  $2(M+1)$  by  $2(M+1)$  로

$$K = \begin{bmatrix} K^{cc} & 0 \\ K^{bc} & K^{bb} \end{bmatrix} \quad (16)$$

크기가 각각  $M+1$  by  $M+1$ 인 부행렬  $K^{cc}$ ,  $K^{bc}$ ,  $K^{bb}$ 로 구성된다. 이들은

$$K^{cc}_{ij} = \frac{2\rho\phi D}{h} \int_{\Omega_e} \frac{dN_i dN_j}{dz} d\Omega + \rho\phi v \int_{\Omega_e} N_i \frac{dN_j}{dz} d\Omega \quad (17)$$

$$K^{bc}_{ij} = -\frac{\rho\phi k g}{\mu\phi} \int_{\Omega_e} N_i \frac{dN_j}{dz} d\Omega \quad (18)$$

$$K^{bb}_{ij} = \frac{2\rho k}{h\mu\phi} \int_{\Omega_e} \frac{dN_i}{dz} \frac{dN_j}{dz} d\Omega \quad (19)$$

부행렬  $K^{bc}$ 는 수송식과 흐름식에 대한 연결항으로 지하수 밀도가 일정한 경우에는  $K^{bc}=0$ 이 된다. 미지수 벡터는

$$x = \begin{bmatrix} c \\ p \end{bmatrix} \quad (20)$$

농도와 압력벡터는

$$c = [c_0, c_1, \dots, c_M]^T \quad (21)$$

$$p = [p_0, p_1, \dots, p_M]^T \quad (22)$$

그리고 수치진동 흡수벡터는

$$r = \begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

여기서

$$a_i = \int_{\Omega_{ei}} (A(\hat{c}), N_i) d\Omega \quad (24)$$

$$\approx \frac{1}{\delta} [\min(c_i - c_{\min}, 0) + \max(c_i - c_{\max}, 0)]$$

연립방정식 (15)는  $K$ 와  $r$ 이 농도와 압력의 함수이므로 비선형이다. 비선형식의 처리에는 국부적 수렴성(local convergence)의 단점이 개선된 아래와 같은 수정된 Newton-Raphson 반복법(Press 등, 1992)을 사용하였다.

set  $x^{(0)}$ ,  $k=0$  Do Solve for  $d^{(k)}$ :

$$Jd^{(k)} = -e(x^{(k)}), \quad x^{(k+1)} = x^{(k)} + \tau_k d^{(k)}$$

$$k = k+1 \text{ while } \|e(x^{(k)})\|_2 > TOL$$

여기서  $J$ 는 Jacobian 행렬,  $\tau_k \in [0,1]$ 는 잔차벡터의  $L^2$  norm  $\|e(x^{(k)})\|_2$ 를 감소시키는 방향으로 line search(Press 등, 1992) 방법으로 찾을 수 있다.  $TOL$ 은 허용오차이다.

### 3. 수치실험

위에서 개발된 수치진동흡수 유한요소법의 정확성을 조사하기 위하여 길이( $L$ )가 2m인 흙기둥에서 해수의 연직 방향 수송에 대하여 수치실험을 수행하였다. 주요 변수는 다음과 같다.

$$a = 0.025 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}, \quad \alpha = 0.04 \text{ m},$$

$$D_m = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 10^{-10} \text{ m}^2, \quad \phi = 0.4.$$

정확성 조사를 위하여 해석해(Park, 1996)와 비교하였다. 또한 수치기법들 사이의 상대적 비교를 위하여 표준 Galerkin 방법으로 개발된 기존의 수치모델(Huyakorn 등, 1987)을 사용하였다. 수치실험에는 흙기둥을 10개의 요소( $h=0.2$  m)로 나누었다. 따라서 격자 Peclet 수는 약 5로서 한계 격자 Peclet 수(=2)를 약간 초과하였다. 격자  $Pe$  수 5는 그다지 크지 않은 수이다(표 1.). 그러나 표준 Galerkin 방법의 경우 이에 대해서도 큰 수치진동을 보이므로 비교에는 충분하다.

흐름과 용질의 수송 형태를 결정하는 경계조건은 두 가지를 사용하였다. 첫 번째 경우로

$$p(0) = 29.4 \text{ kPa}, \quad p(2) = 0 \text{ kPa}, \quad c(0) = 1, \quad c(2) = 0$$

위의 경계조건은 지하수와 용질이 모두 중력의 반대 방향으로 이동하게 한다. 그런데 이송이 확산보다 지배적

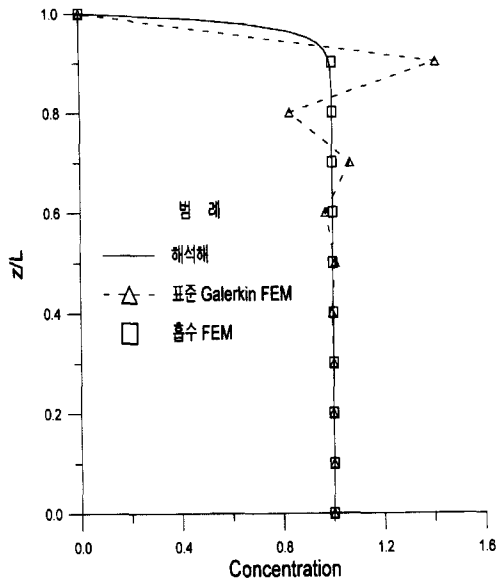


그림 1.  $z=2$  m 부근에서 경계층이 존재하는 농도분포

이기 때문에 흡기동의 거의 모든 부분에서  $c=1$ 이고,  $z=2$  m 부근에 경계조건에 의하여 농도 분포의 경계층이 형성된다. 두 유한요소법에 의한 수치해와 해석해의 농도분포를 무차원 연직좌표( $z/L$ )에 대하여 그림 1에 도시하였다. 표준 유한요소법은 경계부근에서 40% 이상의 큰 수치진동을 보이는데 흡수 유한요소법은 거의 진동 없이 해를 잘 나타내고 있다.

비선형 흡수항의 거동과 수정 Newton-Raphson 방법의 global 수렴성을 조사하기 위하여 용질의 수송식에  $c=-0.1, 0.5, 1.1$ 의 세 가지 초기값을 적용하여 수치실험을 수행하였다. 여기서  $-0.1$ 과  $1.1$ 은 농도의 최소치( $c_{min}=0$ )와 최대치( $c_{max}=1$ )를 초과하는 값으로 수치진동흡수항을 발효케한다. 또한  $-0.1$ 과  $0.5$ 의 초기값은 해석해( $c \approx 1$ )와 크게 다르기 때문에 표준 Newton-Raphson방법은 수렴한다는 보장을 할 수 없다.

본 연구에서 제시한 수치모델은 세 가지 초기값에 대하여 모두 정확한 해에 수렴하였다. 소요된 반복회수는 각각 33, 18, 3회로 초기값이 해석해와의 차이가 클수록 많은 회수의 반복이 필요하였다. 그러나 수정된 Newton-Raphson방법은 다수의 반복과정을 거치면서 해에 안정적으로 수렴함을 나타낸다.

세 가지 초기값에 대한 수치실험의 반복과정에서 나타나는 최대수치진동오차와 흡수항의 변화를 표 2-4에 수록하였다. 최대수치진동오차는 다음과 같이 정의된다.

$$\varepsilon = \max_{i \in [0, M]} (c_i - c_{max}) + \min_{i \in [0, M]} (c_i - c_{min}) \quad (25)$$

초기값  $-0.1$ (표 2)은 undershoot이므로 흡수항은 생성항( $\langle \rangle$ )으로 작용하였다. 표에서 나타나는 것처럼  $-0.1$ 의 undershoot는 1회의 반복으로 거의 제거되었다. 그런데 반복이 진행되고 소규모의 overshoot ( $\approx 0.0001$ )를 포함한 해에 수렴하였다. 초기값이  $0.5$ (표 3)인 경우에는 반복의 초기에는 흡수항이 나타나지 않았다. 그러나 수렴된 해는 동일한 규모의 overshoot를 포함하고 있다. 초기값이  $1.1$ (표 4)인 경우는 overshoot에 해당한다. 따라서 흡수항은 소멸항( $\langle \rangle$ )이 되어 수치진동을 제거하였고 수렴된 해는 역시 동일한 크기의 overshoot를 포함하였다.

여러 가지 초기값에 대한 위의 실험에서 모두 동일한 크기( $10^{-4}$ % 이내의 오차)의 수치진동오차를 가지고 해에 수렴하였다. 이는 scaling factor  $\delta_s$ 의 영향이다. 본 수치실험에서는  $\delta_s=3$ 을 사용하였다.

표 2. 수송식의 초기값으로  $c=-0.1$ 이 사용된 경우 최대 수치진동 오차와 흡수항의 변화

| 반복 회수 | 최대 수치진동 오차             | 흡수항     |
|-------|------------------------|---------|
| 0     | -0.1                   | -1334.0 |
| 1     | $-5.5 \times 10^{-17}$ | 0.0     |
| 31    | $1.7 \times 10^{-7}$   | 0.0011  |
| 32    | $1.08 \times 10^{-4}$  | 0.724   |
| 33    | $1.08 \times 10^{-4}$  |         |

표 3. 수송식의 초기값으로  $c=1$ 이 사용된 경우 최대 수치진동 오차와 흡수항의 변화

| 반복 회수 | 최대 수치진동 오차            | 흡수항   |
|-------|-----------------------|-------|
| 16    | $2.27 \times 10^{-5}$ | 0.151 |
| 17    | $9.48 \times 10^{-5}$ | 0.633 |
| 18    | $1.08 \times 10^{-4}$ |       |

표 4. 수송식의 초기값으로  $c=1.1$ 이 사용된 경우 최대 수치진동 오차와 흡수항의 변화

| 반복 회수 | 최대 수치진동 오차            | 흡수항    |
|-------|-----------------------|--------|
| 0     | 0.1                   | 1334.0 |
| 1     | $7.8 \times 10^{-5}$  | 0.524  |
| 2     | $1.08 \times 10^{-4}$ | 0.724  |
| 3     | $1.08 \times 10^{-4}$ |        |

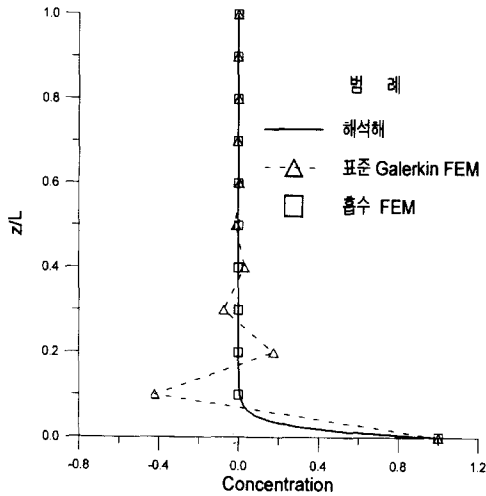


그림 2.  $z=0m$  부근에서 경계층이 존재하는 농도분포

더 작은 값의  $\delta_s$ 를 사용하면 위의 수치진동은 더욱 줄일 수 있다. 두 번째 수치실험에서는 흡기동의 양끝에서 압력을 모두 대기압으로 지정하여 지하수가 위에서 아래로 흐르도록 하였다. 이로 인하여 용질의 이송은 중력과 같은 방향, 확산은 중력반대방향으로 발생하여 이송과 확산이 서로 반대 방향으로 일어나는 경우이다.

$$p(0) = 0 \text{ kPa}, p(2) = 0 \text{ kPa}, c(0) = 1, c(2) = 0$$

두 번째 경우는 지하수의 유입부( $z=0$ )에서 용질의 농도가 0이므로 흡기동으로 유입되는 용질이 없다. 그러나 유출부에서 농도가 1이므로 확산현상에 의하여 용질이 흡기동 내로 유입된다. 유입된 용질은 지하수에 의하여 하류 방향으로 이송되어 다시 흡기동 밖으로 유출된다. 따라서 흡기동의 모든 위치에서 용질의 순 흐름률은 0이다. 본 수치실험에서는 이송이 확산에 비하여 지배적이므로 경계층이  $z=0$  부근에서 형성되고 수치진동이 발생한다. 수치실험 결과는 그림 2에 도시되었다. 전과 마찬가지로 흡수 유한요소법은 진동없이 해를 잘 나타내고 있다.

#### 4. 결 론

밀도가 변하는 경우에 지하수의 흐름과 용질의 수송 현상을 정확히 모델링할 수 있는 수치모델을 개발하였다. 본 모델의 핵심적 요소는 수송식에서 이송이 지배적인 경우에 발생하는 수치진동을 제어하는 비선형 수치진동흡수항이다. 이 흡수항은 기존의 upwinding 방

법과 달리 생성항 혹은 소멸항으로 작용하기 때문에 수치확산없이 수치진동을 제거한다. 또한 본 방법은 시간의 종속성이나 차원의 수에 관계없이 적용가능하기 때문에 연산자 분리방법과 특성곡선법에 기초한 ELM방법보다 확장성이 뛰어나다. 정확도 평가를 위한 수치실험결과와 본 모델은 이송이 지배적인 경우에도 수치진동을 거의 완전히 제거할 수 있는 것으로 나타났다.

#### 감사의 글

이 논문은 1996년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비 지원에 의한 결과로서 지원당국에 깊이 감사드립니다.

#### 참 고 문 헌

- 박남식, 이용곤 (1997). "밀도변화 지하수흐름과 수송에 대한 수치모델의 정확성 비교." *대한토목학회 논문집*, 제17권, 제11-1호, pp. 23-34.
- 서승원 (1993). "Eulerian-Lagrangian 모형을 이용한 연안해역의 확산해석." *한국해양공학학회지*, 제 5권, 제3호, pp. 173-181.
- 서일원, 김대근 (1994). "Eulerian-Lagrangian 방법을 이용한 1차원 중확산 방정식의 수치모형." *한국수문학회지*, 제27권, 제2호, pp. 155-165.
- 이승환, 정일문, 허준행, 조원철 (1997). "정상지하수 흐름을 갖는 층상대수층에서의 용질이동해석." *한국수자원학회논문집*, 제30권, 제1호, pp. 23-34.
- 이정규, 강창구, 이종인 (1997). "연산자 분리기법에 의한 1차원 이송-확산방정식의 수치모형." *한국수자원학회논문집*, 제30권, 제2호, pp. 143-154.
- 이희영, 이재철, 장석환, 정선길 (1995). "유한차분모형에 의한 일차원 이송-확산방정식 계산결과와의 비교." *한국수자원학회지*, 제28권, 제4호, pp. 125-136.
- 전경수, 이길성 (1994). "중확산방정식에 대한 Eulerian-Lagrangian 연산자 분리방법." *대한토목학회논문집*, 제14권, 제1호, pp. 131-141.
- Andersen, P.F., Mercer, J.W., and White, H.O. Jr. (1988). "Numerical modeling of salt-water intrusion at Hallandale, Florida." *Ground Water*, Vol. 26, No. 5, pp. 619-620.
- Binning, P. and Celia, M.A. (1996). "A finite volume Eulerian-Lagrangian localized adjoint method for solution of the contaminant transport equations in two dimensional

- multiphase flow systems." *Water Resources Research*, vol. 32, No. 1, pp. 103-114.
- Donea, J., Quartapelle, L. and Selmin, L. (1987). "An analysis of time discretization in the finite element solution of hyperbolic problems." *J. of Comp. Physics*, Vol. 70, pp. 463-499.
- Fischer, H.B. (1979). *Mixing in inland and coastal waters*. Academic Press.
- Frind, E.O. (1982). "Seawater intrusion in continuous coastal aquifer-aquitard systems." *Advances in Water Resources*, Vol. 5, June, pp. 89-97.
- Herbert, A.W., Jackson, C.P., and Lever, D.A. (1988). "Coupled groundwater flow and solute transport with fluid density strongly dependent on concentration." *Water Resources Research*, Vol. 24, No. 10, pp. 1781-1795.
- Holly, F.M. and Preissmann, A. (1977). "Accurate calculation of transport in two dimensions." *J. of Hydraulic Div. ASCE*, vol. 103, No. 11, pp. 1259-1277.
- Huyakorn, P.S., Andersen, P.F., Mercer, J.W., and White H.O. Jr. (1987). "Saltwater intrusion in aquifers: Development and testing of a three-dimensional finite element model." *Water Resources Research*, Vol. 23, No. 2, pp. 293-312.
- Johns, R.T., and Rivera, A. (1996). "Comment on Dispersive transport dynamics in a strongly coupled groundwater-brine flow system." *Water Resources Research*, Vol. 32, No. 11, pp. 3405-3410.
- Layton, W. and Polman, B. (1996). "Oscillation absorption finite element methods for convection-diffusion problems." *J. of Sci. Comput*, SIAM, vol. 17, No. 6, pp. 1328-1346.
- Oldenburg, C.M., Pruess, K., and Travis, B.J. (1996). "Reply to comment on dispersive transport dynamics in a strongly coupled groundwater - brine flow system." *Water Resources Research*, Vol. 32, No. 11, pp. 3411-3412.
- Oldenburg, C.M., and Pruess, K. (1995). "Dispersive transport dynamics in a strongly coupled groundwater-brine flow system." *Water Resources Research*, Vol. 31, No. 2, pp. 289-302.
- Park N.S. and Liggett, J.A. (1991). "Taylor-least squares finite element methods for advection dominated problems." *Int. J. Numer. Meth. Fluids*.
- Park, N.S. (1996). "Closed-form solutions for steady-state density dependent flow and transport in a vertical soil column." *Water Resources Research*, Vol. 32, No. 5, pp. 1317-1322.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., and Flannery, B.P. (1992). *Numerical Recipes*, Cambridge Press.
- Price, H.S., Vraga, R.S., and Warren, J.E. (1966). "Application of oscillation matrices to diffusion convection equations." *J. Math. and Physics*, pp. 301-311.
- Varoglu, E., and Finn, W.D.L. (1978). "A finite element method for the diffusion-convection equation." Proc. of the 2nd Int. Conf. on *Finite Elements in Water Resources*, eds. Brebbia, Gray, Pinder, Pentech Press.
- Voss, C.I. and Souza, W.R. (1987). "Variable density flow and solute transport simulation of regional aquifers containing a narrow freshwater-saltwater transition zone." *Water Resources Research*, Vol. 23, No. 10, pp. 1851-1866.
- Xue, Y., Xie, C., Wu, J., Liu, P., Wang, J., and Jiang, Q. (1995). "A three-dimensional miscible transport model for seawater intrusion in China." *Water Resources Research*, Vol. 31, No. 4, pp. 903-912.
- Zhang, H. and Schwartz, F.W. (1995). "Multispecies contaminant plumes in variable density flow systems." *Water Resources Research*, Vol. 31, No. 4, pp. 837-847.

〈최종본 접수일 : 1997년 12월 1일〉