

Gamma 및 Generalized Gamma 분포 모형에 의한 적정 설계홍수량의 유도(I)

- Gamma 분포 모형을 중심으로 -

Derivation of Optimal Design Flood by Gamma and Generalized Gamma Distribution Models(I)

- On the Gamma Distribution Models -

이 순 혁* · 박 명 근** · 정 연 수***
Lee, Soon Hyuk · Park, Myeong Keun · Jong, Youn Su
맹 승 진*** · 류 경 식***
Maeng, Sung Jin · Ryoo, Kyong Sik

Summary

This study was conducted to derive optimal design floods by Gamma distribution models of the annual maximum series at eight watersheds along Geum, Yeong San and Seom Jin river systems. Design floods obtained by different methods for evaluation of parameters and for plotting positions in the Gamma distribution models were compared by the relative mean errors and graphical fit along with 95% confidence interval plotted on Gamma probability paper.

The results were analyzed and summarized as follows.

1. Adequacy for the analysis of flood flow data used in this study was confirmed by the tests of Independence, Homogeneity and detection of Outliers.
2. Basic statistics and parameters were calculated by Gamma distribution models using Methods of Moments and Maximum Likelihood.
3. It was found that design floods derived by the method of maximum likelihood and Hazen plotting position formular of two parameter Gamma distribution are much closer to those of the observed data in comparison with those obtained by other methods for

* 충북대학교 농과대학

** 충북대학교 농업과학연구소

*** 충북대학교 대학원

키워드 : 2변수 Gamma 분포, Log-Pearson Type 3 분포, W-W Test, M-W Test, 매개변수, 기본통계치, 설계홍수량, 확률도시법

parameters and for plotting positions from the viewpoint of relative mean errors.

4. Reliability of derived design floods by both maximum likelihood and method of moments with two parameter Gamma distribution was acknowledged within 95% confidence interval.

I. 서 론

근년 우리나라는 경제와 문명의 급진적인 발달로 생활 및 공업용수는 물론 가장 큰 비중을 차지하고 있는 농업 근대화를 위한 농업용수의 급증하는 수요 증가에 대처해야만 하는 긴급한 전환점에 처해 있음은 주지의 사실이다. 또한 우리나라는 3면이 바다로 둘러싸인 기상여건으로 인해서 대륙성 기후와 해양성 기후의 교차로 매년 6, 7, 8월에 태풍동반의 집중호우로 말미암아 막대한 인명과 재산상의 피해를 연례행사 처럼 겪고있는 실정이다. 이러한 홍수로 부터 야기되는 각종 수리구조물의 범람과 붕괴에 의한 위험도를 제거하고 안정성 있는 농업용수공급을 위해서는 각종 수리구조물의 설계를 위한 적정설계홍수량의 제시가 무엇보다도 중요하다.

이에 본 연구에서는 홍수유출빈도분석을 위해 홍수자료의 동질성, 독립성 및 Outlier 검정을 수행하고 1차적으로 Gamma 확률분포 모형에 관한 특성의 고찰과 함께 매개변수 유도방법과 플로팅 포지션법을 달리했을 때의 빈도별 설계홍수량의 유도 및 비교 분석을 수행하므로써 적절한 확률분포모형과 설계홍수량을 제시하고자 하며 이로서 우리나라 수자원개발 및 수방대책을 수립하는데 필수적인 설계기준을 제공하고자 하는데 그 역점을 두고자 한다.

II. Gamma 분포 모형들의 이론적 분석

1. 2변수 Gamma 분포 모형

가. 기본이론

Gamma 분포는 수문학에서 가장 널리 사용되는 분포형이며, 대부분의 수문변량들은 왜곡된 분포를 가지므로 Gamma 분포는 년최대홍수량 및 갈수량 등의 생기확률분포를 표시하는데 사용되어 왔다. 또한 Gamma 분포는 매개변수의 수에 따라 1변수 및 2변수 Gamma 분포로 나눌 수 있으며 본 연구에 사용된 분포는 2변수 Gamma 분포로서 이에 대한 확률밀도 함수는 다음의 식 (1)과 같다.

$$f_{G2}(y; \alpha, \lambda) = \frac{|\alpha| e^{-\alpha y} (\alpha y)^{(\lambda-1)}}{\Gamma(\lambda)} \quad \dots (1)$$

여기에서 $y = \frac{x}{\alpha}$ 이고 $\alpha > 0$ 일 때 $0 \leq y < +\infty$ 이며 $\alpha < 0$ 일 때 $-\infty < y \leq 0$ 이다. 2개의 변수 α 는 척도매개변수, λ 는 형상매개변수이며 $\Gamma(\lambda)$ 는 Gamma 함수이다.

나. 매개변수 산정법

1) 모멘트법(Method of Moments, MM)

2변수 Gamma 분포의 매개변수인 α 와 λ 는 모멘트법에 의해 다음의 식 (2), (3), (4) 및 (5)로 부터 산정 될수 있다.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{\lambda}{\alpha} \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{\lambda}{\alpha^2} \quad \dots \dots \dots (3)$$

즉 식 (2)와 식 (3)을 연립하여 풀면 다음의 식 (4) 및 식 (5)와 같다.

$$\alpha = \frac{\bar{x}}{S^2} \dots\dots\dots (4)$$

$$\lambda = \frac{\bar{x}^2}{S^2} \dots\dots\dots (5)$$

2) 최우법(Maximum Likelihood, ML)

2변수 Gamma분포에 있어 크기 N의 표본에 대한 최우함수의 대수는 다음의 식 (6)으로 나타낼 수 있다.

$$\ln L = N\lambda \ln |\alpha| - M n \Gamma(\lambda) + (\lambda - 1) \cdot \sum_{i=1}^N \ln x_i - \alpha \sum_{i=1}^N x_i \dots\dots\dots (6)$$

매개변수 α 와 λ 에 대한 L의 편미분을 영으로 놓고 결과되는 2개 방정식을 풀므로써 최우법에 의한 매개변수의 추정치 α 와 λ 를 구할 수 있다. 수문학적 응용에 실제적으로 많이 사용되는 $\alpha > 0$ 인 경우에 이들 2개의 방정식은 다음의 식 (7)과 식 (8)로 된다.

$$\frac{N\lambda}{\alpha} = \sum_{i=1}^N x_i, \left(\frac{\lambda}{\alpha} = A \right) \dots\dots\dots (7)$$

$$\ln \alpha - \frac{\partial \ln \Gamma(\lambda)}{\partial \lambda} + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln x_i = 0 \dots\dots\dots (8)$$

식 (8)은 식 (9)로 나타낼 수 있다.

$$\ln \alpha - \Psi(\lambda) + \ln G = 0 \dots\dots\dots (9)$$

식 (9)에서 α 를 소거하기 위하여 식 (7)과 (8)을 연립하여 풀면 다음의 식 (10)과 같다.

$$\ln \lambda - \Psi(\lambda) = \ln A - \ln G \dots\dots\dots (10)$$

여기에서

$$\Psi(\lambda) = \frac{d \ln \Gamma(\lambda)}{d \lambda} : \text{Digamma 함수}$$

$$A = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i : \text{산술평균}$$

$$G = \sqrt[N]{(x_1 \cdots x_i \cdots x_N)} : \text{기하평균}$$

2. Log-Pearson Type 3 분포 모형

가. 기본이론

대수를 취한 연최고유량 자료에 대해 Beard²⁾가 최초로 Log-Pearson Type 3 분포를 사용하였고, 미국 수자원평의회(US Water Resources Council)에서는 홍수빈도분석에 이 분포형을 적용하도록 권장하고 있다.⁴⁾ Log-Pearson Type 3 분포의 확률밀도함수는 식 (11)과 같다.

$$f_{LP}(x; \alpha, \lambda, m) = \frac{|\alpha|}{\Gamma(\lambda)} \frac{e^{am}}{x^{1+\alpha}} [\alpha(\ln x - m)]^{\lambda-1} \dots\dots\dots (11)$$

여기에서 α 는 척도매개변수, λ 는 형상매개변수이고 m 은 위치매개변수이다. $\alpha > 0$ 일때 $1 \leq x < +\infty$ 이고 $\alpha < 0$ 일때 $0 \leq x \leq 1 = x_{\max}$ 의 값을 가진다.

나. 매개변수 산정법

1) 직접모멘트법(Direct Method of Moments, DMM)

직접모멘트법은 Bobe'e⁴⁾에 의해서 제안된 방법으로 Log-Pearson Type 3 분포의 매개변수 α, λ 및 m 은 원점에 관한 1, 2, 3차 모멘트방정식의 자연대수를 취하므로써 다음과 같이 정의되는 식 (12), (13) 및 (14)에 의해 구할 수 있다.

$$\ln m'_1 = \frac{m}{k} - \lambda \ln \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) \dots\dots\dots (12)$$

$$\ln m'_2 = \frac{2m}{k} - \lambda \ln \left(1 - \frac{2}{\beta} \right) \dots\dots\dots (13)$$

$$\ln m'_3 = \frac{3m}{k} - \lambda \ln(1 - \frac{3}{\beta}) \dots\dots\dots (14)$$

여기에서 $m'_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i^r)$ 이고 $\beta = ak$ 이며 $k = \log_{10} e = 0.434$ 이다. 위의 3개 방정식은 다음의 식 (15)로 표시될 수 있다.

$$\frac{\ln[(1-1/\beta)^2/(1-3/\beta)]}{\ln[(1-1/\beta)^2/(1-2/\beta)]} = \frac{\ln m'_3 - 3 \ln m'_1}{\ln m'_2 - 2 \ln m'_1} \dots\dots\dots (15)$$

$$\lambda = \frac{\ln m'_2 - 2 \ln m'_1}{\ln[(1-1/\beta)^2/(1-2/\beta)]} \dots\dots\dots (16)$$

$$m = k[\ln m'_1 + \lambda \ln(1-1/\beta)] \dots\dots\dots (17)$$

2) 최우법(Maximum Likelihood, ML)

최우법에 의한 매개변수 α , λ 및 위치매개변수, m 는 다음의 식 (18), (19) 및 (20)에 의해 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = \frac{N\lambda}{\alpha} - \sum_{i=1}^N (k \ln x_i - m) = 0 \dots\dots\dots (18)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = N\psi(\lambda) + \sum_{i=1}^N \ln[\alpha(k \ln x_i - m)] = 0 \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial m} = N\alpha - (\lambda - 1) \sum_{i=1}^N \frac{1}{(k \ln x_i - m)} = 0 \dots\dots\dots (20)$$

여기에서 $\psi(\lambda)$ 는 Digamma 함수이다.

3) 혼합모멘트법(Method of Mixed Moments, MMM)

혼합모멘트법(Mixed Moments)은 Rao에 의해 제시된 기법으로 평균과 분산이 Log-Pearson Type 3 분포에 의해 산정되고 대수로 변환된 수문자료의 평균이 Pearson Type 3 분포를 따른다는 가정하에 임의의 차수 r_1 , r_2 및 r_3 의 3개 원점에 관한 모멘트인 μ'_{r_1} , μ'_{r_2} 및 μ'_{r_3} 를 표본에 대응하는 모멘트인 m'_{r_1} , m'_{r_2}

및 m'_{r_3} 과 등식화 하므로써 매개변수 α , λ 및 m 는 다음의 식 (21) 및 식 (22)에 의해 구할 수 있다.

$$\mu'_r(LP) = m'_r(x) \quad r = r_1, r_2, r_3 \dots (21)$$

식 (21)은 식 (22)로 나타낼 수 있다.

$$\frac{e^{mr/k}}{(1-r)^\lambda} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i^r \quad r = r_1, r_2, r_3 \dots (22)$$

여기에서 $\beta = ak$ 이고 $k = \log_a e = 0.434$ 이다. 만약 $r=0$ 일때 $\mu'_0(LP)$ 와 $m'_0(x)$ 는 각각 모집단 및 수문자료의 기하평균이다.

4) 간접모멘트법(Indirect Method of Moments)

간접모멘트법은 미국 수자원 평의회(U.S. WRC)²²⁾에 의해서 제안된 기법으로 이의 매개변수 α , λ 및 m 는 다음의 식 (23), (24) 및 (25)에 의해 구할 수 있다.

$$\bar{z} = m + \frac{\lambda}{\alpha} \dots\dots\dots (23)$$

$$s^2 = \frac{\lambda}{\alpha^2} \dots\dots\dots (24)$$

$$C_s = \frac{2}{\sqrt{\lambda}} \dots\dots\dots (25)$$

여기에서 \bar{z} , s^2 및 C_s 는 각각 대수를 취한 수문자료의 평균, 분산 및 왜곡도 계수이다. 식 (23), (24) 및 (25)에서 λ , α 및 m 에 관한 식으로 정리하면 다음의 식 (26), (27) 및 (28)과 같다.

$$\lambda = \frac{4}{C_s^2} \dots\dots\dots (26)$$

$$\alpha = \frac{s \cdot C_s}{2} \dots\dots\dots (27)$$

$$\tilde{m} = \bar{z} - \frac{2s}{C_s} \dots\dots\dots (28)$$

여기에서

$$C_s = \frac{m_3}{m_2^{3/2}} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^3}{\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2 \right]^{3/2}} \text{ 이다.}$$

미국 수자원평의회에서는 수문자료의 왜곡도계수 산정에 있어서 왜도의 편의와 큰 오차 때문에 다음의 식 (29)를 사용할 것을 권장하고 있다.

$$(C_s)_p = \omega C_s + (1 - \omega) \bar{C}_s \text{ (29)}$$

여기에서 $(C_s)_p$ 는 보정왜곡도 계수이고 ω 는 수문자료의 갯수에 대한 가중치이며 이 가중치는 다음의 식 (30), (31) 및 (32)에 의해 구한다.

$$\omega = 0 \quad (N < 25) \text{ (30)}$$

$$\omega = (N - 25) / 75 \quad (25 \leq N \leq 100) \text{ ... (31)}$$

$$\omega = 1 \quad (N > 100) \text{ (32)}$$

또한, \bar{C}_s 는 주변 유역으로 부터 구해진 지역 왜곡도 계수이며, 만약에 지역 왜곡도계수를 모르는 경우에는 왜곡도 계수의 편의를 줄

이기 위해서 미국 수자원평의회는 식 (33)의 $(C_s)_1$ 과 식 (34)의 $(C_s)_2$ 를 추천하였고 Bo-be'e와 Robitaille는 식 (35)의 $(C_s)_3$ 공식을 제시하였다.

$$(C_s)_1 = \frac{\sqrt{[N(N-1)]}}{N-2} C_s \text{ (33)}$$

$$(C_s)_2 = (C_s)_1 \cdot \left(1 + \frac{8.5}{N} \right) \text{ (34)}$$

$$(C_s)_3 = (C - s) \left[\left(1 + \frac{6.51}{N} + \frac{20.20}{N^2} \right) + \left(\frac{1.48}{N} + \frac{6.77}{N^2} \right) C_s^2 \right] \text{ (35)}$$

III. 기본수문자료와 분석방법

1. 기본수문자료와 유역특성

본 분석에 사용된 대상유역은 금강수계의 수통, 석화, 용담, 영산강수계의 나주, 마륙, 남평 및 섬진강수계의 송정, 압록유역을 선정 하였으며 설계홍수량 유도를 위해 각 유역의 연최고치 자료^{8,11)}를 사용하였고, 각 유역에 대한 유역 특성의 결과는 Table-1과 같으며

Table-1. Gauging stations and physical characteristics of watersheds

River	Station	Area (km ²)	Length of main stream(km)	Average basin width(km)	Shape factor	Observed duration(yrs)	Location
Geum	Sutong	1,599.3	46.38	34.48	0.743	20	Long. 127° 36' Lati. 36° 03'
	Seoghwa	1,590.4	72.6	21.91	0.302	30	Long. 127° 21' Lati. 36° 37'
	Yongdam	989.5	12.0	82.46	6.872	29	Long. 127° 37' Lati. 35° 58'
Yeong San	Naju	2,058.7	75.1	27.41	0.365	25	Long. 126° 44' Lati. 35° 01'
	Mareug	683.9	56.0	12.21	0.218	37	Long. 126° 50' Lati. 35° 09'
	Nampyeong	576.2	41.1	14.02	0.341	31	Long. 126° 51' Lati. 35° 03'
Seom Jin	Songjeong	4,255.7	185.7	22.92	0.123	31	Long. 127° 34' Lati. 35° 11'
	Abrog	2,447.5	162.3	15.08	0.093	23	Long. 127° 22' Lati. 35° 11'

여기에서 유역면적은 576.2~4,255.7km²의 범위를 나타내고 있고 주하천장은 12.0~185.7km에 이르며 평균폭은 12.21~82.46km이고 형상계수는 0.093~6.872의 범위를 나타내고 있다.

2. 분석방법

가. 대상유역별 연최고치자료의 기본통계치 분석

매개변수 유도 방법별 Gamma 분포 모형들을 사용하여 설계홍수량을 유도하는데 기본적으로 필요한 통계치로서 평균치, 표준편차, 왜곡도계수 및 변동계수를 각 유역별로 구한다.

나. 연최고치자료의 독립성 및 동질성 검정

대상유역별 연최고치자료의 독립성 및 동질성 검정을 위해 각각 Wald-Wolfowitz(W-W) Test와 Mann-Whitney(M-W) Test⁴⁾에 의해 각 유역별로 실시한다.

다. 연최고치자료의 Outlier 검정

연최고치자료의 일반적인 균형분포상태에서 벗어나는 Outlier의 유무를 위해 Grubbs-Beck 검정법⁴⁾을 각 유역별로 시행한다.

라. Gamma 분포 모형들에 의한 사용수문자료의 기본통계치 분석 및 매개변수 산정

매개변수 유도방법별 Gamma 분포 모형들에 필요한 기본통계치로서 평균치, 표준편차, 왜곡도계수, 변동계수 및 매개변수를 각 유역

별로 구한다.

마. Gamma 분포 모형들에 의해 유도된 설계홍수량의 비교

Gamma 분포 모형들에 있어서 매개변수 유도방법과 서로 다른 플로팅 포지션 방법을 사용하여 빈도별 설계홍수량을 유도하고 플로팅 포지션 방법에 따른 Gamma 분포 모형들의 적합도 판정을 위해 상대평균오차를 각 유역별로 비교 분석한다.

바. 적정분포모형에 의해 유도된 설계홍수량의 신뢰도 분석

적정분포모형으로 판정된 분포형의 빈도해석에 의해 구해진 설계홍수량을 95% 신뢰한계 분석에 의해 신뢰도를 검정한다.

IV. 결과 및 고찰

1. 사용수문자료의 기본통계치 분석

수통, 석화, 용담, 나주, 마륵, 남평, 송정 및 압록유역에 대한 평균치, 표준편차, 왜곡도계수 및 변동계수의 기본통계치를 각 유역별로 구한 결과는 Table-2와 같으며 전 유역에 걸쳐 평균치와 표준편차는 각각 362.9~2,869.4 및 127.2~1,068.1의 범위를 그리고 왜곡도계수와 변동계수는 각각 0.056~1.321 및 0.299~0.625의 범위를 나타내었다.

Table-2. Basic statistic

River	Station	Mean(\bar{x})	Standard deviation(S)	Coefficient of skewness(C _S)	Coefficient of variation(C _V)
Geum	Sutong	1,383.1	733.0	0.513	0.529
	Seoghwa	1,090.9	682.1	0.949	0.625
	Yongdam	685.8	350.4	0.776	0.511
Yeong San	Naju	1,471.4	441.1	0.056	0.299
	Mareug	367.8	193.9	1.028	0.527
	Nampyeong	362.9	127.2	1.039	0.350
Seom Jin	Songjeong	2,869.4	1,004.1	1.321	0.349
	Abrog	2,412.1	1,068.1	0.426	0.443

2. 연최고치자료의 독립성 및 동질성 검정

대상유역 별 사용수문자료에 대한 독립성 및 동질성 검정은 각각 Wald-Wolfowitz Test

와 Mann-Whitney Test에 의해 실시하였으며 본 분석에서 적용된 각 유역의 수문자료에 대한 독립성 및 동질성 검정에 대한 결과는 Table-3과 같다.

Table-3. Test for independence and homogeneity of observed flows

River	Station	Wald-Wolfowitz's test for Independence			Mann-Whitney's test for Homogeneity		
		$ u _1$	$u_{\alpha/2}$	Test	$ u _2$	$u_{\alpha/2}$	Test
Geum	Sutong	1.107	1.96	○	1.06	1.96	○
	Seoghwa	1.184	1.96	○	0.66	1.96	○
	Yongdam	0.553	1.96	○	0.22	1.96	○
Yeong San	Naju	0.461	1.96	○	0.22	1.96	○
	Mareug	1.477	1.96	○	0.58	1.96	○
	Nampyeong	0.918	1.96	○	0.04	1.96	○
Seom Jin	Songjeong	1.119	1.96	○	1.42	1.96	○
	Abrog	1.427	1.96	○	0.49	1.96	○

$|u|_1, |u|_2$: W-W and M-W test statistic

$u_{\alpha/2}$: Standardized normal deviate corresponding to a probability of exceedance $\alpha/2$

○ : Accept at a 5% level of significance

3. 연최고치자료의 Outlier 검정

일련의 수문자료계열에서 자료의 일반적인
균형분포의 상태에서 훨씬 위나 또는 아래로
격리되는 Data Point를 나타내는 Outlier의
유발로 인해 부적절한 통계학적 매개변수의
유도로서 설계수문량의 제시에 불확실성을 초
래하게 된다. 이에 본 분석에서는 Grubbs-
Beck에 의한 검정법을 사용하여 Outlier의 유
무를 검정하였다.

Grubbs-Beck 검정법에 의한 Outlier의 상
하한식은 다음의 식 (36)와 식 (37)과 같다.

$$X_H = \exp(\bar{X} + K_N S) \dots\dots\dots (36)$$

$$X_L = \exp(\bar{X} - K_N S) \dots\dots\dots (37)$$

여기에서 \bar{X} 와 S 는 각각 표본에 대한 자연
대수의 평균치와 표준편차이다. K_N 는 Grubbs

와 Beck에 의해 제시된 표본크기와 유의수준
에 따른 Grubbs-Beck 통계량이다. Outlier 검
정에서 사용하는 10% 유의수준에서의 K_N 의
값은 다음의 식 (38)에 의해 구할 수 있다.

$$K_N = -3.62201 + 6.28446^{1/4} - 2.49835N^{1/2} + 0.491436N^{3/4} - 0.037911N \dots (38)$$

여기에서 N 는 표본의 크기이며 Grubbs-
Beck 검정에 의한 값이 X_H 보다 클 경우에는
High Outlier 이고 X_L 보다 작을 경우에는
Low Outlier가 된다. 따라서 본 분석에 적용
된 유역의 수문자료에 대한 검정결과를 보면
Table-4 및 표본 예로 Fig. 1에서 보는 바와
같이 전 유역에 걸쳐 High Outlier 및 Low
Outlier가 없음이 확인되었다.

이상의 결과에서 보건데 독립성, 동질성 및
Outlier 검정 결과 대상유역의 연최고치 자료

Table-4. Grubbs and Beck test for detection of outliers

River	Station	Grubbs and Beck test			Test
		K_N	X_H	X_L	
Geum	Sutong	2.384	5,092.4	274.7	○
	Seoghwa	2.563	5,590.3	137.5	○
	Yongdam	2.549	2,479.6	144.0	○
Yeong San	Naju	2.485	3,145.9	625.7	○
	Mareug	2.650	1,381.6	74.1	○
	Nampyeong	2.577	812.5	145.2	○
Seom Jin	Songjeong	2.577	6,360.3	1,162.5	○
	Abrog	2.448	7,221.7	652.4	○

K_N : G-B statistic tabulated for various sample size and 10% significance level

X_H : Critical quantity of high outliers

X_L : Critical quantity of low outliers

○ : Accept at a level of 10% significance level

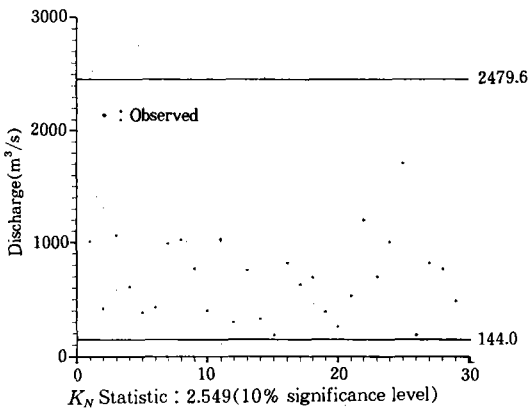


Fig. 1. G-B test for detection of high and low outliers at Yongdam watershed of Geum river

에 관한 독립성과 동질성이 인정됨과 동시에 연최고치 자료의 균형분포에서 상, 하로 격리되는 Outlier가 없음이 검정되므로서 수문자료로서 분석 타당성이 인정되었다. 이에 본 분석에서는 상기의 8개 유역을 대상으로 매개변수 유도방법별 Gamma 분포 모형별, 그리고 재현기간별 홍수량을 유도하고 이들을 실측치의 플로팅 포지션법에 의해 구해진 재현기간별 홍수량과 비교 분석하기로 한다.

4. Gamma 분포 모형들에 의한 연최고치자료의 기본통계치 및 매개변수 산정

가. 모멘트법 및 최우법에 따른 2변수 Gamma 분포 모형에 의한 기본통계치 및 매개변수

모멘트법 및 최우법에 따른 2변수 Gamma 분포 모형에 의한 평균치, 표준편차, 왜곡도계수 및 변동계수의 기본통계치와 척도매개변수, α 형상매개변수, λ 를 각 유역별로 구한 결과는 Table-5와 같다.

나. Log-Pearson Type 3 분포에 의한 기본통계치 및 매개변수

직접모멘트법, 최우법, 혼합모멘트법 및 간접모멘트법 ($C_s = (C_s)_1, (C_s)_2, (C_s)_3$)에 따른 Log-Pearson Type 3 분포에 의한 평균치, 표준편차, 왜곡도계수 및 변동계수의 기본통계치와 척도매개변수, α 형상매개변수, λ 및 위치매개변수 m 를 각 유역별로 구하였다.

5. Gamma 분포 모형들에 의해 유도된 설계홍수량과 실측치의 플로팅 포지션법별 설계홍수량의 비교

모멘트법 및 최우법에 따른 2변수 Gamma 분포와 직접모멘트법, 최우법, 혼합모멘트법 및 수정된 왜곡도 계수별 간접모멘트법에 따른 Log-Pearson Type 3 분포에 의해 유도된 각각의 재현기간별 홍수량을 3개 수계의 유역별로 구하였으며 표본 예로 금강의 결과는 Table-6과 같고 매개변수 유도 방법별 분포 모형들의 적합도 검정을 위하여 매개변수 유도 방법별로 Gamma 분포 모형들에 의해 유도된 각각의 설계홍수량을 플로팅 포지션법에서 Weibull, Hazen, Chegodayev 및 Cunnane 공식에 의한 비초과확률인 다음의 식 (39), (40), (41) 및 (42)에 의해 Gamma 확률지에 도시하였다.

Table-5. Parameters and basic statistic calculated by two parameter Gamma distribution using Methods of Moments and Maximum Likelihood

Method	River	Station	α	λ	Mean (m ³ /s)	Standard deviation	Coefficient of skewness	Coefficient of variation
MM	Geum	Sutong	0.00257	3.56025	1,383.100	733.016	1.060	0.530
		Seoghwa	0.00234	2.55764	1,090.900	682.127	1.251	0.625
		Yongdam	0.00558	3.82990	685.759	350.411	1.022	0.511
	Yeongsan	Naju	0.00756	11.12794	1,471.360	441.074	0.600	0.300
		Mareug	0.00977	3.59424	367.757	193.980	1.055	0.528
		Nampyeong	0.02244	8.14274	362.903	127.176	0.701	0.350
	Seomjin	Songjeong	0.00285	8.16691	2,869.387	1,004.061	0.700	0.350
Abrog		0.00211	5.10007	2,412.087	1,068.083	0.886	0.443	
ML	Geum	Sutong	0.00242	3.35162	1,383.100	755.485	1.093	0.546
		Seoghwa	0.00224	2.44064	1,090.90	698.286	1.280	0.640
		Yongdam	0.00552	3.78834	685.759	352.328	1.028	0.514
	Yeongsan	Naju	0.00725	10.67170	1,481.360	450.404	0.612	0.306
		Mareug	0.01019	3.74663	367.757	189.994	1.033	0.517
		Nampyeong	0.02544	9.23394	362.903	119.426	0.658	0.329
	Seomjin	Songjeong	0.00330	9.46019	2,869.387	932.909	0.650	0.325
		Abrog	0.00203	4.90007	2,412.087	1,089.662	0.904	0.452

MM : Method of Moments

ML : Maximum Likelihood Method

Table-6. Comparison of design floods calculated by different models in Geum river(단위 : m³/s)

Station	Models and Methods for derivation of parameters	Return period(yrs)					
		5	10	20	50	100	200
Sutong	Two Parameter Gamma, MM	1,933.09	2,365.95	2,766.48	3,265.37	3,626.94	3,978.55
	Two Parameter Gamma, ML	1,946.92	2,396.14	2,813.01	3,333.48	3,711.37	4,079.28
	Log-Pearson 3, DMM	2,010.30	2,388.48	2,685.72	2,990.60	3,171.50	3,319.61
	Log-Pearson 3, ML	2,018.55	2,366.25	2,627.14	2,881.14	3,024.26	3,236.57
	Log-Pearson 3, MMM	1,983.76	2,380.42	2,710.16	3,071.26	3,300.17	3,498.96
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₁	1,999.05	2,450.45	2,849.51	3,317.51	3,634.80	3,924.96
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₂	1,994.18	2,374.65	2,681.10	3,004.76	3,202.68	3,368.85
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₃	1,996.42	2,397.39	2,729.65	3,091.99	3,320.66	3,517.70
Seoghwa	Two Parameter Gamma, MM	1,586.03	2,004.86	2,398.91	2,986.38	3,260.57	3,617.15
	Two Parameter Gamma, ML	1,594.96	2,026.19	2,432.93	2,947.44	3,324.67	3,694.38
	Log-Pearson 3, DMM	1,627.58	2,032.22	2,382.76	2,781.20	3,041.79	3,272.36
	Log-Pearson 3, ML	1,623.81	2,027.57	2,378.30	2,778.31	3,040.84	3,273.84
	Log-Pearson 3, MMM	1,625.39	2,030.84	2,383.46	2,786.11	3,050.67	3,285.69
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₁	1,628.73	2,096.11	2,536.28	3,085.89	3,480.20	3,857.24
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₂	1,628.55	2,055.94	2,438.28	2,888.91	3,194.34	3,472.76
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₃	1,628.87	2,069.17	2,469.81	2,951.11	3,283.54	3,591.36
Yongdam	Two Parameter Gamma, MM	950.29	1,155.52	1,344.77	1,579.85	1,749.86	1,914.95
	Two Parameter Gamma, ML	951.50	1,158.10	1,348.72	1,585.59	1,756.95	1,923.38
	Log-Pearson 3, DMM	965.76	1,160.99	1,329.41	1,522.28	1,650.31	1,765.50
	Log-Pearson 3, ML	960.26	1,157.28	1,329.98	1,531.44	1,667.70	1,792.25
	Log-Pearson 3, MMM	961.07	1,158.69	1,331.99	1,534.22	1,671.03	1,796.14
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₁	963.42	1,184.11	1,388.63	1,642.32	1,824.57	1,999.88
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₂	964.11	1,170.97	1,356.03	1,576.80	1,729.41	1,871.49
Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₃	963.96	1,175.57	1,367.23	1,599.02	1,761.43	1,914.37	

$$P=1 - m/(N+1) \dots\dots\dots (39)$$

$$P=1 - (2m-1)/2N \dots\dots\dots (40)$$

$$P=1 - (m-0.3)/(N+0.4) \dots\dots\dots (41)$$

$$P=1 - (m-0.4/N+0.2) \dots\dots\dots (42)$$

여기에서 N 은 표본크기이며 m 은 가장 큰

값 부터 나열한 순서이다.

이상의 4개 플로팅 포지션법과 매개변수 유도 방법별 Gamma 분포 모형들에 의해 유도된 빈도별 설계홍수량의 비교 분석을 위해 상대평균오차²⁰⁾(Relative Mean Error, RME)를 다음의 식 (43)에 의해 대상유역별로 구한 결과는 Table-7과 같다.

Table-7. Relative Mean Errors calculated by Gamma distribution models using different plotting position formulas and different methods for parameters

Plotting position	Models and Methods for derivation of parameters	Geum			Yeong San			Seom Jin	
		Su-tong	Seog-hwa	Yong-dam	Naju	Nam-pyeong	Mar-eug	Song-jeong	Abrog
Weibull	Two Parameter Gamma, MM	5.67	4.30	1.95	1.44	1.02	1.59	1.14	2.29
	Two Parameter Gamma, ML	5.45	2.34	1.85	1.40	1.04	1.67	1.17	2.07
	Log-Pearson 3, DMM	2.28	3.76	2.21	2.67	1.12	2.20	1.70	2.34
	Log-Pearson 3, ML	2.62	3.92	2.32	2.39	1.65	2.20	1.67	2.44
	Log-Pearson 3, MMM	3.19	3.10	2.36	2.53	1.11	2.20	1.68	2.60
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₁	2.96	2.98	2.26	2.63	1.12	2.16	1.66	2.35
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₂	2.94	3.04	2.30	2.52	1.03	2.23	1.64	2.27
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₃	2.80	2.92	2.34	2.55	1.03	2.11	1.59	2.20
Hazen	Two Parameter Gamma, MM	1.74	2.70	1.58	1.30	1.19	1.61	1.22	1.92
	Two Parameter Gamma, ML	1.33	2.16	1.53	1.26	1.03	1.63	1.16	1.73
	Log-Pearson 3, DMM	1.41	2.68	2.03	2.03	1.05	2.58	1.56	2.15
	Log-Pearson 3, ML	1.68	2.84	1.95	2.63	1.50	2.17	1.56	2.15
	Log-Pearson 3, MMM	1.38	2.71	3.26	2.42	1.03	2.17	1.53	2.09
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₁	1.26	2.70	2.04	2.30	0.92	2.12	1.58	1.88
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₂	1.32	2.62	1.81	2.27	0.93	2.20	1.61	1.88
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₃	1.24	2.91	1.97	2.23	0.95	2.13	1.66	1.95
Chegodayev	Two Parameter Gamma, MM	2.42	2.73	1.61	1.35	1.07	1.51	1.11	1.94
	Two Parameter Gamma, ML	2.04	2.17	1.59	1.42	1.03	1.48	1.10	1.83
	Log-Pearson 3, DMM	1.51	2.81	1.96	2.55	1.09	2.02	1.64	1.98
	Log-Pearson 3, ML	1.63	3.01	2.03	2.32	1.85	2.08	1.69	2.09
	Log-Pearson 3, MMM	2.05	2.81	2.07	2.45	0.97	2.10	1.67	2.10
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₁	1.98	2.53	2.04	2.28	1.49	2.15	1.68	2.23
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₂	1.76	2.53	2.02	2.19	0.88	2.02	1.55	1.96
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₃	1.69	2.55	2.03	2.26	0.91	2.01	1.55	1.88
Cunnane	Two Parameter Gamma, MM	2.09	2.16	1.68	1.30	1.15	1.54	1.20	1.85
	Two Parameter Gamma, ML	1.57	2.20	1.58	1.25	1.02	1.68	1.09	1.67
	Log-Pearson 3, DMM	1.48	2.72	1.93	2.20	1.10	2.12	1.61	2.04
	Log-Pearson 3, ML	1.60	2.72	2.00	2.38	1.42	2.20	1.57	2.15
	Log-Pearson 3, MMM	1.93	2.73	1.96	2.17	0.97	2.23	1.61	2.15
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₁	1.57	2.71	2.09	2.26	0.97	2.17	1.67	2.08
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₂	1.50	2.68	1.95	2.25	0.90	2.11	1.56	2.05
	Log-Pearson 3, IMM (C _s) ₃	1.31	2.71	1.91	2.21	0.87	2.17	1.55	2.12

$$RME = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N \left(\frac{Q_o - Q_c}{Q_o} \right)^2 \right]^{0.5} \dots\dots\dots (43)$$

이상의 결과에서 보건데 Gamma 분포 모형들에 사용된 4개 플로팅 포지션법 중에서 Hazen 플로팅 포지션법에 의해 유도된 빈도별 설계홍수량의 상대평균오차가 Weibull, Chegodayev 및 Cunnane 플로팅 포지션법에 의한 것 보다 전반적으로 작게 나타났다. Hazen 플로팅 포지션법에 의한 설계홍수량과 매개변수 유도 방법별 Gamma 분포 모형들의 것과는 표본 예로 금강 수계의 용담유역에 대해 Gamma 확률지에 도시한 결과는 Fig. 2와 같다.

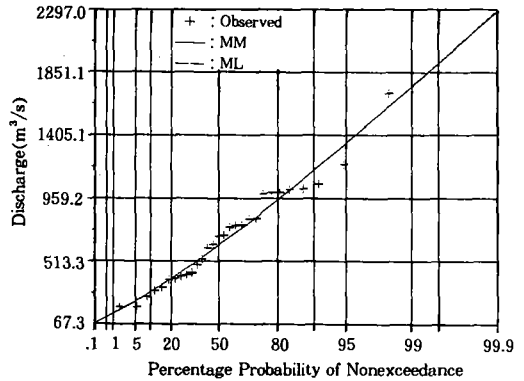
이상의 Table-7과 Fig. 2의 결과를 보건데 최우법에 따른 2변수 Gamma 분포 모형에 의한 설계홍수량의 상대평균오차가 타 매개변수 유도 방법별 Gamma 분포 모형들에 의한 것 보다 작게 나타났고 기타의 대상유역들도 전반적으로 이와 같은 결과를 보여 주었다.

6. 적정분포형인 2변수 Gamma분포 모형의 매개변수 유도방법에 따른 설계홍수량 신뢰도 분석

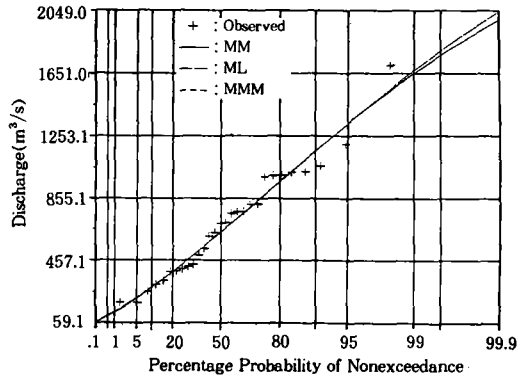
적정분포모형으로 판정된 2변수 Gamma분포형의 빈도해석에 의해 얻어진 재현기간별 홍수량의 신뢰도가 어느 정도인가를 검정하는 것은 매우 중요한 일이다. 2변수 Gamma분포 모형에 있어서 재현기간 T에 따른 홍수량 \tilde{X}_T 의 모수를 X_T 라 하고 평균이 0이며 표준편차가 1인 정규분포를 얻기 위한 표준화 변수는 다음의 식 (44)와 같이 된다.

$$Z = \frac{\tilde{X}_T - X_T}{\sqrt{Var(\tilde{X}_T)}} \dots\dots\dots (44)$$

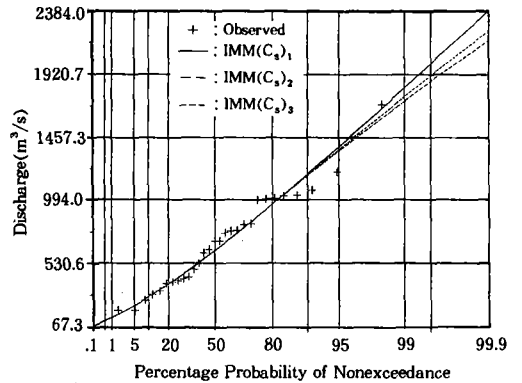
따라서 95% 신뢰한계에 있어서 설계홍수량 X_T 의 신뢰구간은 식 (45)에 의해서 구할 수 있다.



(a) Two Parameter Gamma Distribution Model



(b-1) Log-Pearson Type 3 Distribution Model



(b-2) Log-Pearson Type 3 Distribution Model

Fig. 2. Comparison of design floods estimated using different methods for the parameters with Hazen plotting position at Yongdam watershed of Geum river

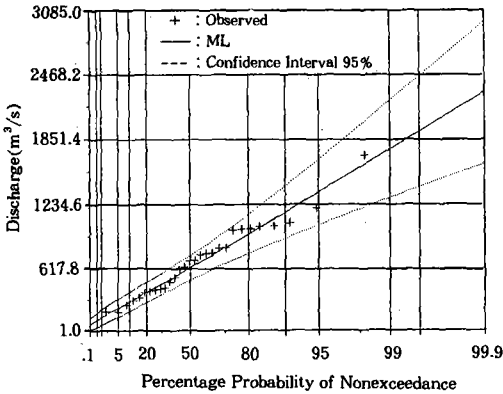


Fig. 3. Design Floods fitted by two parameter Gamma distribution using Maximum Likelihood method with 95% confidence interval at Yongdam watershed of Geum river

$$X_T - Z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\bar{X}_T)} \leq X_T \leq X_T + Z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\bar{X}_T)} \dots\dots\dots (45)$$

본 분석에서는 2변수 Gamma분포 모형에 있어서 모멘트법과 최우법에 의해 매개변수를 유도하고 이들에 의해 유도된 설계홍수량을 Gamma 확률지에 도시하고 95%의 확률로서 설계홍수량을 포함할 수 있는 95%의 신뢰구간을 구하였으며 이에 관한 표본 예의 결과는 Fig. 3과 같다.

Fig. 3의 결과에서 보는 바와 같이 2변수 Gamma분포 모형에 있어서 모멘트법이나 최우법에 의해 구해진 설계홍수량이 모두 95% 신뢰구간내에 위치하므로써 그 신뢰도가 인정되었으며 기타의 적용유역에서도 같은 결과를 나타내었다.

IV. 결 론

본 연구는 금강, 영산강 및 섬진강 수계의 8개 유역에 대한 연최고치자료를 중심으로 독립성, 동질성 검정 및 Outlier 검정을 수행하

므로써 자료분석 타당성 여부를 판정하고 Gamma분포 모형들의 매개변수 유도방법과 플로팅 포지션 방법을 서로 달리하여 빈도별 설계홍수량을 유도하며 Gamma 분포 모형들의 적합도 판정을 위한 비교 분석과 매개변수 유도방법에 따른 설계홍수량의 신뢰도 분석을 수행한 것으로 이에 관한 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 독립성, 동질성 및 Outlier 검정 결과 대상 유역의 수문자료에 대한 독립성과 동질성은 물론 상, 하 Outlier 제한선 밖에 수문자료 점이 없음이 확인 되므로써 설계홍수량 유도를 위한 자료분석의 타당성이 인정되었다.
2. 대상 유역별로 모멘트 및 최우법에 따른 Gamma분포 모형의 기본통계치 및 매개변수를 구하였다.
3. Gamma 분포모형에 있어서 매개변수 유도방법과 플로팅 포지션법을 달리하여 구한 설계 홍수량의 상대평균오차를 비교한 결과 2변수 Gamma분포모형에서 최우법과 Hazen 플로팅 포지션법에 의한 설계홍수량이 타 매개변수 유도방법과 타 플로팅 포지션법에 의한 설계홍수량 보다 일반적으로 적정한 것으로 나타났다.
4. 2변수 Gamma분포 모형에 있어서 매개변수 유도방법을 달리하여 유도된 설계홍수량의 신뢰도 검정을 위한 95% 신뢰한계를 구한 결과에서는 모멘트법이나 최우법 모두 그 신뢰도가 인정 되었다.

이 논문은 1996년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구 되었음.

참 고 문 헌

1. Aitchison, J. and J. A. C. Brown, The Lognormal Distribution, Cambridge University Press, pp. 1~176, 1957.

2. Beard, L. R., Flood Flow Frequency Techniques, Technical Report, University of Texas at Austin, Texas, 1974.
3. Benjamin, J. R. and C. A. Cornell, Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill, New York, pp.370 ~500, 1970.
4. Bobée B. and F. Ashkar, The Gamma Family and Derived Distributions applied in Hydrology, Water Resources Publications, 1991.
5. Hazen, A., Flood Flows, A Study of Frequencies and Magnitudes, (John Wiley & Sons Inc.) New York, 1930.
6. Gumbel, E. J., Probability Interpretation of the observed Return Period of Flood, Trans. Ame. Geophysics Union, Vol. 21, pp. 836~850, 1941.
7. Kite, G. W., Frequency and Risk Analysis in Hydrology, Water Resources Publication, pp. 69~127, 1977.
8. 건설부, 한국수문조사서(우량,수위편), 1962~1978.
9. 건설부, 한국수문조사년보, 1964.
10. 건설부, 한국수문조사년보, 1979~1990.
11. 건설부, 홍수수문자료집, 1991.
12. 건설부, 한국하천조사서, 1974.
13. 건설부, 한국의 홍수, 1967~1969.
14. 건설부, 홍수량측정조사보고서, 1983.
15. 이순혁, 박명근, 적정홍수빈도와 위험도분석에 관한 연구, 한국농공학회지, Vol. 25, No. 3, pp. 79~86, 1983.
16. 이순혁, 박명근, 수리구조물의 파괴위험도와 설계홍수량에 관한 수문학적 연구(I), 한국농공학회지, Vol. 27, No. 2, pp 23~37, 1985.
17. 이순혁, 박명근, 수리구조물의 파괴위험도와 설계홍수량에 관한 수문학적 연구(II), 한국농공학회지, Vol. 28, No. 3, pp 69~78, 1986.
18. 이순혁, 홍성표, 박명근, Low Outliers를 고려한 홍수빈도분석에 관한 연구, 한국농공학회지, Vol. 30, No. 4, pp. 62~70, 1988.
19. 이순혁 외, 응용수문학, 향문사, pp. 66~301, 1984.
20. Reich, B. M. and D. J. Jackson, Flood Prediction Methods for Pennsylvania Highway Crossings, Final Report to Penn. Dot, The Civil Engineering Dept., The Pennsylvania State University, pp. 1 ~197, 1971.
21. Tefaruk Haktanir, Comparison of Various Flood Frequency Distributions using Annual Flood Peaks Data of Rivers in Anatolia, Journal of Hydrology, Vol. 136, pp. 1~31, 1992.
22. U. S. Water Resources Council, Hydrology Committee, A Uniform Technique for Determining, Flood Flow Frequency, Bill. 15, Washington, D. C.
23. Yevjevich, V., Probability and Statistics in Hydrology, W. R. P., Colorado, pp. 118 ~167, 1972.

(접수일자 : 1997년 3월 4일)