

論文97-34D-11-9

# 회전다중 홀로그램을 이용한 광학적 Hough 변환

## (Optical Hough transform by use of rotationally multiplexed holograms)

申東鶴\*, 張珠錫\*

(Dong-Hak Shin and Ju-Seog Jang)

## 요 약

하나의 선소패턴을 회전다중 방법을 사용하여 홀로그래피적으로 반복 기록함으로써, 쉽게 Hough 변환 필터를 제작할 수 있음을 보였다. 이 필터를 이용하면 Hough 변환 결과가 빛의 전파속도시간안에 얻어진다. 이를 실험적으로 입증하기 위해 18개 다른 회전각에 대한 이산 Hough 변환 필터를 제작하였으며, 몇몇 패턴에 대한 실험적 Hough 변환 결과를 시뮬레이션 결과와 비교하였다. 그리고 입사빔세기의 비균일성과 다중홀로그램들의 회절효율의 비균일성에 대한 보정과정을 추가해 줌으로써 더욱 정확한 변환 결과를 얻을 수 있음을 밝혔다.

## Abstract

We have shown that the Hough transform filter can be easily obtained by repeatedly recording one line segment pattern holographically by use of rotational multiplexing. With this filter, one can get results of the Hough transform in the time of light propagation. To demonstrate our method experimentally, the Hough transform filter for 18 different rotation angles was recorded, and experimental transform results were compared with simulated ones for a few input patterns. By introducing a compensation process for the non-uniformity of both the input plane wave and the diffraction efficiency of each hologram, it is possible to get more precise transform results.

## I. 서 론

Hough 변환은 인식하고자 하는 패턴의 직선이나 곡선의 특징들을 효율적으로 검출하는 방법으로 널리 알려져 있다<sup>1,2)</sup>. 특히 직선에 대한 Hough 변환을 수행하는 것은 인식하고자 하는 패턴에 대한 특징의 차원을 줄일 수 있고, 입력패턴의 여러 가지 왜곡에 대해 Hough 변환된 결과는 더 둔감한 성질을 가진다. 이런 직선의 특징들은 도로나 건물 등과 같은 많은 패

턴들에서 쉽게 나타나기 때문에 화상처리, 움직이는 표적추적, 자동차량안내 등의 시스템에 사용되어 왔다<sup>3,4)</sup>. 사실 디지털컴퓨터를 사용하여 이 Hough 변환을 실시간적으로 수행하는 것은 요구되는 메모리와 계산속도의 한계로 극히 작은 패턴에 대해 제한된다. 하지만 광학적 Hough 변환의 구현은 이런 문제들을 쉽게 극복할 수 있다.

Hough 변환의 광학적 구현을 위한 다양한 방법들이 연구되어 왔다. Dove 프리즘을 이용하거나 혹은 직접적으로 입력패턴을 회전시키는 방법 등이 있는데 이들 시스템은 회전을 위한 기계적인 동작이 필수적이며 빠른 처리가 힘들다<sup>5,6)</sup>. 또한, CGH (computer-generated hologram)를 이용한 Hough 변환 방법이 많이 연구되었는데 이들의 경우에는 필터를 제작

\* 正會員, 釜慶大學校 情報通信工學科

(Department of Telematics Engineering Pukyong National University)

接受日字:1997年7月9日, 수정완료일:1997年10月15日

하는 과정이 복잡하다는 단점이 있다<sup>[7,8]</sup>.

두께가 얇은 홀로그래프 기록매질의 작은 면적에 많은 수의 홀로그래프를 기록할 수 있는 방법으로 회전다중방법이 제안된 바 있다<sup>[9]</sup>. 우리는 이 방법을, 고등동물의 초기 시각피질에서 수행한다고 믿어지는 것과 유사한, 방향선소 특징들을 추출하는데 사용한 적이 있다<sup>[10]</sup>. 본 논문에서는 우리의 방향선소 특징추출 방법이 이산적 Hough 변환과 등가임을 보이고 광학적 Hough 변환에 사용될 수 있음을 실험적으로 보인다. 실험에서는 18개의 서로 다른 각에 대한 광학적 이산 Hough 변환을 수행하였고, 시뮬레이션 결과와 일치함을 보였다.

## II. Hough 변환

2차원 입력패턴  $f(x, y)$ 에 대한 Hough 변환  $F(\rho, \theta)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$F(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy \quad (1)$$

여기서  $\rho$ 는 투사축이고  $\theta$ 는 투사각도이며,  $\delta$ 는 Dirac의 델타함수이다. 만약 입력패턴  $f(x, y)$ 가 Hesse의 표준방정식으로 표현된 어떤 직선  $x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0 = \rho_0$ 를 따라 유한 크기의 값이라면,  $F(\rho, \theta)$ 는  $\rho = \rho_0, \theta = \theta_0$ 인 극좌표의 한지점에 무한히 큰 값의 pulse가 된다. 일반적으로  $f(x, y)$ 는 여러 가지 길이의 선분모양으로 나눌 수 있으므로  $F(\rho, \theta)$ 는 여러 유한 크기의 pulse의 합으로 나타나진다.

실제적인 문제에 있어서 작은 간격을 가지는 이산적인 투사각  $\theta$ 에 대해 변환을 수행하며, Hough 변환의 대칭적 성질때문에  $\theta$ 의 범위는  $0^\circ$ 에서  $360^\circ$  전 범위를 사용하지 않고  $0^\circ$ 에서  $180^\circ$  범위내에서 수행하는 것이 일반적이다.

## III. 회전다중 홀로그래프를 이용한 Hough 변환 필터 제작

회전다중 방법을 사용하여  $N$ 개의 패턴  $h_i(x, y)$ 들을 기록한 다중 Vander Lugt 필터<sup>[11]</sup>를 참고문헌 [9]와 같이 제작한다고 하자(아래 그림 1 및 그 설명 참고). 즉 입력패턴과 기록매질을 같은 각도로 회전시키면서  $h_i(x, y)$ 의 푸리에 변환을 기록하는 것이

다. 이렇게 만들어진 필터에 임의의 입력패턴  $f(x, y)$ 가 인가되면 저장된 패턴들과의 상호상관(cross-correlation) 항을 병렬적으로 얻을 수 있으며 이는 다음과 같이 표현된다.

$$\int \int h_i^*(u-x, v-y) f(u, v) dudv = c_i(x, y) \quad (2)$$

여기서 첨자  $i$ 는 1, 2, 3, ...,  $N$ 를 나타내고,  $*$ 는 complex conjugate을 의미하며  $u$ 와  $v$ 는 적분 변수이다.  $f(x, y)$ 와  $h_i(x, y)$ 의 상호 상관  $c_i(x, y)$ 의 결과는 모든  $i$ 에 대해 병렬적으로 얻어지며, 회전다중으로 기록하였으므로 투과빔 주위로 등갈게 나타난다<sup>[9]</sup>.

식 (2)에서 기록할  $N$ 개의 패턴들을 무한히 얇은 폭과 무한히 긴 길이를 가지고 반시계 방향으로  $\theta_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ )만큼씩 회전된  $N$ 개의 선소라 가정하여, 2차원 평면에 Dirac의 델타함수로 각각 표현하기로 하자. 이들이  $y$ 축으로부터 반시계 방향으로  $\theta_i$ 만큼 회전된 경우는  $\delta(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i)$ 로 표현되어진다. 그러면 식 (2)에서  $h_i(x, y)$ 을 선소  $\delta(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i)$ 로 대치하여 표현할 수 있다. 즉

$$\begin{aligned} c_i(x, y) &= \int \int \delta(u-x) \delta(v-y) f(u, v) dudv \\ &= \int \int \delta(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - u \cos \theta_i - v \sin \theta_i) f(u, v) dudv \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\delta(x) = \delta(-x)$ 의 우함수 성질을 이용하였다. 그리고  $\delta$ 함수 안의  $x \cos \theta_i + y \sin \theta_i$  부분은 추출하고자 하는 선소의 수직 방향으로의 거리를 의미하며, 이를  $\rho$ 로 표현할 수 있다. 그러면

$$c_i(\rho, \theta_i) = \int \int \delta(\rho - u \cos \theta_i - v \sin \theta_i) f(u, v) dudv \quad (4)$$

이 식은 이산적 회전 간격을 가지는  $\theta_i$ 에 대한 Hough 변환의 식 (1)과 같다. 그리고 모든  $\theta_i$ 에 대한 다중 홀로그래프가 저장되어 있으므로, 모든 각  $\theta_i$ 에 대해 병렬적으로 Hough 변환의 결과가 얻어진다.

회전다중 방법을 이용한 Hough 변환필터를 제작하는 광학적 시스템의 구조를 그림 1(a)에 나타내었다. 여기서 고정된 하나의 선소와 기준빔을 사용한다. 원하는 Hough 변환의 투사각으로 기록매질을 회전시켜

가며 이 선소를 다중기록을 함으로써 이산적 Hough 변환 필터가 제작된다. 렌즈  $L_1$ 은 입력선소의 Fourier 변환을 수행하여  $z=2f$ 에 위치한 기록매질에 Fourier 변환 홀로그램이 기록된다.  $f$ 는  $L_1$ 의 초점 거리이다. 사실 병렬적으로 결과를 얻기 위해서는 기록매질 (PF, photopolymer film)과 선소 패턴들을 같은 각도로 함께 회전하여야 하지만 여기서는 특별하게 기록하고자 하는 선소패턴들이 기록매질의 회전각도만큼 반대로 회전한 경우이므로 이들 사이의 상대 회전각도가 상쇄가 된다. 그러므로 단지 하나의 고정된 선소로 원하는 투사각도의 Hough 변환을 얻을 수 있다. 그림 1(b)는 기록된 필터를 이용하여 Hough 변환을 얻는 방법을 나타낸다. 입력이 들어오면 기록매질에 기록된 선소들과 상판에 의해 각각의 결과가 병렬적으로 출력측에 얻어진다.

#### IV. 실험결과

Hough 변환 필터를 제작하기 위해 실제 실험에서는  $20\mu\text{m}$ 의 DuPont사의 HRF 투과형 광폴리머를 사용하였고 광원으로는  $488\text{nm}$ 의 아르곤이온 레이저를 사용하였다.

폭이 약  $500\mu\text{m}$ 이고 길이가 약  $1\text{cm}$ 인 slit을 입력면에 고정된 뒤, 기록매질을  $10$ 도씩 회전시키면서 이 slit을 고정된 기준빔으로  $18$ 번 기록함으로써 Hough 변환 필터를 제작하였다. 이렇게 제작된 필터에 단순한 평면파를 입사한 경우의 실험결과를 그림 2(a)에 나타내었다. 여기서 각각의 투사각에 대한 Hough 변환의 결과가 방사선 모양으로 길쭉하게 나타난다. 이는 단순평면파가 모든 방향의 성분이 동일하게 존재하기 때문이다. 여기서 방사선모양은 Hough 변환의 결과로써 길쭉한 방향으로의 거리가 투사거리  $\rho$ 가 되고, 각각의 회전된 각이 투사각  $\theta_i$ 가 된다. 각각의  $|c_i(x, y)|^2$  값들을 CCD 카메라센서로 차례로 검출하여 확대 나열한 것을 그림 2(b)에 나타내었고, 회전된  $|c_i(x, y)|^2$ 의 회절효율을 그림 2(c)에 막대그래프로 나타내었다. 각각의  $\theta_i$ 에 대해 균일한 회절효율을 얻기 위해 광폴리머의 선형기록 영역을 등분할하여 사용하였다.

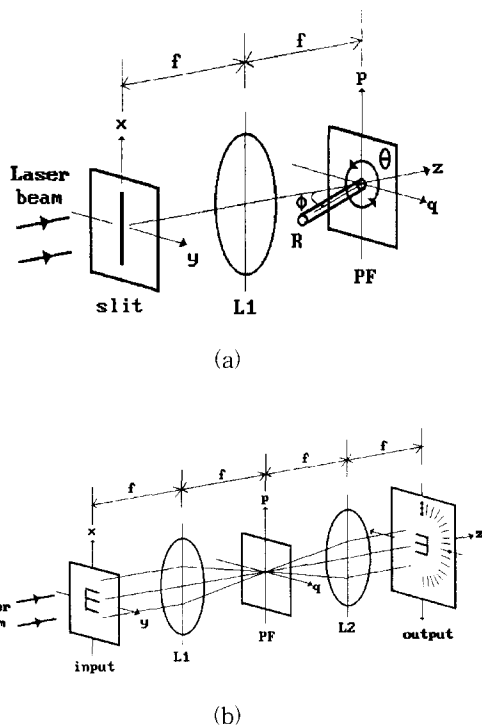
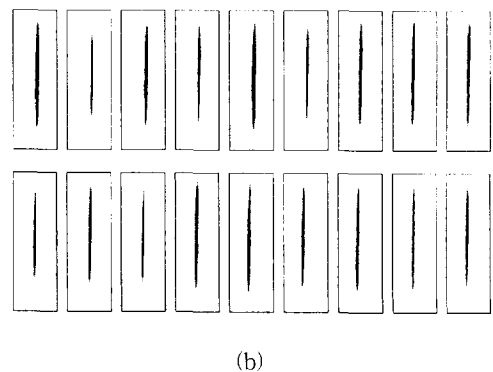
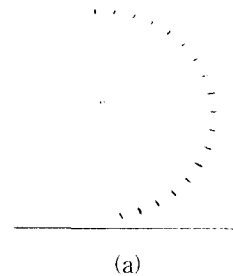
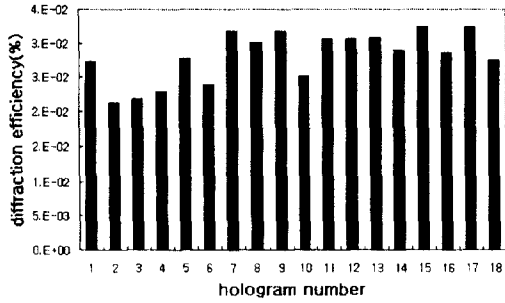


그림 1. (a) 회전다중 홀로그래 기록방법을 이용한 Hough 변환필터 제작 방법 (b) 기록된 필터를 이용하여 Hough 변환을 얻는 방법

Fig. 1. (a) The method of making the Hough transform filter by use of the rotational-multiplexing holographic recording method. (b) The method of obtaining the Hough transform with the recorded filter.





(c)

그림 2. (a) 단순 평면파가 입사한 경우에 대한 Hough 변환 결과 가운데 0차 회절법은 검출되지 않도록 막았다 (b) CCD 카메라센서로 검출한 18개의  $|c_i(x, y)|^2$  모양 (c) 각각의 투사각에 대한 홀로그램의 회절효율

Fig. 2. (a) The result of the Hough transform filter in case of the plane wave input. (b) The eighteen  $|c_i(x, y)|^2$  patterns detected by a CCD camera sensor. (c) Diffraction efficiencies of the holograms for each projection angle.

이 필터에 그림 3(a)와 같은 선소패턴을 넣었을 때의 결과를 3차원적으로 표현한 것을 그림 3(b)에 나타내었다. 얻어진 결과의 비교를 위해 컴퓨터로 시뮬레이션한 결과 역시 그림 3(c)에 보였다. 각각의 결과는 정규화 되었으며, 상당히 유사함을 알 수 있다.  $\rho$  방향의 정밀도는 임의로 60 픽셀로 하였다. 광학적 결과에서는 최대값에 비해 너무 작은 값들은 CCD센서의 특성과 잡광 때문에 잘 검출되지 않았다. 사실 Hough 변환의 응용에서 미소한 결과값들은 침두값에 비해 그다지 중요하지 않다.

그림 4는 다른 입력패턴 "E"에 대한 실험 예이다. 이 경우, 실험결과를 그림 4(b)에, 시뮬레이션 결과를 그림 4(c)에 나타내었다. 실험으로부터 얻은 "E"의 변환결과에서 회전각이 0° 일 때의 침두값이 다소 불균일하게 나타남을 볼 수 있다. 이것은 회절되는 빔이 불균일하기 때문에 발생하는 것이다. 이 문제는 홀로그램을 기록할 때의 기준빔과 slit에 노출시키는 평면파의 세기를 균일하게 하고 홀로그램 기록매질의 기록특성을 균질하게 함으로써 개선할 수 있다. 그러나 다음과 같은 간단한 보정과정으로도 이 문제를 쉽게 제거할 수 있다.

먼저 그림 2에서와 같이 단순평면파가 입사한 경우

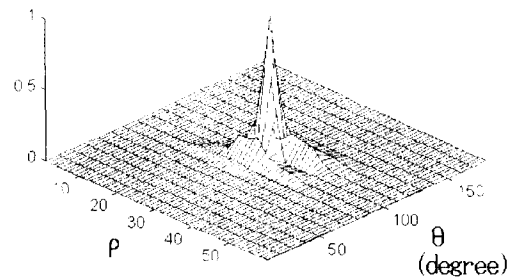
의 각 투사각에 대한 Hough 변환 결과들의 방사선 방향 성분들의 세기분포 그림 2(b)를 분석하고 이들이 균일해질 수 있는 값들(세기분포의 역수)을 곱해줌으로써 보다 정확한 결과를 얻을 수 있다. 또한, 그림 2(c)에서 보는 것처럼 Hough 변환의 결과를 주는 각 홀로그램의 회절효율의 차이를 역시 보정해 줌으로써 더 정확한 결과를 얻을 수 있다. 즉,  $i$ 번째 홀로그램의 회절효율을  $a_i$ 라 하고 0이 아닌 특정 영역에서  $\theta_i$ 에 대한 Hough 변환 결과의 세기분포를  $\beta_i(\rho)$ 라고 하자. 그러면 구하고자 하는 보정 후의 결과는

$$c'_i(\rho, \theta_i) = [a_i \beta_i(\rho)]^{-1} c_i(\rho, \theta_i) \quad (5)$$

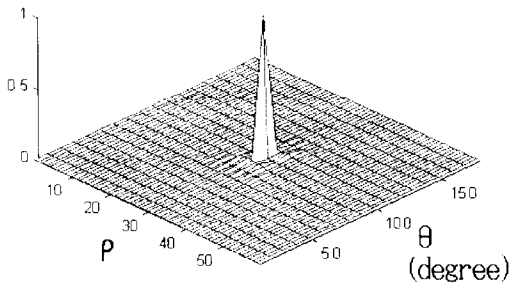
로 표현될 수 있다. 이런 보정과정을 그림 5에 나타내었다. 그림 5(a)는  $\theta_i$ 가 0도인 경우에 대한 그림 4(b)의 Hough 변환결과를 세기분포로 표시한 것이다. 그림 5(b)는 단순평면파가 입사한 경우 그 각에서의 세기분포결과  $\beta_i(\rho)$ 를 나타낸 것이다. 그림 5(b)의 역수를 그림 5(a)에 곱하여 보정한 결과를 그림 5(c)에 나타내었다. 이 보정과정을 거침으로써 3개의 침두값이 균일해지는 것을 알 수 있다. 이런 방법으로 모든 투사각에 대해 보정해 준 결과를 그림 5(d)에 나타내었다. 이 결과는 시뮬레이션 결과와 매우 흡사하며, 정확히 각각의 직선 성분은 제대로 찾아내고 있음을 알 수 있다.



(a)



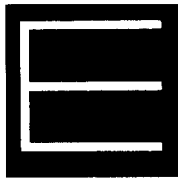
(b)



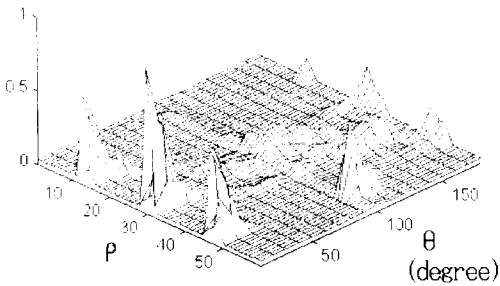
(b)

그림 3. 선소입력에 대한 실험 (a) 입력패턴 (b) 실험결과 (c) 시뮬레이션 결과

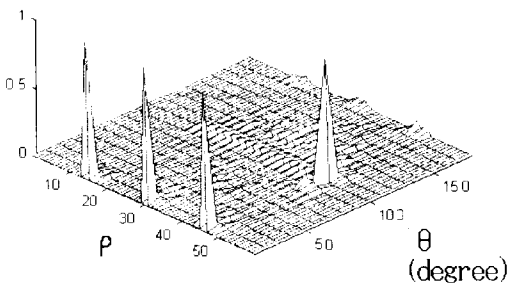
Fig. 3. Experiment on a line input. (a) The input pattern. (b) Experimental result. (c) Simulation result.



(a)



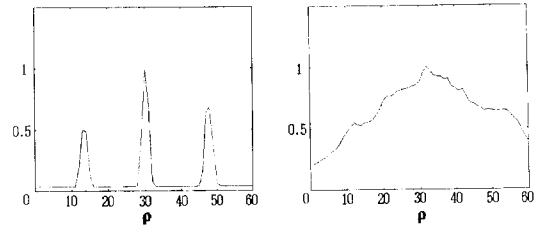
(b)



(c)

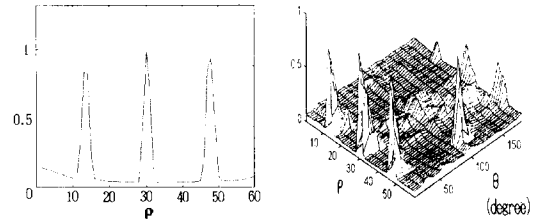
그림 4. 패턴 "E"에 대한 실험 (a) 입력패턴 (b) 실험결과 (c) 시뮬레이션 결과

Fig. 4. Experiment on "E" pattern. (a) The input pattern. (b) Experimental result. (c) Simulation result.



(a)

(b)



(c)

(d)

그림 5. 더욱 정확한 변환결과를 얻기 위한 회절빔의 불균일성에 대한 보정과정 (a) 그림 4(b)에서  $\theta_i = 0^\circ$  에 대한 출력세기 분포 (b) 그림 2(b)에서  $\theta_i = 0^\circ$  에 대한 빔회절 세기분포  $\beta(\rho)$  (c) 모든  $\theta_i$ 에 대해 식 (5)로 보정한 결과

Fig. 5. The compensation process for the nonuniformity of the diffracted beam to obtain the more precise results. (a) The output intensity distribution of Fig. 4(b) when  $\theta_i = 0^\circ$ . (b) The diffracted beam intensity distribution  $\beta(\rho)$  of Fig. 2(b) when  $\theta_i = 0^\circ$ . (c) The compensated result with Eq. (5) for all  $\theta_i$ .

V. 토의 및 결론

본 논문에서는 회전다중 홀로그램 기록 방법을 사용하여 Hough 변환을 수행하는 필터를 제작할 수 있음을 설명하고 이에 대한 실험을 하였다. 제안된 방법은 단순히 하나의 선소를 고정하고 필요한 투사각만큼씩 홀로그램 기록 매질을 회전시키며 다중기록함으로써 쉽게 얻어진다. 기록된 필터를 사용하여 임의의 입력 패턴에 대해 병렬적으로 빠른 Hough 변환을 수행할 수 있으며, 실시간적 처리가 가능하다. 그리고 지금까지는 Hough 변환에 있어서 선형파라미터화 (line parameterization)에 대해서만 설명하였는데, 임의의 패턴에 대한 파라미터화도 마찬가지로 광학적으로 구현이 가능하다<sup>1121</sup>. 이들 변환 결과를 이용하여 특징을 추출할 수 있고 나아가 패턴인식에 사용되

어질 수 있다<sup>[10]</sup>.

### 감사의 글

※ 본 연구는 한국과학재단의 연구자원에 의해 수행되었으며, 실험을 도와준 본 실험실의 심영미에게 감사한다.

### 참 고 문 헌

- [ 1 ] R. D. Duda and P. E. Hart, "Use of the Hough transform to detect lines and curves of space-variant holographic filters," *Commun. ACM* **15**, p. 11, 1972.
- [ 2 ] L. Feng and Y. Fainman, "Detection of a general ellipse by an optical Hough transform," *Appl. Opt.* **31**, p. 3259, 1992.
- [ 3 ] R. M. Inigo, E. S. McVey, B. J. Berger, and M. J. Wirtz, "Machine vision applied to vehicle guidance," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.* **PAMI-6**, p. 820, 1983.
- [ 4 ] K. Y. Huanf, K. S. Fu, T. H. Sheen, and S. W. Cheng, "Image processing of seismograms: (A) Hough transformation for the detection of seismic patterns; (B) Thinning processing in the seismogram," *Pattern Recognition* **18**, p. 429, 1985.
- [ 5 ] W. H. Steier and R. K. Shori, "Optical Hough transform", *Appl. Opt.* **25**, p. 2734, 1986.
- [ 6 ] G. Eichmann and B. Z. Dong, "Coherent optical production of the Hough transform," *Appl. Opt.* **22**, pp. 3641-3648, 1987.
- [ 7 ] J. Richard, P. Vermeulen, E. Barnard, and D. P. Casasent, "Parallel holographic generation of multiple Hough-transform slice," *Appl. Opt.* **27**, p. 4540, 1988.
- [ 8 ] P. Ambs, S. H. Lee, Q. Tian, and Y. Fainman, "Optical implementation of the Hough transform by a matrix of holograms," *Appl. Opt.* **25**, p. 4039, 1986.
- [ 9 ] J.-S. Jang and D.-H. Shin, "Parallel optical-feature extraction by use of rotationally multiplexed holograms," *Opt. Lett.* **21**, p. 1612, 1996.
- [ 10 ] J.-S. Jang and D.-H. Shin, "Shift- and deformation-robust optical character recognition based on parallel extraction of simple features," *Proceedings of SPIE*, **3703**, p. 265, 1997.
- [ 11 ] A. Vander Lugt, "Signal detection by complex spatial filtering," *IEEE Trans. Inform. Theory* **IT-10**, p. 139, 1964.
- [ 12 ] D.-H. Shin and J.-S. Jang "Optical implementation of the Hough transform by use of rotationally multiplexed holograms," *Appl. Opt.* in press.

### 저 자 소 개

申 東 鶴(正會員) 第 33卷 A編 第 9號 參照

현재 부경대학교 전자공학과 석사과정

張 珠 錫(正會員) 第 33卷 A編 第 9號 參照

현재 부경대학교 정보통신공학과 조교수