

論文97-34S-1-15

# 광웨이브렛 원형고조 정합필터를 이용한 회전불변 패턴인식

(Rotation-invariant pattern recognition using an optical wavelet circular harmonic matched filter)

李河運 \*, 金喆洙 \*\*, 金正雨 \*, 金秀重 \*\*\*

(Ha Woon Lee, Cheol Su Kim, Jeong Woo Kim, and Soo Joong Kim)

## 요 약

Morlet, Mexican-hat 및 Haar 웨이브렛 함수를 이용하여 기준영상을 웨이브렛 변환후 원형고조함수를 이용한 회전불변 패턴인식 필터를 제안하였다. 기준영상의 회전된 영상과 유사영상 및 이들 영상에 무작위 잡음을첨가한 영상을 입력영상으로 사용하였으며, 잡음이 있는 경우에는 적절한 문턱치와 창(window)의 크기를 사용한 변형된 이동평균법을 이용하여 무작위 잡음을 제거하여 인식에 적용하였다. 제안한 광웨이브렛 원형고조 정합필터(WCHMF)는 정합필터 형태로 Vander Lugt 4f 광상관시스템에 적용할 수 있다. 기존의 원형고조필터, 위상원형고조필터 및 이진위상원형고조필터와 신호대잡음비 및 변별력을 비교하였다. Morlet, Mexican-hat 및 Haar 웨이브렛 함수들을 제안한 필터에 적용하여 사용한 기준영상에 적합한 웨이브렛 함수를 찾았으며, 그 결과 Morlet 웨이브렛 함수일 때 회전불변 특성을 유지하면서 우수한 변별력과 SNR을 가짐을 확인하였다.

## Abstract

The rotation-invariant pattern recognition filter using circular harmonic function of the wavelet transformed reference image by Morlet, Mexican-hat, and Haar wavelet function is proposed. The rotated reference images, the images similar to the reference image, and the images which are added by random noise are used for the input images, and in case of the input images with random noise, they are applied to the recognition after removing the random noise by the transformed moving average method with proper thresholding value and window size. The proposed optical wavelet circular harmonic matched filter (WCHMF) is a type of the matched filter, so that it can be applied to the 4f Vander Lugt optical correlation system. SNR and discrimination capability of the proposed filter are compared with those of the conventional CHF, the POCFH, and the BPOCFH. The proper wavelet function for the reference image used in this paper is achieved by applying Morlet, Mexican-hat, and Haar wavelet function to the proposed filter, and the proposed filter has good SNR and discrimination capability with rotation-invariance in case of the Morlet wavelet function.

\* 正會員, 東洋大學校 電子制御通信工學部

(School of Elec. Cntrl.Comm. Eng., Dongyang Univ.)

\*\* 正會員, 金泉專門大學 電波通信科

(Dept. of Wave Comm., Kimchun College)

\*\*\* 正會員, 慶北大學校 電子工學科

(Dept of Elec. Eng., Kyungpook National Univ.)

接受日字: 1995年4月8日, 수정완료일: 1997年1月14日

## I. 서 론

회전불변 패턴인식을 위해 Hsu와 Arsenault는 1982년 원형고조필터(CHF: Circular harmonic filter)를 제안하였다.<sup>[1,2]</sup> 이러한 원형고조필터는 기준영상의 원형고조성분중 한 개의 고조성분을 이용하므로 인식력이 떨어진다. 그 이후 Rosen과 Shamir, Yau와 Chang 그리고 Leclercce 등은<sup>[3-5]</sup> 위상원형고

조필터(POCHF: Phase only circular harmonic filter) 및 이진위상원형고조필터(BPOCHF: Binary phase only circular harmonic filter)를 제안하였다. 이러한 필터들은 광효율, 상관첨두치 및 변별력 등이 CHF 보다 우수하지만 여전히 변별력에 문제가 있다.

일반적으로 패턴인식에서 위상정보가 진폭정보보다 더 중요하지만 Sun 등에 의해 제안된<sup>[6]</sup> 진폭보상 원형고조 필터(ACCHF: Amplitude compensated CHF)는 POCHF 보다 더 예리한 상관첨두치를 갖는다. 그러나 이러한 필터 역시 잡음에 민감하여 변별력 또한 문제가 된다.

웨이브렛 함수는 시간영역에서 0을 중심으로 진동하여 dc 값이 0이 되어야 하는 허용조건과 시간이 무한대로 접근할 경우 0으로 감쇄하며, 진동주파수에 따라 주파수영역에서의 대역폭이 제한되어야 하는 규칙성을<sup>[7]</sup> 만족하여야 한다. 따라서 웨이브렛변환은 대역통과 특성을 가지며 이 특성은 웨이브렛 함수의 종류나 팽창모수(scaling parameter)의 크기 및 진동주파수 등에 따라 달라진다. 따라서 웨이브렛 변환에 의해 구현되는 필터는 웨이브렛 함수에 따라 특성이 달라지므로 인식하고자 하는 영상에 따라 적절한 웨이브렛 함수 및 팽창모수의 선정이 패턴인식에 매우 중요한 요소가 된다. 따라서 Cheng<sup>[8]</sup> 등은 Mexican-hat 웨이브렛 함수에 대해 팽창모수 변화에 따른 회전불변 특성을 제안하였다. 그러나 잡음을 가지는 입력영상에 대해서는 고려하지 않았다. 본 논문에서는 Morlet, Mexican-hat, 및 Haar 웨이브렛 함수에 대해 팽창모수 변화에 따른 회전불변 패턴인식을 위한 원형고조 필터를 제안하되 입력영상에 무작위 잡음이 있는 경우는 잡음을 제거하는 전 처리 과정을 도입하였다. 일반적으로 잡음 제거를 위해서는 Morphology 개념에 의한 opening, closing, morphology 필터, median 필터, 이동평균법, hit-miss 변환을 이용한 HMT (Hit-miss transform) 필터 등 여러 가지 방법이<sup>[9,10]</sup>

<sup>1</sup> 있으나, 처리하고자 하는 영상에 따라 적용하는 방법을 달리하는 것이 좋다. 본 논문에서는 이진화된 비행기 영상에 무작위잡음(random noise 또는 salt and pepper noise)이 있는 경우 적절한 문턱치와 창의 크기를 사용한 변형된 이동평균법을 이용하였다. 제안한 필터의 기본 구조는 먼저 기준영상을 웨이브렛 변환한다. 웨이브렛 변환된 영상은 가장자리가 강조된 영상이며 이것을 기준영상으로 하여 원형고조 필터를 만든다.

이렇게 제작된 필터를 전통적인 4f 광상관기에 적용할 수 있도록 하였으며 컴퓨터 모의실험을 통해 확인한 결과 Morlet 웨이브렛 함수일 때 가장 우수한 결과를 얻었다. 그리고 변형된 이동평균법에 의한 무작위잡음 제거 효과도 우수함을 알 수 있었다.

## II. 이 론

### 1. 원형고조필터

CHF는 회전불변 패턴인식을 위해 널리 이용되는 필터로 인식하고자 하는 기준영상을 무한개의 원형고조 성분을 갖는 함수로 표현하여 그 성분들 중 한성분만을 취하여 필터로 만든다. 직교좌표에서 기준영상  $f(x,y)$ 를 극좌표  $f(r, \theta)$ 로 표현하면

$$f(r, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m(r) \exp(jm\theta) \quad (1)$$

로 주어지며  $m$ 은 원형고조함수의 고조성분을 나타낸다. 그리고 원형고조함수  $f_m(r)$ 은

$$f_m(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(r, \theta) \exp(-jm\theta) d\theta \quad (2)$$

로 표현된다. 일반적으로 CHF는 한 개의 원형고조성분을 이용하므로

$$h(r, \theta) = f_n(r) \exp(jn\theta) \quad (3)$$

로 나타낼 수 있으며 여기서  $n$ 은 고조성분을 나타낸다. 각도  $\alpha$ 만큼 회전된 입력영상  $f(r, \theta + \alpha)$ 와 CHF 와의 원점 즉 회전불변특성을 나타내는 점에서의 상관치  $c(COE_c)$ 는

$$c(COE_c) = \int_r \int_\theta f(r, \theta + \alpha) h^*(r, \theta) r dr d\theta \quad (4)$$

로 주어진다. 식 (1) 과 (3)을 식 (4)에 대입하고 고조성분의 직교성을 이용하면 식 (4)는

$$c(COE_c) = 2\pi \exp(jm\alpha) \int_r |f_m(r)|^2 r dr \quad (5)$$

로 나타낼 수 있다. 식 (5)로 부터 회전각도  $\alpha$ 는 위상성분에만 영향을 주고 상관결과의 크기에는 영향이 없음을 알 수 있다. 광상관기의 출력은 빛의 세기로 나타나므로 입력영상의 회전에 관계되는  $\alpha$ 는 상관첨두치에 영향이 없어 CHF는 회전불변 특성을 가짐을 알 수 있다. 그러나 원형고조함수를 만들 때 기준영상의 중심

에 따라 상관 첨두치  $c(\text{COE}_c)$  값이 많이 달라져 인식력에 영향을 주므로 좋은 회전불변 특성을 얻기 위해서는 적절한 중심의 선택이 중요하다.<sup>[1,11]</sup> 또한 CHF는 하나의 원형고조성분을 이용하므로 부엽이 크게 나타나 변별력이 떨어지게 된다. 그리고 dc 성분 즉  $m=0$  일 때는 영상의 중심에서 상관 첨두치가 발생하는 좋은 점이 있는 반면에 유사영상 간의 변별력이 떨어져 문제가 된다. 따라서 변별력을 높이기 위해서는 고차 고조성분을 이용하여야 하지만 상관첨두치가 중심에서 발생하지 않아 문제가 되므로 적절한 고조성분 및 중심점 선택이 패턴인식의 중요한 요소가 된다.

## 2. 위상원형고조필터

CHF는 임의의 원형고조성분  $m$ 에 대한 원형고조성분  $f_m(r)\exp(jm\theta)$ 의 Fourier 변환으로 구해지나 POCHF는 CHF를 크기로 나눈 위상성분만으로 구해진다. Fourier 영역에서 CHF를  $F_m(\rho)\exp(jm\varphi)$  라 하면 극좌표  $(\rho, \varphi)$ 에서의 원형고조함수  $F_m(\rho)$ 는

$$F_m(\rho) = 2\pi(-j)^m \int_0^\infty f_m(r) J_m(2\pi r\rho) r dr \quad (6)$$

로 나타낼 수 있으며  $J_m(2\pi r\rho)$ 는  $m$ 차 Bessel 함수이다. 식 (6)은 원형고조함수  $f_m(r)$ 의  $m$ 차 Hankel 변환이며 따라서  $F_m(\rho)$ 는 기준영상의 Fourier 변환의 원형고조 함수가 된다. POCHF  $H_p(\rho, \varphi)$ 는  $F_m(\rho)$ 에서  $|F_m(\rho)|=1$ 인 위상성분만을 취하므로 여전히 회전 불변 특성을 갖고 있으며<sup>[5]</sup>

$$H_p(\rho, \varphi) = \exp[\alpha_m(\rho)] \exp(jm\varphi) \quad (7)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서  $\alpha_m(\rho)$ 는  $F_m(\rho)$ 의 위상성분이다.

## 3. 이진위상원형고조필터

이진위상필터(BPOF: Binary phase only filter)는 위상필터의 위상성분을 적절히 이진화 함으로서 얻을 수 있다. 만약 영상신호  $f(x,y)$ 의 Fourier 변환을  $F(u,v)$ 라고 하면 BPOF는<sup>[12]</sup>

$$H_B(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{if } \text{Re}[F(u, v)] > 0, \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

로 나타낼 수 있으며 이를 여현이진위상필터라 한다.<sup>[13]</sup>

Fourier 영역에서 전통적인 CHF 를  $F_m(\rho)\exp(jm\varphi)$  라면 위와 같은 방법으로 BPOCHF를 구할 수 있다.

으며 여현 BPOCHF 필터는

$$H_B(\rho, \varphi) = \begin{cases} 1 & \text{if } \cos[\alpha_m(\rho) + m\varphi] > 0, \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

가 된다. 여기서  $\alpha_m(\rho)$ 는  $F_m(\rho)$ 의 위상이다.

## 4. 광웨이브렛 변환(OWT: Optical wavelet transform)

웨이브렛 변환은 영상분해, 데이터 압축, 특징점 추출 등에 많이 이용되어 왔으며 광웨이브렛 변환은 천이 불변특성이 있어 패턴인식에 직접 이용되고 있다.<sup>[14-16]</sup> 또한 웨이브렛 변환은 신호  $f(x,y)$ 와 딸웨이브렛 함수  $h_{ab}(x,y)$  와의 내적으로

$$w_f(a, b, x, y) = \langle f(x, y) | h_{ab}(x, y) \rangle \quad (10)$$

로 표현되며, 딸웨이브렛 함수  $h_{ab}(x,y)$ 는 모웨이브렛 함수  $h(x,y)$ 의 팽창(scaling)과 병진(translation)으로

$$h_{ab}(x, y) = \frac{1}{a} h\left(\frac{x-b}{a}, \frac{y-b}{a}\right) \quad (11)$$

로 표현되며 이때  $a$ 는 팽창모수,  $b$ 는 병진모수이며, 2-D 등방성인  $a_x=a_y=a$ 로 표현하였으며  $b=0$ 인 경우에는  $h_a(x,y)$ 로 표현하였다. 식(10)과 (11)을 종합하여 병진모수를 신호에 적용한 웨이브렛 변환은<sup>[17]</sup>

$$\begin{aligned} w_f(a, b) &= \frac{1}{a} \int \int f(x+b, y+b) h^*\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}\right) dx dy \\ &= \frac{1}{a} f(x, y) \otimes h\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}\right) \end{aligned} \quad (12)$$

단  $\otimes$ 는 상관자를 나타내며 \*는 공액 복소수를 나타냄.

로 표현할 수 있으며 주파수영역에서는

$$W_f(u, v) = \frac{1}{a} F(u, v) H_a^*(u, v) \quad (13)$$

단  $F(u, v) = F[f(x, y)]$  와 같이 나타낼 수 있다.  $H_a(u, v) = F[h\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}\right)]$

웨이브렛 변환된 영상은 가장자리가 강조된 영상으로 팽창모수의 크기 및 웨이브렛 함수의 종류에 따라 가장자리 강조 효과가 다르며 이의 효과를 높이는 것은 영상의 적절한 특징점 검출을 의미하며 이는 패턴인식에 중요한 영향을 미친다. 그러므로 영상에 따라 적절한 웨이브렛 함수 및 팽창모수의 설정이 중요하다. 본 논문에서는 Morlet 웨이브렛 함수를 B. Telfer가 제안한 정규화 방법<sup>[18]</sup>으로 하여 공간영역에서 2-D

함수를 다음과 같이 실수부분을 취한

$$h_a(x, y) = \frac{1}{a^2} \cos(2\pi f_0 \frac{x}{a}) \cos(2\pi f_0 \frac{y}{a}) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2a^2}\right) \quad (14)$$

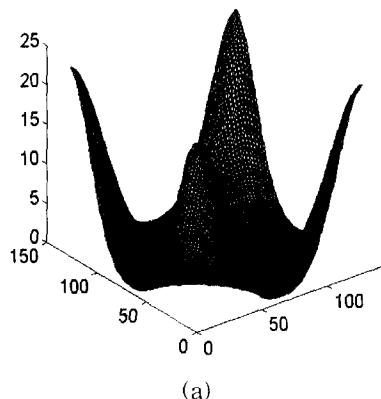
것을 사용하였다. 공간영역에서 Mexican-hat 웨이브렛 함수는  $a=a_x=a_y$  인 등방성 2-D Gaussian 함수  $g_a(x, y) = \exp[-(x^2+y^2)/2a^2]$  에 Laplacian을 취하여 얻을 수 있으며, 이는

$$h_a(x, y) = \frac{1}{a^2} \left( \frac{x^2 + y^2}{a^2} - 2 \right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2a^2}\right) \quad (15)$$

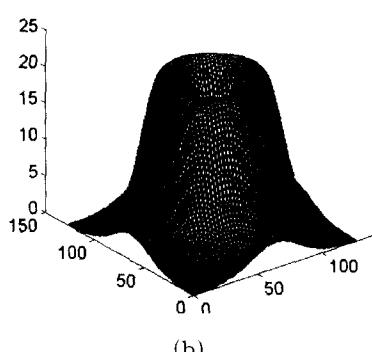
와 같이 표현되고 Haar 웨이브렛 함수는

$$\begin{aligned} h_a(x, y) &= \text{rect}\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{a}, \frac{y - \frac{a}{2}}{a}\right) + \text{rect}\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{a}, \frac{y + \frac{a}{2}}{a}\right) \\ &\quad - \text{rect}\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{a}, \frac{y - \frac{a}{2}}{a}\right) - \text{rect}\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{a}, \frac{y + \frac{a}{2}}{a}\right) \end{aligned} \quad (16)$$

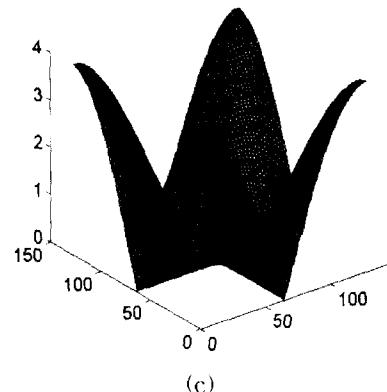
로 나타낼 수 있으며 분리 가능한 함수로도 표현할 수 있다.



(a)



(b)

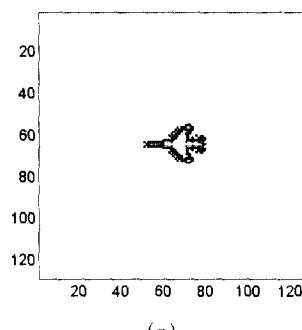


(c)

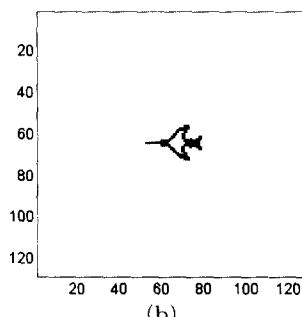
그림 1. 주파수 영역에서의 (a) Morlet 웨이브렛함수 ( $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$ ) (b) Mexican-hat 웨이브렛함수( $a=0.9$ ) (c) Haar 웨이브렛함수( $a=1$ )

Fig. 1. The wavelet function in the frequency domain. (a) Morlet wavelet function ( $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$ ), (b) Mexican-hat wavelet function ( $a=0.9$ ), and (c) Haar wavelet function ( $a=1$ ).

그림 1은 주파수 영역에서 웨이브렛 함수를 나타낸 것으로 (a)는  $f_0=0.48$ ,  $a=0.8$  일 때 Morlet, (b)는  $a=0.9$  일 때 Mexican-hat, 그리고 (c)는  $a=1$  일 때 Haar 웨이브렛 함수를 나타냈으며 이들 함수에 의해 웨이브렛 변환된 기준영상을 그림 2에 각각 나타냈으며, 이들로부터 가장자리가 강조됨을 알 수 있다.



(a)



(b)

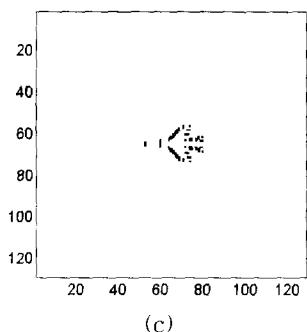


그림 2. 웨이브렛 변환된 영상 (a) Morlet,  $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$  일 때 (b) Mexican-hat,  $a=0.9$  일 때 (c) Haar,  $a=1$  일 때

Fig. 2. The wavelet transformed images  
(a) in case of the Morlet,  $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$ ,  
(b) in case of the Mexican-hat,  $a=0.9$ , and  
(c) in case of the Haar,  $a=1$ .

### III. 제안한 필터

#### 1. 잡음제거 알고리듬

무작위잡음이나 clutter성 잡음이 있는 경우 일반적으로 잡음제거를 위한 전처리과정을 도입한 후 인식을 하게 된다. 이러한 잡음제거를 위해 주로 morphology 개념을 도입한 opening, closing, morphology 필터, hit miss 변환을 이용한 HMT 필터 등과 median 필터, 이동평균법에 의한 방법 등이 있으며 인식하고자 하는 영상의 종류에 따라 적용하는 방법을 다르게 함으로서 인식효과를 높일 수 있다. 최근에는 이러한 방법들을 광학적으로 구현하는 연구들이 시도되고 있다.<sup>1)</sup>

<sup>10)</sup> 본 논문에서는  $32 \times 32$  크기의 이진화된 비행기를  $128 \times 128$  크기의 영상으로 만들어 그림 3 및 4와 같이 각각 기준영상 및 입력영상으로 하였으며 그 입력영상

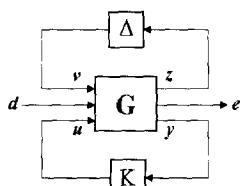
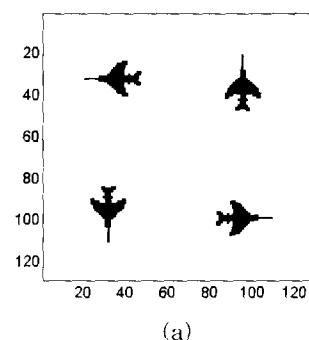


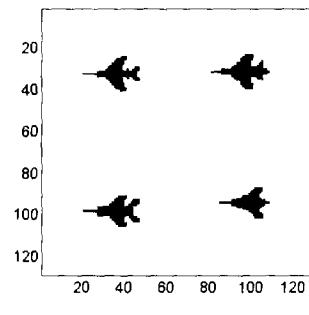
그림 3. 기준영상

Fig. 3. The reference image.

에 각각 2% 및 5%의 무작위잡음을 그림 5 및 6과 같이 인가하였으며 잡음제거 알고리듬을 적용한 후 제안한 필터의 입력영상으로 사용하여 잡음제거 효과를 조사하였다. 그림 3의 기준영상은 F4이며, 그림 4(b)에서 좌상은 F4, 좌하는 F15, 우상은 F20, 우하는 F23을 나타낸다. 잡음제거를 위해서는 변형된 이동평균법을 사용하였다. 변형된 이동평균법은  $2 \times 2$  크기의 창 즉 4개의 화소값을 더하여 그 값이 3보다 크면 데이터를 그대로 두고 화소값이 2이하이면 데이터를 지우는 방법으로 하여 잡음을 제거하였으며 그 결과를 그림 7 및 8에 나타내었다.



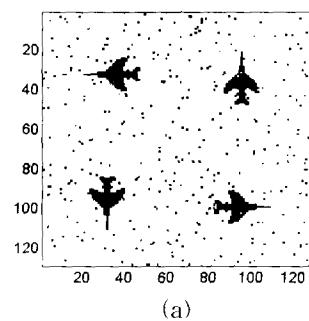
(a)



(b)

그림 4. 입력영상으로 사용된 (a) 회전된 기준영상 및 (b) 다른 종류의 입력영상

Fig. 4. (a) The rotated reference image and (b) the other kind of the input image used for input images.



(a)

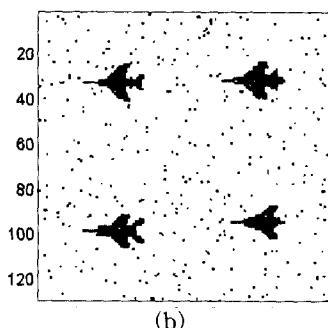


그림 5. 잡음이 첨가된 영상

- (a) 2%의 잡음이 첨가된 회전된 기준영상
- (b) 2%의 잡음이 첨가된 유사영상

Fig. 5. The noise-additive images.

- (a) the 2% random noise-additive rotated reference image, (b) the 2% random noise-additive false class image.

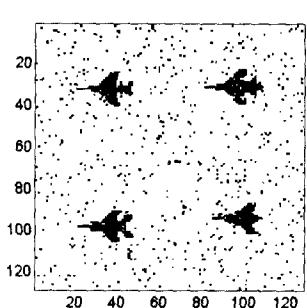
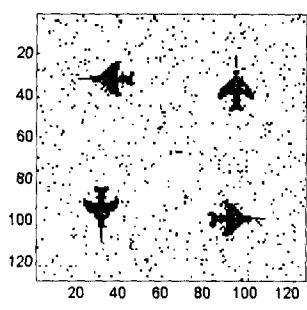
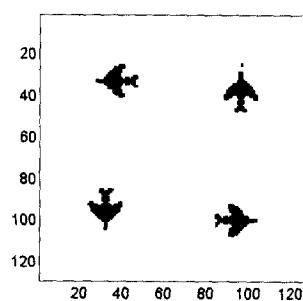
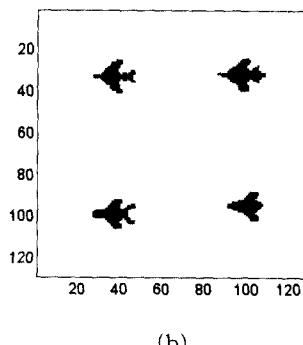


그림 6. (a) 5%의 잡음이 첨가된 회전된 기준영상

- (b) 5%의 잡음이 첨가된 유사영상

Fig. 6. (a) The 5% random noise-additive rotated reference image

- (b) the 5% random noise-additive false class image image.



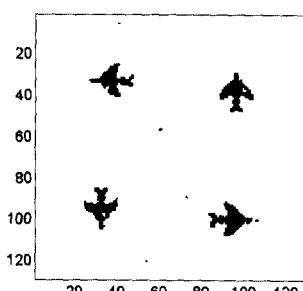
(b)

그림 7. 변형된 이동평균법에 의해 잡음이 제거된 영상

- (a) 회전된 기준영상의 경우(2%)
- (b) 유사영상의 경우(2%)

Fig. 7. The noise-removed image by the transformed moving-average.

- (a) in case of the rotated reference image (2%),
- (b) in case of the false class image (2%).



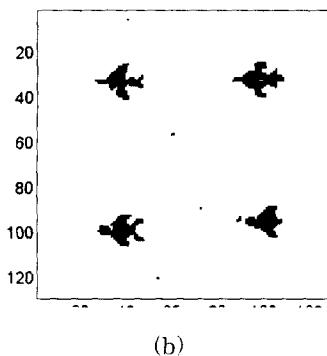


그림 8. 변형된 이동평균법에 의해 잡음이 제거된 영상 (a) 회전된 기준영상의 경우(5%) (b) 유사영상의 경우(5%)

Fig. 8. The noise-removed images by the transformed moving-average.

(a) in case of the rotated reference image (5%), (b) in case of the false class image (5%).

## 2. 웨이브렛 원형고조 정합필터

일반적으로 광웨이브렛 변환에 의한 패턴인식의 경우 웨이브렛 변환 후 필터를 구현하는 웨이브렛 정합필터 방식이 인식율이 좋으며 합성필터를 만들 때도 웨이브렛 변환 후 합성필터를 만들어 정합필터 형태로 구현하는 것이 우수한 인식율을 보이고 있다.<sup>[19]</sup> 따라서 본 논문에서도 이러한 성질을 이용하여 기준영상과 입력영상을 웨이브렛 변환 후 인식을 위한 필터를 만들었다.

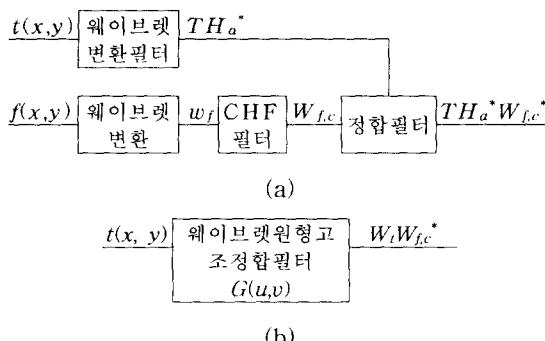


그림 9. (a) 두단계로 표현한 웨이브렛 원형고조 정합필터 (b) 4f 광상관기를 위해 한 단계로 표현한 웨이브렛 원형고조 정합필터

Fig. 9. (a) The block diagram of the WCHMF by two steps, (b) the block diagram of the WCHMF by one step with the wavelet circular harmonic matched filter for the 4f optical correlator.

이러한 방법으로 광학적 패턴인식을 할 경우 8f 광상관시스템이 필요하여 복잡해짐에 따라 4f 광상관기를 이용할 수 있는 정합필터 형태로 웨이브렛 원형고조 필터를 구현하였으며 그 과정을 그림 9에 블록도로 나타내었다.

식 (12)로부터 기준영상  $f(x,y)$ 의 웨이브렛 변환된 영상  $w_f(a,x,y)$ (단  $b=0$ 로 둠)를 극좌표로 나타낸  $w_f(r, \theta)$ 는

$$w_f(r, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} w_{f_m}(r) \exp(jm\theta) \quad (17)$$

가되며 원형고조 함수  $w_{f_m}(r)$ 은

$$w_{f_m}(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} w_f(r, \theta) \exp(-jm\theta) d\theta \quad (18)$$

로 표현된다.  $w_{f_m}(r)$ 로부터 임의의 고조성분  $m$ 에 대한  $w_f(r, \theta)$ 를 푸리에 변환하여 웨이브렛 원형고조 필터  $W_{f,c}(u,v)$ 를 만들며  $W_{f,c}(u,v)$ 는  $w_f(r, \theta)$ 를 직교좌표계로 표현한 원형고조 필터이다.

인식하고자 하는 입력영상을  $t(x,y)$  라 할 때 주파수 영역에서의 웨이브렛 변환은 식(13)을 이용하여 나타내면

$$W_t(u, v) = \frac{1}{a} T(u, v) H_a^*(u, v) \quad (19)$$

$$\text{단 } T(u, v) = F\{t(x, y)\}$$

로 된다. 이  $W_t(u,v)$ 와  $W_{f,c}(u,v)$ 와의 상관  $o(x,y)$ 를 주파수영역에서 표현한  $O(u, v)$ 는

$$O(u, v) = W_t(u, v) W_{f,c}^*(u, v) \quad (20)$$

로 나타낼 수 있으며 공간영역에서의 상관결과  $o(x,y)$ 는

$$\begin{aligned} o(x, y) &= F^{-1}\{O(u, v)\} \\ &= F^{-1}\{W_t(u, v) W_{f,c}^*(u, v)\} \\ &= F^{-1}\left\{\frac{1}{a} T(u, v) H_a^*(u, v) W_{f,c}^*(u, v)\right\} \\ &= F^{-1}\left\{T(u, v) \frac{1}{a} [H_a(u, v) W_{f,c}(u, v)]^*\right\} \quad (21) \\ &= F^{-1}\left\{T(u, v) G^*(u, v)\right\} \\ &= F^{-1}\left\{T(u, v) \otimes F^{-1}\{G(u, v)\}\right\} \\ &= t(x, y) \otimes F^{-1}\{G(u, v)\} \end{aligned}$$

$$\text{단 } G(u, v) = \frac{1}{a} H_a(u, v) W_{f,c}(u, v) \text{ 임}$$

로 나타낼 수 있어 제안한 웨이브렛 원형고조 정합필터(WCHMF)  $G(u, v)$ 는 정합필터 형태이며 컴퓨터형성 홀로그램(CGH: Computer generated hologram)으로 제작하여 광실험을 할 수 있다. 그림 10은 제안한

방법을 광학적으로 구현하는 광상관시스템을 나타내며 잡음제거를 위한 전 처리는 컴퓨터에서 수행한 후 공간광변조기(SLM: Spatial light modulator)로 그 결과를 보내 상관이 이루어지도록 하였다.

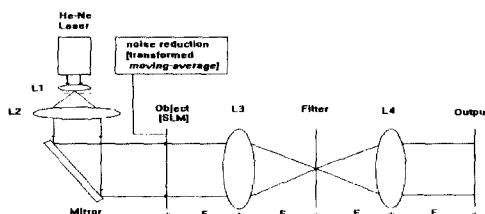
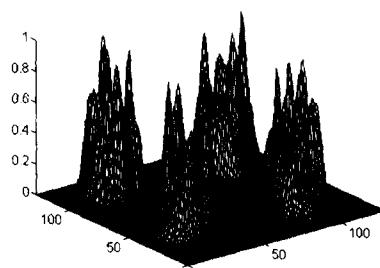


그림 10. 제안한 광상관시스템

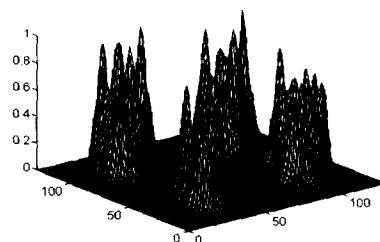
Fig. 10. The proposed optical correlator.

#### IV. 컴퓨터 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서는 그림 3의 기준영상에 대해 기하중심에서 주위 64개 화소에 대해 원형고조성분  $m=0$ 에서 5까지 변화시키면서 CHF를 만들어 그림 4의 입력영상과 상관을 해보았으며 그 결과  $m=2$ , 및 중심점(62, 66)을 얻었으며 그림 11에 상관결과를 나타냈다.



(a)



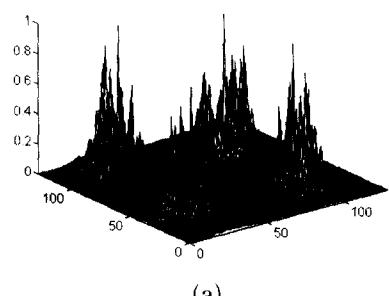
(b)

그림 11. CHF와 (a) 그림 4(a) 및 (b) 그림 4(b)와의 상관결과

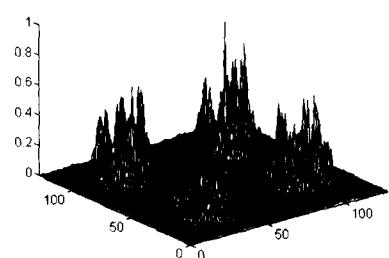
Fig. 11. The correlation between CHF and (a) Fig. 4(a), (b) Fig. 4(b).

그림에서 보듯이 CHF 필터는 회전불변 특성은 있으나 부엽의 문제가 크며 유사영상간의 구별인식이 어려움을 알 수 있다. 그림 11(b)에서 뒤쪽이 F4, 오른쪽은 F15, 왼쪽은 F20, 앞쪽은 F23에 해당되는 상관치를 나타내며, 이러한 상관결과의 순서는 본 논문의 모든 상관결과에 공통으로 적용된다.

그림 12는 기준영상의 2차 원형고조성분으로 만든 POCHF와 입력영상간의 상관결과로 CHF 보다는 약간 우수한 특성을 가짐을 알 수 있으나 여전히 유사영상의 구별인식에는 다소 문제가 있음을 알 수 있다.



(a)



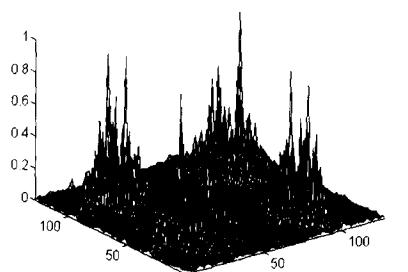
(b)

그림 12. POCHF와 (a) 그림 4(a) 및 (b) 그림 4(b)와의 상관결과

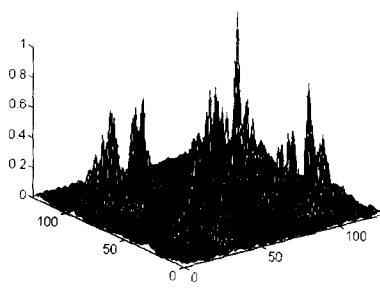
Fig. 12. The correlation between POCHF and (a) Fig. 4(a), (b) Fig. 4(b).

그림 13은 기준영상의 2차 원형고조성분으로 만든 여현 BPOCHF 와 입력영상간의 상관결과로 CHF 나 POCHF 보다 다소 우수 하지만 기준영상 F4와 유사한 F15와의 구별인식에는 여전히 문제가 있음을 알 수 있다.

그림 14는 기준영상의 회전된 영상 및 유사영상과의 상관을 기준 및 제안한 필터에 대해 잡음이 없는 기준영상<sup>2)</sup> 최대자기상관치로 정규화한 결과이며 여기서  $x$  축의 0, 90, 180, 270은 기준영상의 회전각도를 나타낸다.



(a)

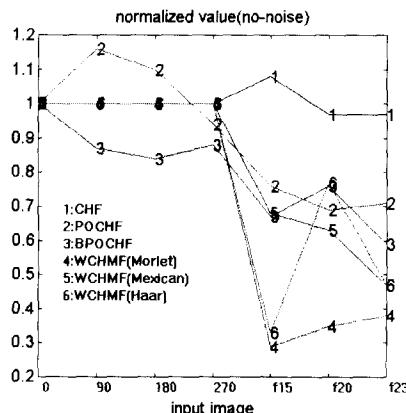


(b)

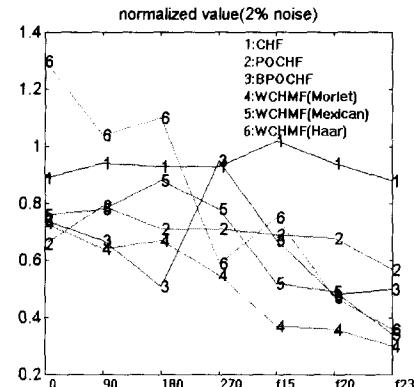
그림 13. BPOCHF와 (a) 그림 4(a) 및 (b) 그림 4(b) 와의 상관결과

Fig. 13. The correlation between BPOCHF and (a) Fig. 4(a), (b) Fig. 4(b).

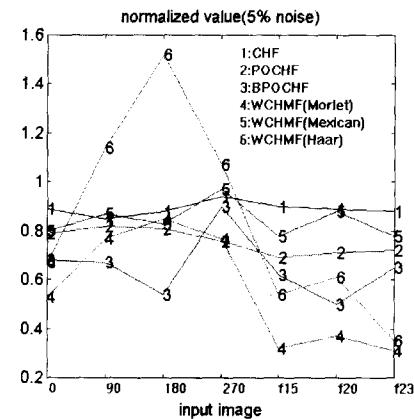
그림 14(a)는 잡음이 없을 때이며 그림 14(b) 및 14(c)는 각각 2%, 5%의 잡음이 있을 때 잡음을 제거한 후의 결과를 나타낸다.



(a)



(b)



(c)

그림 14. 정규화된 상관결과 (a) 잡음이 없을 때 (b) 잡음을 제거한 경우(2%) (c) 잡음을 제거한 경우(5%)

Fig. 14. The normalized correlation result.

(a) in case of the no additive noise, (b) in case of removing the 2% random noise, (c) in case of removing the 5% random noise.

표 1은 그림 14의 정규화한 값들 중 회전된 기준영상의 최저상관치와 인식하지 않고자 하는 유사영상의 최고상관치를 나타낸 것으로 T는 회전된 기준영상에 대해, F는 유사영상에 대한 것이며 NN은 영상에 잡음이 없을 경우이고 NWA는 잡음이 있을 경우를 나타낸다. 여기에서 보듯이 잡음이 없을 경우 각각 회전된 영상의 최대 자기상관치 대해 CHF는 100%, POCCHF는 94%, BPOCHF는 84%의 값을 가져 회전불변 특성

은 있으나 유사영상에 대해서도 76% 이상의 값을 가짐으로서, 유사영상의 분리인식을 위한 필터로 사용하기에는 부적합함을 알 수 있다. 따라서 잡음이 있는 경우 잡음제거 알고리듬을 적용하더라도 변별력에 문제가 있음을 알 수 있다. 그러나 WCHMF의 경우 잡음이 없을 때 회전된 영상은 100% 값을 가져 매우 우수한 회전불변 특성을 가지며 유사영상에 대해서도 Morlet 함수를 사용했을 때는 인식하지 않고자 하는 유사영상의 최고 상관치가 자기상관치의 38% 이하로 되어 확실한 구별인식이 가능함을 보여준다. 그림 15는 Morlet 웨이브렛 함수를 이용하여 제안한 필터와 입력 영상들 간의 상관결과로 매우 우수한 특성을 보여주고 있다. 잡음이 첨가된 경우 잡음 제거 알고리듬을 적용하지 않았을 때 WCHMF 를 포함한 모든 필터가 회전된 영상은 물론 유사영상의 구별 인식을 할 수 없었으며 잡음 제거 알고리듬을 적용시 그림 14(b), 14(c), 16 및 17처럼 Morlet 웨이브렛을 이용한 WCHMF 필터만 5%의 잡음이 첨가된 영상까지 회전불변 특성을 유지하면서 유사영상의 구별인식이 가능하였다. 이 때 사용한 Morlet 웨이브렛 함수의 팽창모수 및 진동 주파수는 그 값들을 변화시키면서 실험해 본 결과 각각 0.8 및 0.48 일 때 가장 좋았다.

표 1. 정규화된 상관결과

Table 1. Normalized correlation result.

		NN		N		NWA					
		T	F	T	F	T	F	T	F		
CHF		1.0	1.08	0.9	0.99	0.8	0.88	0.89	1.02	0.85	0.9
POCHF		0.94	0.76	0.8	0.98	1.0	1.35	0.66	0.69	0.76	0.72
BPOCHF		0.84	0.76	0.7	0.76	0.73	1.06	0.51	0.67	0.54	0.65
WCHMF	Morlet	1.0	0.38	0.74	0.73	0.65	1.0	0.55	0.37	0.53	0.37
	Mexican	1.0	0.57	0.86	0.70	0.98	1.02	0.67	0.49	0.66	0.81
	Haar	1.0	0.68	0.75	1.1	0.91	1.35	0.59	0.75	0.67	0.61

NN : 잡음이 없는 경우

N : 잡음이 있으나 잡음 제거 알고리듬을 적용하지 않은 경우임

NWA : 잡음이 있을 때 잡음 제거 알고리듬을 적용한 경우임

T : 회전된 기준영상의 정규화된 상관치 중 최저치

F : 인식하지 않고자 하는 유사영상의 정규화된 상관치 중 최고치

표 2에는 신호대잡음비로 최대상관치( $r_{max}$ )를 최대상관치의 50% 이하 값들의 실효치 합( $N_{rms}$ )으로 나누어 식(22)와 같이 나타내었다.

$$\text{SNR} = \frac{r_{max}}{N_{rms}} \quad (22)$$

표 2. 신호대 잡음비 단위:dB

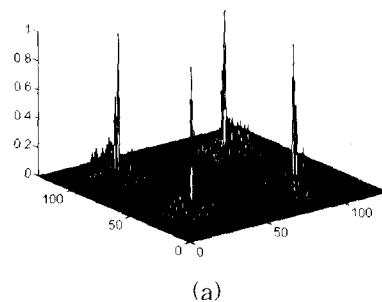
Table 2. Signal to noise ratio. unit:dB

	NN	2%		5%		
		N	NWA	N	NWA	
CHF		9	9	9.1	8.9	9.1
POCHF		10.9	9.8	10.5	10.1	11.0
BPOCHF		11.1	9.5	10.1	9.0	10.3
WCHMF	Morlet	16.4	10.6	13.8	9.6	14.0
	Mexican	13.1	11.8	12.4	11.1	11.9
	Haar	14.4	9.1	13.2	8.3	13.3

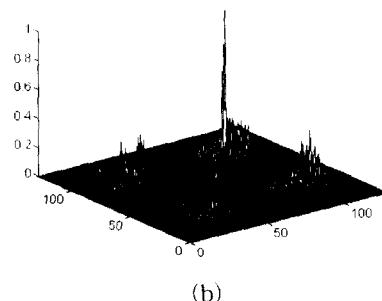
NN : 잡음이 없는 경우

N : 잡음이 있으나 잡음 제거 알고리듬을 적용하지 않은 경우임  
NWA : 잡음이 있을 때 잡음 제거 알고리듬을 적용한 경우임

표 2로 부터 SNR은 CHF, POCHF, BPOCHF의 경우 잡음이 없을 경우도 9dB에서 11dB 정도로 너무 낮아 문제가 있으나 WCHMF의 경우 약 13dB에서 16.4dB이며, 특히 Morlet 일 때 가장 높은 16.4 dB로 인식에 유리함을 알 수 있다. 잡음이 있을 경우 잡음제거 알고리듬을 사용함으로서 사용하지 않을 경우보다 SNR이 많이 개선됨을 알 수 있다. 특히 Morlet 웨이브렛의 경우 효과가 아주 뛰어남을 알 수 있다.



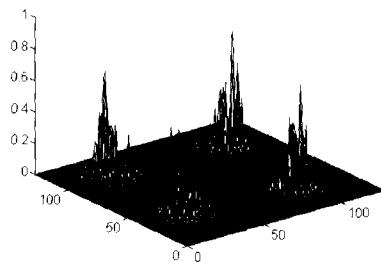
(a)



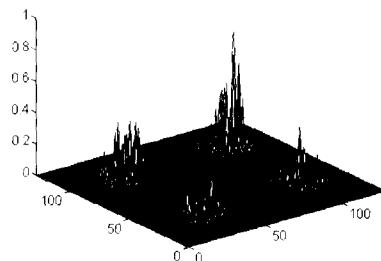
(b)

그림 15. 잡음이 없는 기준영상과 (a) 회전된 기준영상(Morlet,  $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$ ) 및 (b) 그림 4(b)(Morlet,  $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$ ) 와의 상관결과

Fig. 15. The correlation between the reference image with no-noise and (a) the rotated reference image(Morlet,  $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$ ) and (b) Fig. 4(b)(Morlet,  $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$ ).



(a)



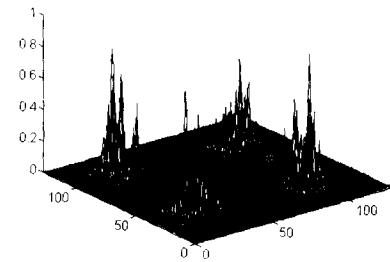
(b)

그림 16. 기준영상과 (a) 그림 7(a)(2%, Morlet,  $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$ ) 및 (b) 그림 7(b)(2%, Morlet,  $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$ ) 와의 상관결과

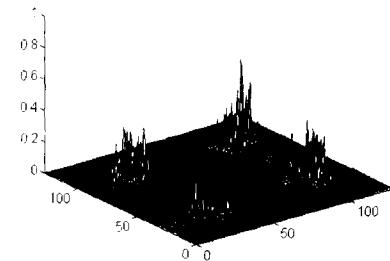
Fig. 16. The correlation between the reference image and (a) Fig. 7(a)(2%, Morlet,  $a=0.8, f_0=0.48$ ) and (b) Fig. 7(b)(2%, Morlet,  $a=0.8, f_0=0.48$ ).

#### IV. 결 론

웨이브렛 변환된 영상간의 상관과 같은 효과를 얻어 우수한 회전불변 특성을 유지하면서 우수한 변별력 및 신호대잡음비를 갖는 정합필터 형태의 웨이브렛변환 회전불변 필터를 제안하였으며, 본 논문에서 사용한 기준영상에 적합한 웨이브렛 함수를 구하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 Morlet, Mexican-hat 및 Haar 웨이브렛 함수들을 제안한 필터에 적용하여 상관실험을 하였다. 또한 입력영상에 잡음이 있는 경우 잡음제거를 위한 전 처리 과정을 도입하여 컴퓨터에서 처리한 후 SLM으로 올려 입력영상으로 사용하는 4f 광장판시스템을 제안하였다. 이때 도입된 잡음제거 알고리듬은 변형된 이동평균법으로 잡음제거 효과가 높음을 알 수 있었다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 본 논문에서 사용한 기준영상의 경우 Morlet 웨이브렛 함수가 적합한



(a)



(b)

그림 17. 기준영상과 (a) 그림 8(a)(5%, Morlet,  $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$ ) 및 (b) 그림 8(b)(5%, Morlet,  $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$ ) 와의 상관결과

Fig. 17. The correlation between the reference image and (a) Fig. 8(a)(5%, Morlet,  $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$ ) and (b) Fig. 8(b)(5%, Morlet,  $a=0.8$ ,  $f_0=0.48$ ).

을 알 수 있으며 5% 까지의 무작위 잡음이 있을 때도 잡음제거 알고리듬에 의해 회전불변 인식이 가능함은 물론 SNR도 매우 우수함을 알 수 있었다. 이는 Morlet 웨이브렛 함수가 다른 함수와는 달리 대역폭 조정 및 중심주파수의 이동을 미세하게 조정할 수 있기 때문이다. 이는 대역폭 및 중심주파수가 미세하게 조정됨으로서 매우 유사한 영상도 구별 인식이 가능하도록 하는 특징점 추출을 의미한다. 따라서 Morlet 웨이브렛을 이용하여 회전불변 정합 필터를 구현함으로서 매우 유사한 영상까지도 구분할 수 있는 필터의 실현이 가능함을 확인하였다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Y. N. Hsu, H. H. Arsenault, and G. April,

- "Rotation invariant digital pattern recognition using circular harmonic expansion," *Appl. Opt.*, Vol. 21, No. 22, pp. 4012-4015, Nov. 1982.
- [2] Y. N. Hsu and H. H. Arsenault, "Optical pattern recognition using circular harmonic expansion," *Appl. Opt.*, Vol. 21, No. 22, pp. 4016-4019, Nov. 1982.
- [3] J. Rosen and J. Shamir, "Distortion invariant pattern recognition with phase-only filters," *Appl. Opt.*, Vol. 26, No. 12, pp. 2315-2319, Jun. 1987.
- [4] H. F. Yau and C. C. Chang, "Phase-only circular harmonic matched filtering," *Appl. Opt.*, Vol. 28, No. 11, pp. 2070-2074, Jun. 1989.
- [5] L. Leclerc, Y. Sheng, and H. H. Arsenault, "Rotation invariant phase-only and binary phase-only correlation," *Appl. Optics*, Vol. 28, No. 6, pp. 1251-1256, Mar. 1989.
- [6] Y. Sun, Z. Q. Wang, and G. G. Mu, "Amplitude compensated matched filters using circular harmonic expansion and a Mellin transform," *Appl. Optics*, Vol. 29, No. 32, Nov. 1990.
- [7] Y. Sheng, D. Roberge, and H. H. Szu, "Optical wavelet transform," *Opt. Eng.*, Vol. 31, No. 9, pp. 1840-1845, Sept. 1992.
- [8] Y. Sheng and T. C. Liang, "Rotation invariant pattern recognition using a composite circular harmonic and 2D isotropic Mexican-hat wavelet filter," *Optics Comm.* 112, pp. 9-15, Nov. 1994.
- [9] D. P. Casasent, R. Schaefer, and R. Sturgill, "Optical hit-miss morphological transform," *Appl. Optics*, Vol. 31, No. 29, pp. 6255-6263, Oct. 1992.
- [10] D. P. Casasent, "General-purpose optical pattern recognition image processors," *Proc. IEEE*, Vol. 82, No. 11, pp. 1724-1734, Nov. 1994.
- [11] G. Ravichandran and D. P. Casasent, "Generalized in-plane rotation-invariant minimum average correlation energy filter," *Opt. Eng.*, Vol. 30, No. 10, pp. 1601-1607, Oct. 1991.
- [12] D. M. Cottrell, R. A. Lilly, J. A. Davis, and T. Day, "Optical correlator performance of binary phase-only filters using Fourier and Hartley transform," *Appl. Opt.*, Vol. 26, pp. 3755-3761, 1987.
- [13] B. V. K. Vijaya Kumar and Z. Bahri, "Optimality of phase only filters," *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.* 884, paper 23, 1988.
- [14] E. Freysz, B. Pouliquen, F. Argoul, and A. Arneodo, "Optical wavelet transform of fractal aggregates," *Physical Review Letters*, 64, pp. 745-748, 1990.
- [15] Y. Zhang, Y. Li, E. Kanterakis, X. J. Lu, R. Tolimieri, and N. P. Cavaris, "Optical realization of wavelet transform for a one-dimensional signal," *Opt. Lett.*, Vol. 17, No. 3, pp. 210-212, 1992.
- [16] H. Szu, Y. Sheng and J. Chen, "The wavelet transform as a bank of the matched filters," *Appl. Opt.*, Vol. 31, pp. 3267-3277, 1992.
- [17] Y. Sheng, T. Lu, D. Roberge, and H. J. Caulfield, "Optical  $N^4$  implementation of a two-dimensional wavelet transform," *Opt. Eng.*, Vol. 31, No. 9, pp. 1859-1862, Sept. 1992.
- [18] B. Telfer and H. H. Szu, "New wavelet transform normalization to remove frequency bias," *Opt. Eng.*, Vol. 31, No. 9, pp. 1830-1834, Sept. 1992.
- [19] 이 하운, 김 정우, 김 수중, "광웨이브렛 fSDF 필터를 이용한 회전불변 지문인식," *한국통신학회 논문지*, vol. 20, no. 7, pp. 1822-1833, 1995

## 저자소개

李河運(正會員) 第 33 卷 B 編 第 7 號 參照

현재 동양대학교 전자제어통신공  
학부 전임강사

金喆洙(正會員) 第 33 卷 B 編 第 11 號 參照

현재 김천전문대학 전파통신과 전  
임강사

金正雨(正會員) 第 33 卷 B 編 第 11 號 參照

현재 동양대학교 전자제어통신공  
학부 전임강사

金秀重(正會員) 第 33 卷 B 編 第 11 號 參照

현재 경북대학교 전자전기공학부  
교수