

短期間の洪水에 의한 河床變動의 豫測模型

Prediction Models for Channel Bed Evolution Due to Short Term Floods

표영평* / 신철식** / 배열호**

Pyo, Young Pyoung / Shin, Cheol Shik / Bae, Yeol Ho

Abstract

One-dimensional numerical models using finite difference methods for unsteady sediment transport on alluvial river channel are developed. The Preissmann implicit scheme and the Lax-Wendroff two-step explicit scheme with the Method of Characteristics for water motion and a forward time centered space explicit scheme for sediment motion are developed to simulate the sediment transport rate and the variation of channel bed level. The program correctness of each model is successfully verified using volume conservation tests. The sensitivity studies show that higher peak stage level, steeper channel slope and longer flooding duration produce more channel bed erosion, and median grain size, $D_{50}=0.4\text{mm}$ give maximum volume loss in this study. Finally, the numerical models are found to produce reasonable results from the various sensitivity tests which reveal that the numerical models have properly responded to the changes of each model parameter.

Keywords: numerical model, flood, sediment transport, channel bed erosion

요 지

본 연구에서는 하도 내에서의 부정류 유사이송으로 인한 하상변동의 일차원적 수치모델들을 개발하였다. 유사량과 하상변동에 대한 수치해를 얻기 위해 흐름의 방정식은 Preissmann 음해법과 Lax-Wendroff 2단 양해법을 그리고 유사 연속방정식은 시간 전방차분, 공간 중앙차분 양해법을 사용하여 수치 적분하였고, Lax-Wendroff 기법 내에서 상류와 하류의 추가 경계조건을 구하기 위해 특성곡선법을 적용하였다. 모델의 정확도는 부피보존실험을 통하여 성공적으로 입증되었으며, 모델의 주요 변수들에 대한 민감도 분석결과로부터 보다 큰 최대 홍수위, 하상경사 및 홍수지속기간에 의해 큰 하상세굴이 발생하였고, 하상재료의 평균입경 가운데, $D_{50}=0.4\text{mm}$ 에서 가장 큰 하상변동을 가져왔다. 본 연구에서 개발된 모델들이 각 변수들의 변화에 적절한 반응을 함으로써 모델들이 합리적인 결과를 가져다주는 것으로 결론되어지며, 실제하천에 적용될 수 있는 것으로 판단된다.

핵심용어: 수치모형, 홍수, 유사이송, 하상침식

* 동신대학교 공과대학교 토목공학과 부교수

** 한국건설품질관리연구원 전문위원

*** 시설안전기술공단 기술지원단 과장

1. 서 론

단기간의 홍수에 의한 하상에서의 유사이송은 하상변동을 가져오며 이것은 안정하도의 설계나 유역관리에 광범위한 영향을 미친다. 이와 같은 점을 고려할 때 합리적인 하천 계획과 효율적인 유역관리를 위해서는 하상변동에 대한 정확한 예측이 요구되며, 이를 위해 단기간의 하상변동을 적절하게 모의할 수 있는 예측모델의 개발이 요구된다. 하천의 유사이송에 의한 하상변동 예측은 국내외의 여러 학자들에 의해 활발히 연구되어 왔으며, 우리나라 하천에 대하여는 한강, 금강, 낙동강 등 주요 하천에서 중, 횡단측량 등에 의한 하상변동 실태가 주로 조사되었다. 한국건설기술연구원(1991)에서는 하상변동 예측모델의 비교 분석 연구를 통하여 예측모델의 체계적인 정리 및 비교를 수행하였다. 우 효섭(1994)은 국내외에 널리 사용되고 있는 유사량 공식 10개를 선정하여 비교 평가하였고, 박 정웅(1994)은 홍수에 의한 한강 하류부의 단기적인 하상변동을 해석하였다. 거의 모든 실용적인 유사이송 모델들은 미분방정식으로 표현되는 점변 부정류(gradually varied unsteady flow) 기본 방정식을 유한 차분법을 이용하여 해석하였다. 일반적인 해석 방법에는 두가지가 있는데, 첫째는 물의 연속 방정식과 운동 방정식으로부터 유한 차분법을 사용하여 수위와 유량을 구한 다음 유사 연속 방정식과 유사량 산정공식을 이용해 하상고의 변화를 계산하는 방법이며(uncoupled model, de Vries, 1965; Chen, 1973; Park과 Jain, 1986, 1987; Shin, 1996), 둘째는 물의 연속 방정식과 운동 방정식 그리고 유사 연속 방정식을 동시에 풀어 해를 구하는 방법이다(coupled model, Ponce 등, 1979; Lyn, 1987; Holly와 Rahuel, 1990; Correia 등, 1992).

본 연구에서 개발된 두 모델은 uncoupled model로 Preissmann(1961) 음해법과 Lax-Wendroff(1960) 2단 양해법을 각각 이용해 St. Venant 방정식인 물의 연속 방정식과 운동 방정식을 해석하였고, Lax-Wendroff 기법 내 상류와 하류에서 요구되는 경계조건을 계산하기 위해 특성곡선법(Method of Characteristics)이 사용되었다. 유사의 연속 방정식은 시간 전방차분, 공간 중앙차분 양해법을 이용하여 해석하고 Neumann 형의 경계조건을 사용하였다. 그리고, 유사량 산정을 위해서 van Rijn(1984a, 1984b)의 이송공식이 사용되었다.

모델의 결과에 큰 영향을 미치는 매개변수들을 추출

하여 각 변수들의 민감도를 조사하기 위해 상류경계에서 하류경계까지의 전 계산영역 상에서 기준면 위 각 지점의 하상고까지 모델 적용 전과 후의 전체 체적을 계산하였다. 여러 강도의 가상 홍수위를 설정하여 단일 경사의 가상하도에 적용함으로써 모델의 민감도를 검토하였고 그의 하상 재료의 평균입경, 하도경사 그리고 홍수 지속기간 등을 모델의 민감도 분석의 변수들로 적용하였다. 이 민감도 분석 결과로부터 어떤 조건 또는 변수들이 총적하천의 하상변동에 영향을 주는지 그리고 모델의 각 변수들의 변화에 모델이 적절한 반응을 하는지 그 결과를 얻고자 하였다. 본 연구의 목적은 하천에서 발생하는 단기간의 홍수로 인한 하상변동을 예측할 수 있는 수치모델을 개발하여 가상하천에 적용함으로써 모델의 검증 및 실제하천 적용 가능성을 제시하는 데 있다.

2. 부정류의 기본방정식

하천에서의 점변 부정류(gradually varied unsteady flow)의 기본 방정식들은 아래와 같은 de St. Venant (1871) 기본가정으로부터 유도되어진다.

첫째, 흐름이 일차원이며, 횡단면 상의 유속이 일정하고 자유수면은 수평이다. 둘째, 수면의 변화가 적고, 연직가속도를 무시할 수 있어 수압분포는 정수압분포를 갖는다. 셋째, 부정류 경계면에서의 마찰과 난류의 영향은 정상류에서 사용하는 마찰법칙을 따른다. 넷째, 평균 하상경사, θ 는 작기 때문에 경사의 cosine 값, 즉 $\cos \theta \approx 1.0$ 으로 본다.

단위 시간 내에 하상고의 변화량이 수심의 변화량보다 극히 작고, 수로 측방향으로부터의 흐름과 퇴적물의 유입량이 없다고 가정하면 기본 방정식들은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

흐름의 연속 방정식

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u^* \frac{\partial h}{\partial x} + h^* \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

흐름의 운동 방정식

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u^* \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g \frac{\partial z}{\partial x} - g S_f, S_f = \frac{u |u|}{C^2 h^*} \quad (2)$$

유사의 연속 방정식

$$(1-p) \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial q_t}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

총 유사량

$$q_t = \text{func}(\nu, \rho, \rho_s, g, D_{50}, \sigma_s, u, C_c, h, b) \quad (4)$$

여기서, h, u, z 는 각각 수심, 평균유속, 기준면으로부터의 하상고, h^*, u^* 는 각각 local quasi-constant 수심과 유속. p, C_c, S_f 는 각각 하상 재료의 공극율, Chezy 상수, 마찰경사 그리고 q_t 는 부유사와 소류사를 합한 총 유사량이며, ν, ρ, ρ_s 는 각각 동점성 계수, 물의 밀도, 퇴적물의 밀도, g, D_{50}, σ_s 는 각각 중력 가속도, 하상재료의 평균입경, 하상재료의 기하 표준편차, b 는 평균 수면폭을 나타낸다.

첫 번째 모델은, 흐름의 방정식 (1) 과 (2)는 Preissmann 기법을 이용하고 유사의 연속방정식 (3) 은 시간 전방차분, 공간 중앙차분 양해법을 사용하여 수치적분 하였다. 식 (4)는 총 유사량, q_t 의 함수관계를 나타내는 식으로 유체성질, 퇴적물의 성질, 수로의 기하학적 성질 및 통수조건의 함수로 표시된다. 본 연구에서는 국내외에서 여러 학자들(Voogt 등, 1991; 한국건설기술연구원, 1989)에 의해 우수한 것으로 확인된 van Rijn의 유사량 산정공식을 사용하였다. 흐름의 영역 내에서 불연속점이 존재할 때는 기본 방정식들이 운동량 보존의 형태(momentum conservation form)로 쓰여지거나 그에 상응한 물리량들이 보존될 때 불연속 점에서의 해(weak solution)를 구할 수 있게 된다. 따라서, Eulerian 형식으로 쓰여진 St. Venant 방정식을 divergent forms(conservation forms)으로 변환시키고 벡터 표기로 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}(\bar{V})}{\partial x} = \bar{G}(\bar{V}), \quad \bar{V} = \begin{bmatrix} h \\ q \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\bar{F}(\bar{V}) = \begin{bmatrix} q \\ \frac{q^2}{h} + \frac{1}{2} gh^2 \end{bmatrix}, \quad \bar{G}(\bar{V}) = \begin{bmatrix} 0 \\ gh \frac{\partial z}{\partial x} + ghS_f \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$S_f = \frac{q |q|}{C_c^2 h^3}, \quad C_c = 18 \log \left(\frac{12h}{k_s} \right) \quad (7)$$

여기서 q, S_f, k_s 는 각각 유량, 하상에서의 마찰경사, 조도계수($k_s=3D_{90}$, van Rijn, 1984a), D_{90} 은 채를 통과하는 누가중량백분율의 90%에 해당하는 하상재료의 입경이다. 두 번째 모델에서는 운동량보존의 형태로 쓰여진 위 식들을 Lax-Wendroff 2단 양해법을 이용해 유체의 벡터 방정식 (5)를 수치적분하고, 시간 전방차분, 공간 중앙차분 양해법을 사용하여 유사의 연속 방정식 (3)을 수치적분 하였다.

3. 수치해석

3.1 Preissmann 음해법

Preissmann(1961)에 의해 소개된 선형 가중 4점을 해법(Preissmann 기법) 은 개수로의 부정류 수치해석에 가장 널리 사용되고 있는 방법 중의 하나이다. 흐름의 방정식 (1) 과 (2)의 각 변수 u, h, u^* 및 h^* 를 일반적인 변수 f 라고 놓고 각 미분식들을 차분식으로 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{1}{\Delta t} [(1-\psi)(f_j^{n+1}-f_j^n) + \psi(f_j^{n+1}-f_{j+1}^n)] \quad (8)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{1}{\Delta x} [(1-\theta)(f_{j+1}^n-f_j^n) + \theta(f_{j+1}^{n+1}-f_j^{n+1})] \quad (9)$$

$$f^* \approx \frac{1}{4} (f_j^{n+1} + f_j^n + f_{j+1}^{n+1} + f_{j+1}^n) \quad (10)$$

여기서 $\Delta x, \Delta t$ 는 각각 거리와 시간 격자 간격, f^n 는 격자 $(x, t)=(j\Delta x, n\Delta t)$ 에서의 f 값, ψ, θ 는 각각 거리와 시간에 대한 가중계수로, $0 \leq \psi, \theta \leq 1$ 사이의 값을 갖는다(그림 1). 이 가중계수들은 모델의 안정과 정확도에 직접적인 영향을 가져다주며, 실용적인 계산에 $\psi=0.5, 0.5 \leq \theta \leq 1$ 사이의 값이 사용되며, 본 연구에서는 $\psi=0.5, \theta=0.65$ 를 사용하였다.

차분 방정식 (8), (9) 및 (10) 을 식 (1) 과 (2)에 대입하여 정리하면 대상수로의 N 개의 계산지점에서 $2N$ 개의 미지수와 $2(N-1)$ 개의 방정식을 갖게되어 두

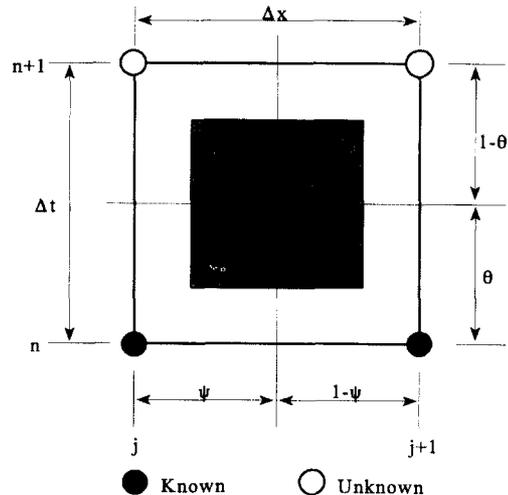


Fig. 1. The Box or Preissmann Scheme Drawn for $\theta=\psi=0.5$.

개의 방정식에 상응한 상류와 하류에서의 경계조건이 필요하게 된다. 따라서 상류경계에서 수위-시간 그리고 하류경계에서는 수위-유량관계식이 각각의 경계조건으로 사용되었다. 본 연구에서 개발된 Preissmann 기법을 이용한 수치모델은 흐름의 상태가 상류(subcritical flow)일 때 적용가능하며 계산도중 사류(supercritical flow)가 발생하면 불안정을 초래하게 된다. $2(N-1)$ 개의 방정식들은 double sweep method 를 이용하여 해를 구하였으며, 계산된 유속과 수심은 유사량 계산에 사용된다.

3.2 Lax-Wendroff 2단 양해법

운동량 보존 형태(divergent forms)로 쓰여진 흐름의 미분 방정식들은 Lax-Wendroff(1960)에 의해 소개된 second-order, 즉, $O(\Delta t^2, \Delta x^2)$ 의 정확도를 가진 2단 양해법을 사용하여 수치적분 하였다. Lax-Wendroff 기법은 3차 Taylor 급수 전개식으로부터 유도되었고, 이 기법을 "Leapfrog operator" 라고 부르기도 한다.(그림 2)

벡터 표기로 쓰여진 하천의 점변 부정류 기본 방정식 (5), (6) 및 (7) 을 차분 방정식으로 다시 쓰면 다음과 같이 표시할 수 있다.

First Step, n to $n+1/2$

첫단계에서는 Lax operator가 사용된다.

$$\frac{\bar{V}_{j+1/2}^{n+1/2} - \left(\frac{\bar{V}_{j+1}^n + \bar{V}_j^n}{2} \right)}{\Delta t/2} + \frac{\bar{F}_{j+1}^n - \bar{F}_j^n}{\Delta x} = \frac{\bar{G}_{j+1}^n + \bar{G}_j^n}{2} \quad (11)$$

여기서 n, j 는 각각 시간과 거리 절점, $\Delta t, \Delta x$ 는 각각 시간과 거리의 절점 간의 크기를 나타낸다. 위의 벡터 유한 차분 방정식은 계산을 위해 다음 한쌍의 식으로 나눌 수 있다.

$$h_{j+1/2}^{n+1/2} - \left(\frac{h_{j+1}^n + h_j^n}{2} \right) + \frac{q_{j+1}^n - q_j^n}{\Delta x} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{q_{j+1/2}^{n+1/2} - \left(\frac{q_{j+1}^n + q_j^n}{2} \right)}{\Delta t/2} + \frac{F_{j+1}^n - F_j^n}{\Delta x} = \frac{G_{j+1}^n + G_j^n}{2} \quad (13)$$

여기서, $F_j^n = \frac{(q_j^n)^2}{h_j^n} + \frac{1}{2} g(h_j^n)^2$

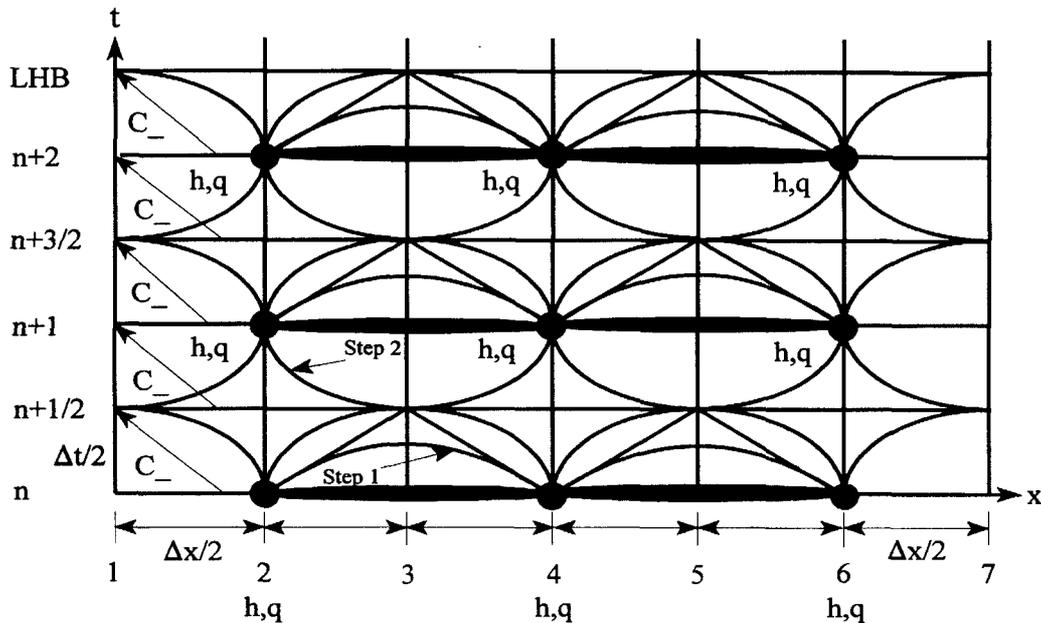


Fig.2. Schematic Operator of Lax-Wendroff, Two-step Scheme.

$$G_j^n = gh_j^n \frac{z_j^n - z_{j+1/2}^n}{\Delta x/2} - g \frac{q_j^n |q_j^n|}{(C_c h_j^n)^2} \quad (14)$$

$$C_c = 18 \log \left(\frac{12h_j^n}{3D_{90}} \right) \quad (15)$$

위 식들로부터 $h_{j+1/2}^{n+1/2}$ 과 $q_{j+1/2}^{n+1/2}$ 을 구하여 두번째 단계에 적용한다.

Second Step, $n+1/2$ to $n+1$

두번째 단계에서는 Leapfrog operator가 적용되어 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\bar{V}_j^{n+1} - \bar{V}_j^n}{\Delta t} + \frac{\bar{F}_{j+1/2}^{n+1/2} - \bar{F}_{j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \\ = \frac{\bar{G}_{j+1/2}^{n+1/2} + \bar{G}_{j-1/2}^{n+1/2}}{2} \end{aligned} \quad (16)$$

그리고 식 (16)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$h_j^{n+1} = h_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (q_{j+1/2}^{n+1/2} - q_{j-1/2}^{n+1/2}) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} q_j^{n+1} = q_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{j+1/2}^{n+1/2} - F_{j-1/2}^{n+1/2}) \\ + \frac{\Delta t}{2} (G_{j+1/2}^{n+1/2} + G_{j-1/2}^{n+1/2}) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,

$$F_{j+1/2}^{n+1/2} = \frac{(q_{j+1/2}^{n+1/2})^2}{h_{j+1/2}^{n+1/2}} + \frac{1}{2} g (h_{j+1/2}^{n+1/2})^2 \quad (19)$$

$$G_{j-1/2}^{n+1/2} = gh_{j-1/2}^{n+1/2} \frac{z_{j-1} - z_j}{\Delta x} - g \frac{q_{j-1/2}^{n+1/2} |q_{j-1/2}^{n+1/2}|}{(C_c h_{j-1/2}^{n+1/2})^2}$$

$$C_c = 18 \log \left(\frac{12h_{j-1/2}^{n+1/2}}{3D_{90}} \right) \quad (20)$$

$$G_{j+1/2}^{n+1/2} = gh_{j+1/2}^{n+1/2} \frac{z_j - z_{j+1}}{\Delta x} - g \frac{q_{j+1/2}^{n+1/2} |q_{j+1/2}^{n+1/2}|}{(C_c h_{j+1/2}^{n+1/2})^2}$$

$$C_c = 18 \log \left(\frac{12h_{j+1/2}^{n+1/2}}{3D_{90}} \right) \quad (21)$$

두번째 단계에서 계산된 평균수심 h_j^{n+1} 과 유량 q_j^{n+1} 은 다음 시간 단계의 입력자료로 사용된다. Lax-Wendroff 기법같은 양해법의 제한적인 요인은 흐름계산에 있어서의 시간격자, Δt 의 제한이며, 아래와 같은 von Neumann 과 Courant-Friedrichs-Lewy 안정조건을 만족시켜야한다.

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{(|u| + \sqrt{gh})_{\max}} \quad (22)$$

여기서, $(|u| + \sqrt{gh})_{\max}$ 는 흐름의 영역 내에서 팔호 안의 값이 최대일 때를 의미한다. 해를 얻기 전에는 최대값이 미지수이므로 여유있는 Δt 를 선택하여 모델이 불안정해지는 것을 막고 그 값을 근거로 하여 Δt 를 줄여나갔다. Lax-Wendroff 기법은 second order 정확도를 유지하면서 또한 진폭소산(amplitude dissipative)의 경향을 갖기 때문에 이동도수(moving shocks)나 불연속성을 갖는 흐름의 수치 해석법으로 자주 이용된다.

본 연구에서는 자연하천에서 발생할 수 있는 사류와 상류가 공존하는 경우를 고려해서 운동량 보존의 형태로 쓰여진 미분 방정식들을 위와 같은 방법으로 해를 구하는 기법을 개발하였다.

3.3 특성곡선법

상류(subcritical flow)에서 모든 점에서의 수치해를 얻기 위해서는 상류(upstream)와 하류(downstream)의 경계에서 적어도 한 개씩의 경계조건(즉, h 또는 q)이 요구된다. Lax-Wendroff 기법의 식 (19) 및 (21)을 계산하기 위해서는 상류와 하류 경계에서 수심뿐만 아니라 유량도 필요하게 되어 특별한 경계조건 계산방법이 요구된다. 특성곡선법(Method of Characteristics)은 이 목적에 부합한 방법으로 Lax-Wendroff 기법 내에서 흔히 사용되며 적절한 해를 가져다준다(Abbott와 Basco, 1989). 상류경계에서의 계산과정 중 첫 번째 단계(n to $n+1/2$)의 계산과정만 고려하면 특성곡선의 경사 C_- (그림 2)는 다음과 같다.

$$C_- = -\frac{dx}{dt} = \frac{-a}{\Delta t/2}, C_- = \frac{q}{h} - \sqrt{gh} \quad (23)$$

식 (23)과 a 지점에서 계산된 수심과 유량의 결과 식으로부터 다음 식을 구하였다.

$$\begin{aligned} \alpha = -\frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{aq_2^n + (\Delta x/2 - a)q_1^n}{ah_2^n + (\Delta x/2 - a)h_1^n} \right. \\ \left. - \left[g \frac{ah_2^n + (\Delta x/2 - a)h_1^n}{\Delta x/2} \right]^{1/2} \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

식 (24)의 해를 구하기 위해 Newton-Raphson 반복법을 적용하였다. 바닥의 경사와 마찰을 고려하면 Riemann invariant 가 특성곡선의 경사를 따라 일정하지 않고, 수로경사는 momentum source로 그리고 경계면에서의 마찰은 momentum sink로 작용하게 된다. 따라서, quasi-invariant는 다음과 같이 유도된다.

$$\left(\frac{q_1^{n+1/2}}{h_1^{n+1/2}} - 2\sqrt{gh_1^{n+1/2}} \right) - \left(\frac{q(a)}{h(a)} - 2\sqrt{gh(a)} \right) = \int_n^{n+1/2} g(S_o - S_f) dt \quad (25)$$

여기서 S_o 와 S_f 는 각각 수로경사와 마찰경사이며, 식 (25)를 다시 정리하면 상류경계의 첫 단계에서 필요한 또 하나의 경계조건을 아래와 같이 구하게된다.

$$q_1^{n+1/2} = h_1^{n+1/2} \left[2\sqrt{gh_1^{n+1/2}} + \left(\frac{q(a)}{h(a)} - 2\sqrt{gh(a)} \right) \right] + gh_1^{n+1/2} \left(\frac{z_1^n - z_2^n}{\Delta x} - \frac{q(a) | q(a) |}{C_c^2 h^3(a)} \right) \frac{\Delta t}{2} \quad (26)$$

하류 경계조건 계산의 첫단계와 상류와 하류의 두 번째 단계($n+1/2$ to $n+1$) 계산도 이와 유사한 방법으로 계산이 가능하다. 그러므로, 각 시간의 구간(n to $n+1$) 내에서 요구되는 경계조건을 구하기 위해서는 네 번의 특성곡선법이 적용된다.

3.4 시간 전방차분, 공간 중앙차분 양해법(FTCS)

물의 연속 방정식과 운동 방정식으로부터 구한 $n+1$ 시간에서의 유속과 유량으로부터 van Rijn의 부유사와 소류사량 산정공식을 이용하여 총 유사량을 계산하였다. 계산된 총 유사량으로부터 유사의 연속 방정식을 FTCS 유한차분법으로 수치 적분하여 이로부터 하상고의 변화를 예측하게되며 식 (3)을 차분법으로 다시쓰면,

$$z_j^{n+1} = z_j^n - \frac{1}{1-p} \frac{\Delta t}{2 \Delta x} (q_{t,j+1}^{n+1} - q_{t,j-1}^{n+1}) \quad (27)$$

여기서 z_j^n , z_j^{n+1} 각각 j 지점의 n , $n+1$ 시간대에서 기준면으로부터의 하상고, 그리고 $q_{t,j+1}^{n+1}$, $q_{t,j-1}^{n+1}$ 는 각각 $n+1$ 시간대에서 $j+1$, $j-1$ 지점에서의 총 유사량이다.

흐름의 수치해 계산시 하상고가 Δt 시간동안 변하지 않는다고 가정하였으므로, 식 (27)에서 구한 각 지점의 하상고 z_j^{n+1} 로부터 아래와 같이 흐름특성들을 수정한다.

$$\left. \begin{aligned} q^{n+1} &= u^{n+1} \cdot h^{n+1} \\ \Delta z &= z_j^{n+1} - z_j^n \\ h^{n+1} &= h^{n+1} - \Delta z \\ u^{n+1} &= q^{n+1} / h^{n+1} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

여기서 u^{n+1} 은 $n+1$ 시간대의 하천 횡단면의 평균유속이다. 위의 수정된 값들은 $n+2$ 시간대의 계산을 위해 사용된다.

3.5 초기 및 경계조건

계산 영역내의 초기조건으로는 전 영역에서 일정한 유량, $q_0=0.0m^3/sec$ 과 수심, $h_0=5.0m$ 를 적용하였고, 하상고의 초기조건은 하상의 평균경사로부터 결정된다. 상류에서의 경계조건은 홍수시 수심의 변화가 역 hyperbolic cosine 제곱의 함수라고 가정하여 구하였으며, 하류지점이 조석의 영향을 받는 지역 또는 저수지인 경우를 제외하고는 하류에서의 경계조건이 일반적으로 존재하지 않기 때문에 본 연구에서 개발된 모델들의 수치실험을 통하여 얻은 자유 월류 위어 공식과 유사한 식을 하류단 경계조건으로 아래와 같이 사용하였다.

$$\text{상류 경계조건 : } h_1(t) = h_0 + H_m \frac{1}{\cosh^2 \left[\frac{2\pi(t-T/2)}{T} \right]} + \sum_{i=0}^T \Delta z_1 \quad (29)$$

$$\text{하류 경계조건 : } q_n = 2.04 h_n^{3/2} \quad (30)$$

여기서 h_1 , H_m 은 각각 상류경계에서의 수심과 최대 홍수위, q_n , h_n 은 각각 하류 경계에서의 유량과 수심, Δz_1 , T 는 각각 상류 경계에서의 하상고 변동량과 홍수 지속기간이다. 그림 3은 48시간의 지속기간을 갖는 서로 다른 침투수위에 대한 상류경계에서의 수심과 시간의 관계곡선을 보인다. 유사량 산정공식 적용에는 경계조건이 필요 없으나 유사 연속방정식 (27)을 계산하기 위해 아래와 같은 Neumann 형의 경계조건을 상류와 하류단에 적용하였다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial t} \Big|_{j=1} - \frac{\partial z}{\partial t} \Big|_{j=2} &= \frac{\partial z}{\partial t} \Big|_{j=2} - \frac{\partial z}{\partial t} \Big|_{j=3} \\ \frac{\partial z}{\partial t} \Big|_{j=n} - \frac{\partial z}{\partial t} \Big|_{j=n-1} &= \frac{\partial z}{\partial t} \Big|_{j=n-1} - \frac{\partial z}{\partial t} \Big|_{j=n-2} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

본 연구수행 기간동안 실시한 수치실험을 통하여 식 (31)은 잘못 선택된 경계조건에서 흔히 발생하는 계산상의 불안정을 초래하지 않는 우수한 경계조건으로 판단된다.

4. 모델의 적용 및 결과

4.1 부피보존실험

모델의 수치오차를 검토하기 위해 부피보존실험(volume conservation test)을 실시하였다. 기준면으로부터 하상고까지의 실제 체적 변화량을 결정하는 단위 시간내 상류와 하류경계를 통해 유입, 유출되는 퇴사량의 변화는 다음 식에 의해 결정된다.

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{1}{(1-p)} [q_t(t, j) - q_t(t, 1)] \quad (32)$$

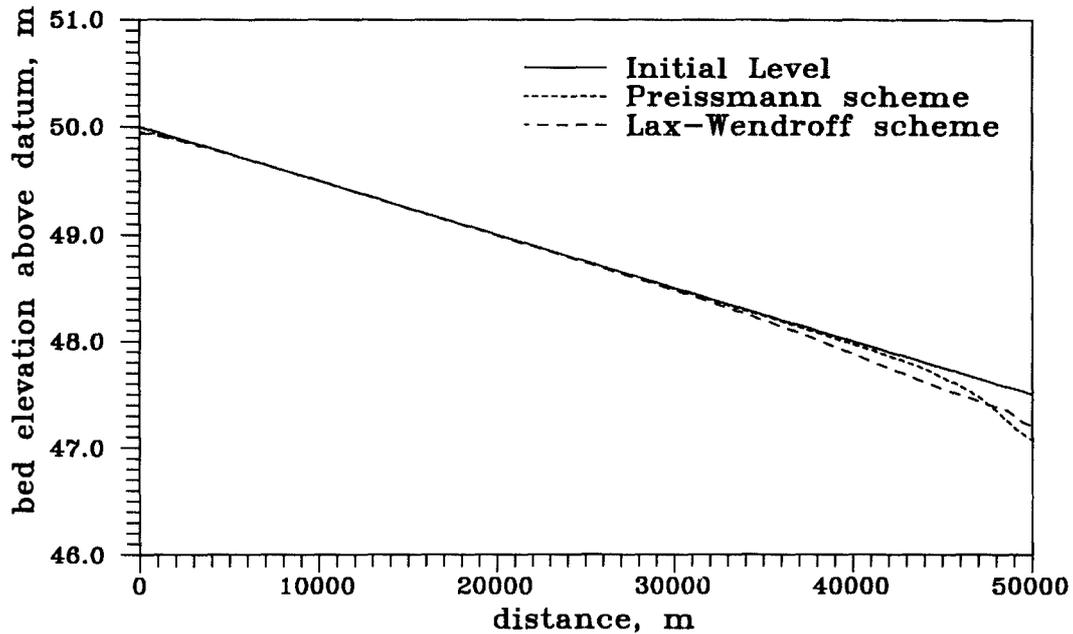


Fig.3. Synthetic Input Hydrographs at Upstream Boundary.

여기서 $S(t)$ 는 계산영역 내의 기준면으로부터 하상고까지의 t 시간에서의 전체체적, p 는 하상재료의 공극율, $q_i(t, 1)$ 과 $q_i(t, j)$ 는 각각 상류와 하류경계에서의 유수량이다. Preissmann 기법과 Lax-Wendroff 기법의 수치적분으로 인한 t 시간에서의 하상고까지의 전체체적, $V(t)$,은 trapezoidal rule 을 사용하여 계산하였다. 이 체적은 truncation errors 나 잘못 선택된 경계조건으로부터 발생할 수 있는 numerical dissipations 과 instabilities 에 의해 부정확한 결과를 내포할 수 있다. 따라서, 수치오차에 의해 발생하는 체적변화량, ΔV_{error} 은

$$\Delta V_{error} = \frac{S(t) - V(t)}{V_{ini}} \times 100, (\%) \quad (33)$$

여기서 V_{ini} 는 초기 계산영역 내의 전체체적을 나타낸다. 두 모델의 부피보존 실험의 결과로부터 수치오차에 의한 체적 변화량은 Preissmann 기법의 경우 전체 체적 변화량의 $\pm 0.01-0.02\%$ 그리고 Lax-Wendroff 기법의 경우는 $\pm 0.01-0.1\%$ 를 보인다. 따라서, 각 모델의 부피보존실험은 성공적이며 모델의 수치오차는 무시해도 충분한 것으로 생각된다.

4.2 적용 및 결과

본 연구에서 개발된 모델들을 적용하기 위해 단일경

사의 수로길이 $L = 50$ km 인 일차원적 가상단면을 고려하였다. 전체 모의실험에 거리격자 간격 $\Delta x = 1,000$ m 그리고 시간격자 간격 $\Delta t = 50$ sec 가 적용되었으며 각 시간단계에서 모델의 안정성을 Preissmann 기법은 Froude 수로, Lax-Wendroff 기법에서는 Courant 수로부터 검토하였다. 모델 민감도 시험은 상류경계에서의 최대 홍수위 H_m , 하상재료의 평균입경 D_{50} , 초기 평균 하상경사 S_0 및 홍수 지속기간 T 등에 각각 일곱 종류의 다른 값을 사용하여 기준면으로부터 하상고까지의 전체 수로 종단면의 체적 변화량(즉, 하상의 침식 또는 퇴적된 체적)을 비교하여 실시하였으며 모델 시험을 위한 각 변수들의 적용 범위는 표 1에 주어졌다.

Table 1. Adopted Range of Each Variables for Model Tests.

No. Variable	1	2	3	4	5	6	7
L, km	50.0						
H_m, m	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0
D_{50}, mm	0.2	0.3	0.4	0.8	1.0	1.5	2.0
S_0	1×10^{-5}	3×10^{-5}	5×10^{-5}	8×10^{-5}	1×10^{-4}	15×10^{-5}	2×10^{-4}
T, hr	12	24	36	48	60	72	84

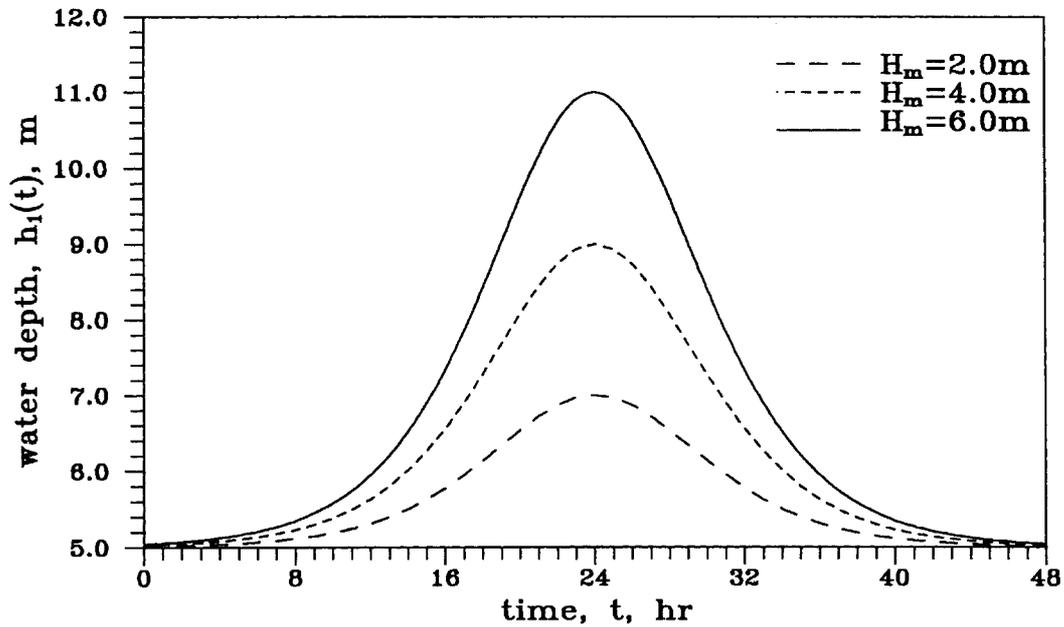


Fig.4. Bed Profile Evolution between Initial and Computed Results.
 ($H_m=4\text{m}$, $D_{50}=0.3\text{mm}$, $S=0.00005$, $T=36\text{hr}$)

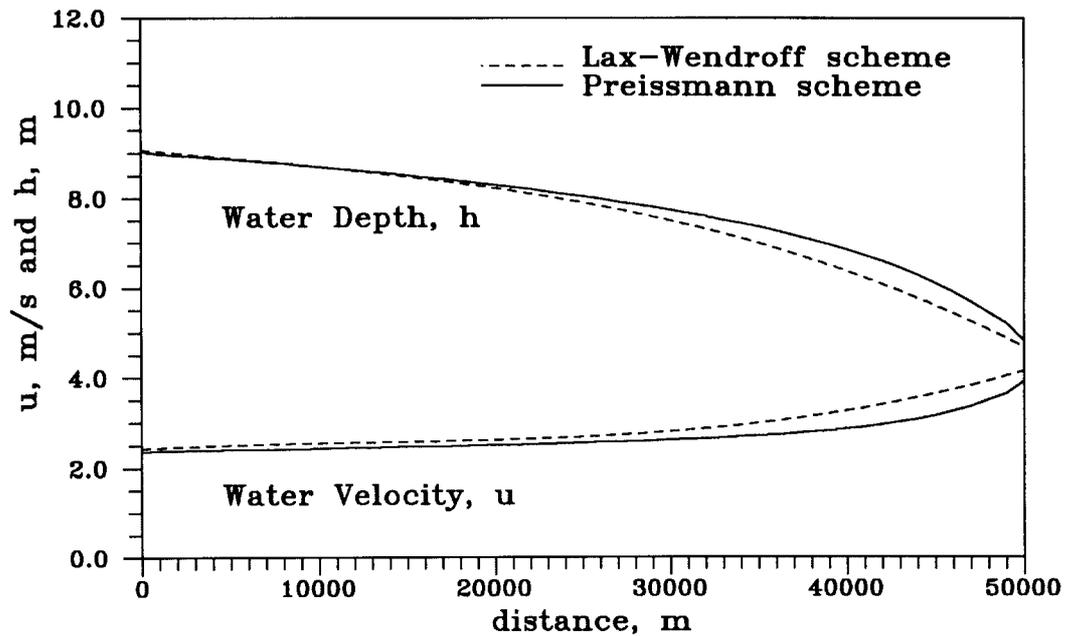


Fig.5. Water Velocity and Depth Variation along the Channel at Peak Stage.
 ($H_m=4\text{m}$, $D_{50}=0.3\text{mm}$, $S=0.00005$, $T=36\text{hr}$)

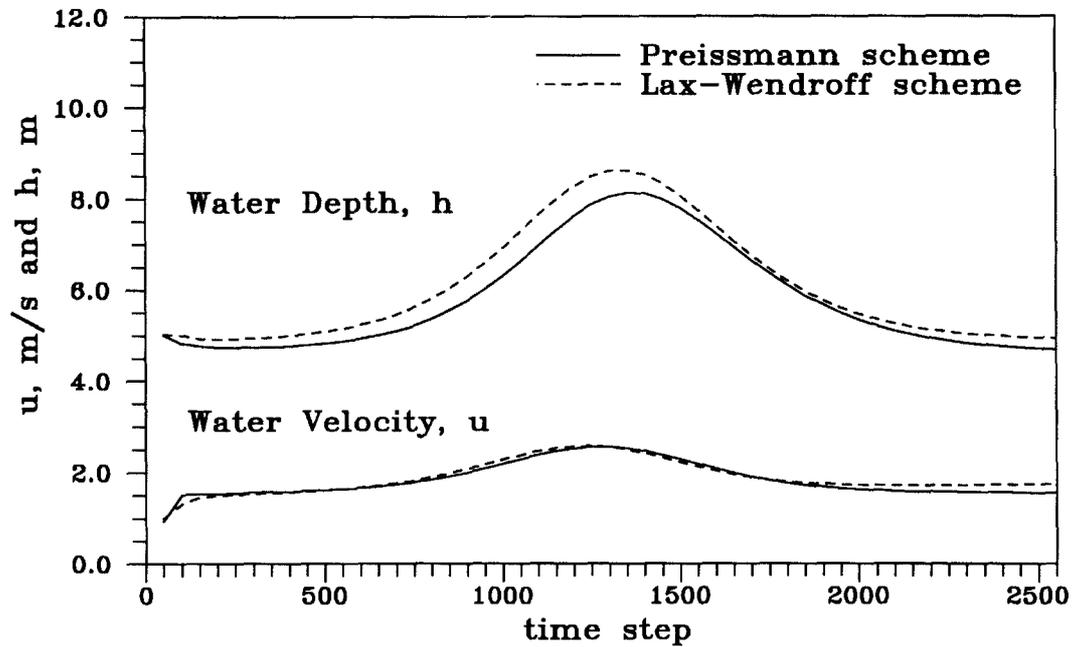


Fig.6. Water Velocity and Depth Variation at the Middle of Reach.
 ($H_m=4\text{m}$, $D_{50}=0.3\text{mm}$, $S=0.00005$, $T=36\text{hr}$, $\Delta t=50\text{sec}$)

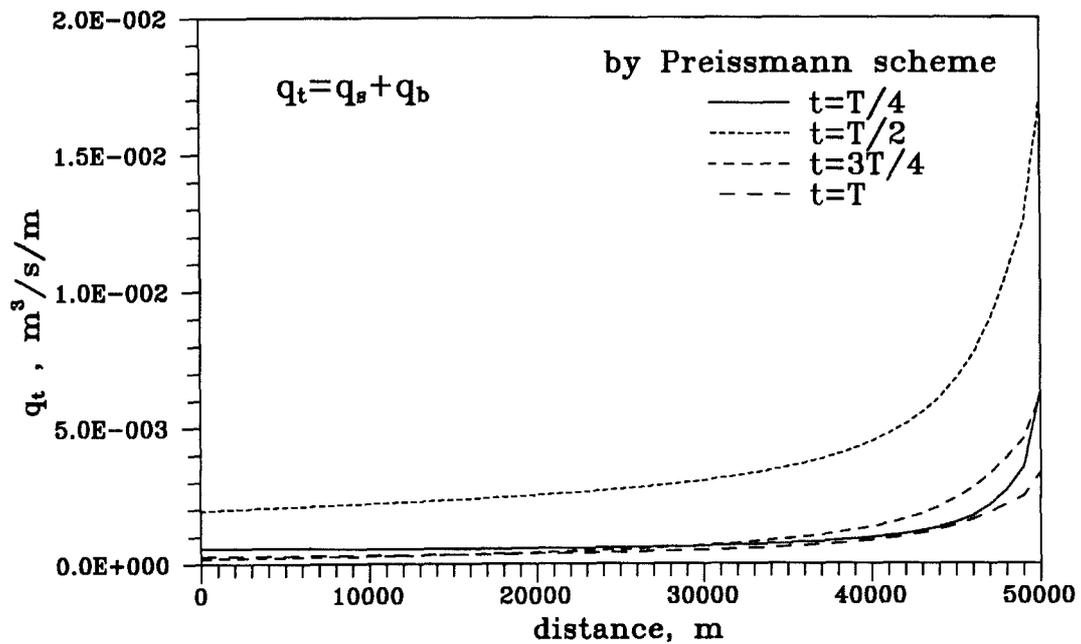


Fig.7. Total Sediment Transport Rate Variation along the Channel.
 ($H_m=4\text{m}$, $D_{50}=0.3\text{mm}$, $S=0.00005$, $T=36\text{hr}$, $\Delta t=50\text{sec}$)

그림 4는 기준면으로부터의 초기 하상고와 계산후의 하상고(점선)의 한 예를 보인 것이다. 상류단 근처에서의 하상고의 변화는 작은반면 하류단에서는 30-40cm의 세굴현상을 보이며, Lax-Wendroff 기법을 사용한 모델이 보다 큰 하상고의 변화를 가져왔다. 세굴 또는 퇴적이 발생하는 위치와 크기는 상류와 하류의 경계조건에 의한 하천 종단면에서의 수심과 유속분포에 따라 결정된다. 상류경계의 수위가 침두수위에 도달할 때(수심, $h=9m$) 모델들의 하천 종단면 상의 유속과 수심의 분포가 그림 5에 나타나있다. 하류단에서 상대적으로 얇은 수심과 빠른 유속을 보이는 Lax-Wendroff 기법을 사용한 모델이 Preissmann 기법을 사용한 모델보다 하류단에서 더 많은 세굴을 초래했으리라 판단된다.

그림 6은 하천 중간지점(상류단에서 25km 지점)에서 각 모델의 시간에 따른 유속과 수심의 변화를 보인다. 상류경계에서의 침두수위는 홍수지속기간의 중앙에서 나타나겠지만(상류 경계조건으로부터), 하천 중앙 지점에서의 침두수위는 약간 지체되어 나타나면서(즉, 상류경계에서 하천중앙지점까지의 흐름 시간동안) 수심이 약간 감소하였고 유속도 수심의 변화가 큰 시간 근처에서 최대로 보인다. 두 모델의 유속분포는 거의 일

치하나 수심의 분포는 Lax-Wendroff 기법을 이용한 모델이 전 계산시간대에 걸쳐 크게 나타났다.

하천 종단면 상의 Preissmann 기법을 사용한 모델의 소류사와 부유사량을 포함한 총유사량의 시간에 따른 분포가 그림 7에 도시되어 있다. 총유사량은 상류에서 하류로 진행하면서 증가하고, 최대 홍수위를 갖는 $t=T/2$ 시점에서 최대 유사량을 갖는다.

5. 결과의 분석

민감도 분석을 위한 매개변수로는 하상변동에 큰 영향을 미치는 인자로 예측되는 침두 홍수위, 하상재료의 평균입경, 하상경사 및 홍수 지속기간이 선정되었으며, 민감도 분석을 위한 목표치로는 하상의 세굴된 양의 상대적인 크기가 이용되었다.

5.1 침두 홍수위, H_m

침두 홍수위는 하상의 세굴 또는 퇴적량과 흐름 특성을 결정 짓는 가장 중요한 요인 중의 하나이다. 일곱 개의 다른 침두 홍수위에 대한 두 모델의 상대적인 체적 변화량이 그림 8에 도시되어 있다. 상류경계에서 침두수위가 1.0m인 경우, 두 모델의 상대 체적변화량,

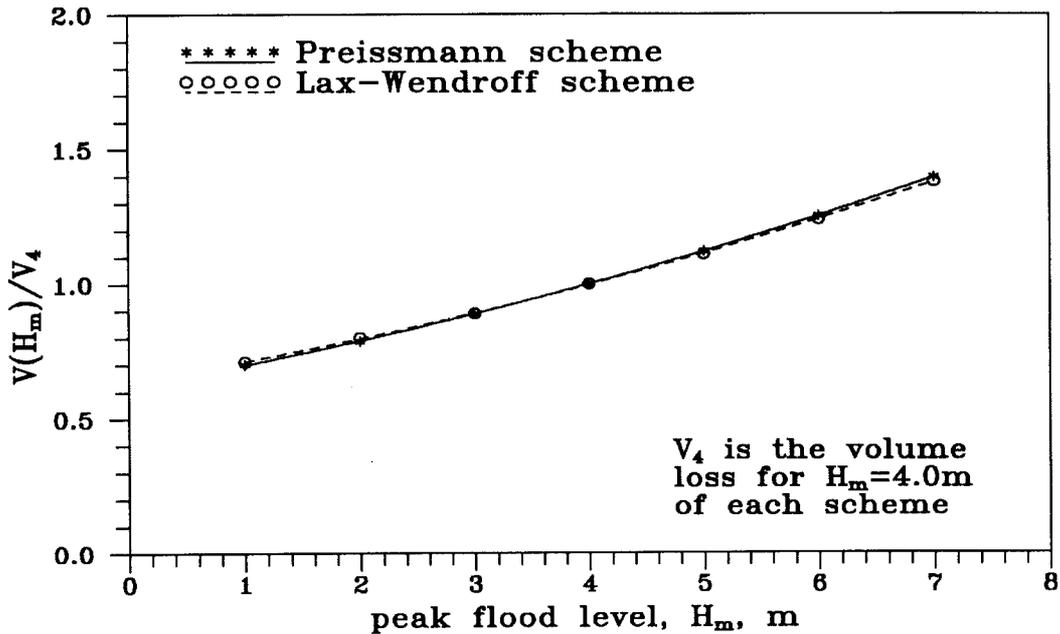


Fig.8. Relative Volume Changes for Various Peak Flood Levels.
($D_{50}=0.3mm$, $S=0.00005$, $T=36hr$)

V/V_4 (여기서, V_4 는 $H_m=4.0m$ 때의 체적변화량),은 0.7로 최소 값을 나타내며, 침두수위가 7.0m인 경우에는 V/V_4 는 1.4로 최대 값을 보인다. 따라서, 본 연구에서 개발된 모델들은 침두 홍수위의 변화에 적절하게 반응을 하는 것으로 생각된다.

5.2 하상재료의 평균입경, D_{50}

하천의 흐름에 의한 하상재료의 이동은 재료의 크기와 흐름특성에 의해 좌우된다. 본 연구에서는 여러 개의 다른 평균입경에 대해 민감도 분석을 실시하였으며 그 결과가 그림 9에 나타나있다. 하상의 평균입경 $D_{50}=0.4mm$ 를 사용했을 때 가장 큰 세굴이 발생했으며 2.0mm때 최소의 값을 주며, 또한 가장 작은 0.2mm를 사용했을 때의 값이 오히려 0.4mm 때의 값보다 작은 값을 보인다. 이는 van Rijn의 유사량 산정 공식에서 유사 이송율은 두 개의 무차원 상수, 즉, particle parameter, D^* 와 transport stage parameter, T , 에 의해 결정된다고 가정하였고, 이 T 상수는 하상재료의 초기이동을 결정하는 Shields 곡선을 표시하며 곡선에서 일반적으로 가장 큰 유사 이송율을 가져다주는 최소입계 하상마찰속도가 $D_{50} =$

0.4-0.5mm에서 발생하기 때문이다. Lax-Wendroff 기법을 사용한 모델이 Preissmann 기법을 사용한 모델보다 D_{50} 의 변화에 보다 민감한 반응을 보인다. 그림 9의 곡선은 Shields 곡선과 유사성을 갖고 있으므로 하상입경에 대한 민감도 분석은 매우 성공적이며 모델의 결과는 적절하다고 판단된다.

5.3 하상경사, S

하상경사의 변화에 대한 상대적 체적변화량이 그림 10에 나타나있다. 일반적으로 하천에서의 유사이동은 완경사의 하상 보다는 경사가 보다 큰 하상에서 활발해 지게 된다. 그림 10에서 하상경사가 0.0002일 때의 체적변화는 하상경사가 비교적 완만한 0.00001일 때보다 크며 하상경사의 증가에 따라 상대체적이 선형으로 증가함을 알 수 있다. Lax-Wendroff 기법을 사용한 모델이 수로경사의 변화에 보다 민감한 반응을 보인다.

5.4 홍수 지속기간, T

하천에서의 흐름특성은 최대 홍수위와 홍수 지속기간에 의해 결정되는 상류경계에서의 수위-시간 관계 곡선의 형태에 의해 영향을 받는다. 즉, 동일한 최대 홍수위

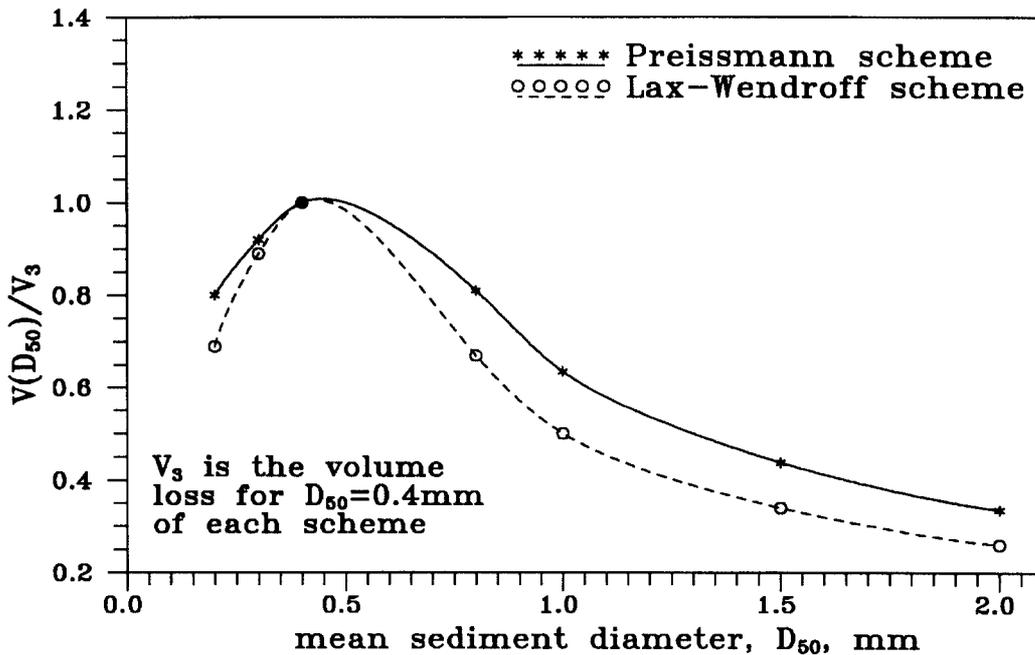


Fig.9. Relative Volume Changes for Various Mean Sediment Diameters. ($H_m=4.0m$, $S=0.00005$, $T=36hr$)

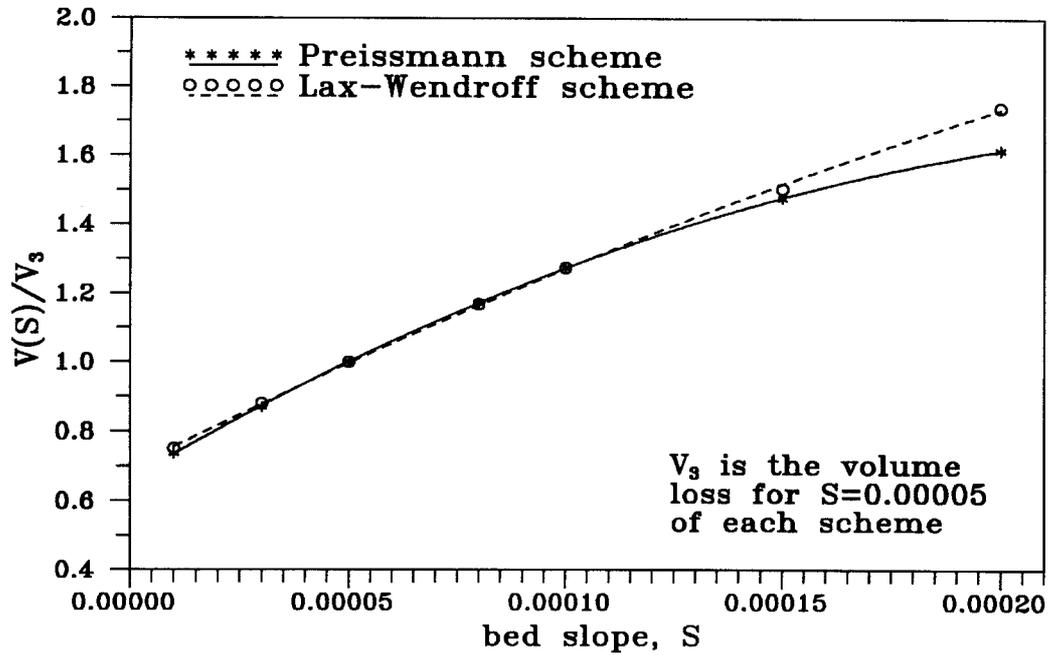


Fig.10. Relative Volume Changes for Various Initial Bed Slopes.
 ($H_m=4.0m$, $D_{50}=0.3mm$, $T=36hr$)

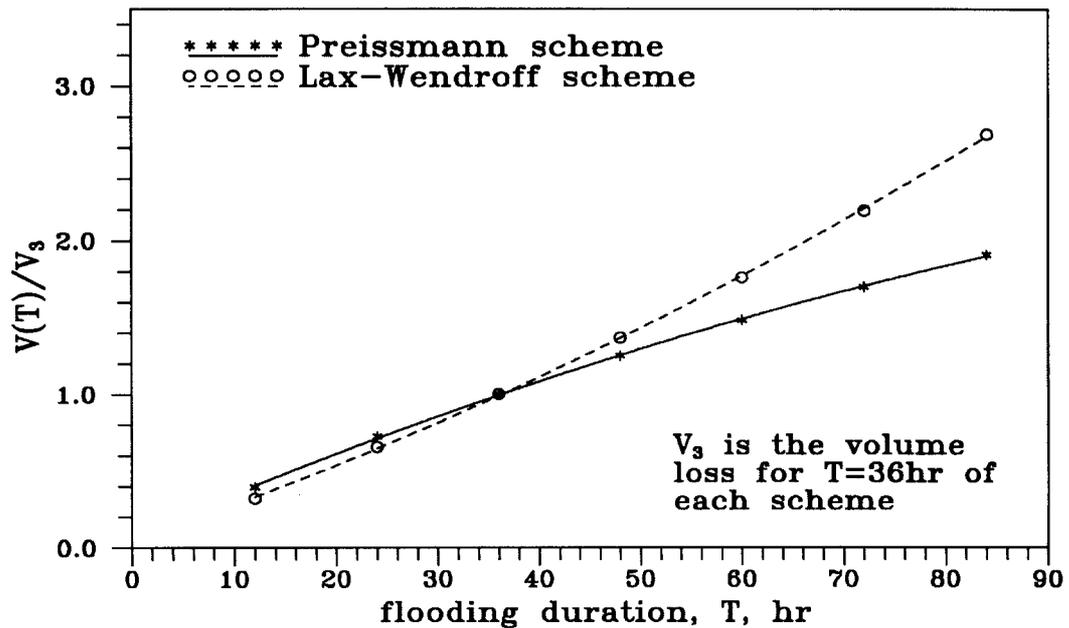


Fig.11. Relative Volume Changes for Various Flooding Durations.
 ($H_m=4.0m$, $D_{50}=0.3mm$, $S=0.00005$)

조건에서 짧은 지속기간은 가파른 수위의 상승과 하강을 의미하며 보다 긴 지속기간은 완만한 상승과 하강을 의미한다. 그림 11은 지속기간 12-84hr에 대한 상대 체적변화를 보이며 짧은 지속기간에는 작은 변화를 그리고 보다 긴 지속기간에 대해서는 큰 하상고의 변동을 나타낸다. Lax-Wendroff 기법을 사용한 모델이 지속기간의 변화에 보다 민감한 반응을 보이며, 지속기간의 증가에 따라 체적의 변화량이 선형으로 증가함을 알 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 하상변동을 예측하기 위한 모델들을 개발하고 하상변동에 크게 영향을 미치는 매개변수들을 추출하여 그에 대한 민감도 분석을 통하여 모델의 검증 및 실제 하천에서의 적용 가능성을 검토하였다. 개발된 모델들을 가상단면에 적용시켜 실시한 민감도 분석으로부터 얻은 결과는 다음과 같다.

(1) Preissmann 기법을 사용한 모델과 운동량 보존의 형태로 쓰여진 Lax-Wendroff 2단 양해법은 안정된 계산결과를 보여준다.

(2) 상류와 하류에서 Lax-Wendroff 기법 내 추가 경계조건을 구하기 위해 적용한 특성곡선법은 적절한 것으로 판단된다.

(3) 모델들의 부피보존실험으로부터 얻어진 수치오차는 무시해도 충분한 것으로 생각된다.

(4) 본 연구에서 사용된 경계조건에 의한 하상변동, 즉, 세굴이 상류보다 하류에서 더 크게 나타났으며, Lax-Wendroff 기법을 이용한 모델이 보다 큰 하상세굴을 가져왔다.

(5) 하상의 평균입경, $D_{50}=0.4\text{mm}$ 에서 가장 큰 하상변동을 가져왔다.

(6) 경사가 클수록 그리고 지속기간이 길수록 큰 하상변동을 가져왔다.

(7) Lax-Wendroff 기법을 이용한 모델이 D_{50} , S 및 T 의 변화에 보다 민감한 반응을 보인다.

(8) 매개변수들에 대한 민감도 분석의 결과로부터 본 연구에서 개발된 모델들이 각 변수들의 변화에 적절한 반응을 함으로써 모델이 합리적인 결과를 가져다주는 걸로 결론되어지며 실제 하천에의 적용 가능성을 보여준다.

단기간의 홍수에 의한 하상변동 예측 모델들을 실제 하천에 적용하기 위해서는 대상하천의 홍수 전, 후의 하상 종단면도, 대상 구간의 상류와 하류경계에서의 수위-시간 관계 곡선 또는 유량-시간 관계 곡선, 그리고

하상재료의 평균입경 등이 요구되며, 적용시 모델들의 실질적인 개선이 가능할 것이다.

참 고 문 헌

- 박정웅 (1994). "하상변동의 예측기법의 개발." 제36회 수공학연구발표회 논문집, 한국수문학회, pp. 79-86.
- 우효섭 (1994). "하천 유사량 산정기법의 개발 - '93 IHP 연구." 제36회 수공학연구발표회 논문집, 한국수문학회, pp. 73-78.
- 한국건설기술연구원 (1989). 하천 유사량 산정방법의 선정기준 개발. 89-WR-113.
- 한국건설기술연구원 (1991). 하상변동 예측모형의 비교 분석. 91-WR-112.
- Abbott, M.B. and Basco, D.R. (1989). *Computational fluid dynamics*. Longman Scientific & Technical, London.
- Chen, Y.H. (1973). *Mathematical modeling of water and sediment routing in natural channels*. Ph.D. Thesis, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
- Correia, L.-R.P., Krishnappan, B.G., and Graf, W.H. (1992). "Fully coupled unsteady mobile boundary flow model." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.118, No.3.
- Holly, F.M. Jr. and Rahuel, J-L. (1990) "New numerical/physical framework for mobile-bed modeling." *Journal of Hydraulic Research*, Vol.28, No. 4.
- Lax, P.D. and Wendroff, B. (1960). "System of conservation laws." *Comm. Pure and Applied Math.*, Vol. 13.
- Lyn, D.A. (1987). "Unsteady sediment-transport modeling." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 113, No. 1.
- Park, I. and Jain, S.C. (1986). "River-bed profiles with imposed sediment load." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 112, No.4.
- Park, I. and Jain, S.C. (1987). "Numerical simulation of degradation of alluvial channel beds." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 113, No.7.

- Ponce, V.M., Indlekofer, H., and Simons, D.B. (1979). "The convergence of implicit bed transient models." *Journal of Hydraulic Division*, ASCE, Vol. 105, No. HY4.
- Preissmann, A. (1961). "Propagation des intumescences dans les canaux et rivières." *1st Congress de l'Assoc. Francaise de Calcule*, Grenoble, France, pp.433-442.
- van Rijn, L.C. (1984a). "Sediment transport, part I: bed load transport." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 110, No. 10.
- van Rijn, L.C. (1984b). "Sediment transport, part II: Suspended load transport." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 110, No. 11.
- de Saint Venant, A.J.C. (1871). "Theory of unsteady water flow, with application to river floods and to propagation of tides in river channels." *French Academy of Science*, Vol. 73.
- Shin, C.S. (1996). *A one dimensional model for storm breaching of barrier islands*. Unpublished Ph.D. thesis, Old Dominion University, Norfolk, Virginia, U.S.A.
- Voogt, H.L., van Rijn, L.C., and van den Berg, J.H. (1991). "Sediment transport of fine sands at high velocities." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 117, No.7.
- de Vries, M. (1965). "Considerations about non-steady bed-load transport." *Proceedings of the 11th Congress, International Association of Hydraulic Research*, Vol. 3, paper 3.8, Leningrad, USSR.

〈최종본 접수일 : 1997년 9월 12일〉