

수문지형특성 및 시간응답특성의 상사성을 이용한 Nash 모형 해석

Analysis of the Nash Model Using the Similarities of Hydrogeomorphologic and Time Response Characteristics

성 기 원*
Seong, Kee Won

Abstract

Parameters of the Nash model were analyzed using similarity concepts for the hydrogeomorphologic and the time response characteristics, then the application of parameter estimation was performed for a basin where no data are available. The self-similarity was investigated to evaluate the similarity of hydrogeomorphologic characteristics and to derive a equation for the time of concentration. The relation between model parameters and time characteristics such as travel and lag time, were developed to obtain their properties of similarity. There were remarkable results about the assessment for basin similarity and the application to an ungaged basin in Wi stream basin.

요 지

Nash 모형의 매개변수를 유역의 수문지형특성과 시간응답의 상사성을 이용하여 분석하고 이를 미계측 유역에 대한 추정방법으로 적용하여 보았다. 유역의 수문지형특성의 상사성은 유역의 지형학적 동질성에 대한 검증방법인 자기상사성을 통해 파악하였으며 시간응답의 상사성은 Nash 모형의 매개변수들과 지체시간 및 도달시간과의 관계를 수립하여 이용하였다. 위천유역의 경우 이러한 상사성에 대한 주목할만한 특징이 발견되었는데 이를 미계측 유역에 대한 매개변수 추정 에 이용한 결과 좋은 성과를 얻을 수 있었다.

keywords: Nash model, self-similarity, hydrogeomorphologic characteristics, time of concentration, travel time, lag time

* 한국건설기술연구원 수자원연구소

1. 서 론

강우-유출 과정의 수문학적 요소들을 물리적으로 연관짓기 위해서 수식화 한 개념적 모형(conceptual model)은 열거할 수 없을 정도로 많이 존재한다. 그런데 그 가운데 Nash 모형은 대표적인 개념적 선형 모형으로 이후 개발된 상당수의 모형들은 이 모형들을 모체로 변형하거나 발전시킨 것들이다. 국내의 경우 Nash 모형은 하천시설 기준에 의거 중소하천 유역의 홍수유출계산 모형으로 제시되어 홍수량 산정 등에 적용되고 있으며 매개변수 추정에 필요한 다양한 방법론이 제시되어 왔다. 기존의 연구에 의하면 조홍제(1987)는 Nash 모형의 매개변수와 GIUH 이론과의 상관성으로부터 얻을 수 있는 Rosso(1984)의 모형을 개선하는 방법을 제시하였으며 고재웅과 서영제(1987)는 논산천 상류유역에 대한 순간단위유량도 산정을 위해 Nash 모형을 비롯한 선형저수지 모형의 매개변수 산정에 관한 연구를 수행한 바 있다. 조홍제와 이상배(1990)는 유역의 수문학적 상사성에 대한 연구를 Rosso(1984)의 모형에 기초하여 수행한 바 있다. 또한 윤석영 등(1994)은 홍수유출예측을 위한 Nash 모형의 적용성을 평가한 바 있으며 이정식(1994)은 위천유역의 지역화분석을 위한 Nash 모형의 매개변수를 추정하는 방법을 제안하는 등 최근까지 지형학적 수문특성을 이용하는 방법 등으로 Nash 모형에 대한 활용의 폭을 넓혀왔다. 본 연구에서는 그 동안 파악되었던 유역의 지형특성과 시간응답의 특성에 대한 연구를 바탕으로 이들의 상사성을 파악하여 이용함으로써 보다 합리적으로 미계측 유역에 대한 매개변수를 추정할 수 있는 방안을 제시하고자 한다. 유역의 수문지형특성의 상사성을 검토하기 위해 fractal 이론을 근거로 한 유역면적과 주하천유로연장간의 관계를 이용하였으며 시간특성의 상사성을 파악하기 위하여 지체시간과 도달시간의 관계를 살펴보았다. 이러한 과정을 통해 Nash 모형의 매개변수는 이러한 상사성과 연관이 있음을 확인하였으며 이러한 성질을 이용하여 미계측 유역에 대한 매개변수의 추정이 가능함을 확인하였다.

2. 본 론

유역의 수문지형특성 및 시간특성의 상사성을 이용하여 해석 하려하는 모형은 식 (1)로 나타내는 gamma 함수형 모형이며 이를 Nash 모형이라 부른다.

$$u(t) = \frac{1}{K} \left(\frac{t}{K} \right)^{N-1} \frac{1}{\Gamma(N)} e^{-\frac{t}{K}} \quad (1)$$

여기서 $u(t)$ 는 순간단위유량도, N 은 선형저수지의 개수, K 는 저수지 상수이다.

2.1 수문지형특성의 상사성

수문지형특성의 상사성 해석을 위해 유역의 자기상사성을 이용하였다. 유역의 자기상사성이란 유역의 주요 지형인자들의 구성 상태가 해상도에 무관하게 보존되는 성질을 말한다 (성기원, 1995). 그런데 자기상사성에 관련하여 Mandelbrot(1983)는 實數로 확장된 차원의 개념을 바탕으로 fractal을 정의한 바 있는데 그는 fractal을 자기상사성을 가진 기하형태로 보았다. 그리고 이러한 개념 하에 유역의 지형특성에 대한 자기상사성 즉 fractal 현상을 수문지형특성의 상사성 해석의 측면에서 분석의 도구로 이용하는 많은 연구가 있었다. 이러한 유역에서 발견할 수 있는 상사성의 예로 주하천유로연장과 유역면적 간의 관계를 흔히 언급한다. 본 연구에서도 수문지형특성의 상사성 및 시간응답특성의 상사성 파악을 위해 주하천유로연장과 유역면적 간의 관계를 이용하였는데 이 관계는 식 (2)와 같이 나타낸다.

$$L = kA^z \quad (2)$$

여기서 L 은 주하천유로연장, A 는 유역면적 그리고 k 및 z 은 상수이다.

Mandelbrot(1983)는 주하천의 fractal 차원(d)은 $2 \times z$ 이라 하였는데 일반적으로 수문지형학적으로 자기상사성이 있는 유역간에는 같은 fractal 차원을

갖으며 식 (2)의 상수가 일치하는 경향을 보여준다. 이에 본 연구에서는 유역간의 수문지형특성의 동질성 파악에 대한 지표로 식 (2)를 이용하였으며 또한 Nash 모형의 N 이나 도달시간의 산정도 식 (2)를 계산에 이용하였다.

2.2 시간응답특성의 상사성

일반적으로 모형의 특성상 Nash 모형보다는 Clark 모형에서 도달시간이나 지체시간과 같은 시간응답특성을 자주 고려한다. 그런데 본 연구에서 Nash와 Clark 모형의 매개변수간의 관계를 분석하여 Nash 모형의 매개변수 추정에 관한 만족할 만한 시간특성의 관계를 유도할 수 있었다. 이를 위하여 그림 1을 살펴보기로 한다.

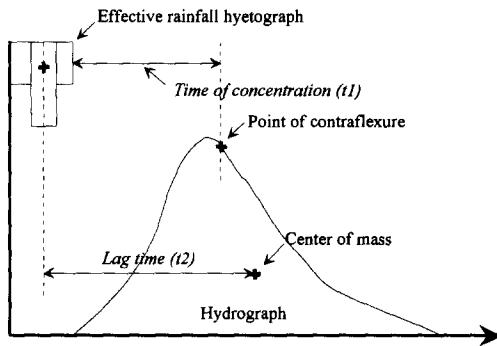


그림 1. 시간특성치 측정에 관한 정의

분석자들의 분석방법에 따라 다소 다르지만 본 연구에서는 t_1 은 도달시간(time of concentration) 그리고 t_2 는 지체시간(lag time)으로 정의한다. Clark 모형에서는 모형의 매개변수로 도달시간 T_c 와 저류상수 R 이 이용된다. 이들의 산정에 관한 많은 연구가 있지만 윤석영과 홍일표(1995)는 Clark-KICT 방법을 고안하여 Clark 모형의 매개변수 산정에 관하여 모형의 저류상수 R 은 유역의 지체시간과 같다고 하여 식 (3)의 관계를 제시한 바 있다.

$$t_2 = R \quad (3)$$

그런데 유역의 지체시간은 Nash 모형을 적용할 경우 모형의 1차모멘트와 같으므로 식 (4)가 성립한다.

$$t_2 = NK \quad (4)$$

또한 도달시간의 정의, 즉 유효강우의 종료점으로부터 직접유출 수문곡선의 변곡점까지의 시간은 그림 (1)에서 t_1 이므로 식 (5)는 자명하다.

$$t_1 = T_c \quad (5)$$

그런데 Clark 모형의 매개변수 산정을 위해 HEC-1에서는 T_c 와 R 간의 독립성을 이용하는데 $T_c + R$ 혹은 $R/(T_c + R)$ 과 같은 매개변수들의 결합이 동일 유역 내에서 일정한 값을 보여주는 성질을 이용하여 최적화과정을 통해 지역회귀분석을 수행한다. (Hogan, 1989) 예를 들면 SCS(1985)에 의하면 미국의 New Jersey의 Rahway river 유역에서 T_c 와 R 간에는 식 (6)을 만족한다고 하였다.

$$\frac{R}{T_c + R} = 0.65 \quad (6)$$

따라서 식 (6)과 같은 관계가 본 연구의 대상유역에도 존재한다면 식 (3), (5), (6)으로부터 식 (7)과 같은 관계를 유추할 수 있다.

$$\frac{R}{T_c + R} = \frac{NK}{T_c + NK} = \frac{t_2}{t_1 + t_2} = \frac{1}{\alpha} \quad (7)$$

여기서 α 는 상수이다. 또한 만일 Nash 모형의 N 이 유역 내에서 일정하다고 가정하면 식 (7)에서 식 (8)을 얻게 된다.

$$\frac{K}{T_c + K} = \frac{1}{\beta} \quad (8)$$

여기서 β 는 상수이다. 그런데 본 연구에서 시간응답특성의 상사성이란 같은 유역 내에서 식 (7)이나 (8)을 만족하는 특성을 말한다.

2.3 유역의 자기상사성을 이용한 도달시간의 유도

유역의 최원점으로부터 출구까지의 이동시간을 도달시간이라 정의하며 이를 해석적으로 유도한 예는 많이 있다 Singh(1988). 그런데 Aron 등(1991)은 유역내 흐름을 swale 흐름으로 가정하여 운동파(kinematic wave)이론과 Manning 식을 이용하여 도달시간을 해석적으로 유도한 바 있는데 여기서 그들은 분석 대상유역인 Maryland와 Virginia의 주하천유로연장과 유역면적간의 관계를 횡방향유입 성분으로 취급하여 도달시간을 계산하였다. 본 연구에서는 그들의 연구를 주하천유로연장과 유역면적 관계가 있는 임의의 유역에도 적용이 가능하도록 다시 말해서 유역의 자기상사성 관계가 있는 유역에 대하여 적용이 가능하도록 그들의 유도를 일반화하였다. 이 과정의 유도는 부록에 수록하였으며 결과는 식 (9)와 같다.

$$t_c = 3 \frac{k^{\frac{1}{4z}} n^{\frac{3}{4}}}{S^{\frac{3}{8}} c^{\frac{1}{2}} i_c^{\frac{1}{4}}} \frac{z}{4z-1} L^{(1-\frac{1}{4z})} \quad (9)$$

여기서 k 및 z 은 식 (2)의 상수이며 n 은 Manning 조도계수, S 는 주하천의 경사, c 는 하천의 형상계수, i_c 는 유효강우 그리고 L 은 주하천유로연장이다. 그런데 본 연구에서 이용되는 식 (9)는 주하천유로를 따라 유역면적 전체가 분포되어있는 가정을 통해 수립된 식이다. 따라서 수계가 충분히 발달되지 않은 지역에서는 유역의 질량중심이 다소 출구방향으로 이동된다. 그러나 Pilgrim(1976)에 의하면 유역의 사면에서의 이동거리 및 이동시간은 대단히 짧고 상대적으로 하천에서의 지체효과가 크다고 밝힌 바 있는데 윤석영 등(1994)도 이와 같은 연구에 대한 증명을 위천유역에 대하여 보인 바 있다. 이러한 견해는 유역면적을 주하천유로에 분포시킴으로 약간의 오차만이 예상된다는 것으로 본 연구에서 이용되는 중심적인 가정 가운데 하나이다. 식 (9)를 다루기 어려운 요인 가운데 또 다른 하나는 도달시간이 유효강우의 함수로 표현되기 때문이다. 이 사실은 강우-유출과정의

선형성을 가정하는 상황에서는 문제가 된다. 따라서 미계측 유역에 대하여 식 (9)를 적용하기 위해서는 적절한 유효강우를 가정하는 방법 외에는 없다고 판단되나 본 연구에서는 단위유량도의 기본 가정에서 이용되는 유효강우량인 1cm/hr를 계산에 이용하였다.

2.4 Nash 모형의 매개변수 추정

2.4.1 매개변수 K의 추정

비록 식 (9)에 의하여 도달시간은 유효강우의 함수라 할지라도 식 (7)이나 (8)에 의하여 NK 혹은 K 는 도달시간과 정비례의 관계를 가정할 수 있다. 이에 따라 NK 및 T_c 는 식 (10)과 같은 관계를 갖는다.

$$NK = 3\alpha \frac{k^{\frac{1}{4z}} n^{\frac{3}{4}}}{S^{\frac{3}{8}} c^{\frac{1}{2}} i_c^{\frac{1}{4}}} \frac{z}{4z-1} L^{(1-\frac{1}{4z})} \quad (10)$$

따라서 N 을 비롯한 수리, 수문학적 제반 인자들의 값을 알 수 있다면 K 는 유역의 자기상사성 및 시간응답 특성의 상사성 관계 즉 식 (10)으로부터 얻을 수 있는 것이다.

2.4.2 매개변수 N의 추정

일반적으로 미계측 유역에 대한 Nash 모형의 매개변수를 추정하기 위한 방안은 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 그 가운데 한 가지 방법은 Rosso(1984)의 제안식을 이용하는 방법인데 이 식은 Rodriguez-Itrube와 Valdes(1979)에 의해 고안된 GIUH 모형과 Nash 모형간의 관계를 이용하는 것이다. 그런데 이 방법은 유역의 분기비(bifurcation ratio)와 길이비(length ratio) 그리고 면적비(area ratio)를 직접 해당유역에서 수집하여 적용할 수 있는 장점이 있는데 따라서 이 방법은 매개변수 추정을 위한 직접법이라 할 수 있다. 다른 한 가지 방법은 간접법으로 분류할 수 있는 지역화 회귀분석법이다. 그런데 지역화 회귀분석을 통해 추정할 경우 유역면적이나 주하천유로연장 등과 같은 지형인자들을 회귀모형의 변수로 이용하는 것이 보통이다. 이들 방법들은 나름대로의 장점을 갖고 있지만 직접법의 경우 해당유역의 실

제 지형특성을 정확히 반영하기보다는 유사지형에 대한 앙상블(ensemble) 평균의 개념이며 또한 매개변수 추정에 가장 큰 영향을 미치는 면적비를 도출하기가 대단히 어려우며 또한 분석방법이나 분석자에 따라 동일한 값을 얻기 어려운 문제들을 안고 있다. 그 반면 간접법은 유역의 지형학적 '유사성'에 대한 가정을 전제로 하지만 이에 관한 명확한 검증이 어렵다는 단점이 있다. 그러나 본 연구에서는 지역화회귀 분석 대신 간접법의 단점을 일부 보완하여 유역간의 지형특성의 상사성이 반영되는 매개변수 추정을 위한 경험적 분석기법을 유도하였다. 이와 같은 분석을 위해 Nash 모형과 형태적으로 동일한 Edison 모형의 매개변수 추정 기법을 변형하여 이용하였다. 따라서 본 연구에서 N 을 추정하기 위한 기법은 Nash 모형의 근본 이론으로부터 도출된 것이 아니라 유역의 자기상사성을 이용하기 위하여 간접적인 경험식을 이용하는 것이다. 그러므로 이 방법은 단지 통계적인 회귀분석 결과보다 물리적으로 보다 선명한 장점이 있으며 회귀분석 결과와 상호보완적인 관계를 기대할 수 있다. Edison 모형은 유역의 시간-누적면적 관계식을 모형에 적용하는데 이 관계는 식 (11)과 같다.

$$A \propto t^x \quad (11)$$

여기서 A 는 누적면적이다. Edison 모형에서는 시간-누적면적 관계곡선의 기저시간인 도달시간을 계산하고 식 (11)의 관계를 지도작업을 통해 파악하는 방법을 취하고 있다. 이 모형이론에 의하면 모형의 형상모수 N (Nash 모형의 N 과 일치킴)은 식 (12)와 같다고 하였다 (Singh, 1988).

$$N = x + 1 \quad (12)$$

그런데 지형적 특성 혹은 유역의 자기상사성을 반영하기 위하여 식 (2)를 면적에 대하여 정리하는데 이는 식 (13)과 같은 관계로 나타낼 수 있다.

$$A(x) = \left(\frac{x}{k}\right)^{\frac{1}{b}}, \quad 0 \leq x \leq L$$

$$\propto x^{\frac{1}{b}} \quad \propto t^{\frac{1}{b}} \quad (13)$$

식 (13)은 유역내 물의 이동속도가 일정하다고 가정하고 또한 앞서 도달시간을 유도하였던 가정과 마찬가지로 유역 사면의 길이가 짧고 지체시간이 짧을수록 좋은 관계를 보일 것이다. 따라서 이와 같은 조건을 만족하는 유역의 자기상사성을 이용하여 N 을 추정하려면 식 (11), (12), (13)으로부터 얻은 식 (14)를 이용한다.

$$N = 1 + \frac{1}{b} \quad (14)$$

이상과 같은 이론을 바탕으로 수문지형특성 및 시간응답특성의 상사성을 가진 유역내 미세측 지역의 매개변수를 추정하게 된다. 그러나 물론 미세측 유역에 대한 자기상사성은 어렵지 않게 검증할 수 있으나 시간응답특성의 상사성은 미리 평가하기 곤란하다. 따라서 여타의 수문학적 동질성을 검증하는 방법을 통해 간접적으로 유추할 수 외에 없다고 판단된다.

3. 결과 및 해석

수문지형특성 및 시간응답특성의 상사성을 이용하여 Nash 모형의 매개변수를 추정하기 위해 IHP 대표유역인 위천유역을 대상으로 설정하였다. 위천유역은 동곡, 고노, 미성, 병천 그리고 무성 등의 소유역으로 구성되어 있는데 본 연구에서는 이 가운데 무성 소유역을 미세측 유역으로 가정하고 나머지 소유역에 대한 분석결과를 바탕으로 이를 적용하는 방법을 취하였다. 그리고 강우-유출자료에 대한 분석 부분은 연구의 객관성을 위하여 윤석영(1994)의 성과를 이용하였다.

3.1 유역의 수문지형특성의 상사성 검토

본 연구에서 유역의 지형특성의 지표로 이용되는 유역의 자기상사성을 파악하기 위해 주하천유로연장과 유역면적간의 관계를 회귀분석을 통해 평가하였다. 유역간의 자기상사성의 구분을 확인하기 위해 참

고로 평창강 및 보청천 유역도 분석하여 이 결과를 표 1에 나타내었다.

표 1. IHP 대표유역의 주하천유로연장과 유역면적간의 관계식

유역명	위 천	평창강	보청천
주하천유로연장과 유역면적간의 관계	$L=0.806A^{0.671}$	$L=2.073A^{0.504}$	$L=1.632A^{0.537}$

주하천유로연장과 유역면적간의 관계식을 도출하기 위해서 수계별로 회귀분석하였는데 결과를 살펴보면 유역간의 자기상사성이 구분됨을 확인할 수 있다. 물론 유역의 자기상사성을 명확히 파악하기 위하여 개별 소유역에 대한 엄밀한 fractal 분석도 가능하나 본 연구는 유역간의 구분과 소유역간의 단순한 지형특성의 상사성을 파악하는 선에 연구의 한계를 설정하였다. 그리고 분석대상유역인 위천소유역에 대한 유역 개황을 표 2에 수록하였다.

표 2. 위천유역의 소유역별 개황

소유역명	유역면적 (km ²)	주하천유로연장 (km)	유역최원거리 (km)
동 곡	33.8	8.00	8.29
고 노	109.8	18.90	19.14
미 성	171.7	30.90	30.71
병 천	300.3	40.65	40.40
무 성	472.5	42.83	42.62

기존 보고서의 위천유역의 지형자료를 살펴보면 표 2에서 나타낸 바와 같이 주하천유로연장이 유역최원거리를 웃돌고 있는 경우도 발견할 수 있다. 이것은 지도의 분석 해상도 차이에 의한 오차로 추측되는데 이 자료만으로도 본 대상유역은 사면에서의 물의 지체시간은 짧고 유역면적이 주하천에 분포되어 있다는 유역의 지형학적 상사성 및 시간응답특성의 상사성 적용을 위한 가정을 충분히 만족하고 있다고 볼 수 있다.

3.2 시간응답특성의 상사성검토

도달시간과 지체시간 그리고 Nash 매개변수간의 상관관계를 검토하기 위하여 대상유역의 자료를 분석하였으며 이 결과를 표 3~표 6에 수록하였다.

표 3. 동곡유역의 시간응답특성

사상분류	시간특성치 (실측치)		Nash 모형매개변수 (실측치)		시간특성의 상사성	
	도달시간, t_1	지체시간, t_2	N	K	식(7)	식(8)
861	4	5	2.725	2.134	0.556	0.348
891-1	5	8	3.124	2.126	0.615	0.298
892	5	7	2.739	2.706	0.583	0.351
903	4	7	2.580	2.890	0.636	0.419
905	5	6	2.438	2.882	0.545	0.366
921-1	4	5	2.500	2.610	0.556	0.395
924	3	6	1.930	3.310	0.667	0.525
평균					0.594	0.386
분산					0.002	0.004
상수					$\alpha=1.683$	$\beta=2.591$

표 4. 고노유역의 시간응답특성

사상분류	시간특성치 (실측치)		Nash 모형매개변수 (실측치)		시간특성의 상사성	
	도달시간, t_1	지체시간, t_2	N	K	식(7)	식(8)
891-1	5	9	2.77	2.95	0.643	0.371
892	5	8	3.1	2.67	0.615	0.348
903	4	8	2.15	3.74	0.667	0.483
904	6	5	1.87	3.47	0.455	0.366
905	5	6	2.23	3.42	0.545	0.406
평균					0.585	0.395
분산					0.006	0.002
상수					$\alpha=1.709$	$\beta=2.531$

표 5. 미성유역의 시간응답특성

사상분류	시간특성치 (실측치)		Nash 모형매개변수 (실측치)		시간특성의 상사성	
	도달시간, t_1	지체시간, t_2	N	K	식(7)	식(8)
891-1	6	6	3.04	2.86	0.500	0.323
892	8	8	3.46	2.55	0.500	0.242
904	4	5	1.88	3.65	0.556	0.477
905	5	6	2.21	3.57	0.545	0.417
평균					0.525	0.365
분산					0.001	0.008
상수					$\alpha=1.904$	$\beta=2.743$

표 6. 병천유역의 시간응답특성

사상분류	시간특성치 (실측치)		Nash 모형매개변수 (실측치)		시간특성의 상사성	
	도달시간, t_1	지체시간, t_2	N	K	식(7)	식(8)
892	8	7	3.47	3.00	0.467	0.273
905	6	8	2.34	3.75	0.571	0.385
922	4	7	1.58	4.23	0.636	0.514
평균					0.558	0.390
분산					0.005	0.010
상수					$\alpha=1.792$	$\beta=2.561$

표 3~표 6을 살펴보면 비록 분석 표본의 수가 부족하지만 식 (7)과 식 (8)에 대한 대단히 좋은 상관관

계를 발견할 수 있다. 위천구역 전체를 대표할 수 있는 α 와 β 를 얻기 위해 각 소유역에 대한 값을 산술 평균하면 α 는 1.772 그리고 β 는 2.606이었다. 자료의 분포경향을 살펴볼 때 소유역별로 거의 완벽한 관계를 보여주나 식 (8)보다는 식 (7)의 관계가 미미하게 안정적이다. 식 (7)과 식 (8)의 차이는 매개변수 N 을 상수로 취급할 수 있는 여부를 보여주는 것인데 위천 구역의 경우 N 을 상수로 고정시켜도 무방함을 보여주고 있다. 식 (7)과 식 (8)의 관계가 안정적이라면 이 두 식으로부터 N 을 직접계산 할 수도 있다. 즉 식 (7)과 (8)에서 식 (15)를 유도할 수 있다.

$$N = \frac{\beta - 1}{\alpha - 1} \quad (15)$$

식 (15)와 구역의 대표 α, β 값을 이용하면 N 의 값은 약 2.2를 얻을 수 있는데 이 값은 이후 설명할 구역의 자기상사성을 이용하여 얻은 값과 거의 일치한다. 또한 이러한 결과는 시간응답특성의 상사성에 대한 타당성을 설명하는 것이다.

3.3 Nash 매개변수의 추정

매개변수 N 을 추정하기 위해 식 (2)와 (14) 그리고 표 1의 주하천유로연장과 구역면적의 관계로부터 N 은 2.490 으로 추정할 수 있다. 그런데 위천 구역의 경우 N 을 상수로 고정시킬 수 있음을 보였고 또한 각 소유역에 대한 α 및 β 로부터 추정된 N 도 거의 일치된 값을 보여주기 때문에 미계측 구역으로 가정한 무성의 경우 N 을 2.490으로 산정할 수 있다. 매개변수 K 를 추정하기 위해 구역의 대표 α 와 식 (2), 표 1 그리고 식 (10)을 이용하였다. 식 (10)의 상수들에 대한 값은 Aron(1991)의 연구를 참고하여 i_c 는 단위유량도 가정의 기본 유효강우량인 10 mm/hr, n 은 0.10, S 는 0.011 등으로 결정하였으며 이 결과 K 는 3.154 hr로 계산되었다. 이러한 추정치의 정도를 확인하기 위하여 무성구역의 실측자료를 표 7에 수록하였다. 본 연구를 통하여 추정된 매개변수 값과 표 7의 결과를 비교하여보면 구역의 수문지형특성의 상사성과 시간응답특성의 상사성을 이용한 추정방법이 위천 구역의 경우 매우 잘 적용됨을 알 수 있다. 그러나 도

표 7. 무성 구역의 주요 사상별 Nash 매개변수 값

사상분류	지체시간, t_2	N	K
891-1	12.32	3.34	3.68
904	6.89	1.93	3.57
921-1	6.65	2.47	2.70
921-2	8.94	2.33	3.83
922	6.62	1.67	3.97
평균	8.28	2.35	3.55

달시간의 산정식에 포함된 변수들의 변동성과 이에 대한 해석은 매우 중요한 문제이며 추후 연구가 필요하다. 또한 연구자에 따라 매개변수 N 이 구역면적에 비례하여 증가한다는 조홍제(1987)의 연구도 있으나 이에 상반되는 견해도 이정식(1994), 윤석영(1994) 그리고 Boyd(1978)에 의해 제기된 바 있다. 본 연구에서 제안된 방법은 자기상사성이 있는 동일 구역내의 N 은 모두 같은 값을 취하게 되기 때문에 후자의 견해와 같은 결론을 갖는다. 그러나 동일 구역의 분석 해상도를 조정하여 식 (2)를 단일 구역에 적용하여 개별적인 fractal 분석을 할 경우 다른 결론이 예상되나 이는 본 연구에서 수행하지 않았다. 이와 같은 수문지형특성과 시간응답특성의 상사성이 모든 구역에 모두 적용되는 것은 아닐 것이다. 그러나 이 사실을 역으로 생각하면 수문학적 상사성이 있는 구역을 판별하는데 있어서 본 연구에서 제기한 상사성 해석은 그 해결을 위한 필요조건이 될 수 있을 것으로 기대한다.

4. 결 론

미계측 구역에 대한 Nash 모형 매개변수를 추정하기 위하여 구역의 수문지형특성과 시간응답의 상사성을 이용하여 보았다. 분석 대상구역으로는 위천 구역을 설정하였으며 분석과정과 결과를 통해 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 주하천유로연장과 구역면적간의 관계를 구역의 자기상사성의 관계로 해석하여 이를 도달시간 계산과 시간-누적면적 관계식에 이용하였다. 이 결과 위천구역내 소유역들의 자기상사성은 신뢰할 수 있었고 이를 이용한 계산 결과는 만족할 수 있는 수준이었다.

(2) 시간응답특성을 도달시간 및 지체시간 그리고

Nash 모형 매개변수의 관계를 통해 분석하였다. 위 천유역의 경우 N 은 고정된 값으로 산정되었으며 K 는 유역의 지체시간과 비례하는 관계를 보여주었다. 그리고 $NK/(T_c + NK)$ 는 소유역 모두에서 일정한 값을 나타내고 있었는데 이를 이용하여 K 에 대한 추정이 가능하였다.

(3) 이상과 같은 결과 및 결론은 미세측 유역에 대한 매개변수의 추정방법으로는 물론이고 유역의 수문학적 상사성 해석에 관한 접근법으로 활용될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 고재웅, 서영제 (1987). “선형저수지 모형의 매개변수연구.” 한국수문학회지, 한국수문학회, 제20권, 제3호, pp. 229-235.
- 성기원, 선우중호 (1995). “규모문제를 고려한 수문응답의 해석: 1. 모형이론의 유도.” 한국수자원학회지, 한국수자원학회, 제28권, 제4호, pp. 185-194.
- 윤석영 등 (1994). “홍수유출예측을 위한 수리 수문학적 인자의 결정: Clark 및 Nash 모형을 중심으로.” 연구보고서, 건기연94-WR-113, 한국건설기술연구원.
- 윤석영, 홍일표 (1995). “Clark 모형의 매개변수 산정방법 개선.” 대한토목학회논문집, 대한토목학회, 제15권, 제5호, pp. 1287-1300.
- 이정식 (1994). “기존 강우-유출관계의 개념적 모형 비교 연구.” 국제수문개발계획(IHP) 연구보고서, 건설부, pp. 6.1-6.86.
- 조홍제 (1987). “지형학적 수문특성에 의한 선형저수지 모델 해석.” 한국수문학회지, 한국수문학회, 제20권, 제2호, pp. 117-126.
- 조홍제, 이상배 (1990). “유역응답의 수문학적 상사성해석에 관한 연구(I).” 한국수문학회지, 한국수문학회, 제23권, 제3호, pp. 421-434.
- Aron, G., Ball, J.E., and Smith, T.A. (1991). “Fractal concept used in time-of-concentration estimate.” *Journal of Irrigation and drainage engineering*, ASCE, Vol. 117, No. 5, pp. 635-641.
- Boyd, M.J. (1978). “A storage-routing model relating drainage basin hydrology and geomorphology.” *Water Resour. Res.*, Vol. 14, No. 4, pp. 921-928.
- Hogan, D.H. (1989). *Computer assisted floodplain hydrology and hydraulics*. McGraw-Hill, New York.
- Mandelbrot, B.B. (1983). *The fractal geometry of nature*. W.H. Freeman, New York.
- Pilgrim, D.H. (1976). “Travel times and nonlinearity of flood runoff from tracer measurements on a small watershed.” *Water Resour. Res.*, Vol. 13, No. 3, pp. 587-595.
- Didriguez-Itrube and Valdes, J.H. (1979). “The geomorphologic structures of hydrologic response.” *Water Resour. Res.*, Vol. 15, No. 6, pp. 1422-1434.
- Rosso, R.L. (1984). “Nash model relation to Horton order ratio.” *Water Resour. Res.*, Vol. 20, No. 4, pp. 914-920.
- Singh, V.P. (1988). *Hydrologic systems: Rainfall-runoff modeling Vol. 1*. Prentice Hall, New Jersey.
- Soil Conservation Service (1985). *National engineering handbook*. U.S. Dept. of Agriculture.

(접수: 1996년 2월 8일)

부록. 도달시간의 유도과정

본 연구에서 이용한 도달시간 계산식은 다음의 절차를 따라 유도되었다. 이 식은 Aron(1991)의 제안식을 임의의 자기상사성이 있는 유역에 적용가능하도록 변형한 것이다. 유역의 유출량은 다음의 합리식으로부터 구한다.

$$Q = i_e A \quad (16)$$

여기서 Q 는 유량(L^3/T)이며 i_e 는 유효우량(L/T) 그리고 A 는 유역면적(L^2)이다. 그리고 유역의 주하천유로연장과 유역면적간에는 다음의 관계가 있다.

$$L = kA^z \quad (17)$$

여기서 L 은 주하천유로연장, k 및 z 은 상수이다. 그리고 평균유량공식으로 Manning 식을 이용한다.

$$Q = \lambda R^{2/3} a \quad (18)$$

여기서 λ 는 $S^{1/2}/n$ 인데 S 는 하천경사, n 은 조도계수, R 은 동수반경 그리고 a 는 유수단면적이다. 그런데 동수반경은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R = ca^{1/2} \quad (19)$$

여기서 c 는 하천의 형상계수이다. 식 (18)과 (19)로부터 다음의 관계식을 얻는다.

$$Q = \lambda c^{2/3} a^{4/3} \quad (20)$$

그리고 연속방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial a}{\partial t} = q \quad (21)$$

여기서 q 는 횡방향 유입으로 다음과 같이 나타낸다.

$$q = i_e \frac{dA}{dx} \quad (22)$$

그런데 식 (22)는 식 (17)을 고려할 경우 식 (23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$q = \frac{i_e x^{1/z-1}}{zk^{1/z}} \quad (23)$$

그리고 특성곡선법을 적용하여 식 (24) 및 (25)와 같은 상미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{4}{3} \lambda c^{2/3} a^{1/3} \quad (24)$$

$$\frac{da}{dt} = q \quad (25)$$

식 (25)를 적분하기 위하여 다음을 도입한다.

$$x^{1/z-1} = \gamma t^\beta \quad (26)$$

식 (25)를 t 에 관하여 적분하고 식 (24)를 결합하면 식 (27)이 된다.

$$\frac{dx}{x^{\frac{1-z}{3z}}} = \frac{4}{3} \lambda c^{2/3} \left[\frac{i_e t}{zk^{1/z}(\beta+1)} \right]^{1/3} dt \quad (27)$$

이 식을 주하천유로연장에 따라 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_0^L x^{-\frac{1-z}{3z}} dx &= \frac{3z}{4z-1} L^{\frac{4z-1}{3z}} \\ &= \lambda c^{2/3} \left[\frac{i_e}{zk^{1/z}(\beta+1)} \right]^{1/3} t_c^{4/3} \end{aligned} \quad (28)$$

식 (26)은 x 가 $t^{\frac{4z}{4z-1}}$ 에 비례하는 것을 의미한다.

따라서 식 (26)으로부터 β 는 다음과 같아진다.

$$\beta = \frac{3}{4z-1} - 1 \quad (29)$$

식 (28)에 식 (29)를 대입하고 γ 를 대입하면 식 (30)을 얻게 된다.

$$t_c = 3 \frac{k^{\frac{1}{4z}} n^{\frac{3}{4}}}{S^{\frac{3}{8}} c^{\frac{1}{2}} i_e^{\frac{1}{4}}} \frac{z}{4z-1} L^{(1-\frac{1}{4z})} \quad (30)$$