

論文97-34D-10-11

# LiNbO<sub>3</sub> 전기광학효과의 근사식 도출 및 오차 검토

## (Derivation of Approximate Equations for LiNbO<sub>3</sub> Electrooptic Effects and Its Error Evaluation)

金永文\*, 金昌敏\*

(Young-Moon Kim, and Chang-Min Kim)

## 요 약

대표적인 비등방성 물질인 LiNbO<sub>3</sub>의 결정에 외부로부터 E<sub>x</sub>, E<sub>y</sub>, E<sub>z</sub>의 전계가 가해질 때 전기광학 효과로 인한 굴절율의 변화를 검토하였다. 주축의 회전 및 굴절율 변화의 근사식을 유도하였으며, 도출된 근사식을 통한 굴절율 타원체의 변화와 모의 전산에 의한 정확한 해석 결과를 비교 검토하였다. LiNbO<sub>3</sub> 기판의 가장 유용한 응용분야 각각에서, 근사식의 결과는 행렬 모의 전산의 정확한 해석 결과와 거의 일치함을 확인하였다.

## Abstract

The refractive index changes due to the electrooptic effect are discussed when external electric fields E<sub>x</sub>, E<sub>y</sub> and E<sub>z</sub> are applied on LiNbO<sub>3</sub>, a typical anisotropic material. Derived are approximate equations for principal axis' rotations and index changes, results of which are compared with exact results by the computer simulations. In each useful application of LiNbO<sub>3</sub> substrate, the results of the approximate equations are confirmed to agree with exact solutions.

## I. 서 론

광통신이나 광신호 처리를 위한 집적광학 소자의 기능은 대체로 도파관이 외부인가 신호에 의하여 제어됨으로써 수행된다. 제어된 광들에 의하여 얻어지는 기능들에는 광 세기 변조, 위상 변조, 편극 회전, 주파수 천이, 광 경로 변경 등이 있으며, 이들은 주로 기판 재질이 갖고 있는 전기광학 효과나 음향광학 효과에 의한다. 주로 전기광학 효과가 많이 쓰이며, LiNbO<sub>3</sub>, LiTaO<sub>3</sub> 결정 구조의 기판이나 GaAs, InP 등의 화합물 반도체 기판 재질이 사용된다. 전기광학, 음향광학

학 효과외에도 자기광학, 온도광학, 비선형광학 효과 등이 있다<sup>[1]</sup>. 어느 경우이건 외부 신호와 도파관의 상호 간섭은 도파관내에 유기되는 굴절율의 변화에 의하여 일어난다. 온도광학 효과를 제외한 모든 광학효과는 기판 재질이 갖고 있는 결정의 비등방성과 깊은 관련이 있으며, 관련 물리상수들은 대체로 텐서(tensor)의 형태를 취한다.

본고에서는 이들 중 특히 전기광학 계수가 가장 크고 현재 가장 널리 상용화되어 있는 LiNbO<sub>3</sub> 결정 구조의 전기광학 효과를 살펴보고자 한다. LiNbO<sub>3</sub> 전기광학 효과를 이용한 응용 광소자는 대체로 외부인가 전계에 의한 1) 도파관내 굴절율의 변화, 2) 주기 격자 벡터의 생성, 3) 굴절율 타원체의 뒤틀림 등을 통하여 설계된다.

1) 도파관 굴절율의 변화에 의한 응용은 주로 E<sub>z</sub>를 인가함으로써 이루어지며, 그 이유는 E<sub>z</sub>가 가장 큰 굴

\* 正會員, 서울시立大學校 電子工學科

(Dept. of Electronics Eng., The University of Seoul)

※ 본 연구는 1996년도 한국과학재단의 지원(핵심연구,

과제번호 2121-1177)에 의하여 수행되었음

接受日字:1997年5月3日, 수정완료일:1997年9月17日

절을 변화를 유지시키기 때문이다. 방향성 결합기 스위치/변조기, Mach-zehnder 스위치/변조기 등이 그 대표적인 예이다<sup>[2]</sup>.

2) 주기 격자 벡터의 생성은 inter-digital 형태를 갖는 전극 구조에 의하여 이루어지며 필터, TE<sub>01</sub>-TE<sub>02</sub> 등의 모드 변환에 이용된다.<sup>[3]</sup>

3) 굴절을 타원체의 뒤틀림은 E<sub>x</sub> 또는 E<sub>y</sub>를 인가함으로써 얻어지며 입사광의 편극 회전을 유도할 수 있고, 특히 주기 격자 벡터의 도움을 받아 TE-TM 모드 변환이 가능하다<sup>[4]</sup>.

LiNbO<sub>3</sub> 전기광학 효과의 해석은 주로 굴절을 타원체(Index Ellipsoid)를 바탕으로 이루어지나, 외부인가 전계에 따른 정확한 수학적 해석이 어렵다. 수치해석을 통한 정확한 결과를 얻을 수 있으나 번거로운 이유로 대부분의 관련 문헌들은 근사식을 사용하고 있다<sup>[1], [5]</sup>. 본고에서는 II장에서 LiNbO<sub>3</sub> 전기광학효과 관련 근사식을 기존의 문헌들보다 정밀하게 도출하였으며, III장에서는 행렬을 이용한 정확한 수치해석 과정<sup>[6]</sup>을 보이고 있다. IV장에서는 행렬 모의전산을 통한 근사식의 오차를 비교하고 있으며, 특히 LiNbO<sub>3</sub>가 자주 응용되는 영역에서의 오차가 미치는 영향을 검토하여 보았다. 그리고 본고의 해석은 LiNbO<sub>3</sub>에 대하여 수행되었으나, 이 해석 과정은 비등방성 물질인 GaAs, InP 등에도 모두 적용된다.

## II. LiNbO<sub>3</sub>의 전기광학효과 관련 근사식 도출

LiNbO<sub>3</sub>와 같은 비등방성 결정들에서 전파되는 광은 일반적으로 두 개의 선형적으로 편광된 모드(ordinary ray와 extraordinary ray)로 분해된다. 각각의 모드는 서로 수직인 편광 방향과 대응되는 고유 굴절률(즉, 전파 속도)을 가진다. 두 ray의 상호 직교하는 편광 방향들과 굴절률들은 다음과 같은 굴절률 타원체를 이용함으로써 쉽게 구할 수 있다.

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1 \quad (1)$$

여기서, x, y, z축은 타원체의 주축들(principal dielectric axes)이다.

전기광학 효과란 외부에서 인가한 전계에 의해 결정 속을 진행하는 ordinary ray와 extraordinary ray가

경험하는 굴절률이 변하는 현상을 말한다. 결정 내에서 전파 특성은 식 (1)의 굴절을 타원체에 의해 기술되며, 외부 전계가 가해질 때 굴절률의 변화는 굴절률 타원체의 상수  $1/n_x^2$ ,  $1/n_y^2$ ,  $1/n_z^2$ 의 변화로 표현된다. 일반적으로 전계를 가했을 때 굴절을 타원체는 다음과 같이 표시된다.

$$B_{11}x^2 + B_{22}y^2 + B_{33}z^2 + 2B_{23}yz + 2B_{31}zx + 2B_{12}xy = 1 \quad (2)$$

식 (2)의 상수  $B_{ij}$ 는 인가된 전계  $\vec{E}$ 와  $6 \times 3$  전기광학 텐서(electrooptic tensor)를 통해 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\begin{bmatrix} B_{11} - \frac{1}{n_x^2} \\ B_{22} - \frac{1}{n_y^2} \\ B_{33} - \frac{1}{n_z^2} \\ B_{23} \\ B_{31} \\ B_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서,  $r_{ij}$ 는 전기광학 계수(electrooptic coefficient)이다.

일반적으로 식 (2)에서 x, y, z축들은 더 이상 타원체의 주축들이 아니다. 따라서 틀어진 새로운 주축들의 방향과 크기를 구하는 것이 필요하다.

LiNbO<sub>3</sub>는  $n_x = n_y = n_o$ ,  $n_z = n_e$ ,  $n_o > n_e$ 인 negative uniaxial 결정 구조를 갖고 있으며,  $6 \times 3$  전기광학 텐서는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -3.4 & 8.6 \\ 0 & 3.4 & 8.6 \\ 0 & 0 & 30.8 \\ 0 & 28 & 0 \\ 28 & 0 & 0 \\ -3.4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

텐서내 각 원소의 단위는  $10^{-6}$   $\mu\text{m}/\text{V}$  이다. 따라서 LiNbO<sub>3</sub>의 새로운 굴절을 타원체는 다음과 같이 된다.

$$\left(\frac{1}{n_o^2} - r_{22}E_x + r_{13}E_z\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{22}E_y + r_{13}E_z\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + r_{33}E_z\right)z^2 + 2r_{51}E_yz + 2r_{51}E_xz - 2r_{22}E_xy = 1 \quad (5)$$

LiNbO<sub>3</sub> 결정에서 전기광학 효과에 의한 주축들의 회전과 그에 대응하는 굴절율의 변화를 알아보기 위해 식 (5)로부터 다음과 같이 세 경우에 대해 굴절율 타원체의 근사식을 유도하였다.

1. E<sub>x</sub> ≠ 0, E<sub>y</sub> = E<sub>z</sub> = 0인 경우

식 (5)는 다음 식으로 간략화 된다.

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + 2r_{51}E_xxz - 2r_{22}E_xxy = 1 \quad (6)$$

식 (6)으로부터 새로운 주축과 그에 따른 굴절율의 변화를 구하기 위해 y = 0일 때와 z = 0일 때의 두 경우에 대해 해석한 후 각각 합성한다.

먼저 z = 0일 경우 식 (6)은 다음과 같은 형태가 된다.

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} - 2r_{22}E_xxy = 1 \quad (7)$$

위 식에서 xy항을 제거하기 위해 x-y축을 반시계 방향으로 θ만큼 회전함으로써, 다음과 같은 식에 따라 (x, y) 좌표계가 (X, Y) 좌표계로 변환된다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \quad (8)$$

식 (8)을 식 (7)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$X^2 \left\{ \frac{1}{n_o^2} - r_{22}E_x \sin 2\theta \right\} + Y^2 \left\{ \frac{1}{n_o^2} + r_{22}E_x \sin 2\theta \right\} - XY \{ 2r_{22}E_x \cos 2\theta \} = 1 \quad (9)$$

식 (9)에서 XY항이 없어지기 위해서는 다음식을 만족해야한다.

$$\cos 2\theta = 0, \quad \theta = 45^\circ \quad (10)$$

식 (10)을 식 (9)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$X^2 \left\{ \frac{1}{n_o^2} - r_{22}E_x \right\} + Y^2 \left\{ \frac{1}{n_o^2} + r_{22}E_x \right\} = 1 \quad (11)$$

한편,

$$\begin{aligned} X^2 \left[ \frac{1}{n^2} + \delta \right] &= \frac{X^2}{n^2} (1 + n^2 \delta) \\ &\approx \frac{X^2}{n^2} \left( 1 + \frac{1}{2} n^2 \delta \right)^2 = \frac{X^2}{n^2 \left( 1 - \frac{1}{2} n^2 \delta \right)^2} = \frac{X^2}{\left( n - \frac{1}{2} n^3 \delta \right)^2} \end{aligned} \quad (12)$$

과 같은 근사식에 따라, 식 (10), (11)로부터 n<sub>X</sub>, n<sub>Y</sub>,

θ<sub>x-y</sub>를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} n_X &\approx n_o + \frac{1}{2} n_o^3 r_{22} E_x \\ n_Y &\approx n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{22} E_x \\ \theta_{x-y} &\approx 45^\circ \end{aligned} \quad (13)$$

두 번째로 y = 0일 경우를 살펴보면, 식 (6)은 다음과 같은 형태가 된다.

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + 2r_{51}E_xxz = 1 \quad (14)$$

위 식에서 xz항을 제거하기 위해 앞에서와 마찬가지로 x-z축을 반시계 방향으로 θ만큼 회전함으로써, 다음과 같은 식에 따라 (x, z) 좌표계가 (X, Z) 좌표계로 변환된다.

$$\begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Z \end{pmatrix} \quad (15)$$

식 (15)를 식 (14)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X^2 \left\{ \left( \frac{\cos \theta}{n_o} \right)^2 + \left( \frac{\sin \theta}{n_e} \right)^2 + r_{51}E_x \sin 2\theta \right\} \\ + Z^2 \left\{ \left( \frac{\sin \theta}{n_o} \right)^2 + \left( \frac{\cos \theta}{n_e} \right)^2 - r_{51}E_x \sin 2\theta \right\} \\ + XZ \{ -\sin 2\theta (n_o^{-2} - n_e^{-2}) + 2r_{51}E_x \cos 2\theta \} = 1 \end{aligned} \quad (16)$$

식 (16)에서 XZ항이 없어지기 위해서는 다음식을 만족해야한다.

$$\tan 2\theta = 2r_{51}E_x(n_o^{-2} - n_e^{-2})^{-1} \quad (17)$$

따라서, 회전된 각 θ는 다음과 같다.

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} [2r_{51}E_x(n_o^{-2} - n_e^{-2})^{-1}] \quad (18)$$

일반적으로 θ는 1° order이며, 이와 같이 θ가 작은 경우에는 다음과 같은 근사가 성립한다.

$$\tan 2\theta \approx \sin 2\theta \approx 2\theta \approx 2r_{51}E_x(n_o^{-2} - n_e^{-2})^{-1} \quad (19)$$

$$\sin^2 \theta \approx \theta^2 = (r_{51}E_x)^2 (n_o^{-2} - n_e^{-2})^{-2} \quad (20)$$

식 (18)과 식 (19), (20)의 근사식을 식 (16)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} X^2 \left\{ \frac{1}{n_o^2} + (r_{51}E_x)^2 (n_o^{-2} - n_e^{-2})^{-1} \right\} \\ + Z^2 \left\{ \frac{1}{n_e^2} - (r_{51}E_x)^2 (n_o^{-2} - n_e^{-2})^{-1} \right\} = 1 \end{aligned} \quad (21)$$

(12)식의 근사와 (18), (21)식으로부터  $n_x, n_z, \theta_{x \rightarrow z}$  를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} n_x &\approx n_o + \frac{n_o^3}{2} (r_{51} E_x)^2 (n_e^{-2} - n_o^{-2})^{-1} \\ n_z &\approx n_e - \frac{n_e^3}{2} (r_{51} E_x)^2 (n_e^{-2} - n_o^{-2})^{-1} \\ \theta_{z \rightarrow x} &\approx \frac{1}{2} \tan^{-1} [2r_{51} E_x (n_e^{-2} - n_o^{-2})^{-1}] \end{aligned} \quad (22)$$

이상의 두 경우에 대한 해석 결과를 합성하면 다음과 같다.

굴절율 타원체의 각 축들은 다음과 같이 회전한다.

$$\begin{aligned} X\text{축} : \theta_{x \rightarrow y} &\approx 45^\circ \\ Y\text{축} : \theta_{y \rightarrow x} &\approx 45^\circ \\ Z\text{축} : \theta_{z \rightarrow x} &\approx \frac{1}{2} \tan^{-1} [2r_{51} E_x (n_e^{-2} - n_o^{-2})^{-1}] \end{aligned} \quad (23)$$

그리고 새로운 축들의 반경은 다음과 같이 변환된다.

$$\begin{aligned} n_x &\approx n_o + \frac{1}{2} n_o^3 r_{22} E_x + \frac{n_o^3}{2} (r_{51} E_x)^2 (n_e^{-2} - n_o^{-2})^{-1} \\ n_y &\approx n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{22} E_x \\ n_z &\approx n_e - \frac{n_e^3}{2} (r_{51} E_x)^2 (n_e^{-2} - n_o^{-2})^{-1} \end{aligned} \quad (24)$$

2.  $E_z \neq 0, E_x = E_y = 0$ 인 경우  
식 (5)는 다음과 같이 된다.

$$\left(\frac{1}{n_o^2} - r_{22} E_y\right) x^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{22} E_y\right) y^2 + \frac{1}{n_e^2} z^2 + 2r_{51} E_y yz = 0 \quad (25)$$

앞에서와 마찬가지로  $x = 0$ 일 때와  $z = 0$ 일 때의 두 경우에 대해 해석한 후 각각 합성하면 다음과 같은 결과가 나온다.

$y$ - $z$ 축만이 약간 회전하며  $y$ - $z$ 축은  $z$ 축이  $y$ 축 쪽으로

$$\theta_{z \rightarrow y} \approx -\frac{1}{2} \tan^{-1} [2r_{51} E_y (n_e^{-2} - n_o^{-2} - r_{22} E_y)^{-1}] \quad (26)$$

만큼 회전한다. 그리고 새로운 축들은 그 반경이 다음과 같다.

$$\begin{aligned} n_x &\approx n_o + \frac{1}{2} n_o^3 r_{22} E_y \\ n_y &\approx n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{22} E_y + \frac{n_o^3}{2} (r_{51} E_y)^2 (n_e^{-2} - n_o^{-2} - r_{22} E_y)^{-1} \\ n_z &\approx n_e - \frac{n_e^3}{2} (r_{51} E_y)^2 (n_e^{-2} - n_o^{-2} - r_{22} E_y)^{-1} \end{aligned} \quad (27)$$

식 (26), (27)에서  $r_{22} E_y$ 는  $n_e^{-2} - n_o^{-2}$ 에 비하여  $10^{-3}$  order 정도의 크기이므로 무시하여도 좋다.

3.  $E_z \neq 0, E_x = E_y = 0$ 인 경우  
식 (5)는 다음과 같이 된다.

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13} E_z\right) x^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13} E_z\right) y^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + r_{33} E_z\right) z^2 = 1 \quad (28)$$

각 축들은 그대로 고정되어 있으며 반경만 다음과 같이 변한다.

$$\begin{aligned} n_x &\approx n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{13} E_z \\ n_y &\approx n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{13} E_z \\ n_z &\approx n_e - \frac{1}{2} n_e^3 r_{33} E_z \end{aligned} \quad (29)$$

### III. LiNbO<sub>3</sub> 전기광학 효과의 정확한 해석

LiNbO<sub>3</sub>의 전기광학 효과에 관한 일반해를 구하는 방법을 기술하도록 한다.

식 (2)를 quadratic form으로 표기하면 다음과 같다.

$$\sum_i \sum_j B_{ij} x_i x_j = 1 \quad (30)$$

단, 여기서  $B_{ij} = B_{ji}$ 이고,  $x_1, x_2, x_3$ 는 각각  $x, y, z$ 에 대응된다.

$\mathbf{R}(x_1, x_2, x_3)$ 이 원점으로부터 식 (30)의 굴절율 타원체위의 한 점  $(x_1, x_2, x_3)$  까지의 위치 벡터라고 가정한다. 임의의 타원체 표면상에서 gradient를 취하면 다음의 성분을 갖는 벡터  $\mathbf{N}$ 을 얻는다.

$$\mathbf{N}_i = \sum_j B_{ij} x_j \quad (i = 1, 2, 3) \quad (31)$$

따라서 벡터  $\mathbf{N}$ 은 항상 굴절율 타원체 표면에 직교하는 벡터가 된다.

벡터  $\mathbf{R}$ 이 굴절율 타원체와 주축이 교차하는 점을 가리키게 되는 경우에는, 주축은 타원체 표면과 직교하므로

$$\mathbf{N} = \lambda \mathbf{R}$$

즉,

$$\sum_j B_{ij} x_j = \lambda x_i \quad (32)$$

와 같이 나타낼 수 있다.

식 (32)를 성분  $i = 1, 2, 3$ 에 대해 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (B_{11} - \lambda)x_1 + B_{12}x_2 + B_{13}x_3 &= 0 \\ B_{21}x_1 + (B_{22} - \lambda)x_2 + B_{23}x_3 &= 0 \\ B_{31}x_1 + B_{32}x_2 + (B_{33} - \lambda)x_3 &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

위 식이 nontrivial solution을 갖기 위한 조건은 다음과 같다.

$$\det [B_{ij} - \lambda \delta_{ij}] = 0 \quad (34)$$

손실이 없는 결정의 경우  $B_{ij}$ 가 실수이고  $[B_{ij}]$ 는 대칭이므로 unitary matrix가 된다. 따라서 식 (34)로부터 구한 고유치 즉, 세 개의 근  $\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \lambda^{(3)}$ 도 실수이다. 각각의 근으로부터 주축의 방향을 나타내는 벡터  $\mathbf{X}^{(1)}(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(1)})$ ,  $\mathbf{X}^{(2)}(x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, x_3^{(2)})$ ,  $\mathbf{X}^{(3)}(x_1^{(3)}, x_2^{(3)}, x_3^{(3)})$ 를 구할 수 있으며 이들은 새로운 주축을 나타낸다. 이 벡터들은 식 (32)를 만족하므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_j B_{ij}x_j^{(1)} &= \lambda^{(1)}x_i^{(1)} \\ \sum_j B_{ij}x_j^{(2)} &= \lambda^{(2)}x_i^{(2)} \\ \sum_j B_{ij}x_j^{(3)} &= \lambda^{(3)}x_i^{(3)} \end{aligned} \quad (35)$$

위 식에 각각  $x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, x_i^{(3)}$ 을 곱하고  $i$ 에 대해서 더하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sum_i \sum_j B_{ij}x_i^{(1)}x_j^{(1)} &= \lambda^{(1)} \sum_i x_i^{(1)}x_i^{(1)} = \lambda^{(1)} |\mathbf{X}^{(1)}|^2 \\ \sum_i \sum_j B_{ij}x_i^{(2)}x_j^{(2)} &= \lambda^{(2)} \sum_i x_i^{(2)}x_i^{(2)} = \lambda^{(2)} |\mathbf{X}^{(2)}|^2 \\ \sum_i \sum_j B_{ij}x_i^{(3)}x_j^{(3)} &= \lambda^{(3)} \sum_i x_i^{(3)}x_i^{(3)} = \lambda^{(3)} |\mathbf{X}^{(3)}|^2 \end{aligned} \quad (36)$$

$(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(1)})$ ,  $(x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, x_3^{(2)})$ ,  $(x_1^{(3)}, x_2^{(3)}, x_3^{(3)})$ 는 타원체 면위의 점들이므로 식 (30)으로부터 식 (36)의 왼쪽은 모두 1이 된다. 그러므로 식 (36)에서

$$\begin{aligned} |\mathbf{X}^{(1)}| &= \frac{1}{\sqrt{\lambda^{(1)}}} \\ |\mathbf{X}^{(2)}| &= \frac{1}{\sqrt{\lambda^{(2)}}} \\ |\mathbf{X}^{(3)}| &= \frac{1}{\sqrt{\lambda^{(3)}}} \end{aligned} \quad (37)$$

와 같고, 새로운 굴절률 타원체의 주축의 길이는 각각

$\frac{2}{\sqrt{\lambda^{(1)}}}, \frac{2}{\sqrt{\lambda^{(2)}}}, \frac{2}{\sqrt{\lambda^{(3)}}}$ 가 된다.  $\mathbf{X}^{(1)}, \mathbf{X}^{(2)}, \mathbf{X}^{(3)}$ 과 평행한 단위 벡터를 각각  $\mathbf{x}', \mathbf{y}', \mathbf{z}'$ 라 하면,  $x', y', z'$ 축을 새로운 주축으로 하는 새로운 굴절률 타원체는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda^{(1)} x'^2 + \lambda^{(2)} y'^2 + \lambda^{(3)} z'^2 = 1 \quad (38)$$

따라서, 새로운 굴절률은 각각  $\frac{1}{\sqrt{\lambda^{(1)}}}, \frac{1}{\sqrt{\lambda^{(2)}}}, \frac{1}{\sqrt{\lambda^{(3)}}}$ 이 된다.

이와 같은 해석 방법을 LiNbO<sub>3</sub>에 적용하기 위해 식 (5)로 표현된 굴절률 타원체의 상수들에 대한 식 (34)는 다음과 같다.

$$\det \begin{vmatrix} \frac{1}{n_o^2} - r_{22}E_y + r_{13}E_z - \lambda & -r_{22}E_z & r_{51}E_x \\ -r_{22}E_x & \frac{1}{n_o^2} + r_{22}E_y + r_{13}E_z - \lambda & r_{51}E_y \\ r_{51}E_x & r_{51}E_y & \frac{1}{n_e^2} + r_{33}E_z - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (39)$$

따라서, 식 (39)에서 구한 근들과 이에 대응하는 벡터로부터 구하고자 하는 굴절률의 변화와 각 축들의 회전 각을 구할 수 있다.

#### IV. 모의 전산에 의한 근사식의 오차 검토

II장에서 유도한 전기광학 효과에 대한 근사식은 굴절률 타원체의 다른 축을 0으로 놓고 해석한 후 각각의 경우에 대해 합성한 식이다. 따라서 외부인가 전계의 세기에 따른 근사식의 오차를 검토하는 것이 필요하다. II장에서 구한 근사식으로부터 굴절률의 변화와 각 축들의 회전각을 구한 후, 이를 III장의 모의 전산에 의한 정확한 결과치들과 비교해 보기로 한다.

LiNbO<sub>3</sub>의 전기광학 계수는 아래 표와 같다.

표 1. LiNbO<sub>3</sub>의 전기광학 계수  
Table 1. Electrooptic coefficient of LiNbO<sub>3</sub>.

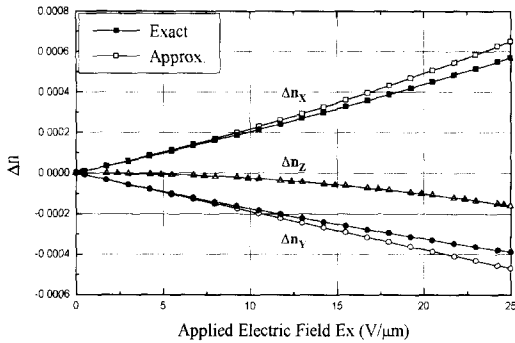
파장 $\lambda_0(\mu m)$	굴절률		전기광학 계수 ( $10^{-6} \mu m/V$ )
	$n_o(=n_x=n_y)$	$n_e(=n_z)$	
1.3	2.23	2.15	$r_{33} = 30.8$ $r_{13} = 8.6$ $r_{51} = 28.0$ $r_{22} = 3.4$

일반적으로 LiNbO<sub>3</sub>의 유전파괴 전계강도는  $10 V/\mu m$  정도로 알려져 있으나<sup>[1]</sup>, 실제 실험에 의하면  $20 V/\mu m$  이상까지도 견디고 있음이 확인되고 있다.

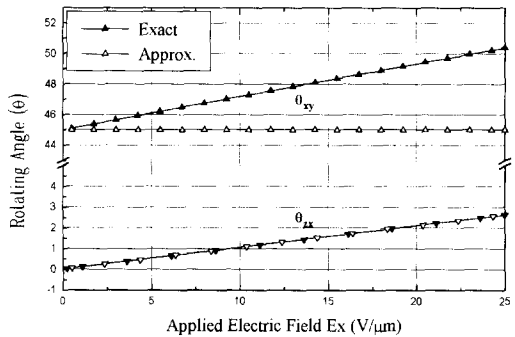
따라서 인가 전계를  $0V/\mu m$ 에서  $25V/\mu m$ 까지 변화시키며 전기광학 효과를 검토하고자 한다.

1.  $E_x \neq 0, E_y = E_z = 0$ 인 경우

그림 1은 인가된 전계의 세기에 따른 굴절율의 변화량과 축의 회전각에 대해 식 (23), (24)의 근사식에 의한 값과 행렬 모의 전산에 의한 정확한 값을 그린 것이다. 여기서  $\theta_{xy}$ 는 x축이 y축 방향으로 회전한 각을 나타내고,  $\Delta n_x, \Delta n_y, \Delta n_z$ 는 각 축의 굴절율의 변화량이다.



(a)



(b)

그림 1.  $E_x \neq 0, E_y = E_z = 0$ 일 때 전기광학효과 근사식의 결과 (a) 굴절율 변화, (b) 축의 회전각  
Fig. 1. Approximate results of the electrooptic effect when  $E_x \neq 0, E_y = E_z = 0$  (a) Change of refractive index, (b) Rotating angle of principal axis.

그림 1에서 볼 수 있듯이  $\Delta n_z$ 는 근사식으로부터 구한 값이 모의 전산에 의한 값과 일치하고 있다.  $\Delta n_x, \Delta n_y$ 는 인가 전계  $E_x$ 에 비례하여, 세기가 커질수록 오차가 커진다.  $E_x = 10V/\mu m$ 일 때,  $\Delta n_x = 6.7\% \Delta n_y = 7.8\%$ 의 오차를 보인다.

근사식을 통한 x-y축의 회전각은 (23)식에서 보듯이 인가 전계의 세기에 관계없이 45°로 고정되어 있으나, 실제로는 그림 1-(b)에 나타난 것처럼 인가된 전계가 클수록 x-y축의 회전각도 더 커진다. 그러나, z-x축의 회전각에 대한 근사식은 정확함을 알 수 있다.

$E_x$ 를 인가함으로써 얻는 굴절율의 변화는  $10^{-4}$  order이다. 이 크기는 미약하기 때문에  $E_x$ 를 굴절율 변화의 목적으로 사용하기보다는 오히려 축의 회전을 이용하는 편이다. 먼저  $\theta_{xy}$ 를 살펴보면 주축의 회전 자체가 약 45° 이상에 달하고, 회전각의 오차도 매우 큰 편이다. 그러나 원래  $n_x = n_y = n_o$ 였고  $E_x$ 가 인가된 이후에도  $\Delta n_x, \Delta n_y$ 가  $10^{-4}$  order이므로, 설사 x, y 주축이 45° 또는 그 이상 회전하였다 하더라도 그 결과는 여전히  $X^2 + Y^2 \approx n_o^2$ 를 유지하게 된다. 결국  $\theta_{xy}$ 가 갖는 의미가 응용적인 측면에서 볼 때 별 효용 가치가 없으므로, 설사 오차가 있다 하더라도 사소한 문제가 된다.

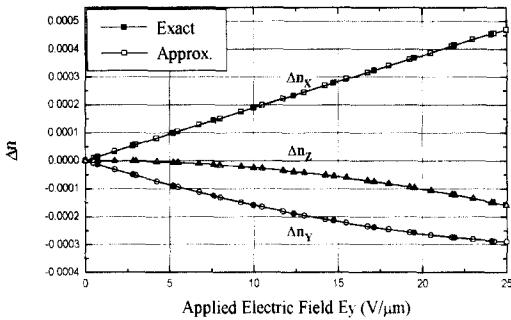
그러면 이제  $\theta_{zx}$ 를 보기로 한다.  $\theta_{zx}$ 는 회전각이 1° order로 작으나  $n_x = n_o, n_z = n_e$ 인 타원형이었던 점을 고려하면 x축 또는 z축에 평행하게 편극되어 입사된 광은 X, Z 벡터로 나뉘게 된다. 결국 TE-TM 모드 변환의 구실을 제공하게 된다. 이러한 이유에서  $\theta_{zx}$ 의 의미는 크며 근사식이 정확한 해를 제공하는 것은 의미있는 일이다.

2.  $E_y \neq 0, E_x = E_z = 0$ 인 경우

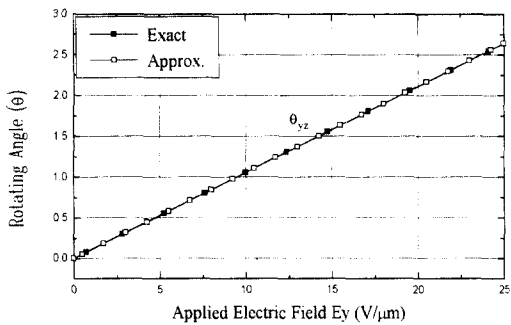
그림 2는 인가된 전계의 세기에 따른 굴절율의 변화량과 축의 회전각에 대해 식 (26), (27)의 근사식에 의한 값과 행렬 모의 전산에 의한 정확한 값을 그린 것이다.

$E_y \neq 0$ 의 경우는 원래  $n_x = n_y = n_o$ 인 등방성이었던 점을 감안하면 그 결과가  $E_x \neq 0$ 의 경우와 거의 유사할 것을 쉽게 예측할 수 있다. 그림 2에 보면 모든  $E_y$ 의 변화에 걸쳐  $\Delta n_x, \Delta n_y, \Delta n_z$ 의 변화량이  $E_x \neq 0$ 의 경우와 동일한 경향을 보이며, 오차가 거의 없음을 알 수 있다.  $\theta_{yz}$ 의 경우는  $E_x \neq 0$ 의 경우와 마찬가지로 해석된다.  $\theta_{yz}$ 는 회전각이 1° order로 작으나  $n_y = n_o, n_z = n_e$ 인 타원형이었던 점을 고려하면 y축 또는 z축에 평행하게 편극 입사된 광은 Y, Z 축의 벡터 성분으로 나뉜다. 이 역시 TE-TM 모드 변환의

근거가 된다.



(a)



(a)

그림 2.  $E_x \neq 0, E_x = E_z = 0$ 일 때 전기광학효과 근사식의 결과 (a) 굴절율 변화, (b) 축의 회전 각  
 Fig. 2. Approximate results of the electrooptic effect when  $E_y \neq 0, E_x = E_z = 0$  (a) Change of refractive index, (b) Rotating angle of principal axis.

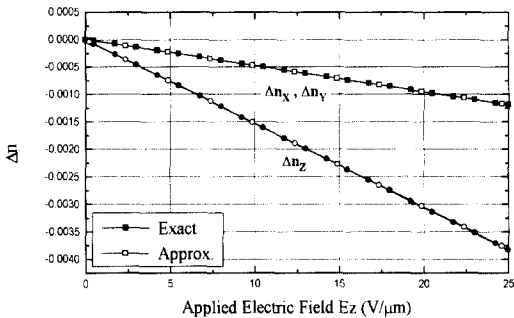


그림 3.  $E_z \neq 0, E_x = E_y = 0$ 일 때의 전기광학효과 근사식의 결과 : 굴절율 변화  
 Fig. 3. Approximate results of the electrooptic effect when  $E_z \neq 0, E_x = E_y = 0$  : Change of refractive index.

3.  $E_z \neq 0, E_x = E_y = 0$ 인 경우

그림 3은 인가전계  $E_z$ 의 세기에 따른 굴절율의 변

화량을 식 (29)의 근사식에 의한 값과 행렬 모의 전산에 의한 정확한 값을 그린 것이다. 결과가 거의 일치하고 있음을 알 수 있다.

$E_z \neq 0$ 인 경우는 주축의 회전은 없으며, 따라서 모드 변환 등에 이용될 수는 없다. 그러나 그림 3에서 알 수 있듯이  $E_x \neq 0, E_y \neq 0$ 의 경우들과는 달리  $\Delta n$ 의 order가  $10^{-3}$ 이며, 특히  $\Delta n_z$ 의 크기는  $E_z = 10 \text{ V}/\mu\text{m}$ 의 경우 0.0015에 달한다. 이는 도파로 굴절율의 변화를 가장 효율적으로 일으킬 수 있는 경우에 해당됨을 알 수 있으며, 실제로 굴절율 제어용으로 가장 유용하게 응용된다.

V. 결 론

$\text{LiNbO}_3$  전기광학 효과를 이용한 소자 설계는 대부분 근사식에 의존하여 이루어지고 있다. 대체로 전기광학 효과의 응용은  $E_x, E_y$ 를 인가하는 경우는 모드 변환을 위주로 하며,  $E_z$ 를 인가하는 경우는 굴절율 변화를 위주로 이루어진다. 해석 결과  $E_x \neq 0$ 인 경우 굴절율 변화나 x-y축의 회전은 근사식이 약간의 오차를 보이고 있는 반면, 가장 유용한 응용인 TE-TM 모드 변환에 사용되는 z-x축의 회전에서는 정확한 결과를 보임을 알았다.  $E_y \neq 0$ 인 경우는 굴절율 변화도 거의 정확하였으며, 특히 유용한 응용인 모드 변환에 사용되는 y-z축의 회전에서도 정확한 결과를 보이고 있었다. 마지막으로  $E_z \neq 0$ 의 경우는 축의 회전은 해당이 안되며 오직 굴절율 변화만이 해당된다. 이 경우에도  $\Delta n_x, \Delta n_y$ 뿐 아니라 가장 유용하게 사용되는  $\Delta n_z$ 도 근사식이 정확한 결과를 보임을 확인하였다.

참 고 문 헌

[1] H. Nishihara et al, *Optical Integrated Circuits*, McGraw-Hill, Ch. 5, 1985.  
 [2] H. Kogelik and R. V. Schmidt, "Switched directional coupler with alternating  $\Delta\beta$ ", IEEE J. Quantum Electron., vol. QE-12, no. 7, pp. 396-401, July 1976.  
 [3] R. V. Schmidt and I. P. Kaminow, "Acoustooptic Bragg deflection in  $\text{LiNbO}_3$  Ti-diffused waveguides", IEEE J. Quantum Electron., Vol. QE-11, No. 1, p. 57, January

- 1975.
- [4] R. C. Alferness and L. L. Buhl, "Electro-optic waveguide TE-TM mode converter with low drive voltage", Opt. Lett., vol. 5, no. 11, pp. 473-475, Nov. 1980.
- [5] A. Ghatak and Thyagarajan, *Optical Electronics*, Cambridge university press, Ch. 15, 1993.
- [6] A. Yariv, *Optical Electronics*, Saunders college publishing, Ch. 9, 1991.

---

 저 자 소 개
 

---



金永文(正會員)

1972년 8월 31일생. 1994년 2월 서울시립대학교 전자공학과 졸업. 1994년 3월 ~ 현재 동 대학원 전자공학과 석사 과정. 주관심분야는 도파/집적광학, 고속 광변조기, BPM, FDM, FEM 등 수치해석임

金昌敏(正會員) 第34卷 D編 第1號 參照

현재 서울시립대학교 전자전기공학부 교수