

상계 유한요소 시뮬레이션 방법

이 충 호*

(1997년 6월 26일 접수)

Upper-bound Finite Element Simulation Method

Chung-Ho Lee

Abstract

The estimation of the forming force required for metal forming process is unavoidable for selecting suitable machine and dimensioning die and punch parts. For this purpose the upper-bound method turns out to be very practical in simple two-dimensional cases under well-known boundary conditions. However, the application of this method for complicated two- or three-dimensional cases is very limited or practically impossible. The modified application of FEM in a manner of applying the upper bound method (the so-called Upper-bound Finite Element Simulation Method) fortunately provides the possibility of getting important information about the forming process in a simple and quick way before realizing the process on the machine. It is expected to function successfully even in three-dimensional cases. The application procedure has been explained for two-dimensional cases and its usefulness shown.

Key Words : Upper-bound Method, FEM, Upper-bound Finite Element Simulation Method

1. 서 론

상계법(upper-bound method)^(1, 2, 3)은 성형 에너지 소모율 또는 가공력의 상한치를 구하는 방법으로 성형 기술자에 의해 널리 쓰여 왔다. 그러나 이 방법의 사용자는 매 경우마다 모든 경계조건 및 천이조건을 해석적으로 고려하여 허용 속도장을 설정하여야 하므로 응용의 많은 경우에 있어 그 효용성에 비해 노력이 많이 들 뿐만 아니라 그리 체계적이지도 못하다. 본래 재료내의 속도장이란 그 순간의 에너지 비용(소모율)을 최소화 하는 방향으로 자연에 의해 저절로 형성되는 속성을 갖는다. 그러나 이 방법의 경우 재료내의 속도장이 단순히 연속방정식과 운동 기

하학적 경계조건을 만족시키는 범위내에서 사용자에 의해 임의로 설정되기 때문에 해석 결과는 재료내의 응력 분포나 변형율속도 분포 같은 국부적 물리량의 크기를 예측하는 데는 적합하지 못하다. 이에 비해서 유한요소법^(4, 5)의 경우는 주어진 경계조건 하에서 평형조건과 연속조건의 국부적 만족을 전체 에너지 비용 최소화 방향으로 요소단위로(elementwise) 강요 할 수 있다. 이 때 각 질점의 운동은 해당요소 내에서 보간법(interpolation)으로 계산된다. 이로써 관찰하고자 하는 순간 물질 유동에 대해서 보다 실제에 가까운 속도장 내지 변위장을 FEM 프로그램을 이용하여 수치해석적으로 훨씬 간단히 계산해 낼 수 있다. 유한요소법의 이러한 특성을 이용하여 상계법을

* 만도기계 생산기술원 기반기술실

유한요소법의 바탕 위에 잘 체계화 하면 분석하고자 하는 성형상태에 대하여 소요 가공력, 물질유동, 재료내의 응력 상태, 금형부하 등을 근사적으로 신속히 계산해 낼 수 있다. 따라서 저자는 여기에 소개하는 시뮬레이션 방법을 상계 FE 시뮬레이션 방법이라 칭하기로 한다. 그러나 이 방법 적용시 이미 가공이 시작 또는 진행된 재료에 대해서 시뮬레이션이 수행되기 때문에 재료내부의 유동응력 상태에 관한 정보가 필요하다. 성형 실험후 소성경화된 재료내의 유동응력 분포를 간접적으로 측정하는 방법¹⁰⁾에 대해서는 다음에 논하기로 하고 여기서는 유동응력 추정을 통해 성형 실험전 기계 선택 및 초기 금형 설계에 필요한 정보를 얻는 방법에 초점을 맞추었다.

2. 방법론적 전개

이미 언급한 바와 같이 본 논문에서 소개하는 시뮬레이션 방법은 원리적으로 상계법과 유한요소법의 결합으로 볼 수 있다. 그런데 이 두 가지 방법 요소들은 그 응용 원리가 이미 잘 알려져 있다. 따라서 이 방법의 큰 장점은 많은 경우에 매우 간편하고 탄력적으로 적용되어 성형 공정 분석에 유용한 근사 해석 결과를 신속히 제공할 수 있다는 점이다. 이 때 사용자는 오직 관심있는 공정진행 상태나 순간만을 포착하여 해석을 수치적으로 수행 할 수 있다. 이를 위해서 우선 현재 관찰하고자 하는 성형 공정에 대해서 순간적으로 소재의 성형을 중단하고 곧바로 피가공물을 무부하(unloading) 상태로 만들었다고 상상한다. 그리고 이어서 피가공물을 다시 부하(load) 상태로 만들어 이전의 소성유동 상태로 회복시킨다. 이 때 강소성 재료 모델의 경우 무한히 작은 시뮬레이션 변위로도 충분하지만 탄소성 모델의 경우 유한한 크기의 변위가 필요하다. 이 변위의 크기는 경험적으로 볼 때 보통 편치 진행 방향으로의 피가공물의 활성 스프링 길이(active spring length)의 1~3 % 정도면 된다. 이렇게 시뮬레이션 변위가 가해지면 주어진 경계조건하에서 재료내의 속도장 내지 변위장은 자연히 최소 성형 에너지 소모의 법칙에 따라 형성되고 따라서 응력 내지 변형률속도 분포 상태도 결정된다. 이 때 재료가 전 소성 영역에서 유동을 시작하면(소성 변형 상태에 이르면) 재료 내부에서는 사용자가 관찰하고자 하는 소성 변형 상태가 근사적으로 회복되었다고 본다. 한편 설정된 FE 격자는 이 때 필요한 최소한의 작은 시뮬레이션 변위로 인하여 수치 해석적으로 볼 때 전체적으로 아주 양호한 형태를 유지한다. 이는 바로 계산부

분의 정확도 향상에 기여한다. 뿐만 아니라 시뮬레이션 특성상 격자 재구성(remeshing)의 필요성은 발생하지 않는다. 또한 본 방법의 사용에 있어서는 사용자가 가지고 있는 FE 프로그램 종류에 따라 탄소성 모델이나 강소성 모델 중 어느 것을 써도 무방하다. 한편 계산에 필요한 재료내의 유동 응력에 관한 데이터는 고전적 상계법의 경우와 마찬가지로 영역별로 나누어 추정된 평균 소성 변형률에 의거해 근사적으로 결정한다. 이것은 많은 3차원 문제의 경우에도 큰 어려움 없이 가능할 것이다. 이때 사용자는 해석적으로 별도의 속도장을 도출할 필요가 없기 때문에 재료 영역을 오로지 평균 소성 변형률 추정의 편리성 관점에서 임의로 분할 할 수 있다. 왜냐하면 FE 계산 수행시 프로그램 내에서 자동적으로 각각의 해당 요소(element) 종류에 따라 선형 또는 2차 함수형 속도장 내지 변위장 모델이 설정되기 때문이다. 이 시뮬레이션 방법에 있어서 계산 결과의 질은 냉간 가공의 경우 일차적으로 소성 변형률 값의 추정 정확도에 의존한다. 그러나 다행히도 실제의 FE 계산에 있어서 등방성 재료의 경우 소성 변형률과 관련된 물성치는 항복 강도 $\bar{\sigma}$ 및 가공 경화를 $d\bar{\sigma}/d\bar{\epsilon}$ 뿐이다. 더우기 이러한 파라미터들은 일상적으로 많이 쓰이는 대개의 소성가공 재료의 경우¹¹⁾ 재료가 높은 소성변형률($\bar{\epsilon} > 0.3$)에 이르면 응력-변형률 곡선이 편평한 형상(작은 경화율)을 갖기 때문에 소성 변형률의 추정오차가 계산 결과에 큰 영향을 미치지 못한다. 예를 들어 S15C의 경우 유효변형률 값을 실제 값의 두배로 추정하여 추정오차가 100%에 이를지라도 유동응력의 추정오차는 18.5%에 지나지 않는다. 이러한 특성 때문에 본 시뮬레이션 방법은 실무에 적용시 특히 재료내의 소성변형률이 높은 값에 도달한 상태를 분석할 경우, 즉 가공이 이미 상당히 진행된 경우에 유리하다. 탄소성 재료 모델을 사용한 저자의 연구 결과에 의하면 순간 가공 경화율을 고려했을 경우 실제로는 존재할 수 없는 소성회복 과정에서의 추가적인 소성변형률 증가로 인해 이를 무시했을 경우에 비해, 즉 주어진 항복 강도를 갖는 완전 소성 재료(perfect plastic material)로 간주했을 경우에 비해 많게는 5% 정도까지 가공력이 더 크게 계산되는 수가 있었다. 이러한 현상을 피하기 위해 본 시뮬레이션 방법을 탄소성 모델에 적용할 경우 순간 가공 경화율을 무시하는 것이 바람직하다. 이상의 고찰을 토대로 제안된 상계 FE 시뮬레이션 절차를 요약하면 다음과 같다.

1. 관찰하고자 하는 순간의 가공 형상 및 경계조건을 설

정한다.

2. 피가공물을 한 개 또는 여러개의 재료 영역으로 분할하고 각각의 영역에 대해서 평균 유효변형율을 추정하고 이를 토대로 순간 유동응력을 결정한다.

3. FE 격자를 생성하고 각각의 요소(element)들을 위에서 분할한 영역으로 소속시켜 분류한다.

4. 물성치 관련 파라미터 값들과 경계조건을 입력한다.

5. 탄소성 재료의 경우 전 소성 영역에서 소성회복이 이루어져 미소 시뮬레이션 변위에 대해서 준 정상상태(quasi-steady state)에 도달할 때까지 FE 계산을 수행한다.

5'. 강소성 재료의 경우 속도장 계산이 수렴된 해를 보일 때까지 FE 계산을 수행한다.

사용자는 이러한 계산의 결과로서 가공 기계 선택 및 초기 금형 설계에 일차적으로 필요한

1. 소요 가공력
2. 재료 유동
3. 재료내의 응력상태
4. 금형 (다이 및 펀치)의 기계적 부하 등에 관한 유용한 정보를 얻는다.

제안된 상계 FE 시뮬레이션 방법은 그 계산의 간편성 때문에 사용 목적에 따라 적은 계산량으로 공정 변수 내지 설계 변수를 변경해 가며 공정 설계를 일단 거칠게 최적화하는 데에도 유용하게 쓰일 수 있을 것이다. 한편 열간가공의 경우 순간 항복강도는 주로 온도 및 변형속도에 의해 결정되므로 이들의 재료 영역별 추정이 유효변형율 추정을 대신하게 된다.

3. 응용 예

제안된 시뮬레이션 방법의 적용은 상계법의 경우와 마찬가지로 피가공물의 현재 형상(current configuration)과 순간 경계조건에 관한 핵심적인 사전지식을 전제로 한다. 따라서 이 방법은 본질적으로 다이와 펀치 등에 의해서 그 가공 형상이 결정되는 성형 공정에 한해서 응용될 수 있다. 이러한 예로 여기서는 문헌상 FE 해석과 실험적 결과가 잘 나타나 있는 횡방-전방 압출 성형 공정에 대하여 본 시뮬레이션 방법을 적용하여 그 유용성을 입증해 보이기로 한다.

우선 Fig. 1에 분석하고자 하는 성형 공정을 간단히 나

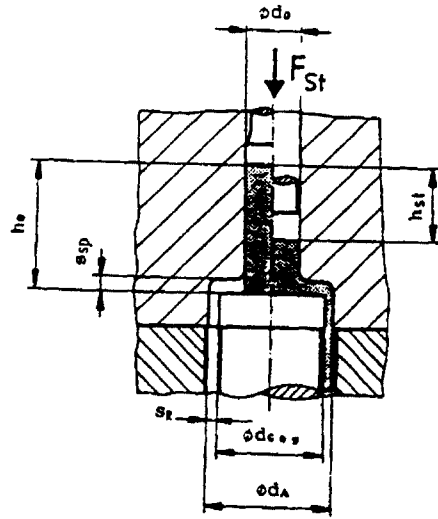


Fig. 1 Principle of transverse-forward extrusion

타내었다. 이 공정은 Osen⁽⁸⁾에 의해서 상세히 연구된 바 있는데 그는 성형에 필요한 힘을 계산하기 위하여 상계법과 유한요소법을 독립적으로 사용하였다. 그는 또한 계산 시간을 절약하기 위하여 실험에서 사용된 소재보다 25% 짧은 소재를 정식 FEM 계산에 사용하였다. 여기서는 먼저 그에 의해서 얻어진 중요한 해석 결과들을 간략히 서술하고 동일 공정에 대해 저자에 의해서 수행된 상계 FE 시뮬레이션 결과와 비교하였다. Fig. 2에는 상계법에 의한 계산 모델을 나타내었다. 표시된 바와 같이 피가공물(재

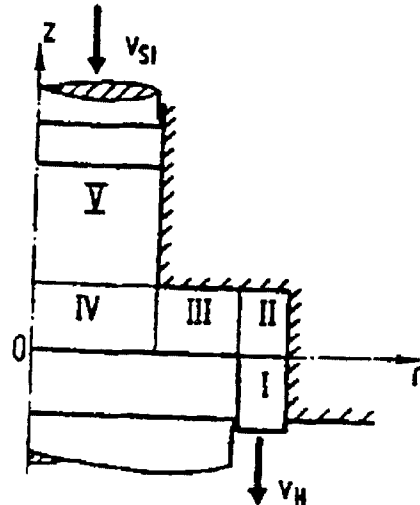


Fig. 2 Division of the workpiece into forming zones

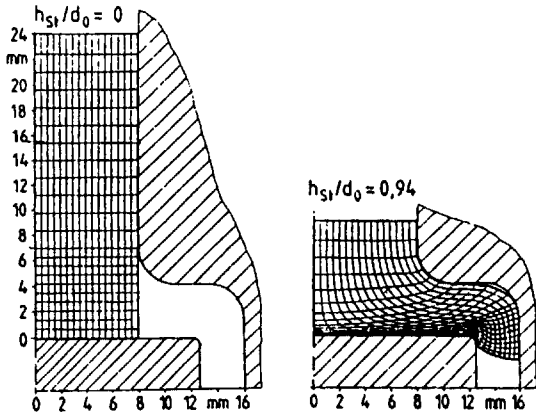


Fig. 3 FE-net for full FE-simulation of the forming process (left: before deformation, right: after deformation)

료: SMnC420)은 허용 속도장 모델을 얻기 위해 다섯개의 재료 영역으로 분할되었다. 그리고 계산에 필요한 유동응력은 전체 영역에 대해서 입구측과 출구측의 유동응력 값으로부터 구한 동일한 평균 유동응력 값을 적용하였다. 또한 이때의 마찰계수는 $m=0.05$ 로 가정하였다. 그 결과 얻어진 편치력 계산치는 실험치보다 약 25% 높게 나타났다. 한편 Fig. 3에는 FE 해석에 사용된 계산 모델과 시뮬레이션 변위 $h_{st}=15$ mm일 때의 심하게 일그러진 격자 모습을 나타내었다. 또한 가공력 계산 결과는 그리 좋지 않아서 격자 재생에도 불구하고 준 정상상태에서 실험치보다 약 15% 높게 나타났다. 여기서 한가지 지적할 것은 정확한 가공력의 계산은 정확한 응력 계산의 충분조건은 못되나 필요조건이라는 점이다. 한편 기계선정 및 급형

설계를 위해서는 가공력이 최대가 되는 순간의 계산이 중요하다. 본 가공 예에서는 재료가 다이와 편치 사이의 성형 공간을 막 채우고 밖으로 밀려 나오는 순간이 바로 그러한 순간이다. 체적일정의 법칙에 따라 이 순간에 이르는 시뮬레이션 변위는 $h_{st}=18$ mm이다. 따라서 여기서는 이 순간에 대해서 상계 FE 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 4에 이 때 사용된 계산 모델을 나타내었다. 이 계산에는 Osen에 의해서 실험에 사용된 소재와 같은 길이의 소재를 사용하였다. 이미 성형이 진행된 중간 상태에 대해서 이전 단계를 계산하지 않고 바로 주어진 재료 형상에 탄성 초기조건(초기 내부응력)을 무시하고 순간 경계조건을 적용하여 전 소성 영역에 대해서 소성회복 과정을 상용 FE 프로그램인 ABAQUS를 이용하여 시뮬레이션 하였다. 이때 가능한 한 같은 조건에서 비교하기 위하여 이미 가공경화가 진행된 영역의 소성변형율을 추정할 때 상계법 적용시와 동일한 영역분할을 취하였다. 따라서 영역별로 추정된 평균 소성변형율은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_V &= \bar{\epsilon}_0, \\ \bar{\epsilon}_{III} &= \bar{\epsilon}_V + \Delta\bar{\epsilon}_1, \\ \bar{\epsilon}_I &= \bar{\epsilon}_{III} + \Delta\bar{\epsilon}_2, \\ \bar{\epsilon}_{IV} &= \bar{\epsilon}_{III}, \\ \bar{\epsilon}_{II} &= (\bar{\epsilon}_{II} + \bar{\epsilon}_I)/2 \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_0 &= 0, \\ \Delta\bar{\epsilon}_1 &= \ln[(h_{st} + h_{sp})/S_{sp}], \\ \Delta\bar{\epsilon}_2 &= \ln[(4d_{Gex} \cdot S_{sp})/(d_A^2 - d_{Gex}^2)], \\ \bar{\epsilon}_{max} &= \bar{\epsilon}_0 + \Delta\bar{\epsilon}_1 + \Delta\bar{\epsilon}_2 \end{aligned}$$

이를 바탕으로 상계 FE 시뮬레이션에 의해 얻어진 결과를 Fig. 5에 나타내었다. 여기서 상계 FE 시뮬레이션 결과 계산된 가공력은 상계법의 경우와는 달리 실험치보다 4% 정도 낮게 나타났다. 이것은 유한요소법에 의해 강요된 보다 실제에 가까운 변형장 내지 속도장 모델과 함께 실제보다 약간 과소 평가된 유동응력 또는 마찰에 관한 입력 데이터에 기인한다고 볼 수 있다. 잘 알려진 바와 같이 상계법의 원리는 미리 알려진 또는 가정된 유동응력 상태와 경계조건 하에서 실험적으로 가능한 가공력의 상한치를 제시한다. 그러나 이 방법은 실제 적용시 본질적으로 다음 세가지 입력 데이터에 의해 계산결과가 좌우된다: 마찰조건, 평균 유동응력, 속도장 모델. 이들 세가지 영향 인자는 다같이 계산적으로 전체 재료의 변형 강성(저항)

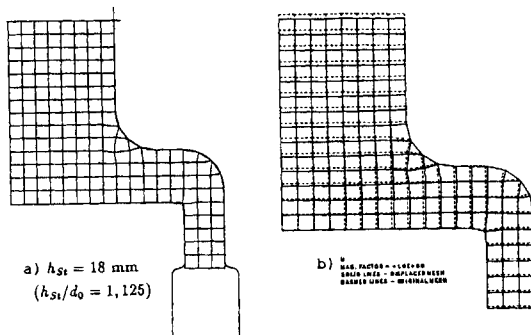


Fig. 4 FE-net for upper-bound FE-simulation of the forming process(left: before loading, right: after loading)

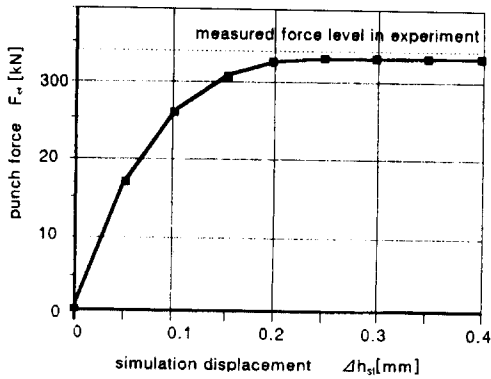


Fig. 5 Force-displacement curve resulting from the upper-bound FE-simulation

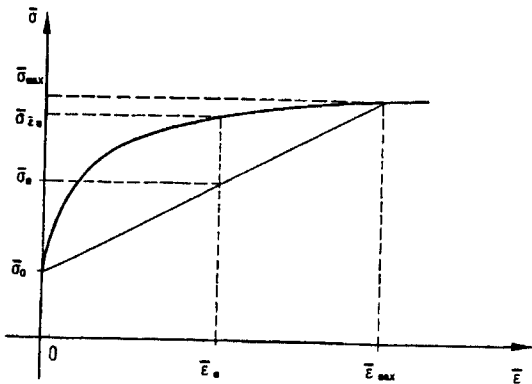


Fig. 6 Description of flow stress curve for the work-hardened material zone

을 결정하지만 사용자에 의해 어떤식으로든 먼저 결정(추정)되어져야 한다. 따라서 사용자가 보다 유연한 속도장 모델을 사용할 경우 마찰조건이나 유동응력의 크기를 실제 보다 너무 작게 추정하면 계산된 가공력 값이 실험치보다 작게 나올 수 있다. 그러나 상계법 사용의 주 목적은 그 명칭이 암시하듯이 가공력의 상한치를 미리 계산적으로 결정하여 기계의 선택이나 금형의 설계시 안전한 쪽에서 기 위함이다. 이러한 목적은 상계 FE 시뮬레이션의 경우 마찰조건에 적절한 고려와 함께 유동응력을 충분히 크게 추정해야 확실히 달성될 수 있다. 이러한 관점에서 상계 FE 시뮬레이션의 경우 가공경화 되기 전 재료영역에 대해서는 초기 항복강도 $\bar{\sigma}_0$ 를 사용하지만 가공경화된 재료영역에 대해서는 달리 검증된 추정방법이 없는 한 상계법의 경우와는 달리 유동응력 값으로 Fig. 6의 $\bar{\sigma}_m$ 보다는 $\bar{\sigma}_{max}$ 를 사용해야 한다. 이것은 3차원 가공이나 다단 성

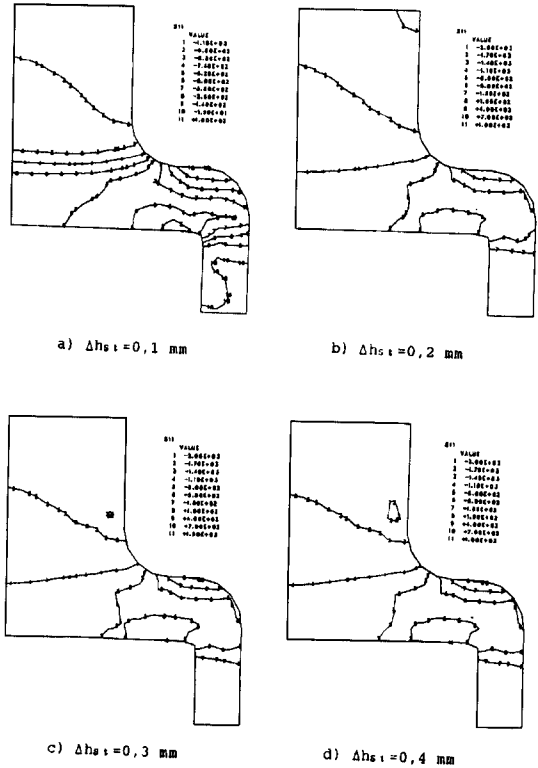
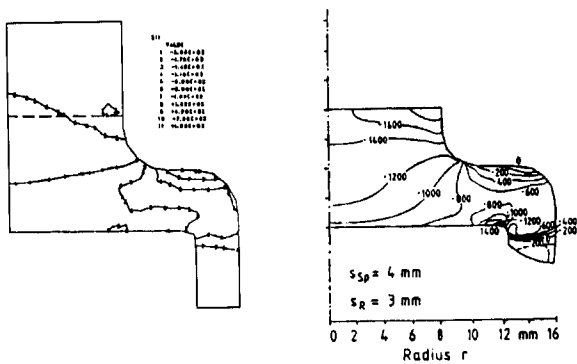


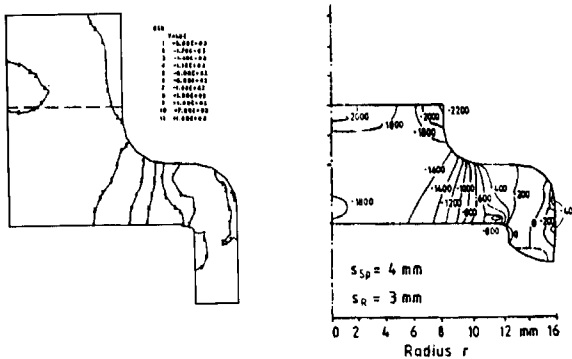
Fig. 7 Change of radial stress distribution at the upper-bound FE-simulation

형 가공 같은 복잡한 가공의 계산 경우 특히 그러하다. 이 방법은 아주 간편하고 물리적으로 쉽게 이해될 수 있기 때문에 실용적으로 큰 의미를 갖는다. 따라서 상계 FE 시뮬레이션 방법은 커다란 신뢰성을 갖고 3차원 가공이나 다단 성형 가공 계산에도 매우 유용하게 쓰일 수 있을 것이다. 이 경우에는 가공경화된 전체 재료영역에 대해서 한가지 $\bar{\sigma}_{max}$ 값을 적용하면 편리할 것이다.

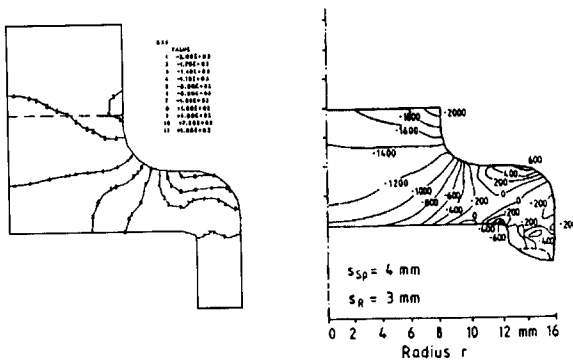
탄소성 재료모델을 써서 미소 변위를 시뮬레이션 할 경우 준 정상상태의 도달은 계산된 힘의 변화과정 뿐만 아니라 응력 및 변형률속도 분포의 변화과정 추적을 통해서도 잘 확인할 수 있다. 위에서 예로 든 시뮬레이션의 경우 힘은 미소 시뮬레이션 변위 $\Delta h_w = 0.3$ mm 후 이미 준 정상 상태에 도달하였음이 확인되었다 (Fig. 5). 이것은 또한 응력 및 변형률속도 분포 변화에서도 확인할 수 있었다 (Fig. 7). 준 정상 상태의 도달은 이미 재료내에 소성회복이 완료되었음을 뜻한다. 따라서 예의 상계 FE 시뮬레이션의 경우 미소 시뮬레이션 변위로 $\Delta h_w = 0.4$ mm 이면



a) Radial stress σ_r



b) Axial stress σ_z



c) Tangential stress σ_θ

Fig. 8 Comparison of the results from the upper-bound FE-simulation and the full FE-simulation (left:upper-bound FE simulation, right:full FE simulation)

충분하다고 확신할 수 있었다. Fig.8에는 거의 동일한 가공 진행 상태에 대하여 상계 FE 시뮬레이션의 결과를 정식 FE 시뮬레이션의 결과와 비교하여 나타내었다. 이 그

림들을 비교해 보면 두 시뮬레이션 결과가 전체적으로 상당히 유사하다는 것을 알 수 있다. 이로써 위에서 제안한 상계 FE 시뮬레이션 방법의 타당성과 유용성이 잘 입증된다.

4. 결론

상계법의 원리와 유한요소법의 원리를 결합하여 상계 FE 시뮬레이션 방법을 제안하였고 축대칭 횡방-전방 압출 성형 공정 계산의 예를 들어 그 타당성과 유용성을 입증하였다. 본 방법의 3차원 가공 공정(예를 들면 기어 성형) 및 열간 성형 공정에 대한 적용 타당성 검증은 차후 과제로 남긴다.

참고문헌

- (1) Blazinsky, T.Z., 1989, "Plasticity and Modern Metal-Forming Technology", Elsevier Science Publishers.
- (2) Avitzur, B., 1980, "Metal Forming: the Application of Limit Analysis", Marcel Dekker, New York.
- (3) Lippmann, H., 1977, "Engineering Plasticity: Theory of Metal Forming Processes", Springer-Verlag, Vol.1.
- (4) Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., 1989, "The Finite Element Method", McGraw-Hill, New York.
- (5) Kobayashi, S., Oh, S.I., Altan, T., 1989, "Metal Forming and the Finite Element Method", Oxford University Press.
- (6) Lee, C.H., 1991, "Vereinfachtes Verfahren der FE-Simulation von Kaltmassivumformprozessen", 박사학위 논문, TH Darmstadt, Germany.
- (7) Lange, K., 1985, "Handbook of Metal Forming", McGraw-Hill, New York.
- (8) Osen, W., 1986, "Untersuchungen ueber das kombinierte Quer-Napf-Vorwaerts-Flie pressen", 박사학위 논문, TU Stuttgart, Germany.