

<논 문>

자동변속기용 펄스폭변조 솔레노이드 밸브의 동특성 식별

정규홍* · 조백현** · 이교일***

(1997년 3월 10일 접수)

Dynamic Characteristic Identification of PWM Solenoid Valve for Automatic Transmission

Gyu-Hong Jung, Baek-Hyun Cho and Kyo-Il Lee

Key Words : Automatic Transmission(자동변속기), Pulse Width Modulation(펄스폭변조), Solenoid Valve(솔레노이드 밸브), System Identification(시스템 식별)

Abstract

As most of today's automatic transmissions in passenger car adopt a electro-hydraulic control system, the role of electronically controlled solenoid valves occupies an important position and it is essential to predict solenoid transient characteristics in order to design and evaluate the performance of the hydraulic control system. However, in general, both the magnetic and electrical parameters of the solenoid system are hardly known and it is not easy to model this section with moderate complexity although mechanical system could be developed using the classical second order system. This paper presents a dynamic modelling technique of a solenoid valve, that is controlled by pulse width modulation for an automatic transmission, in terms of system identification theory. In nonlinear computer simulation, it is shown that the identified systems which produce magnetic force to input duty cycle for various excitation signals predict the static and dynamic performance very well near the operating point and in experiment conducted to confirm the validity of identification theory for PWM solenoid valve, we find that there is a good agreement between the experimental data and simulation result. Hence, this model can be utilized in the development of pressure control system with PWM solenoid valve.

1. 서 론

근래에 이르러 전자기술이 급속히 발전함에 따라 자동차산업의 여러 분야에 걸쳐 이전까지 기계적인 서보기구에 의하여 이루어져 왔던 제어방식이 마이크로-프로세서(micro-processor)와 전자제어방식의 장치(electronically controlled device)를 이용함

으로써 보다 다양한 기능을 갖추면서도 정밀한 제어를 가능하게 하는 전자제어방식으로 전환되고 있는 추세이다. 특히, 자동변속기(automatic transmission)는 운전자의 의지를 반영하기 위한 다양한 형태의 변속패턴(shift pattern)과 변속중 발생하는 충격(shift shock)을 최소화하도록 설계된 복잡한 변속제어 알고리즘을 구현하기 위하여 일찌기 전자제어화가 시도되었고, 현재는 거의 대부분의 자동변속기에서 TCU(Transmission Control Unit)가 핵심적인 역할을 담당하고 있으며 보다 향상된 성능을 갖도록 하기 위한 연구가 활발히 진행되고 있

*회원, 대전대학교 기계설계공학과

**회원, 현대자동차(주) 중앙연구소 T/M 시험2팀

***회원, 서울대학교 기계설계학과

다.

자동변속기에서 변속제어방식은 좁은 공간내에서 효율적으로 변속시 요구되는 큰 동력을 발생시키기 위하여 유압 제어시스템을 이용하고 있으며, 전자제어가 도입됨에 따라 TCU의 제어알고리즘에서 연산되어 출력되는 전기적 신호로부터 변속제어압을 발생시키는 제어장치로 솔레노이드 밸브를 채택하고 있다. 대부분의 압력제어용 솔레노이드 밸브는 원하는 제어압을 간단하면서도 효율적으로 발생시키기 위하여 일정한 주파수로 밸브의 ON과 OFF되는 시간의 비율(듀티율, duty cycle)을 조절하는 펄스폭변조(pulse width modulation) 구동방식을 채택하고 있으며, 변속시 구동액츄에이터에서 요구되는 많은 유량을 공급하기 위하여 솔레노이드 밸브의 제어압으로 구동되는 스톱밸브(2차 밸브)를 통해서 증폭된 유량을 변속제어에 이용한다. 따라서, 변속성능을 결정하는 구동액츄에이터 제어압의 과도응답 성능은 1차 밸브인 솔레노이드 밸브와 2차 밸브에 의존하므로 듀티율로부터 제어압을 발생시키는 유압 제어시스템은 TCU와 더불어 변속제어기구의 핵심적인 요소라 할 수 있다.

릴리프(relief)형, 또는 리듀싱(reducing)형의 2차 밸브는 솔레노이드 밸브의 제어압으로 구동되므로 비교적 간단한 비선형 상미분방정식으로 나타내어지는 수학적 모델을 이용하여도 응답성능의 예측이 가능하나,^(1,2) 솔레노이드 밸브는 내부구조도 잘 알 수 없을 뿐만 아니라 전기 및 기계적인 특성이 혼합되어 간략한 모델을 통하여 성능을 분석하기가 용이하지 않다. 솔레노이드 밸브의 특성분석과 관련된 연구^(3~5)에서는 솔레노이드 밸브의 특성이 지나치게 단순화되거나 전기적 또는 유압적인 특성만을 주로 고려하여 듀티율에 대한 솔레노이드 제어압의 과도응답 성능이 충분하게 분석되지 못하였으며, 송⁽⁶⁾의 연구는 과도하게 복잡한 전기적 특성의 모델로 인하여 2차 밸브와 연관된 압력제어시스템의 개발연구에 효과적으로 활용되기 어렵다.

솔레노이드 밸브에 인가되는 듀티율은 플런저(또는, 스톱)에 작용하는 자기력을 발생시키고, 이러한 자기력과 리턴 스프링 압축력 및 피이드백되는 유압에 의하여 밸브변위와 제어압이 결정된다. 솔레노이드 밸브의 내부구조가 알려져 있다면 자기력으로부터 발생하는 제어압의 응답특성은 쉽게 분석될 수 있으나, 듀티율 입력신호와 자기력사이의 동특성은 수학적 모델링이 까다롭고 설계자료의 도출

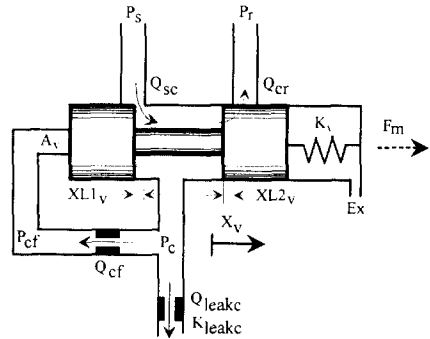


Fig. 1 Schematic internal structure of the PWM solenoid

이 어려우므로 만족스러운 성능분석이 곤란하다. 본 연구에서는 듀티율과 솔레노이드 밸브 제어압의 입출력데이터로부터 시스템 식별이론을 이용하여 인가되는 듀티율과 플런저(또는 스톱)에 발생하는 자기력사이의 동특성을 분석하였다. 이를 위하여 근사화된 솔레노이드 밸브의 선형 모델을 유도한 후 비선형 시뮬레이션을 통하여 펄스폭변조 솔레노이드 밸브의 동특성분석에 시스템 식별이론이 적용가능함을 확인하였으며, 실험을 통하여 획득된 입출력신호로부터 식별된 모델의 타당성을 검증하였다.

2. 시스템 모델링

Fig. 1은 본 연구의 대상인 펄스폭변조방식으로 작동되는 3방향 솔레노이드 밸브(three-way solenoid valve)의 도식적인 구조를 나타낸다.⁽⁷⁾ 솔레노이드에 전압이 인가되지 않은 상태에서는 스톱이 스프링의 압축력에 의하여 좌측으로 밀려난 상태이므로 제어압 챔버에 공급압포트로부터 유량이 공급되어 압력의 상승이 이루어지며, 전압이 인가되면 스톱밸브에 작용하는 자기력에 의하여 밸브가 스프링을 압축시키며 우측으로 이동하여 제어압 챔버와 저압포트가 연결됨으로써 제어압이 낮아지게 된다. 따라서, 솔레노이드 밸브의 제어압은 듀티율이 증가될수록 낮아지게 되며, 일정한 듀티율에서 발생하는 밸브변위는 자기력과 스프링의 압축력뿐만 아니라 피이드백되는 제어압이 스톱밸브에 발생시키는 힘에 의하여 결정되고 $XL2_v > XL1_v$ 이므로 폐중심 밸브(closed center valve)이다. 이와 같은 구조를 갖는 솔레노이드 밸브에 자기력 F_m 이 인가되었을 때 발생하는 밸브변위와 제어압의 응답특성은

다음 식으로 나타내어지는 미분방정식으로 구해질 수 있다.⁽⁸⁾

— 스프링밸브 운동방정식

$$M_v \ddot{X}_v + C_v \dot{X}_v + K_v (X_v + CLX_v) = F_m + P_{cf} A_v \quad (1)$$

여기서, $0 \leq X_v \leq X_{vmax}$

CLX : Initial compressed length of spring

· 유량방정식

$$\begin{aligned} \text{If } X_v < XL1_v \\ Q_{sc} &= K_{co} W_v (X_v - XL1_v - X_v) \\ &\quad \text{sign}(P_s - P_c) \sqrt{|P_s - P_c|} \\ \text{else} \end{aligned} \quad (2)$$

$$Q_{sc} = 0$$

$$\begin{aligned} \text{If } X_v > XL2_v \\ Q_{cr} &= K_{co} W_v (X_v - XL2_v) \\ &\quad \text{sign}(P_c - P_r) \sqrt{|P_c - P_r|} \\ \text{else} \end{aligned} \quad (3)$$

$$Q_{cr} = 0$$

$$Q_{cf} = K_{co} A_{cf} \text{sign}(P_c - P_{cf}) \sqrt{|P_c - P_{cf}|} \quad (4)$$

$$Q_{teak} = K_{teak} \text{sign}(P_c - P_r) \sqrt{|P_c - P_r|} \quad (5)$$

— 연속방정식

$$Q_{sc} - Q_{teak} - Q_{cf} - Q_{cr} = \frac{V_c}{\beta_e} \frac{dP_c}{dt} \quad (6)$$

$$Q_{cf} = A_v \dot{X}_v + \frac{V_{cfo} + A_v X_v}{\beta_e} \frac{dP_{cf}}{dt} \quad (7)$$

3. 정특성 분석

내부에서 제어압이 스프링밸브로 피이드백되어 작동되는 방식의 펄스폭변조 솔레노이드 밸브에서는 스프링변위가 자기력과 내부에 설치된 스프링의 압축력뿐만 아니라 발생하는 제어압에 의하여 결정된다. 따라서, 이와 같은 페루프 작동방식의 솔레노이드 밸브는 스프링 압축력과 자기력만으로 스프링변위가 결정되는 개루프 작동방식에 비하여 작동조건 변화에 의하여 나타나는 듀티율에 따른 제어압의 변동이 작아지게 된다. 즉, 개루프 작동방식의 솔레노이드 밸브에서는 제어압 챔버에서의 누유량(또는, 2차 밸브로의 공급유량) 증가로 인하여 제어압이 강하되면, 이를 감지하여 보상할 수 있는 기능이 없는 반면에 페루프 작동방식의 경우에는 스프링

변위가 기준압으로부터 공급되는 유량을 증가시키는 방향으로 이동하여 압력보상이 이루어지는 자력 제어(self-controlled) 기능을 갖는다.

본 연구의 대상인 페루프 작동방식의 솔레노이드 밸브는 오버랩(overlap)을 갖는 폐중심 밸브이므로 제어압 챔버에서 발생하는 누유가 없는 이상적인 작동조건에서 솔레노이드 밸브에 공급되는 기준압과 배출압사이의 일정한 압력을 능동적으로 제어하는 경우에는 펄스폭변조신호에 의하여 발생하는 스프링밸브의 변위 이동폭이 밸브의 오버랩보다 커야 한다. 그러나, 실제로 솔레노이드 밸브가 작동되는 상황에서는 완벽한 기밀을 유지하는 것이 불가능하며 제어압 챔버에서는 항상 어느 정도의 누유가 존재하게 된다. 누유량이 증가될수록 펄스폭 변조신호에 의하여 구동되는 스프링밸브의 평균변위는 공급포트를 개방시키는 방향으로 이동하며, 임계 누유량(제어압 챔버에서 발생하는 누유가 없다고 가정하였을 때 스프링밸브의 이동변위에 의하여 배출포트로 버려지는 유량) 보다 크게되면 스프링밸브는 항상 배출포트를 폐쇄시킨 상태에서 작동하게 된다.

밸브에 자기력이 작용하지 않는 상태(즉, 0%의 듀티율이 인가된 상태)에서 누유량 변동이 제어압에 미치는 영향을 살펴보면, 정상상태에서는 $(\dot{X}_v)_{ss} = (\ddot{X}_v)_{ss} = 0$, $(P_{cf})_{ss} = (P_c)_{ss}$ 이며, 입력조건에 의하여 $F_m = 0$, $(Q_{cr})_{ss} = 0$ 이므로 $(X_v)_{ss}$ 와 $(P_c)_{ss}$ 는 다음의 연립방정식을 만족하는 상태변수값으로 결정된다.

$$K_v [(X_v)_{ss} + CLX_v] = (P_c)_{ss} A_v \quad (8)$$

$$(Q_{sc})_{ss} - Q_{teak} = 0 \quad (9)$$

Fig. 2(a)는 듀티율 0%에서 제어압 챔버에서의 누유량에 따라 변화되는 스프링변위 및 제어압의 정특성을 나타내며, 누유량이 증가됨에 따라 제어압이 저하되고 이를 보상하기 위하여 밸브는 개구면적을 증가시키는 방향으로 이동하나 전체적으로 제어압은 크게 영향받지 않음을 알 수 있다. Fig. 2(b)는 제어압 챔버에서의 누유량을 $Q_{teak} = 0.5 \text{ lpm}$ 으로 일정하게 가정한 상태에서 자기력에 의하여 변화되는 제어압을 나타내며, 자기력에 대하여 선형적으로 압력이 변화됨을 알 수 있다. 이는 직류 전압에 의하여 일정한 자기력을 발생시키는 비례제어형 밸브의 압력특성에 해당되나, 전술된 바와 같이 폐중심 밸브를 비례제어방식으로 구동하는 경우에는 제어압을 강하시키는 속도가 누유량에 의존하

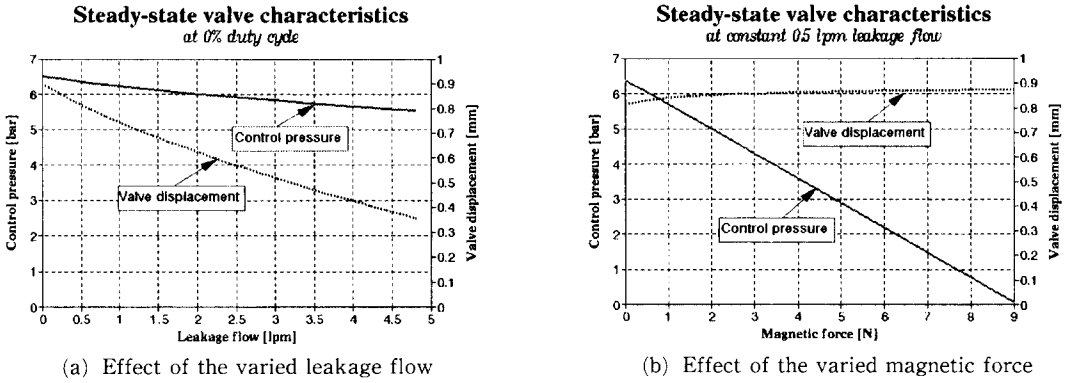


Fig. 2 Static characteristics of control pressure feedback type valve

므로 제어압 챔버에서 발생하는 누유량이 충분하지 않은 경우에는 능동적인 압력제어가 불가능하다.

4. 선형화 및 정규화

상태변수 정의 : $\Delta X_{vN} = (X_v - (X_v)_{op}) / X_N$
 $\Delta \dot{X}_{dvN} = (\dot{X}_v - (\dot{X}_v)_{op}) / X_{VN}$
 $\Delta P_{cfN} = (P_{cf} - (P_{cf})_{op}) / P_N$
 $\Delta P_{cN} = (P_c - (P_c)_{op}) / P_N$

여기서, X_N, X_{VN}, P_N : Normalization constant for valve displacement, valve velocity and pressure

작동점 (operating point) : 정특성 분석에서 언급된 바와 같이 오버랩을 갖는 폐중심 밸브는 공급과 배출포트의 연속적인 개폐작용에 의하여 압력이 형성되므로 고정된 작동점에 대하여 선형화된 운동방정식을 유도해 낼 수 없다. 따라서, 본 연구에서는 폐중심 밸브를 밸브변위가 오버랩되는 구간의 중심 (즉, $X_v = (XL1_v + XL2_v) / 2$)에 위치한 상태에서 임계중심 밸브 (critical center valve)로 가정하여

선형적인 특성을 나타내었다. 이와 같은 가정은 밸브의 작동점을 중심으로 공급과 배출포트측에 동일한 양의 오버랩을 고려하지 않은 것과 같으므로 펄스폭변조신호로 작동되는 폐중심 밸브와 비교하면 양측 포트를 통과하는 유량의 크기만이 변화할 뿐 제어압에는 영향을 미치지 않는다. 그러므로 압력의 동특성만을 고려하는 경우에는 선형모델을 도출해내기 위하여 매우 타당성있는 가정이라 할 수 있다. 이와 같은 가정으로부터 선형된 작동점은

$$(X_v)_{op} = \frac{XL1_v + XL2_v}{2}$$

$$(\dot{X}_v)_{op} = 0$$

$$(P_c)_{op} = (P_{cf})_{op} = \frac{P_s}{2}$$

이며, 식 (1)로부터 작동점에서 밸브에 작용하는 자기력은

$$(F_m)_{op} = K_v [(X_v)_{op} + CLX_v] - A_v \frac{P_s}{2}$$

이다. 임계중심 밸브의 선형화된 상태방정식을 나타내면 식 (10), (11)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{X}_{vN} \\ \Delta \dot{X}_{dvN} \\ \Delta \dot{P}_{cfN} \\ \Delta \dot{P}_{cN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{X_{VN}}{X_N} & 0 & 0 \\ \frac{K_v X_N}{M_v X_{VN}} & -\frac{C_v}{M_v} & \frac{A_v P_N}{M_v X_{VN}} & 0 \\ 0 & -A_v \frac{\beta_e X_{VN}}{V_{cf}^* P_N} & -K_{c3} \frac{\beta_e}{V_{cf}^*} & K_{c2} \frac{\beta_e}{V_{cf}^*} \\ -K_{c1} \frac{\beta_e X_N}{V_c P_N} & 0 & K_{c3} \frac{\beta_e}{V_c} & -(K_{c1} + K_{c2}) \frac{\beta_e}{V_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{vN} \\ \Delta X_{dvN} \\ \Delta P_{cfN} \\ \Delta P_{cN} \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{F_N}{M_v X_{vN}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Delta F_{mN} \quad (10)$$

Table 1 Coefficients of the transfer function $G_P(s)$

Coefficients	Value
K_1	-0.71
z_1	2.3177×10^2
p_1	$7.6163 \times 10^3 + 2.9919 \times 10^3 i$
p_2	$7.6163 \times 10^3 - 2.9919 \times 10^3 i$
p_3	$1.3358 \times 10^1 + 5.8792 \times 10^2 i$
p_4	$1.3358 \times 10^1 - 5.8792 \times 10^2 i$

(Note) $P_N=1 \times 10^5$, $F_N=1$

$$\Delta P_{CN} = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} \Delta X_{dN} \\ \Delta X_{dBN} \\ \Delta P_{CN} \\ \Delta P_{CN} \end{bmatrix} \quad (11)$$

5. 시스템 식별이론의 모델차수 선정 및 이산화

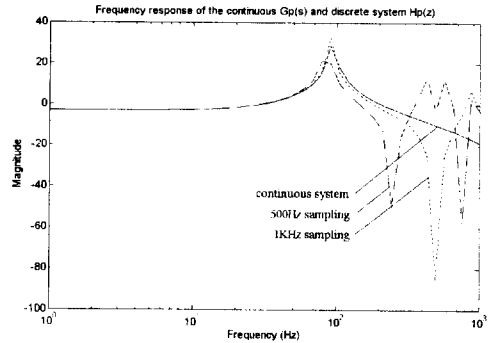
솔레노이드 밸브에 인가되는 입력에 대하여 발생되는 출력자료로부터 정특성 및 동특성을 파악하기 위해서는 입력신호와 출력신호 사이의 관계를 기술하는 선형모델의 차수를 먼저 결정하여야 한다. 판스폭변조방식으로 구동되는 솔레노이드 밸브의 정규화된 뉴티울(ΔV_{dN})을 입력신호로, 정규화된 제어압을 출력신호로 선정하고 솔레노이드에서 발생되는 자기력은 오직 뉴티울에 의해서만 결정된다고 가정하여 전달함수를 나타내면 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{\Delta P_{CN}(s)}{\Delta V_{dN}(s)} = \frac{\Delta F_{mN}(s)}{\Delta V_{dN}(s)} \frac{\Delta P_{CN}(s)}{\Delta F_{mN}(s)} \quad (12)$$

식 (12)에 기술된 각 솔레노이드 밸브의 전달함수를 살펴보면 다음과 같다.

$$-G_P(s) = \Delta P_{CN}(s) / \Delta F_{mN}(s)$$

정규화된 상태공간방정식을 라플라스 변환하면 $\Delta P_{CN}(s) / \Delta F_{mN}(s)$ 전달함수의 차수를 결정할 수 있다. (단, 시스템행렬은 특이(singular)하지 않고 가정한다.) $\Delta P_{CN}(s) / \Delta F_{mN}(s)$ 는 분모 다항식의 차수가 4(A_N 이 특이하지 않으므로), 분자 다항식의 차수가 1임을 알 수 있으며 전달함수의 형태를 식 (13)과 같이 표현하였을 때 각 계수값은 Table 1과 같다.

**Fig. 3** Frequency response of the continuous and discrete system

$$G_P(s) = \frac{K_1 \left(1 + \frac{s}{z_1}\right)}{\left(1 + \frac{s}{p_1}\right) \left(1 + \frac{s}{p_2}\right) \left(1 + \frac{s}{p_3}\right) \left(1 + \frac{s}{p_4}\right)} \quad (13)$$

Table 1에서 이득 K_1 이 음수이므로 제어압은 자기력에 반비례하고 1 N의 자기력 증가에 대하여 제어압은 0.7 bar 정도 감소됨을 나타낸다. 이는 Fig. 2(b)의 결과와 일치하므로 근사화된 선형모델의 타당성을 확인할 수 있다.

$$-G_F(s) = \Delta F_{mN}(s) / \Delta V_{dN}(s)$$

뉴티울과 자기력사이의 전달함수는 뉴티울과 제어압의 측정자료로부터 파악되어야 하는 동특성이며, 본 연구에서는 근사화된 모델을 다음식과 같은 2차 시스템으로 선정하였다.

$$\frac{\Delta F_{mN}(s)}{\Delta V_{dN}(s)} = \frac{K_2}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\zeta \frac{s}{\omega_n} + 1} \quad (14)$$

따라서, $\Delta P_{CN}(s) / \Delta V_{dN}(s)$ 전달함수는 식 (13), (14)로부터 분모다항식의 차수가 6, 분자다항식의 차수가 1로 결정되며, 이산화(discretization)된 모델 $\Delta P_{CN}(z) / \Delta V_{dN}(z)$ 의 차수는 식 (13)과 식 (14)의 전달함수를 근사화하는 방법에 따라 달라지게 된다. 본 연구에서는 라플라스 연산자를 다음식으로 근사화하는 쌍인차변환(bilinear z-transform)을 이용하였으며, 이산 시스템의 전달함수는 식 (16)과 같다.

$$s = \frac{2}{T_s} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad (15)$$

여기서, T_s : Sampling time interval

$$\frac{\Delta P_{CN}(z)}{\Delta V_{dN}(z)} = \frac{\Delta F_{mN}(z)}{\Delta V_{dN}(z)} \frac{\Delta P_{CN}(z)}{\Delta F_{mN}(z)}$$

$$= H_F(z) H_P(z)$$

$$-H_P(z) = \Delta P_{CN}(z) / \Delta F_{mN}(z) \quad (16)$$

쌍일차변환을 이용하여 식 (13)의 이산화된 전달함수를 일반적으로 표현하면 분모와 분자가 모두 z^{-1} 의 4승으로 나타내어진다. 라플라스변환으로 표현되는 연속시스템(continuous system)의 전달함수를 이산시스템(discrete system)의 전달함수로 근사화하는 과정에서 나타나는 aliasing은 대상시스템의 동특성을 충분히 기술할 수 있는 주파수 영역 내에서 발생되지 않도록 샘플링주파수를 결정하여야 한다. Fig. 3은 샘플링주파수를 500 Hz와 1 KHz로 선정하였을 경우에 연속시스템과 이산시스템의 주파수응답을 나타낸다. 샘플링주파수가 500Hz인 경우에는 60Hz 부근의 주파수영역까지 $\Delta P_{CN}(s) / \Delta F_{mN}(s)$ 의 주파수응답을 근사화 할수 있으며, 그 이상의 주파수영역에서는 aliasing에 의하여 이산시스템의 주파수응답이 상당히 왜곡됨을 알 수 있다. 본 연구에서는 듀티율 변화에 대한 솔레노이드 밸브의 응답성을 고려하여 샘플링 주파수를 1KHz로 선정하였다.

$$-H_F(z) = \Delta F_{mN}(z) / \Delta V_{dN}(z)$$

식 (14)의 2차 시스템을 쌍일차변환하면 분모와 분자가 모두 z^{-1} 의 2승으로 나타내어진다. 따라서, $\Delta P_{CN}(z) / \Delta V_{dN}(z)$ 에 대한 시스템 식별이론의 기준 모델은 다음과 같다.

$$H(z) = \frac{\Delta F_{mN}(z)}{\Delta V_{dN}(z)} \frac{\Delta P_{CN}(z)}{\Delta F_{mN}(z)} = H_F(z) H_P(z) \\ = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_6 z^{-6}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_6 z^{-6}} \quad (17)$$

시스템 식별이론을 적용하여 솔레노이드 밸브의 동특성을 분석하는 연구의 주요 목적은 수학적 모델링이 까다롭고 설계자료의 도출이 어려운 듀티율 입력신호와 자기력사이의 응답특성을 근사하게 나타낼 수 있는 선형모델을 유도해 내는 것이다. 이를 위하여는 듀티율 신호와 자기력사이의 동특성 정보를 내포하고 있는 입출력 측정자료를 획득하여야 하나, 펄스폭변조 솔레노이드 밸브 내의 스톱에 발생하는 자기력의 과도응답을 측정하는 것은 계측 장치의 설치가 곤란할 뿐만 아니라 작동시 밸브에는 흐르는 작동유에 의하여 과도 및 정상상태의 유체력(steady-state and transient flow force)이 작용하므로 순수한 자기력 성분만을 측정하는 것이

용이하지 않다.

따라서, 본 연구에서는 솔레노이드 밸브의 상태변수 중에서 측정이 용이한 제어압을 출력변수로 택하여 $\Delta P_{CN}(s) / \Delta V_{dN}(s)$ 의 전달함수를 식별이론으로 구한 다음, 수학적 모델링과 선형화과정을 통하여 얻어진 $\Delta P_{CN}(s) / \Delta F_{mN}(s)$ 의 전달함수를 이용하여 듀티율과 자기력사이의 선형모델을 유도하였다. 또한, 동일한 듀티율 입력신호에 대하여 비선형 시스템의 출력신호와 가정된 솔레노이드 밸브 전달함수의 출력신호 사이에는 항상 어느 정도의 잔류오차(residual error)가 존재하게 되며, 오차신호의 주파수 특성에 따라 시스템 식별에서 적용되는 모델의 형태가 다르게 된다. 식 (17)의 형태로 표현되는 $H(z)$ 의 계수식별에는 식별된 모델의 출력과 측정된 신호사이의 오차가 모든 주파수영역에서 동일한 크기를 갖는 백색잡음(white noise)이 되도록 전달함수의 계수값을 결정하는 ARX-모델을 사용하였다.⁽⁹⁾

6. 시뮬레이션

입출력신호로부터 시스템 식별이론을 이용하여 펄스폭변조 솔레노이드 밸브의 동특성을 선형의 전달함수로 근사화시키는 연구의 타당성을 검증하기 위하여 비선형 시뮬레이션을 수행하였다. 즉, 수학적 모델링이 어려운 솔레노이드 입력전압과 자기력사이의 응답특성을 임의의 선형 전달함수로 가정하고 펄스폭변조방식으로 구동하였을 때 얻어진 비선형 시뮬레이션의 결과로부터 시스템 식별이론을 이용하여 듀티율과 제어압 사이의 이산시스템 전달함수를 구한 후, 듀티율과 자기력 사이의 선형모델을 결정하였으며 식별된 선형 모델이 결합된 압력제어 시스템을 대상으로 비선형 시뮬레이션을 수행하여 결과의 타당성을 검증하였다.

비선형 시뮬레이션 과정에서 가정된 솔레노이드 입력전압과 자기력 사이의 전달함수는 다음과 같으며, 여기서 이득(gain) $K_A=20N/Volt$, 감쇠비(damping ratio) $\zeta_A=1.0$, 고유진동수(natural frequency) $\omega_{nA}=100 \text{ rad/sec}$ 으로 선정하였다.

$$\frac{F_{mN}(s)}{V_N(s)} = \frac{K_A W_{nA}^2}{s^2 + 2\zeta_A \omega_{nA} s + \omega_{nA}^2} \quad (18)$$

6.1 듀티율 입력신호의 설계

시스템 식별이론은 동일한 신호를 입력하였을 때

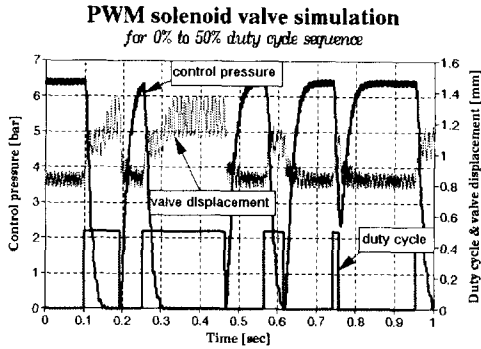


Fig. 4 Nonlinear simulation result for system identification

Table 2 Designed duty cycle input signal for system identification

Time to update (sec)	Case I	Case II	Case III
t_1	0.098	0.015	0.053
t_2	0.191	0.029	0.105
t_3	0.251	0.036	0.302
t_4	0.463	0.22	0.481
t_5	0.564	0.406	0.610
t_6	0.614	0.555	0.757
t_7	0.739	0.731	0.812
t_8	0.754	0.732	0.852
t_9	0.952	0.901	0.882
t_{10}	1.0	1.0	1.0

실제로 측정된 출력신호와 차수가 정하여진 선형 모델 출력사이의 오차가 최소화되도록 선형모델의 파라미터를 추정 (estimation) 하여 시스템의 동특성을 근사화시키는 기법이므로, 측정된 출력신호에는 시스템의 동특성과 관련된 충분한 정보가 내재되어 있어야 한다. 이를 위하여 입력신호는 식별대상 시스템의 모든 모드(mode)를 가진(excitation)시킬 수 있도록 설계되어야 한다.⁽¹⁰⁾

본 연구에서는 솔레노이드 밸브에 인가되는 듀티율 입력신호가 동특성 식별에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 균일하게 분포된 확률밀도함수(uniformly distributed probability density function)을 갖는 무작위변수(random variable)로부터 듀티율이

변화되는 시간을 결정한 후 0%와 50%의 듀티율을 교번하여 입력하는 형태의 가진신호를 선정하였다. 무작위 변수를 이용하여 듀티율신호가 설계되었으므로 입력신호의 형태에 따른 식별결과와 신뢰성을 파악하기 위하여 3가지 형태의 신호를 선정하였으며, Table 2는 시스템 식별을 위하여 선정된 듀티율신호의 사양을 나타낸다.

Fig. 4는 Table 2의 case 1에 해당되는 듀티율 입력신호에 대한 비선형 시뮬레이션을 수행하여 1초동안 1 KHz의 샘플링주파수로(즉, 1000개의 샘플링 자료) 얻어진 결과를 나타낸다.

100 Hz의 펄스폭변조신호로부터 식 (18)의 가정에 의하여 발생하는 밸브변위의 응답은 밸브의 오버랩되는 구간($0.9 \text{ mm} \leq X_b \leq 1.1 \text{ mm}$)과 무관하게 진동하면서 압력을 제어함을 알 수 있다. 이는 가정된 2차 시스템의 이득 K_A 를 밸브진폭이 오버랩 구간보다 크게 발생할 수 있을만큼 충분히 크게 선정하지 않았으며, 슬레노이드의 목표제어압이 최저(50% 듀티율)이거나 최대(0% 듀티율)에 해당되는 입력신호를 인가하였기 때문이다.

6.2 시스템 식별

6.1절에서 설계된 듀티율 입력신호를 솔레노이드 입력전압과 자기력 사이의 전달함수가 식 (18)의 형태로 가정된 비선형 시스템에 입력하였을 때 발생하는 제어압의 시뮬레이션 결과로부터 듀티율과 자기력사이의 근사화된 전달함수를 구하는 과정은 다음과 같다.

(1) 듀티율과 자기력의 샘플링된 데이터로부터 시스템 식별이론을 이용하여 식 (17)의 구조를 갖는 이산시스템 전달함수 $H(z)$ 의 계수 $a_i (i=1, 2, \dots, 6)$, $b_i (i=0, 1, \dots, 6)$ 를 구한다. (여기서, 입출력 신호의 샘플링된 데이터는 가정된 전달함수가 선형이므로 식별이론을 적용하기 위하여는 평균값이 영이 되도록 신호처리되어야 한다.)

(2) 자기력과 제어압 사이의 전달함수인 식 (13)을 쌍일차변환하여 $H_F(z)$ 를 계산한다.

(3) 과정 (1), (2)의 결과로부터 듀티율과 자기력사이의 전달함수 $H_F(z)$ 는 $H(z)/H_F(z)$ 로 구한다.

(4) 연속시스템의 전달함수 $G_F(s)$ 를 결정한다.

(5) 듀티율에 대한 제어압의 정특성을 보상하기 위한 이득함수를 결정한다.

Fig. 5는 비선형 시뮬레이션을 수행하여 얻어진

듀티율과 제어압의 샘플링된 신호에 대하여 시스템 식별이론을 적용하여 계산된 전달함수 $H(z)$ 의 주파수응답을 나타낸다. 임의의 형태로 설계된 3가지 경우의 듀티율 가진신호에 대하여 식별된 전달함수들은 유사한 주파수응답특성을 나타내었으며, 고주파 영역을 제외한 다른 영역에서는 큰 차이를 보이지 않았으므로 시스템 식별이론을 통하여 얻어진 전달함수는 상당한 신뢰성이 있음을 확인하였고 듀티율이 변화되는 시간을 무작위로 설계한 신호(즉, 임의의 주기를 갖는 구형파(square wave)의 듀티율신호) 만으로도 솔레노이드 밸브의 동특성을 충분히 가진시킬 수 있음을 확인하였다.

Fig. 6은 쌍일차변환을 이용하여 계산된 $H_p(z)$ 을 이용하여 구한 $H_F(z)$ 와 $H_F(s)$ 를 근사화한 연속 시스템 전달함수 $G_F(s)$ 의 주파수 응답을 나타내며, 실선과 점선들은 각각 다른 형태로 설계된 듀티율 입력신호에 대하여 식별된(또는, 근사화된) 결과이다. 여기서, 하나의 이산시스템 전달함수에 대응되는 연속시스템의 전달함수는 무수히 많으므로 고유하게 결정되지 않으며, 여러 가지 방법을 이용하여 구할 수 있다. 그러나, $H_F(z)$ 에 대응되는 $G_F(s)$ 를 식 (17)의 형태로 가정하였으며, 쌍일차변환을 이용하여 계산된 $H_F(z)$ 에는 불가피하게 포함되는 불안정한 영점에 의하여 $H_F(z)$ 는 불안정한 시스템의 전달함수일 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 이러한 측면을 고려하여 $G_F(s)$ 는 항상 안정된 시스템의 전달함수이므로 일정한 주파수영역에서 주파수응답의 크기비가 $H_F(z)$ 에 근사화되도록 K_2 , ζ , ω_n 의 시스템 파라미터를 최적화하였다. 즉, 근사화 대상이 되는 $H_F(z)$ 에 대응되는 $G_F(s)$ 의 파라미터는 다음식으로 주어지는 오차함수가 최소화되는 값으로 결정되며, 주파수영역의 범위는 전달함수의 동특성을 고려하여 결정하였다.

$$J = \sum_{i=1}^N [H_F(e^{jT_s\omega_i}) - G_F(j\omega_i)]^2 \quad (19)$$

여기서, ω_i : Sampled frequency from 0 to 100 Hz
 Table 3은 가진신호의 각 경우에 대하여 식별된 이산 시스템의 전달함수를 식 (14)의 형태로 근사화된 연속시스템 전달함수의 파라미터를 나타낸다. 여기서, 식별된 듀티율과 자기력사이의 전달함수 동특성은 식 (18)과 같은 2차 시스템으로 비선형 시뮬레이션에서 가정된 솔레노이드 입력전압과 자기력 사이의 전달함수 특성에 매우 근접하므로, 펄스폭변조신호는 솔레노이드를 보다 효율적으로 구

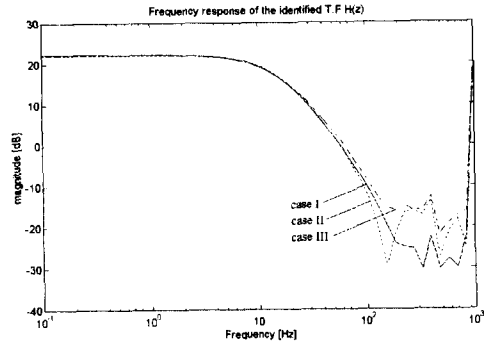


Fig. 5 Frequency response of the identified discrete system $H(z)$

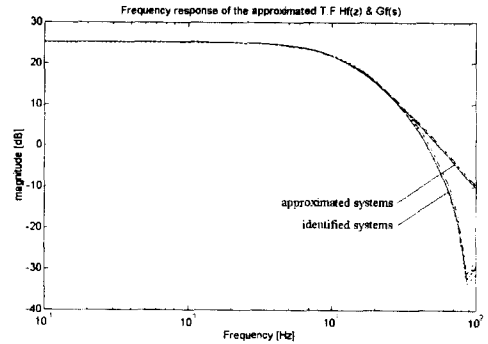


Fig. 6 Frequency response of the identified discrete and continuous system

Table 3 Identified continuous system transfer function $G_F(s)$

Excitation signal	K_2	ζ	ω_n
Case I	18.326	0.91748	81.61
Case II	17.987	0.89771	83.468
Case III	18.256	0.95718	85.238

동시키기 위한 역할(또는 디터(dither) 신호의 역할)만을 할 뿐 듀티율과 자기력사이의 동특성에는 큰 영향을 미치지 않는다고 분석된다.

일반적으로 듀티율에 따른 제어압의 실험결과는 0% 와 50% 부근의 듀티율에서 비례관계가 성립하지 않는 비선형함수의 특성을 갖는다. 이러한 현상의 원인으로는 스펴에 작용하는 쿨롱 마찰력과 유체력(flow force) 및 비선형의 전기적 특성 등이 있으며, 듀티율과 자기력, 자기력과 제어압사이의 전달함수에 내재된 비선형성에 기인한다. 그러나 Fig. 2(b)의 결과로부터 자기력변화에 따른 제어압

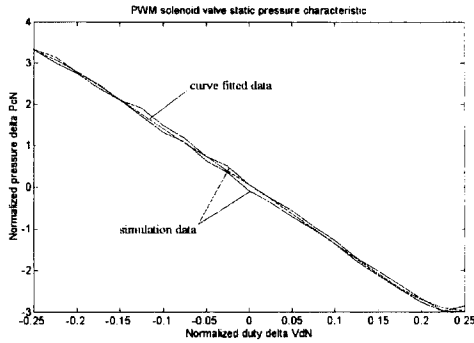


Fig. 7 Approximated polynomial function for static pressure characteristic

의 정특성은 비교적 선형적임을 알 수 있으므로, 듀티율에 따른 제어압의 정특성 실험결과에서 발생하는 비선형성은 대부분 듀티율과 자기력사이의 전달함수 $G_F(s)$ 의 비선형성으로부터 유발된다고 생각할 수 있다. 따라서, 제어압의 비선형적인 정특성을 보상하기 위하여 듀티율의 함수로 나타내어지는 $G_F(s)$ 의 이득 K_f 를 식 (20)이 만족되도록 정의하였다.

$$P(\Delta V_{dN}) = K_f(\Delta V_{dN}) K_2 K_1 \Delta V_{dN} \quad (20)$$

여기서,

$P(\Delta V_{dN})$: PWM solenoid static pressure to duty cycle

$K_f(\Delta V_{dN})$: Magnetic force gain function to duty cycle in order to compensate the nonlinear static pressure characteristic

K_2 : Static gain of magnetic force transfer function to duty cycle ($= \lim_{s \rightarrow 0} G_F(s)$)

K_1 : Static gain of control pressure transfer function to magnetic force ($= \lim_{s \rightarrow 0} G_P(s)$)

Fig. 7은 10 sec 동안 0%로부터 50%까지 증가시켰다가 감소시키는 삼각파의 듀티율 입력신호를 인가하였을 때 발생하는 제어압의 정특성과 이를 근사화시킨 5차의 다항식 함수곡선을 나타낸다. 식 (21)는 식별이론을 통하여 파악된 동특성과 비선형적인 정특성을 고려하기 위하여 부가된 비선형의 이득함수로서 나타내어지는 듀티율과 자기력사이의 전달함수이다. 주어진 듀티율에 대하여 정상상태에서의 자기력 크기를 결정하는 이득 K_2 가 비선형함

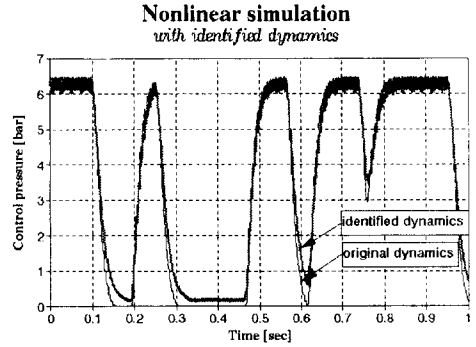


Fig. 8 Comparison of the identified system response with the original one

수로 대체됨으로써 정특성 오차가 적절하게 보상됨을 알 수 있다.

$$G_F(s)_{ID} = \frac{\Delta F_{mN}(s)}{\Delta V_{dN}(s)} = \frac{P(\Delta V_{dN})}{K_1 \Delta V_{dN}} \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + 1} \quad (21)$$

6.3 식별된 동특성의 검증

식별된 동특성 모델의 유용성을 검증하기 위하여 인가되는 듀티율에 대하여 발생하는 자기력은 식 (21)로 표현되는 전달함수로부터 계산하고, 자기력에 의하여 발생하는 제어압은 주어진 압력제어 시스템의 비선형 모델을 이용하는 시뮬레이션을 수행하여 결과를 비교하여 보았다. 식별된 전달함수의 자기력 출력신호에는 펄스폭변조방식으로 작동되는 경우에 나타나는 자기력의 맥동(ripple) 현상이 없으므로 이를 모사하기 위하여 실제로 밸브에 인가되는 자기력을 식 (22)와 같이 수정하였으며, 맥동되는 자기력의 크기는 시뮬레이션에서 발생하는 맥동 제어압의 크기를 고려하여 결정하였다.

$$F_m = \Delta F_{mN} F_N + (F_m)_{op} + (F_m)_{osc} T_{TRI}(t) \quad (22)$$

여기서,

$(F_m)_{osc}$: Magnitude of ripple magnetic force

$T_{TRI}(t)$: Triangular signal of which magnitude is ± 1 and the frequency is the same as carrier signal

Fig. 8은 여러형태의 듀티율신호로부터 식별된 시스템 파라메터 중에서 case I의 입력신호를 이용하여 얻어진 ζ 와 ω_n 을 적용하였을 때의 시뮬레이

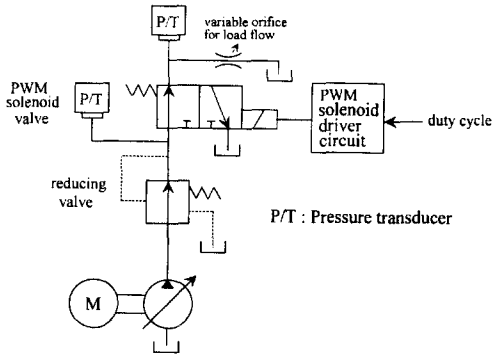


Fig. 9 Hydraulic circuit for testing the PWM solenoid valve

선 결과이다.

식별된 동특성 모델을 적용하여 시뮬레이션된 응답이 저압과 고압의 영역에서 실제 비선형 시스템의 경우보다 다소 늦게 나타나는 현상을 보여주었다. 이는 식별이론의 대상이 되는 선형모델의 작동점을 듀티율 25% 근방에서 선정하였기 때문에 작동점에서 크게 벗어난 듀티율 영역에서 나타나는 비선형적인 동특성을 고려하지 못한 결과로 분석된다. 그러나, 작동점 근방에서 제어압의 과도응답은 매우 잘 일치하였으며, 특히 정특성을 보상하기 위한 비선형의 이득함수를 전달함수에 고려함으로써 정상상태에서 발생하는 제어압력의 오차를 최소화할 수 있음을 확인하였다.

이와 같은 시뮬레이션 결과로부터 시스템 식별이론을 적용하여 파악된 솔레노이드 밸브의 듀티율과 자기력사이의 전달함수는 비선형 시스템의 동특성을 대표할 수 있는 모델임을 입증하였으며, 2차 밸브를 이용하는 릴리프 형(또는, 리듀싱 형)의 압력 제어 시스템 설계시 유용한 1차 밸브모델을 정립하는 연구에 이용될 수 있으리라 예상된다.

7. 실 험

시스템 식별이론을 이용한 펄스폭변조 솔레노이드 밸브의 전기적 동특성 분석연구의 타당성을 검증하기 위한 실험을 수행하였으며, 솔레노이드 밸브의 입출력데이터를 획득할 수 있도록 구성된 실험장치의 회로도도 Fig. 9와 같다. 펄스폭변조 솔레노이드 밸브의 기준압력 발생에는 안정된 압력을 유지시키면서 소모되는 유량을 충분히 공급할 수 있는 감압밸브(reducing valve)를 사용하였으며,

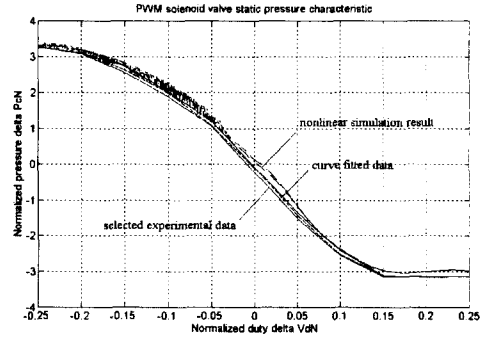


Fig. 10 Comparison of the static pressure characteristic between experiment and simulation

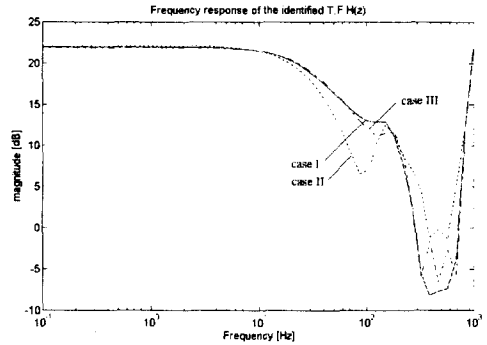
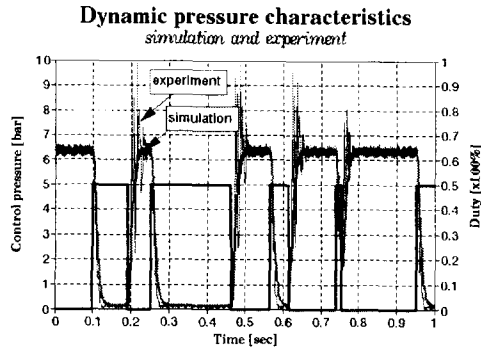


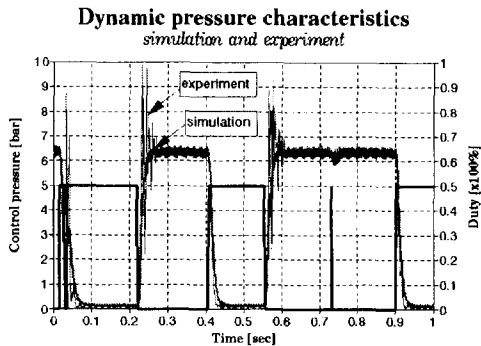
Fig. 11 Frequency response of the identified systems H(z)

압력측정에는 동압력의 측정이 가능한 20bar 용량의 압력변환기 (pressure transducer) 이용하였다. 솔레노이드 밸브의 정특성 분석에는 0-50%, 0.1 Hz의 삼각파 듀티율신호를 인가한 후 100 Hz의 샘플링주파수로 입출력데이터를 기록하였으며, 동특성 분석을 위하여는 Table 2에 표시된 무작위 듀티율신호를 사용하였고 압력측정에는 1 KHz의 샘플링주파수를 적용하였다.

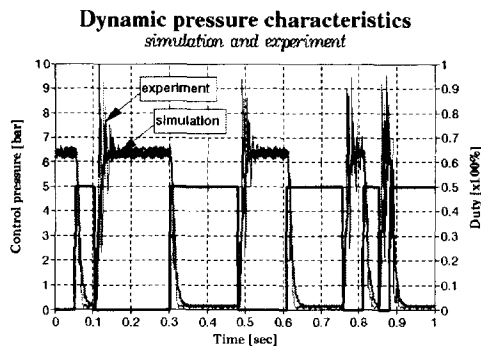
Fig. 10은 정특성 실험결과로부터 듀티율 5% 단위로 추출된 제어압의 측정 데이터, 비선형 정특성을 보상하기 위하여 듀티율에 대하여 발생하는 솔레노이드 제어압의 근사화된 함수곡선 및 식별된 듀티율과 자기력 사이의 전달함수 $G_F(s)$ 와 비선형의 솔레노이드 밸브모델을 결합하여 시뮬레이션된 정특성 결과를 나타낸다. 실험에서는 듀티율이 증가될 때와 감소될 때 발생하는 압력의 차이, 즉 히스테리시스(hysteresis) 특성이 발생하였으나 주어진 듀티율에서의 압력차이가 크지 않으므로 평균압력으로 근사화시킨 다항식의 압력곡선으로 정특성



(a) Simulation and experimental result for designed input duty cycle : case I



(b) Simulation and experimental result for designed input duty cycle : case II



(c) Simulation and experimental result for designed input duty cycle : case III

Fig. 12 Dynamic pressure characteristics of identified system

을 반영하였다. 6절의 시뮬레이션을 통하여 확인된 바와 같이 비선형 이득함수에 의하여 시뮬레이션된 제어압의 정특성이 실험결과와 매우 잘 일치됨을 알 수 있었다.

Fig. 11은 Table 2의 3종류 무작위 신호를 이용

Table 4 Identified continuous system transfer function $G_F(s)$

Excitation signal	K_2	ζ	ω_n
Case I	17.623	0.8774	158.2
Case II	17.913	0.85339	138.82
Case III	17.492	0.86464	159.66

하여 획득된 솔레노이드 제어압의 실험데이터로부터 식별된 전달함수 $H(z)$ 의 주파수응답을, Table 4는 듀티율과 자기력 사이의 동특성 $G_F(s)$ 를 식 (14)의 형태로 가정하였을 때 2차 전달함수의 각 계수값을 나타낸다. 고주파영역에서는 식별된 주파수응답을 신뢰할 수 없었으나 100Hz 이하의 저주파영역에서는 시뮬레이션에서 검증된 결과와 유사하게 3종류의 모든 가진 신호에 대하여 동일한 응답특성을 얻을 수 있었으므로, 솔레노이드 밸브의 시스템 식별에서 무작위 변수를 이용하여 설계된 가진신호의 타당성을 확인하였다.

Fig. 12는 case I의 가진신호로부터 식별된 전달함수 $G_F(s)$ 를 적용한 비선형 시뮬레이션의 응답과 실험결과와의 비교를 보여준다. 실험에서 발생된 제어압의 비선형적인 오버슈트(overshoot) 현상은 시뮬레이션에서 재현되지 않았으나 압력의 상승 및 하강시의 동특성과 정상상태에서의 맥동압 크기는 잘 일치하는 양호한 결과를 얻었다.

8. 결 론

본 연구에서는 시스템 식별이론을 이용하여 듀티율 입력신호에 대하여 제어압의 출력신호를 발생시키는 솔레노이드 밸브의 동특성을 분석하였으며 주요 연구결과는 다음과 같다.

(1) 솔레노이드 밸브의 내부구조와 작동원리를 분석하였으며, 자기력과 제어압 챔버에서의 누유량 변화에 따른 제어압의 정특성을 고찰하였다.

(2) 밸브에 작용하는 자기력에 대하여 발생하는 제어압의 비선형 모델로부터 선형화된 전달함수 $G_F(s)$ 를 유도하였다.

(3) 솔레노이드 밸브의 입출력데이터로부터 식별된 선형모델의 차수를 선정하였으며, 쌍일차변환을 이용한 이산화과정시 동특성을 적절하게 나타낼 수 있는 샘플링주파수는 1 KHz로 결정하였다.

(4) 솔레노이드 밸브의 대역폭내에 있는 모든 모

드를 가진시키기 위한 듀티율 입력신호를 설계하였으며, 3가지 종류의 신호를 인가하여 입력신호가 식별된 시스템의 파라미터에 미치는 영향을 살펴 보았다.

(5) 솔레노이드 입력전압과 자기력 사이의 전달 함수를 임의로 가정한 후 수행된 시뮬레이션으로부터 얻어진 듀티율과 제어압의 입출력데이터로부터 듀티율과 자기력 사이의 전달함수 $G_F(s)$ 를 식별한 결과 정상상태에서의 자기력 크기만이 다소 차이날 뿐 솔레노이드 밸브의 대역폭내에서는 모든 입력신호에 대하여 유사한 주파수응답특성을 나타내었다. 또한, 식별된 전달함수의 파라미터는 가해진 입력 전압과 자기력 사이의 전달함수와 매우 근접하였으므로 펄스폭변조신호는 디더(dither) 신호의 역할만 할 뿐 듀티율과 자기력사이의 동특성에는 큰 영향을 미치지 않는다고 분석된다.

(6) 식별된 전달함수의 정상상태오차와 듀티율과 제어압 사이의 비선형 정특성을 보상하기 위하여 듀티율의 비선형함수로 표현되는 전달함수 $G_F(s)$ 의 이득을 정의하였다.

(7) 식별된 전달함수 $G_F(s)$ 와 자기력에 의하여 발생하는 제어압의 비선형 모델을 결합하여 시뮬레이션을 수행한 결과 작동점 근방의 듀티율에 대하여는 정특성 및 동특성이 모두 원래의 비선형 시스템과 잘 일치하였으므로 식별된 시스템은 솔레노이드 밸브의 동특성을 대표하는 모델로 이용될 수 있음을 알 수 있었다.

(8) 펄스폭변조 솔레노이드 밸브에 대한 식별이론의 실험적 검증을 위하여 단품 실험장치를 구성한 후 설계된 듀티율과 제어압의 실험데이터를 획득하였으며, 식별이론으로부터 도출된 전달함수를 이용하여 솔레노이드 밸브의 정특성 및 동특성을 시뮬레이션한 결과는 실험과 잘 일치하였으므로 밸브내의 비선형 전기적 특성은 식별이론을 통하여 이를 근사할 수 있는 선형모델로 대표될 수 있음을 확인 하였다.

참고문헌

- (1) 정규홍, 이교일, 1995, "자동변속기용 압력조절밸브의 설계인자에 대한 감도분석," 대한기계학회 '95 추계학술대회 논문집(I), pp. 535~541.
- (2) 정규홍, 이교일, 1996, "자동변속기용 리듀싱형 압력제어밸브의 설계인자에 대한 감도분석," 한국자동차공학회 '96 춘계학술대회 논문집(I), pp. 558~565.
- (3) Koji Hasunaka, Kiyoshi Takagi, Sinji Watanabe, Takeo Hiramatsu and Kenjiro Fujita, 1989, "A Study on Electro-Hydraulic Control for Automatic Transmission," *SAE 892000*.
- (4) Toshiki Matsumoto, Kenjiro Fujita, and Kohji Hasunaka, 1988, "Theoretical and Experimental Analyses of Electro-hydraulic Solenoid-valve Controlled by Duty Cycle," *自動車技術*, Vol. 42, No. 4, pp. 517~523.
- (5) James P. Henry and David S. Dennis, 1987, "Predicting Solenoid Transient Performance," *SAE 870473*.
- (6) 송창섭, 1994, "A/T 용 솔레노이드 밸브의 동특성 해석을 위한 Simulation Package 개발," 한양대학교 산업과학연구소
- (7) 조백현, 이현우, 1996, "AT 유압제어 시스템에 관한 연구(변속제어 시스템의 시뮬레이션 및 실험)," 현대자동차 사내보고서
- (8) Merritt, H. E., 1976, *Hydraulic Control System*, John Wiley & Sons, New York.
- (9) Ljung, L., 1987, *System Identification - Theory for the User*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.
- (10) Shnha, N. K. and Kuszta, B, 1983, *Modeling and Identification of Dynamic Systems*, Van Nostrand Reinhold Company.