

〈논 문〉

# 배기계 모델링 검증을 위한 주파수 응답 함수의 응용

Application of Frequency Response Function for Verification  
of the FEM model of the Exhaust System

이 장 명\* · 박 성 태\* · 김 상 호\*\*

Chang-Myung Lee, Sung-Tae Park and Sang-Ho Kim

(1997년 7월 31일 접수 ; 1997년 10월 1일 심사완료)

**Key Words :** Frequency Response Function(주파수응답함수), Mode Shape(모드형), Exhaust System(배기계), Vibration Analysis(진동해석)

## ABSTRACT

To verify the Finite Element Method(FEM) model of an Exhaust System, Frequency Response Function(FRF) is utilized. Up to now, generally, comparisons of natural frequencies and mode shapes of the Exhaust System between numerical analysis and experimental result are adopted to prove completion of the FEM model. However, the comparisons of natural frequencies and mode shapes are not sufficient to have the perfect FEM model of the Exhaust system. Instead of these comparisons, FRF method is introduced for the more accurate FEM model.

### 기호설명

$A_m, B_m, C_m$	: 진폭 계수(Amplitude Coefficients)
$X_m, X_m$	: 보의 m차 고유함수(mth eigen-function of a beam)
$\rho, \nu, E$	: 밀도(Density), 푸아송비(Poisson's Ratio), 영률(Young's Modulus)
$R, L, \omega$	: 반경(Radius), 길이(Length), 각진동수(Circular Frequency)
$A, I$	: 단면적(Area), 단면 계수(Area Coefficient)
$\lambda$	: 파동수(Wave Number)
$\Omega$	: 진동 매개 변수(Frequency Parameter)

## 1. 서 론

자동차에 있어서 배기계는 엔진 토출음을 줄이기 위하여 필요한 기능 부품이다. 하지만 때때로 배기

계 자체 진동에 의하여 자동차 실내 소음에 악 영향을 미칠 뿐만 아니라 배기계의 내구성에도 문제를 야기시키고 있다. 따라서 배기계의 진동 특성을 파악하여, 실내 소음 및 내구성에 문제가 가장 적은 곳에 배기계의 행거(Hanger)를 차체에 부착하는 것이 필요하다. 그러나, 자동차 개발후 배기계 진동에 의하여 발생되는 실내 소음 원인 파악 및 대처에는 어려움이 따르므로, 차량 개발의 초기 설계 단계에서 해석을 통하여 문제점을 파악하고 대처하는 것이 필요하다. 또한, 개발 기간의 단축 및 문제점을 신속히 해결하기 위하여 간단한 배기계 모델이 필요하다. 하지만 지금까지 25000개이상의 셀요소를 사용하여 배기계를 모델링하는 것이 일반적이었다. 그러나, 셀요소를 사용하면 모델링시 많은 시간과 전문적 지식이 필요로 할 뿐만 아니라 수정 및 변경이 용이하지 않기 때문에, 실제 진동 문제를 설계에 적용하고자 하는 현장에서는 간단한 배기계 해석 모델의 개발이 절실히 요구되고 있다<sup>(1,3,4)</sup>.

\* 정희원, 울산대학교 공과대학 자동차공학과

\*\* 울산대학교 대학원 자동차공학과

실제로, 배기계 모델링시 가장 많은 요소가 요구되는 벨로즈의 경우, 단순한 집중 질량 요소(concentrated mass)와 등가의 스프링 요소(spring element)<sup>(1,2,8)</sup>를 사용하거나, 모드 형상을 가시적으로 표현하기 위해 벨로즈와 동적 거동이 유사한 보요소<sup>(4,7)</sup>를 사용하기도 하였다. 또한, 요소수를 줄이기 위해 원추대요소(conical shell element)<sup>(5,6)</sup>를 사용하여 모델링하기도 하였는데, 특히 김 윤영 등<sup>(4)</sup>은 벨로즈 강성의 방향성을 고려하여 직교 이방성 셀(orthotropic shell) 요소로 모델링을 시도하기도 하였다. 배기계 부품 중 큰 비중을 차지하고 있는 파이프의 모델링시 굴곡부를 직선부와 동일하게 보요소를 사용하여 모델링 할 경우 실제보다 훨씬 높은 강성을 갖게 되므로, 김 윤영 등<sup>(3,4)</sup>은 비교적 간단하면서도 배기계 진동에 문제가 되는 저주파영역(100 Hz 이하)에서 신뢰성이 있는 정적 변형 에너지 개념을 이용하여 굴곡부의 강성을 수정하였다. 그리고, 그 이외의 배기계 각 부품에 대해서 岩本<sup>(1)</sup>, 이 장명<sup>(2)</sup> 등은 집중 질량 요소 및 강체 요소(rigid bar)를 사용하여 모델링하였다. 본 논문에서는 배기계로부터 차체로의 진동 전달 최소화 측면에서 중요한 무부하(idle) 영역을 포함하는 저주파수대(100 Hz 이하)에서 변경 및 수정이 용이한 보요소(bar element), 집중 질량(concentrated mass) 요소 및 강체 요소(rigid bar)를 사용하여 배기계 유한 요소 모델을 완성하였다.

현재까지 각 부품의 유한 요소 모델 및 전체 배기계의 유한 요소 모델의 검증시, 고유 주파수와 모드 형상만으로 해석과 실험의 일치성을 검증하는 방법이 일반적이었고, 또한 이를 보완하기 위하여 MAC (Modal Assurance Criteria)값을 이용하기도 하였다. 그러나, 실제 6개의 자유도가 연성(coupling)되어 운동을 하고 있는 구조물에 대해서는, 고유 진동수와 모드 형상만으로 해석과 실험과의 일치성을 검증하는데는 신뢰도에 문제가 있다고 판단된다. 이러한 문제점을 보완하는 방법으로 주파수 응답 함수(frequency response function)를 이용하여 유한 요소 모델을 검증하므로써 해석과 실험의 일치성을

판단하는데 있어서 신뢰도를 높일 수 있다고 생각된다.

본 논문에서는 Fig. 1의 배기계 모델에서 벨로즈만 제외된 배기계(이하 배기계 I이라 칭함)와 벨로즈가 포함된 배기계(이하 배기계 II라 칭함)의 유한 요소 모델을 주파수 응답 함수를 사용하여 검증하는 방법을 제시하고자 한다.

해석과 실험시 본 논문에서는 상용 유한 요소 해석 프로그램인 SDRC/I-DEAS와 MSC/NASTRAN을 사용하여 고유 진동 해석(normal mode analysis) 및 주파수 응답 해석(frequency response analysis)을 하였고, 실험 데이터 해석을 위해 상용모드해석 프로그램인 wca 파워 모달(power modal)을 이용하였다. 또한, 이 이후로 본 논문에 사용된 배기계 좌표계는 Fig. 1에 도시된 좌표를 기준으로 한다.

## 2. 벨로즈를 제외한 배기계의 모델링 (배기계 I)

전체 배기계는 fig. 1에서 도시된 바와 같이, 촉매 장치(catalytic converter), 예소음기(pre-silencer), 부소음기(sub-silencer), 주소음기(main-silencer) 그리고 중공(中空)의 굵은 파이프로 이루어져 있다. 유한 요소 해석 모델에 사용된 형상(geometry)은 CAD 데이터를 이용하였으며, 물성치는 실험 및 도면에 의해 계산하였다. 각 부분별 모델링 방법과 유한 요소의 개수는 아래에서 설명되어지는 부분과 같다.

### 2.1 파이프 부분 모델링

배기계의 주요 구성품인 파이프는 118개의 보요소를 사용하여 모델링하였는데, 특히 굴곡부 모델링 시 정적 변형 에너지 개념(3,4)을 이용하여 단면계 수값(I)을 수정하였다. 그 과정을 간략히 설명하면 정적 변형시, 상세 셀로 모델링한 굽은보내의 변형 에너지와 보로 모델링한 굽은보내의 변형 에너지가 동일하다는 가정하에서 굴곡부의 단면계수(I)를 변수로하여 수정하는 방법이다. 상세한 내용은 참고문헌(3,4)에 소개되어 있으므로 이곳에서는 정적 변형에너지법에 대한 내용은 생략한다.

### 2.2 촉매 장치, 예소음기 및 주소음기 모델링

배기계의 촉매 장치, 예소음기, 그리고 주소음기는 연결 파이프에 비해 상대적으로 단면특성치가 매우 크기 때문에 내부 변형이 없는 강체 요소와 집중 질량 요소를 사용하여 Fig. 2과 같이 각각 모델링하였다. 각 부품은 강체 요소 2개와 집중 질량 요소 1개가 사용되었다.

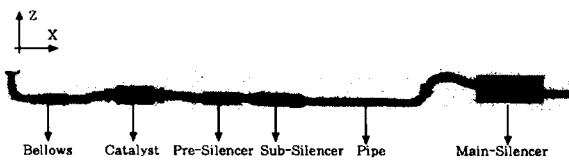


Fig. 1 Schematic Diagram of an Exhaust System

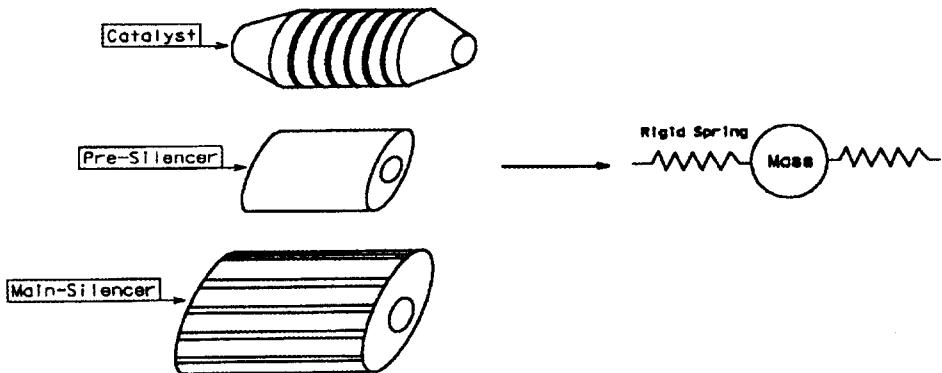


Fig. 2 Schematic Diagram of a Catalytic Converter a Pre-Silencer and a Main-Silencer and a Simple Mode

### 2.3 부소음기 모델링

부소음기는 모델링의 용이성과 효율성을 위하여, 형상을 Fig. 3과 같이 두 개의 파이프로 단순화하고 다음과 같이 단면계수와 단면적을 이용하여 단일 보조소로 등가화하여 모델링하였다.

$$L_{\text{sub-silencer}} = L_{\text{equivalent-bar}} \quad (2)$$

$$E_{\text{sub-silencer}} = E_{\text{equivalent-bar}} \quad (3)$$

$$\rho_{\text{sub-silencer}} = \rho_{\text{equivalent-bar}} \quad (4)$$

여기서,  $L$  = 부소음기 길이

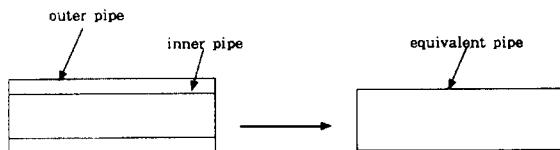


Fig. 3 Schematic Diagram of a Sub-Silencer and an Equivalent Model



Fig. 4 Photograph of the Exhaust System for Experiment

$$E = \text{탄성계수}$$

$$\rho = \text{밀도}$$

식 (2), (3), (4)와 같이 등가보의 전체 길이, 탄성계수, 밀도는 부소음기와 동일하게 하고, 단면계수( $I$ )와 단면적( $A$ )을 다음과 같이 등가화 시켰다.

$$I_{\text{outer-pipe}} + I_{\text{inner-pipe}} = I_{\text{equivalent-pipe}} \quad (5)$$

$$A_{\text{outer-pipe}} + A_{\text{inner-pipe}} = A_{\text{equivalent-pipe}} \quad (6)$$

여기서,  $I = \text{단면계수} (\pi r^3 t)$

$$A = \text{단면적} (2\pi r t)$$

식 (5)와 (6)으로부터 등가화된 반경( $r$ )과 두께( $t$ )를 구할 수 있다.

배기계 I에 대한 해석용 모델을 완성한 후 모드해석을 통해 고유 주파수와 모드 형을 구하였다. 여기서, Fig. 4는 전체배기계의 실험 장치를 나타내는 사진이며, 측정 지점은 배기계 끝단 부분에서 Y·Z 두방향을 측정하였다. Table 1과 Fig. 5의 모드형에서 보듯이 Table 1의 3차 고유 진동수를 제외하면 잘 일치하는 것처럼 보인다. 실제로 이 정도의 일치를 보이면 해석용 모델의 모델링이 훌륭히 수행되었다고 생각할 수 있다. 그러나, 주파수 응답함수

Table 1 Comparision of Natural Frequencies.  
(Unit:Hz)

Mode No.	Experiment	Bar Model
1	11.096	12.194 (9.86%)
2	13.361	13.507 (1.09%)
3	25.223	-
4	29.624	30.199 (1.94%)
5	40.397	39.996 (0.99%)
6	52.582	48.443 (7.87%)
7	60.084	61.362 (2.13%)
8	75.291	74.317 (1.22%)

를 비교하여 보면 해석용 모델에 오류가 있음을 알 수 있다.

즉, Table 1에 나타나 있는 고유 주파수와 Fig. 5에 소개된 모드형을 참고하여 Fig. 6의 주파수 응답 함수를 비교하여 보면, 고유 주파수(Table 1)와 모드형(Fig. 5)의 비교시 실험의 7번째 모드와 해석의 6번째 모드가 비교되었음을 알 수 있다. 다시 말해서 유한요소해석의 주파수 응답 함수를 실험값과 비교해 보면, 20 Hz이상의 영역에서 주파수 응

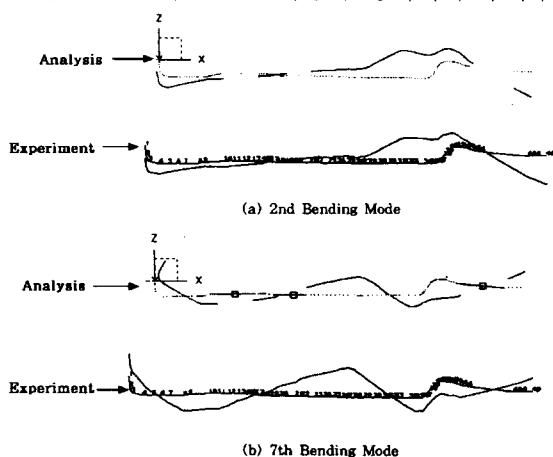


Fig. 5 2nd and 7th Bending Modes of the Exhaust System I (FEM Model : 193 element Test

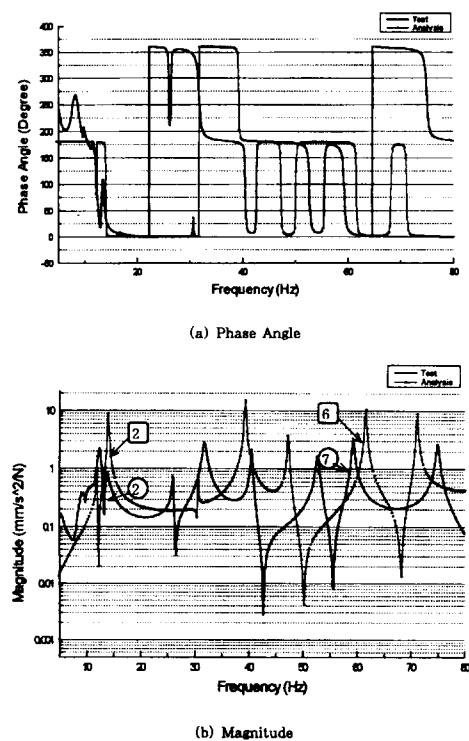


Fig. 6 Frequency response function of the exhaust system I

답 함수가 고주파쪽으로 이동한 것을 Fig. 6에서 알 수 있다. 즉, 실험시 배기계의 수직 방향(Z방향)의 가속도만을 측정하였다면, 고유 주파수와 모드형의 비교시 오류를 범할 수 있음을 보여준다. 이러한 현상은 6개의 자유도가 연성이 되어 반응하기 쉽고, 각 모드의 형태가 유사한 구조물에 대하여 해석 모델을 검증하기 위한 방법으로 고유 주파수와 모드형만을 비교한다는 것은 불완전하다는 것을 알 수 있다. 그러므로, 실제로 모델 검증시 신뢰도를 높이기 위해서 주파수 응답 함수를 이용하는 것이 바람직하다고 판단된다.

Fig. 6을 보면, 해석에 의한 주파수 응답 함수가 1, 2차 고유 주파수를 제외하고는 실험치보다 고주파 쪽으로 이동한 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 주파수가 증가할수록 더욱 뚜렷하게 나타나고 있다. 이는 실험에 사용된 배기계 실물보다 해석용 모델에 적용된 강성값이 더 크게 모델링이 된 것에 기인한다. 따라서 배기계 전체의 강성값에 많은 영향을 주고 있는 배기계 굴곡부의 강성값을 확인 할 필요가 있다. 따라서 이 원인을 분석하여 본 결과, 배기계의 굴곡부 가공시 굴곡부 파이프 두께가 도면에 도시된 두께보다 축소되어 때문으로 유추되었고, 실측한 결과 타당한 것으로 판단되었다. 또한, 이에 대

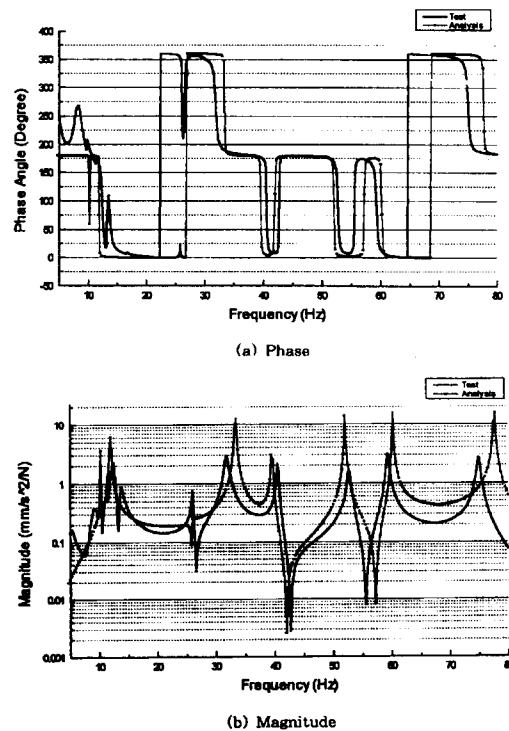


Fig. 7 Frequency Response Function of the Exhaust System I (30% Reduction)

해서는 일반적으로 굴곡부 파이프의 유한 요소 모델링시 기하학 및 열적 변형도 보정을 위해 도면 굴곡부의 두께를 20~25%정도 축소 하는 것이 타당한 것으로 알려져 있다. 이러한 결과를 바탕으로 수정된 굴곡부의 단면계수를 축소하여 주면 주파수 응답 함수가 잘 일치하는 것을 Fig. 7에서 알 수 있다.

여기서 Fig. 7에서 실험 및 해석 결과를 비교하여 보면, 주파수 응답 함수는 좋은 일치를 보인다고 할지라도 15~28 Hz영역에서 위상이 일치하지 않음을 알 수 있다. 이 원인을 고찰해 볼 때 실험 과정에서 가진기(exciter)로 배기계를 가진 하는 조건이 이상적으로 만족되지 않아 이 주파수대(15~28 Hz)에서 가장 큰 영향을 주는 축방향(X 방향) 회전자유도를 구속한 것으로 판단된다. 즉, 가진시에 축방향의 변위만 가진 할뿐만 아니라 회전운동도 어느 정도 야기시키고 있다. 이는 축방향 변위만 가진 시키도록 실험 장치를 설치할 수 없는 실험의 한계에 속한다고 생각된다. 그러므로, 실험과 같은 조건의 상태에서 해석을 하기 위하여 이 주파수대에서 회전운동이 나타나지 않도록 자유도를 구속하여 주파수 응답 해석을 하여본 결과, Fig. 8과 같이 실제적으로 15~28 Hz의 주파수대에서 동일한 위상을 얻을 수 있었다. 결과적으로 15~28 Hz영역에서의

실험과 해석상의 위상의 차이는 배기계를 가진시, 가진점에서 배기계의 축방향의 회전 자유도를 구속하므로써 발생한 것으로 판명되었다. 따라서 해석용 모델의 모델링에 이상이 없음을 알 수 있으며, 주파수 응답 함수를 비교하여야만 정확한 해석 모델의 검증이 가능함을 보여주고 있다.

### 3. 배기계 전체의 모델링(배기계 II)

전체 배기계는 파이프대신 U형 벨로즈가 추가된 경우로, U형 벨로즈의 탄성계수는 파의 개수에 큰 영향을 받지 않는다는 연구 결과(4)를 바탕으로 한 파형을 상세 셀로 모델링하고 강성값을 계산하여 보요소로 모델링 하였다. 이때, Euler 보요소를 사용할 경우 벨로즈의 낮은 강성으로 인하여, 벨로즈의 길이(L)가 반경(R)에 비해 짧은 경우에는 주파수가 높아짐에 따라 발생하는 전단 변형의 영향이 고려되지 않는 단점이 있다. 그러므로, 전단 변형의 영향을 고려한 Timoshenko 보요소(bar element)로 모델링하였다. 이때, 전단 수정 계수(shear correction factor) k를 조절하여 전단 변형의 영향을 고려하였다.

#### 3.1 벨로즈의 등가 보 모델링

벨로즈의 한 파형을 셀요소(shell element)로 모델링하여, 축방향, 굽힘 방향, 비틀림 방향 강성값을 계산하였다. 그리고, 등가화된 보의 반경( $R$ ) 및 두께( $t$ )는 벨로즈의 평균 반경( $R_m$ ) 및 두께( $t$ )와 동일하게 모델링하였다. 사용된 보요소의 개수는 40개이다.

##### (1) 축방향 강성값 계산

MSC/NASTRAN의 사변형 셀요소인 CQUAD4를 이용하여 벨로즈의 단면을 Fig. 9와 같이 모델링하였다. 여기서, 벨로즈 한쪽 끝단의 x,y,z방향 변위를 고정하고, 다른 한쪽 끝단의 중심에 한 개의 노드(node)를 추가하여 원주상 노드와 강체보 요소(RBE2 beam)로 연결하였다. 그리고, 첨가한 노드에 축방향의 힘을 가함으로써 식 (7)에 의해 축방향 강성값을 구하였다.

$$E_{axi} = \frac{FL}{A\delta} \quad (7)$$

여기서,  $E_{axi}$  = 축방향 강성값

$F$  = 축방향 하중

$L$  = 벨로즈 길이

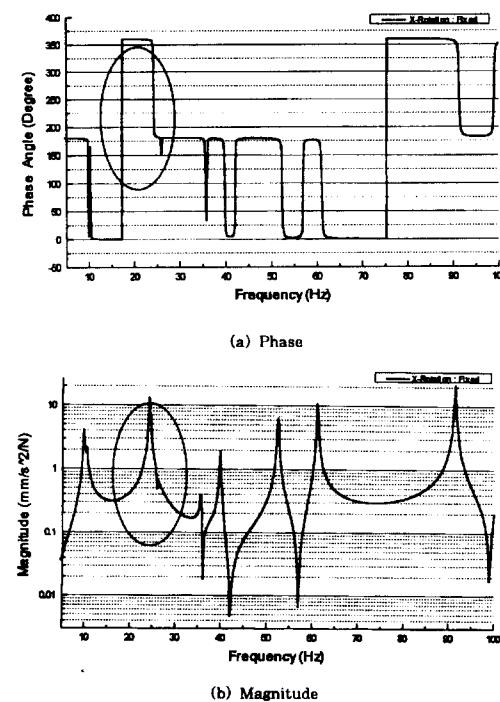


Fig. 8 Frequency response function of the exhaust system I : X-rotation fixed

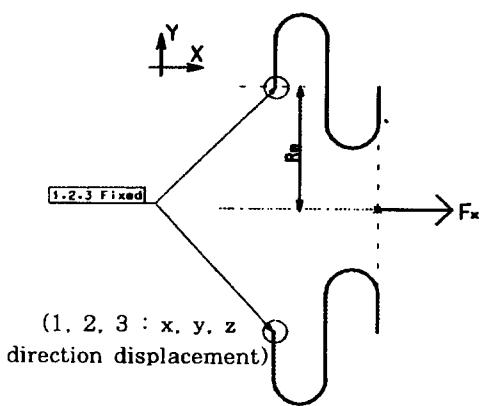


Fig. 9 Schematic Diagram for the Calculation of Axial Stiffness of Bellows.

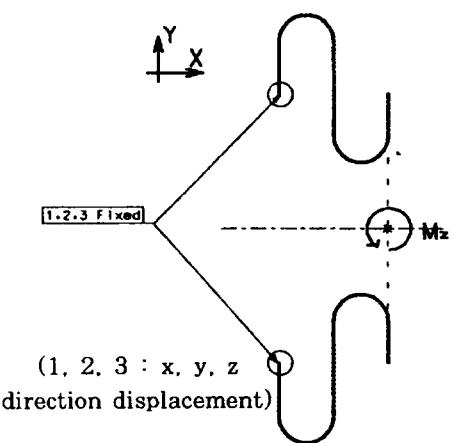


Fig. 10 Schematic Diagram for the Calculation of Bending Stiffness of Bellows.

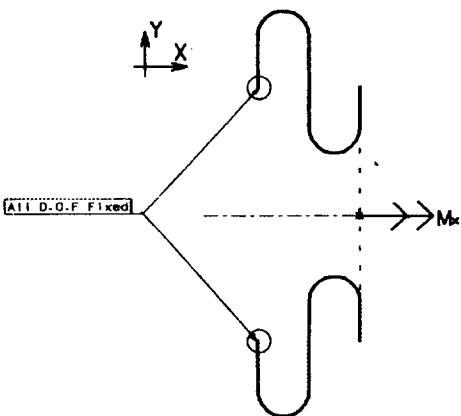


Fig. 11 Schematic diagram for the calculation of twisting stiffness of bellows.

$\delta$  = 변형량

$A$  = 단면적 ( $= 2\pi R_m t$ ),

$R_m$  = 벨로즈 평균 반경,  $t$  = 두께

#### (2) 굽힘 방향 강성값 계산

MSC/NASTRAN의 사변형 셀요소인 CQUAD4를 이용하여 벨로즈의 단면을 Fig. 10과 같이 모델링하였다. 여기서, 벨로즈의 한쪽 끝단은 x,y,z방향 변위를 고정하고, 다른 한쪽 끝단의 중심에 한 개의 노드를 추가하여 원주상 노드와 강체보 요소(RBE2 beam)로 연결하였다. 그리고, 추가한 노드에 Z방향의 모멘트를 가함으로써 식 (8)에 의해 굽힘 방향 강성값을 구하였다.

$$E_{Bend} = \frac{M_b L}{I \Phi} \quad (8)$$

여기서,  $E_{bend}$  = 굽힘 방향 강성값

$M_b$  = 굽힘 모멘트

$L$  = 벨로즈 길이

$\Phi$  = 각 회전량

$I$  = 단면 계수 ( $= \pi R_m^3 t$ ),

$R_m$  = 평균 반경,

$t$  = 두께

#### (3) 비틀림 방향 강성값 계산

MSC/NASTRAN의 사변형 셀요소인 CQUAD4를 이용하여 벨로즈의 단면을 Fig. 11과 같이 모델링하였다. 여기서, 벨로즈의 한쪽 끝단은 고정하고, 다른 한쪽 끝단의 중심에 한 개의 노드를 추가하여 원주상 노드와 강체보 요소(RBE2 Beam)로 연결하였다. 그리고, 추가한 노드에 X방향의 토크를 가함으로써 식 (9)에 의해 비틀림 방향 강성값을 구하였다.

$$G = \frac{M_t L}{J \Phi} \quad (9)$$

여기서,  $G$  = 비틀림 방향 강성값

$M_t$  = 비틀림 모멘트

$L$  = 벨로즈 길이

$\Phi$  = 각 회전량

$J$  = 극 단면 계수 ( $= 2\pi R_m^3 t$ ),

$R_m$  = 평균 반경,  $t$  = 두께

해석 결과, U형 벨로즈의 경우 식 (7), (8)에 의해서 계산된 축방향 강성값과 굽힘 방향 강성값이 큰 차이가 없다는 것을 알 수 있었다. 그러므로, U형 벨로즈의 경우, 축방향 및 굽힘 방향을 하나의

강성값으로 등가화 시킬 수 있다. 그러나, 일반적으로 축방향 강성값과 굽힘 방향 강성값이 동일하지 않은 경우에는 고병합 등(7)에 의해서 제안된 단면 적과 극관성 모멘트를 등가화하여 모델링 하는 방법이 동특성 해석시 편이성 측면에서 유리한 것으로 판단된다.

위의 방법에 의해 등가화된 보모델은 매우 낮은 강성값을 가지므로, 보모델의 길이(L)가 반경(R)에 비해 짧은 경우나 해석하고자 하는 주파수 영역이 높은 경우에는, 굽힘 변형시 전단 변형(shear deformation)의 영향이 커지게 된다. 그러므로, 이러한 전단 변형의 영향을 고려하지 않으면 굽힘변형 시 셀이론과 큰 차이를 보인다. 이를 보정하기 위하여 Gontkevich(9)에 의해서 제안된 등방성 원통셀의 특성 방정식과 전단 변형의 영향을 고려한 Timoshenko 보의 특성 방정식을 이용하여 관심주파수대(100 Hz이하)에서 전단 수정 계수(shear correction Factor) k값을 계산하였다.

Gontkevich는 모드형상함수를 식 (10)~식 (12)와 같이 정의하고, 등방성 원통셀의 특성 방정식을 여러 가지 경계 조건에 대하여 유도하였다. 특히 등방성 원통셀의 특성 방정식을 양끝단 경계 조건이 shear diaphragm-shear diaphragm(SD-SD :반경 및 원주 방향의 변위가 없는 경우)이고, 보형태의 변형을 갖는 n=1인 해에 대해 특성 방정식을 유도하면 식 (13)과 같다.

$$u = A_m X_m(x) \cos n\theta \cos \omega t \quad (10)$$

$$v = B_m X_m(x) \sin n\theta \cos \omega t \quad (11)$$

$$w = C_m X_m(x) \cos n\theta \cos \omega t \quad (12)$$

여기서,  $u$  = 축방향 변위

$v$  = 원주 방향 변위

$w$  = 반경 방향 변위

$x$  = 축방향 좌표

$\theta$  = 원주 방향 좌표

$$\begin{aligned} Q^6 - Q^4(H_1 + H_2 + H_3) \\ + Q^2[H_1H_2 + H_1H_3 + H_2H_3 - \nu^2\lambda^2 - 1] \\ - \frac{\lambda^2}{4}(1+\nu)^2 - [H_1H_2H_3 + \nu\lambda^2(1+\nu) \\ - H_1 - \nu^2\lambda^2H_2 - \frac{\lambda^2}{4}(1+\nu)^2H_3] = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,

$$Q^2 = \frac{\rho R^2(1-\nu^2)\omega^2}{E}$$

$$\lambda^2 = \left(\frac{Rm\pi}{L}\right)^2 = \omega R \sqrt{\frac{2\rho}{E}}$$

$$H_1 = \lambda^2 + \frac{1}{2}(1-\nu)$$

$$H_2 = \frac{\lambda^2}{2}(1-\nu) + 1$$

$$H_3 = 1$$

또한 Timoshenko 보의 특성 방정식을 이용하여  $Q$ 를 구하면 식 (14)과 같다.

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{1-\nu^2}{2}\lambda^2}}{\sqrt{1 + \frac{E}{2Gk}\lambda^2}} \quad (14)$$

위의 식 (13)과 식 (14)로부터 원하는 주파수 대

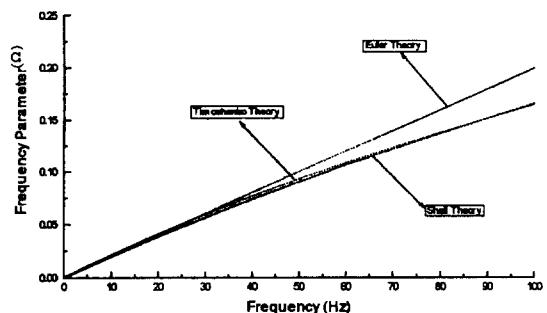


Fig. 12. Comparision of the fundamental frequency parameter  $Q$  with various theories.

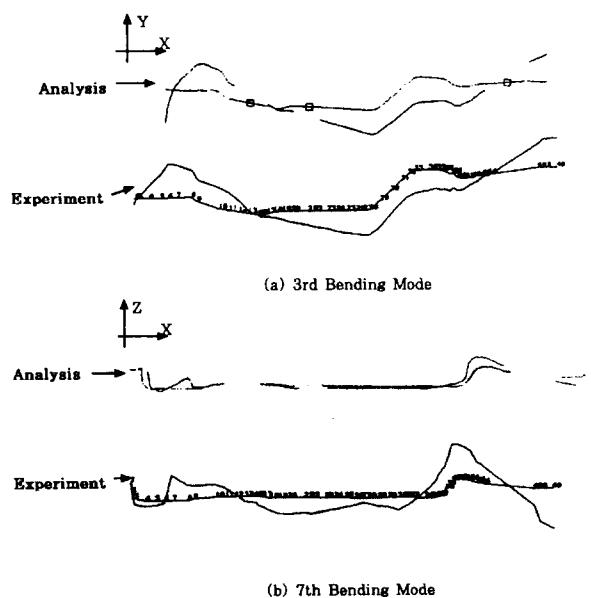


Fig. 13 3rd and 7th bending modes of the exhaust system II (FEM model : 193 element test model : 49 point )

(혹은 파수:  $\lambda$ )에서  $\Omega$ 가 일치하도록 전단 수정 계수  $k$ 를 계산하였다. 여기서, 식 (13)의  $\Omega$ 는 Matlab을 사용하여 계산하였으며, 주파수 100 Hz이하에서 Fig. 12에서와 같이 전단 수정 계수  $k$ 를 이용하여 식 (13)과 (14)의  $\Omega$ 를 일치 시켰다.

Table 2와 Fig. 13의 고유 주파수 및 모드 비교시 이론과 해석이 잘 일치하는 것처럼 보이지만 주파수 응답 함수를 보면 크게 차이가 남을 알 수 있다. 이는 벨로즈를 제외하고 모델링된 배기계 I의 결과가 실험 결과와 잘 일치하는 것으로 볼 때, 벨

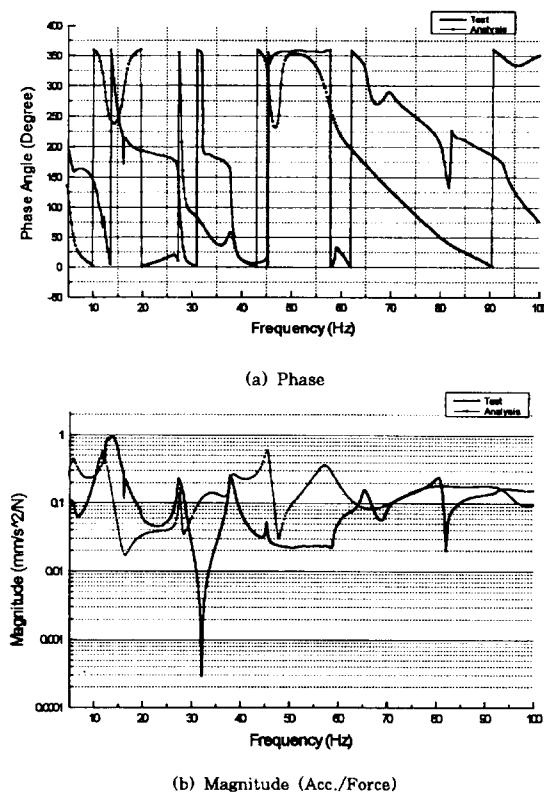


Fig. 14 Frequency Response Function of the Exhaust System II

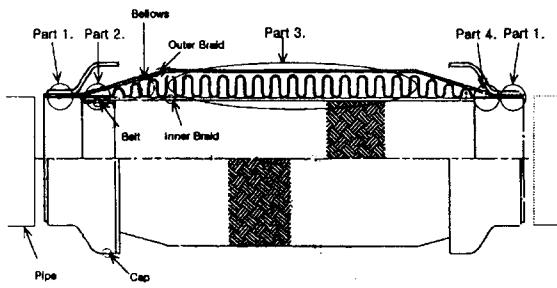


Fig. 15 Schematic diagram of a bellows assembly

로즈 모델링이 완전하지 않음을 알 수 있다. 따라서 지금까지 사용된 벨로즈 모델링 방법(4)에서 모델링하는 방법을 수정할 필요가 있다.

#### (4) 벨로즈 모델의 수정

Fig. 15에 벨로즈의 상세도가 묘사되어 있다. Fig. 15에 나타난 바와 같이 벨로즈 전체 뮤음은 U형상을 한 벨로즈외에 바깥 블레이드(outer braid), 안쪽 블레이드(inner braid), 벨트(belt) 및 캡(cap)등으로 이루어져 있다. 지금까지 해석용 모델을 만들기 위하여 모델링(4,7,8)할 시에서 U형상을 한 벨로즈만 모델링을 하였다. 하지만 이 방법이 정밀도가 떨어짐을 주파수 응답 함수를 비교하여 봄으로써 확인이 되었다. 따라서 U형상을 한 벨로즈외에 Part 1,2,4의 캡(cap), 블레이드(braid), 벨트(belt) 및 벨로즈와 연결되는 배기 파이프(pipe)의 효과를 고려하여 다음과 같이 부분별로 단면 계수(I)와 단면적(A)을 등가화하여 단일보로 모델링하였다.

##### ① Part 1.



$$\Rightarrow I_t = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

여기서  $I_1$  : 캡의 단면계수.

$I_2$  : 바깥 블레이드의 단면계수.

$I_3$  : 벨로즈의 단면계수.

$I_4$  : 파이프의 단면계수.

$I_t$  : 등가화된 단면계수.

$$\Rightarrow A_t = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

Table 2 Comparision of Natural Frequencies  
(Unit:Hz)

Mode No.	Experiment	Bar Model ( $k = 0.002$ )
1	4.35	4.91 (19.17%)
2	-	5.489
3	12.753	11.935 (6.414%)
4	13.754	12.480 (9.256%)
5	27.573	27.961 (1.407%)
6	-	33.319
7	38.169	38.264 (0.249%)

(k:Shear Correction Factor)

여기서  $A_1$  : 캡의 단면적.

$A_2$  : 바깥 블레이드의 단면적.

$A_3$  : 벨로즈의 단면적.

$A_4$  : 파이프의 단면적.

$A_t$  : 등가화된 단면적.

## ② Part 2.



$$\Rightarrow I_t = I_1 + I_2 + I_3$$

여기서  $I_1$  : 벨트의 단면계수.

$I_2$  : 안쪽 블레이드의 단면계수.

$I_3$  : 벨로즈의 단면계수.

$I_t$  : 등가화된 단면계수.

$$\Rightarrow A_t = A_1 + A_2 + A_3$$

여기서  $A_1$  : 벨트의 단면적.

$A_2$  : 안쪽 블레이드의 단면적.

$A_3$  : 벨로즈의 단면적.

$A_t$  : 등가화된 단면적.

### ③ Part 3, 4.

: 밸로우즈 효과만 고려.



위의 수정한 벨로즈를 유한 요소 모델에 적용하여 주파수 응답 해석을 하였다. 해석 결과는 Fig. 16에 도시하였다.

위의 결과에서 보듯이 실험의 결과와 해석의 결과가 정성적으로 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 그러므로, 실험과 해석을 통해 유한 요소 모델을 검증하는데 있어서, 실제적으로 고유 주파수와 모드해석을 주파수 응답 해석과 병행함으로써 신뢰도를 높일 수 있다고 판단된다. 또한 배기계 I의 실험과 해석 결과와 동일하게 15~28 Hz영역에서 위상이 차이가 나는 것은, 실험 결과를 얻기 위하여 가진 시 이 주파수 영역에서의 가장 큰 영향을 주는 축방향 회전자유도를 구속하기 때문으로 판단된다. 그러므로, 해석시 이 자유도를 구속하여 주파수 응답 함수를 도시하면 이 주파수대(15~28 Hz)에서 Fig. 16과 같이 잘 일치함을 알 수 있다. 이로써 배기계II의 유한 요소 모델의 유용성을 검증하였다.

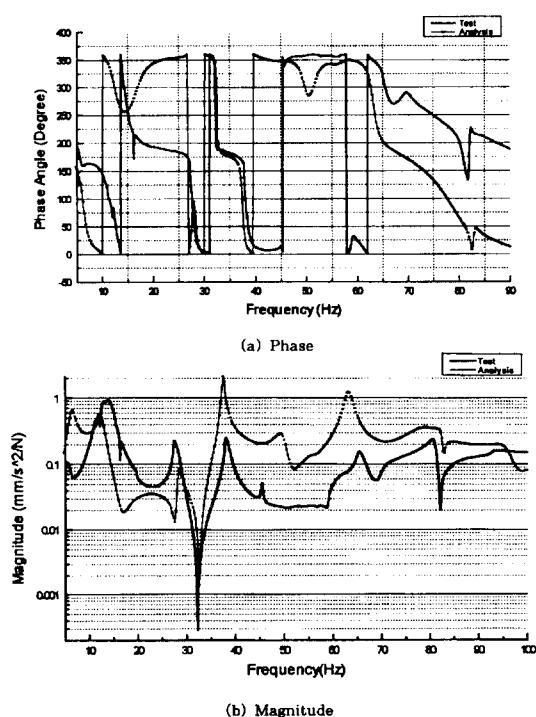


Fig. 16 Frequency Response Function of the Exhaust System II (With Modified Bellows)

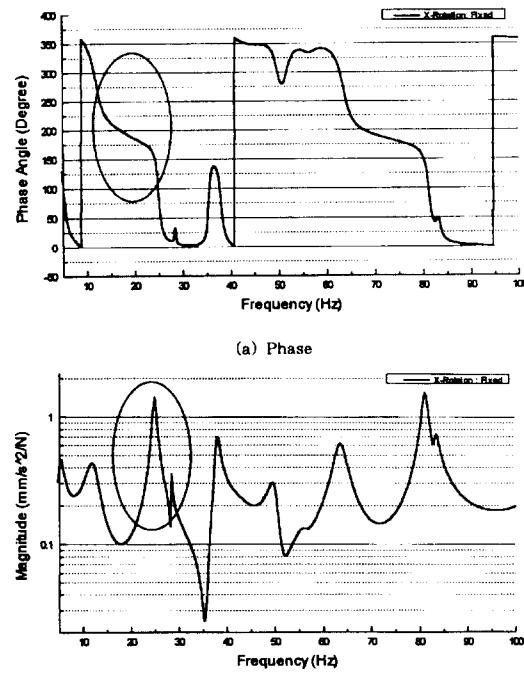


Fig. 17 Frequency Response Function of the Exhaust System II : X-Rotation Fixed

## 4. 결 론

본 연구에서는 저주파 진동 해석을 위한 배기계 유한 요소 보요소, 집중 질량요소 및 강체 요소를 이용하여 완성하였다. 또한 배기계 유한 요소 모델을 검증하기 위하여 모드해석과 주파수 응답 해석을 병행하였다. 앞의 결과로부터 6개의 자유도가 연성되어 반응하기 쉬운 구조물에 대해서 모드해석만으로 해석과 실험을 비교한다는 것은 문제가 있다고 판단된다. 그러므로, 주파수 응답 해석을 병행하는 것이 해석과 실험의 일치성을 검증하는데 있어서, 신뢰도를 높일 수 있음을 확인하였다. 또한 모드해석과 주파수 응답 해석을 통해 배기계의 진동을 보다 간편하고 정확하게 예측하여 초기 설계 단계에서 해석뿐만 아니라 기존 모델의 변경 및 수정을 용이하게 하고 계산 시간을 단축할 수 있는 배기계 유한 요소 모델을 개발하였다.

## 후 기

본 연구는 세종공업(주)의 지원으로 수행된 “배기계 전체의 진동 해석 방법 확립”에 관한 산학 협동 과제이다. 과제 수행 동안 적극적인 도움을 아끼지 않은 세종공업(주)의 박세종 회장님과 이상문 상무님이하 모든 연구소 관계자 여러분들에게 감사를 드린다.

## 참 고 문 헌

- (1) 암본外 4人, 1993, "FEMによる 排氣管の振動特性の研究, 自動車技術會 學術講演會前刷集", Vol. 934, 1993-10.
- (2) 이 장명, 이 승섭, 1993, "배기계의 행거의 위치 및 벨로우즈 효과에 관한 연구", 한국자동차공

학회, 1993년도 춘계학술대회 논문 4-9.

- (3) 김 윤영, 이 장명, 김 영호, 김 진홍, 1995, "배기계 진동해석의 굴곡부 모델링 기법", 대한기계학회지 논문집, 제19권 제2호, pp. 597~610.
- (4) Yoon Young Kim, Jang Myung Lee 外 5人, 1996, "A Simple And Effective Modeling Technique For Car Exhaust System", FISISTA 97, COPYRIGHT 1996 CSAT, Czech Republic.
- (5) 이 완익, 오 재웅, 김 태완, 1981, "밸로즈의 동특성에 관한 연구", 대한기계학회 논문집, 제 12권, 제 6호, pp. 1273~1281.
- (6) 고 병갑, 서 용진, 박 경진, 1995, "U형 벨로즈의 유한요소해석과 특정 강성을 위한 형상최적 설계", 제 3권, 제 6호, pp. 96~111.
- (7) 고 병갑, 이 완익, 박 경진, 1994, "밸로우즈 장착에 따른 자동차 배기계의 동특성 개선 및 벨로우즈의 최적위치 평가", 제 2권, 제 3호, pp. 21~32.
- (8) 김 봉수, 강 성종, 1992, "엔진 배기계 Idling 진동특성 연구", 1992년도 추계학술대회 논문 7-3.
- (9) Arthur W. Leissa, 1973, "Vibration of Shells", NASA, Washington D.C.
- (10) Werner Soedel, 1981, "Vibrations of Shells and Plates", Mechanical Engineering Series, Chap 3.5.
- (11) Singiresu.S. Rao, 1995, "Mechanical Vibration", Addison-Wesley, Chap 8.
- (12) D.J. Ewins, 1986, "Modal Testing : Theory and Practice".
- (13) Kenneth.G. McConnell, 1995, "Vibration Testing : Theory and Practice", WILEY-INTERSCIENCE.
- (14) 三輪智明, 1981, "排氣系の振動について", 自動車技術, 제 35권, 4호.