

<논 문>

시스템 매개변수 직접추정법의 특성

주영호* · 조광환** · 이건명***

(1997년 3월 11일 접수)

Characteristics of a Direct System Parameter Estimation Method

Young-Ho Ju, Gwang-Hwan Jo and Gun-Myung Lee

Key Words : Parameter Estimation(매개변수 추정), System Matrices(시스템 행렬), System Equation of Motion(시스템 운동방정식), Numerical Integration(수치적분), Excitation Signal(가진 신호), Sampling Frequency(샘플링주파수), Noise(잡음)

Abstract

A method by which the system parameter matrices can be estimated from measured time data of excitation force and acceleration has been studied. The acceleration data are integrated numerically to obtain the velocities and displacements, and the system parameters are estimated from these data by solving equations of motion. The characteristics of the method have been investigated through its application to simulated data of 1 DOF and 2 DOF systems and experimental data measured from a simple structure. It was found that the method is very sensitive to measurement noise and the accuracy of the estimated parameters can be improved by averaging the repeatedly measured data and removing the noise. One of the main advantages of the parameter estimation method is that no a priori information about the system under test is required. The method can be easily extended to non-linear parameter estimation.

1. 서 론

최근 들어 측정된 데이터로부터 선형 또는 비선형 구조물의 시스템 매개변수 행렬, 즉 질량, 감쇠, 강성행렬을 추정하는 것은 중요한 연구분야가 되었다. 이것은 기계시스템의 수학적 모형 해석과 유한요소 모형에 대한 적합성의 입증 및 개선을 위한 필요성때문이다. 수학적 모형은 여러 가지 하중에 대한 시뮬레이션, 시스템변경에 사용될 수 있다.⁽¹⁾

시스템행렬은 주파수영역데이터와 시간영역데이

터로부터 구할 수 있는데, 주파수영역데이터를 사용하는 방법에 관한 연구로는 Fritzen⁽¹⁾이 instrumental variable method를 사용하여 잡음에 덜 민감한 시스템행렬을 구하는 방법을 개발하였고, Chen 등⁽²⁾이 감쇠행렬을 질량행렬과 강성행렬과는 별도로 구함으로써 감쇠행렬의 정확도를 높이는 방법을 개발하였다. 한편 시간영역데이터를 사용하는 방법으로는 Roemer와 Mook⁽³⁾가 임펄스응답법(impulse response method),⁽⁴⁾ 고유시스템 실현알고리즘(eigen-system realization algorithm),⁽⁵⁾ 그리고 최소모형오차(minimum model error)⁽⁶⁾ 추정법을 조합하여 개발한 방법과 Mohammad⁽⁷⁾ 등이 개발한 방법이 있다.

Mohammad 등⁽⁷⁾이 개발한 방법은 그 이론이 간단하고 시스템에 대한 선행정보없이 적은 계산량으

*경상대학교 대학원, 현 한국중공업(주) 기술연구소
**성화산업(주) 기술연구소
***회원, 경상대학교 항공기부품기술연구센터

로 시스템행렬을 추정할 수 있으며, 비선형시스템에도 쉽게 확장 적용될 수 있다. 본 논문에서는 시뮬레이션과 실험을 통하여 이 방법의 특성을 고찰하고, 추정된 시스템 매개변수의 정확도를 높일 수 있는 방안을 모색하였다.

2. 매개변수 추정법

이 장에서는 Mohammad 등이 개발한 시간영역 데이터로부터 시스템 매개변수를 추정하는 방법을 간략하게 설명하고, 1자유도계에 대한 시뮬레이션을 통하여 본 방법의 특성을 고찰하였다. 본 방법의 특성에 관한 타 연구자들의 연구결과가 참고문헌⁽⁷⁻¹⁰⁾에 부분적으로 발표되어 있으나 본 논문에서는 이 매개변수 추정법의 특성을 여러가지 면에서 체계적으로 고찰하였다.

2.1 매개변수 추정법의 설명

일반적으로 다자유도계의 운동방정식은 질량행렬과 감쇠행렬 및 강성행렬을 포함하는 다음 식 (1)과 같이 주어진다.

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{f\} \quad (1)$$

여기서, $[M]$ 은 질량행렬, $[C]$ 는 감쇠행렬, $[K]$ 는 강성행렬, $\{y\}$ 는 변위벡터이고, $\{f\}$ 는 가진력벡터이다. 시스템의 매개변수를 구하기 위하여 먼저 각 질량의 가속도와 각 가진점에서의 가진력을 측정하고, 측정된 가속도데이터를 연속 적분하여 속도와 변위를 구한다. 이 시간영역데이터를 식 (1)에 대입하면 다원연립방정식의 형태가 되는데 이 방정식의 해를 구함으로써 시스템 매개변수를 구할 수 있다. 시간영역데이터로부터 얻은 다원연립방정식을 행렬꼴로 표현하면 식 (2)와 같다.

$$[A]_{m \times n} \{X\}_{n \times 1} = \{B\}_{m \times 1} \quad (2)$$

여기서, $[A]$ 는 변위, 속도, 가속도데이터로 이루어진 행렬, $\{X\}$ 는 시스템 매개변수로 이루어진 벡터, 그리고 $\{B\}$ 는 가진력데이터로 이루어진 벡터이다. m 은 행벡터, n 은 열벡터의 수이며, 행렬 $[A]$ 는 행의 개수가 열의 개수보다 많으므로 위 식은 과다조건(over-determined) 방정식이 된다. 이러한 경우 최소자승법과 특이값분리법(singular value decomposition)을 이용하면 방정식의 해를 구할 수 있다. 최소자승법과 특이값분리법은 같은 결과

를 나타내지만, 특이값분리법은 행렬식이 특이값을 갖는 경우에도 연립방정식의 해를 구할 수 있으므로 본 연구에서는 특이값분리법을 사용하였다.⁽¹¹⁾

추정된 매개변수의 정확성은 식 (3)과 같은 rms 오차(root mean square error)로서 나타낼 수 있다.

$$\text{RMS error}(\%) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_p} (\dot{y}_i - \hat{\dot{y}}_i)^2}{N_p \sigma_{\dot{y}_i}^2}} \times 100 \quad (3)$$

여기서, \dot{y}_i 는 측정된 가속도, $\hat{\dot{y}}_i$ 는 추정된 매개변수를 이용하여 식 (1)로부터 예측한 가속도, $\sigma_{\dot{y}_i}^2$ 는 측정된 가속도의 분산이며, N_p 는 데이터의 개수이다.

2.2 매개변수 추정법의 특성

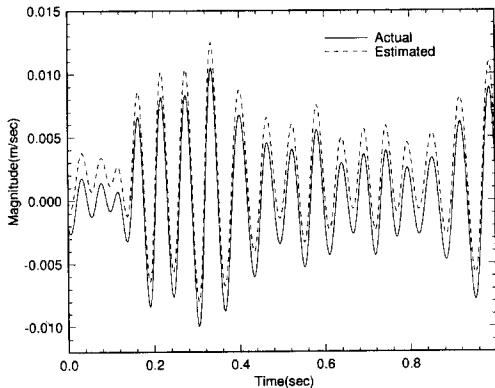
적분방법, 샘플링주파수(sampling frequency), 가진력의 특성 및 잡음레벨(noise level)이 매개변수의 추정에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 1자유도계를 구성하였다. 사용된 매개변수는 질량 1 kg, 감쇠계수 6 Ns/m, 강성계수 10000 N/m이고, 이 값은 고유진동수 15.9 Hz, 감쇠비 3.0 %에 해당한다. 가진력으로는 Gauss 백색잡음을 8~25 Hz의 대역통과필터(bandpass filter)로 필터링한 신호를 사용하였고, 이때 샘플링간격은 0.001 sec, 데이터 개수는 1000개이었다. 주어진 가진력에 대한 계의 응답은 4차 Runge-Kutta 방법으로 구하였다.

2.2.1 적분초기치의 결정방법

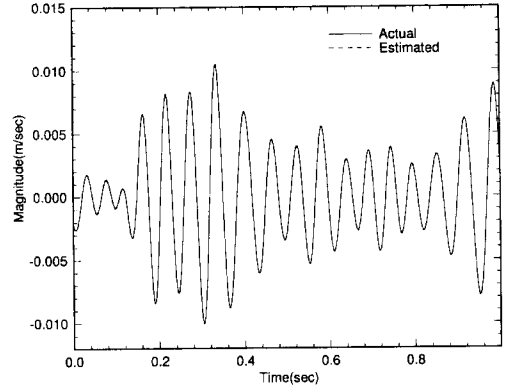
가진력에 대한 시스템의 가속도응답으로부터 시스템 매개변수를 추정하기 위해서는 속도와 변위를 동시에 알아야 한다. 속도와 변위는 가속도를 수치적분함으로써 구할 수 있다. 적분을 수행하면 속도와 변위는 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &= \int \ddot{y}(t) dt + \dot{y}(0) \\ y(t) &= \int \dot{y}(t) dt + y(0) \end{aligned} \quad (4)$$

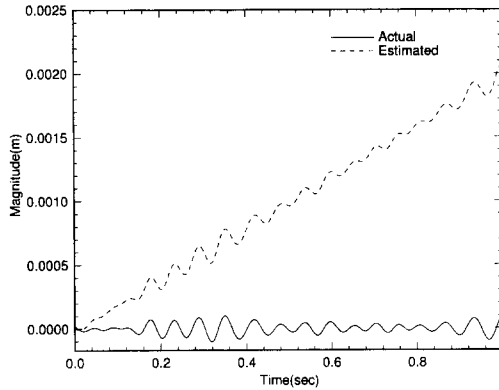
위 식에서 보이는 것처럼 적분을 수행할 때 속도와 변위의 초기값을 포함시켜야 하나 속도와 변위를 측정하지 않았으므로 이 값들을 알 수 없다. 만약 속도와 변위의 초기치를 0으로 두고 적분하면, Fig. 1과 같이 속도는 실제값과 일정한 차이를 갖고, 변위는 직선성분을 갖게 될 것이다. 만일 이와 같은 속도와 변위데이터를 푸리에 변환(Fourier transform)하여 주파수영역에서 본다면 저주파수



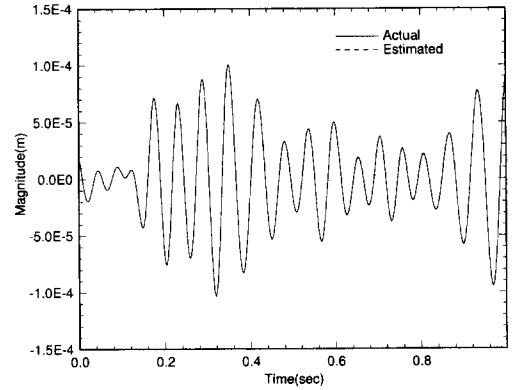
(a)



(a)



(b)



(b)

Fig. 1 Comparison of the exact and estimated (a) velocities and (b) displacements when integration constants are not considered

Fig. 2 Comparison of the exact and estimated (a) velocities and (b) displacements when integration constants are considered

에서 원하지 않는 값이 크게 나타난다.⁽⁸⁾ 따라서 적당한 적분초기치를 설정하는 것이 필요하다.

만일 평균이 영이고 연속적인 신호로서 선형시스템이 가진다면 그 응답 또한 연속적이고 평균값이 영이다. 따라서 가속도를 적분하여 구한 속도의 평균값이 영이 되도록 초기속도값을 설정함으로써 속도를 구하고, 가속도를 두번 적분하여 구한 변위로부터 최소자승법을 이용하여 직선성분을 제거함으로써 변위를 구할 수 있다. 이와 같은 방법으로 구한 속도와 변위를 Fig. 2에 나타내었는데 실제값과 잘 일치하였다.

2.2.2 고차 다항식성분

실제 실험에서 측정된 데이터는 어느 정도의 잡음을 포함하고 있다. Fig. 3은 잡음레벨이 5%인 가속도데이터를 수치적분하여 얻은 속도 및 변위 데이터를 나타내고 있다. 이때 속도의 평균값이 0,

그리고 변위는 최소자승법으로 직선성분을 제거하도록 초기치를 결정하였다. 여기서, 잡음레벨은 식 (5)와 같이 측정된 신호의 rms값에 대한 잡음의 rms값의 비로서 정의하였다.

$$\text{잡음레벨} = \frac{\text{잡음의 rms값}}{\text{가속도신호의 rms값}} \times 100(\%) \quad (5)$$

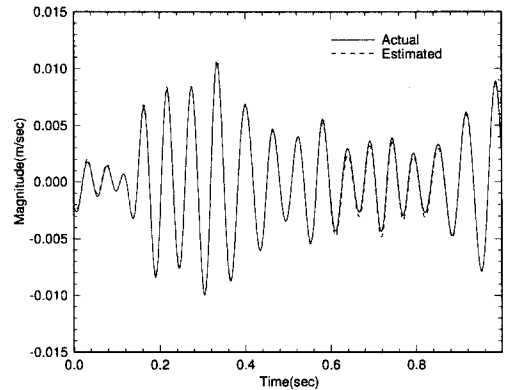
Fig. 3으로부터 속도값은 정확도가 충분히 높지만 변위값은 고차 다항식성분이 남아 있어 실제값과 많은 차이가 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 이 성분은 어떤 방법에 의해 제거되어야 한다. 변위로부터 고차 다항식성분을 제거하는 방법에는 고역통과필터를 통과시키는 방법과 최소자승법으로 다항식성분을 제거하는 방법이 있다.^(8~10) 디지털필터를 통과시키는 방법은 일반적인 디지털필터에 의해 야기되는 위상차를 영으로 하기위해 데이터를

전진(forward) 및 후진(backward) 필터를 통과시켜야 하기 때문에 많은 계산량이 요구된다. 또한 디지털 필터를 통과한 신호는 초기에 과도현상이 나타나므로 디지털필터설계에 사용된 극수(pole)만큼 초기의 데이터를 사용할 수 없어 데이터 손실이 발생한다. 그리고 디지털필터의 차단주파수(cut-off frequency)가 너무 낮으면 원하는 성능이 나오지 못하고, 너무 높으면 실제데이터를 제거할 우려가 있다.⁽¹⁰⁾ 이와 같은 문제로 고역통과필터의 사용은 신중히 고려해야 하기 때문에 본 논문에서는 최소자승법을 사용하여 고차 다항식성분을 제거하였다.

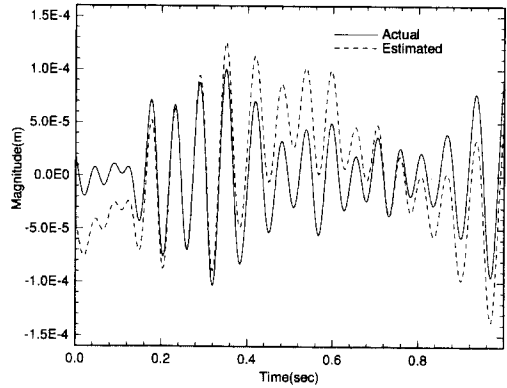
최소자승법으로 저주파수성분을 제거하기 위하여 사용할 고차 다항식은 식 (6)과 같다.

$$y(t) = \sum_{n=1}^{n_{max}} a_n t^n \quad (6)$$

잡음레벨이 5% 인 가속도데이터를 연속 두번 적분하여 얻은 변위데이터에서 발생하는 저주파수 성분은 식 (6)을 이용하여 제거하였다. 이때 다항식 차수 n 에 따른 rms오차와 시스템 매개변수의 추정정확도를 Table 1에 나타내었다. Table 1에서 차수 n 이 커질수록 rms오차가 작아지다가 $n=6$ 일 때 rms오차가 가장 작고 다시 커진다는 것을 알수 있다. 이는 너무 차수를 높게 하여 저주파수성분을 제거한다면 실제 데이터를 제거할 수 있기 때문이다. Fig. 4는 가속도데이터를 두번 적분한 뒤 다항



(a)



(b)

Fig. 3 Comparison of the exact and estimated (a) velocities and (b) displacements when noise is added

Table 1 RMS errors and parameter % errors when polynomial trends of various orders are removed

Order	Errors	rms error (%)	M % error	C % error	K % error
1		155.95	85.73	40.88	92.58
2		42.86	57.02	10.45	61.38
3		42.67	56.90	10.96	61.25
4		14.93	22.34	8.99	23.68
5		11.99	16.92	12.64	17.74
6		7.99	9.13	2.87	9.38
7		8.09	9.32	3.25	9.57
8		10.18	12.23	14.31	12.38
9		12.76	17.00	23.38	17.06
10		18.04	25.93	30.70	26.34

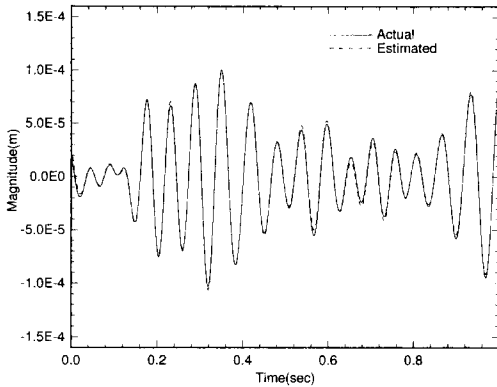


Fig. 4 Comparison of the exact and estimated displacements when low frequency components are removed

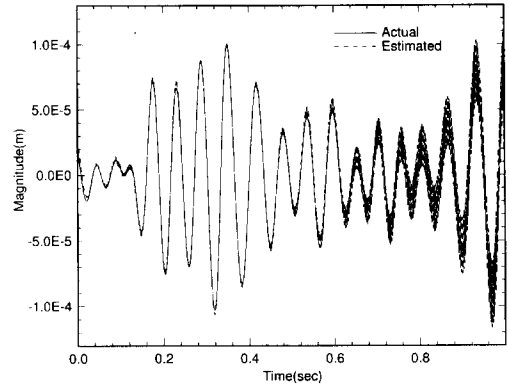


Fig. 5 Comparison of exact and estimated displacements showing large high frequency components when the Simpson rule is used

식 차수 6으로 하여 저주파수성분을 제거한 변위와 시뮬레이션하여 구한 실제 변위를 비교하고 있는데 서로 잘 일치한다는 것을 알 수 있다.

2.2.3 수치적분방법

수치적분에 널리 사용되는 Simpson 적분식은 곡선상의 연속되는 3점을 이용하기 때문에 2점을 연결하여 얻어진 사각형 면적의 합을 구하는 사다리꼴적분식보다 정확한 적분근사치를 구할 수 있다. 그러나 Simpson 적분식은 고주파수에서 매우 불안정하기 때문에 고주파수 잡음을 함유한 신호를 적분할 때 잡음이 크게 증폭되는 문제가 있다. 반면 사다리꼴적분식은 고주파수에서 안정하기 때문에 잡음을 함유한 실험데이터를 수치적분하고자 할 때는 사다리꼴적분식을 사용해야 한다.^(8,10) Fig. 5는 잡음 5%인 가속도데이터를 Simpson 적분식을 이용하여 두번 연속적분한 변위를 나타내었고, Fig. 6은 같은 가속도데이터로부터 사다리꼴적분식을 이용하여 구한 변위이다. 이들 그림으로부터 Simpson 적분식을 사용하여 구한 변위는 매우 불안정함을 알 수 있다.

2.2.4 가진력의 특성

가진신호의 종류가 추정된 매개변수의 정확도에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 소인 정현파(swept sine wave)와 불규칙신호를 가진신호로 사용하였다. 주파수가 8 Hz에서 25 Hz까지 변화하는 소인 정현파와 8 Hz에서 25 Hz까지의 주파수성분만을 갖는 불규칙신호를 1자유도계의 가진력으로 하여 가속도를 구하고, 사다리꼴적분식을 사용하여 속도와 변위를 구하였다. 소인 정현파와 불규칙신호로

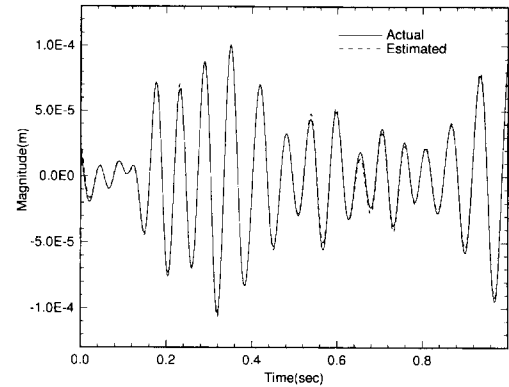


Fig. 6 Comparison of the exact and estimated displacements when the trapezium rule is used

가진하였을 경우 추정된 시스템매개변수는 Table 2와 같다. 이때 rms오차는 각각 2.20%와 2.27%이었다. 이들 결과로부터 소인 정현파로 가진하였을 경우가 불규칙신호로 가진하였을 경우보다 추정된 매개변수의 정확도가 약간 더 높다는 것을 알 수 있다. Fig. 7은 소인 정현파를 사용하여 추정된 시스템 매개변수로부터 예측한 가속도와 실제 가속도를 비교하고 있다. 여기서, 사용된 모든 데이터의 샘플링주파수는 1000 Hz이며, 사용된 데이터의 개수는 1000개이다.

가진력의 주파수성분이 추정된 매개변수의 정확도에 미치는 영향을 살펴보기 위해 저주파성분을 포함한 신호와 저주파성분을 걸러낸 불규칙신호를 사용하였다. 40 Hz이하의 저역통과필터(lowpass filter)와 5~40 Hz의 대역통과필터(bandpass filter)를 각

Table 2 Comparison of the estimated system parameters using the two excitation signals

Parameter	Swept sinuswave		Random	
	Estimated value	% Error	Estimated value	% Error
m	0.9984	0.16	0.9932	0.68
c	6.0079	0.13	5.9159	1.40
k	10000.57	0.01	9947.77	0.52

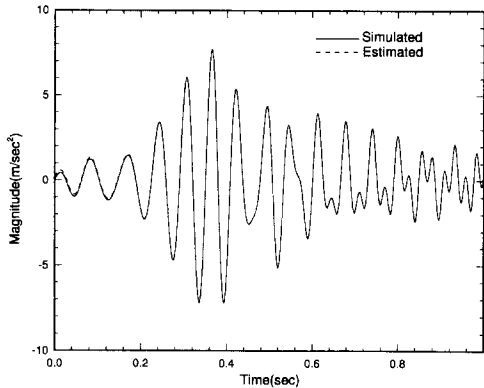


Fig. 7 Comparison of the simulated and estimated accelerations for swept sinuswave excitation

각 통과시킨 불규칙신호를 가진력으로 사용하여 시스템 매개변수를 추정된 결과를 Table 3에 나타내었다. 이 표를 살펴보면 가진력이 저주파수성분을 포함한 경우가 포함하지 않은 경우보다 rms오차가 크다는 것을 알 수 있다. 그 이유는 저주파수성분이 시스템의 응답에 영이 아닌 평균값과 직선성분을 초래함으로써 이들 값의 평균값이 영이라는 가정에 위배되기 때문이다. 이때 샘플링주파수는 1000 Hz이며, 데이터의 개수는 1000개를 사용한 것이다.

2.2.5 샘플링주파수

실험데이터를 측정할 때 샘플링주파수가 낮으면 에일리어싱(aliasing)이 발생하게 되고, 샘플링주파수가 높으면 계산에 필요한 시간과 비용이 많이 소요되어 비경제적이다. 따라서 Nyquist 주파수를 만족하면서 적당한 샘플링주파수를 선택하여야 한다. Table 4는 소인 정현파와 불규칙신호를 가진 신호로 사용하였을 경우 샘플링주파수에 따른 rms 오차를 각각 나타내고 있다. 이 표로부터 샘플링주파수가 높으면 추정된 매개변수의 정확도가 높고, 소인 정현파로 가진시켰을 경우가 불규칙신호로 가

진시킨 경우보다 같은 샘플링주파수에 대하여 매개변수의 정확도가 훨씬 높다는 것을 알 수 있다. 특히 샘플링주파수가 낮은 경우에는 소인 정현파를 사용하였을 때의 정확도가 훨씬 높다. 그 이유는 불규칙신호를 사용할 경우 불규칙성으로 인하여 적분오차가 커지기 때문이다.

2.2.6 잡음레벨

측정된 신호에 포함된 잡음이 추정된 매개변수에 미치는 영향을 고찰하였다. 8 Hz에서 25 Hz까지의 주파수 성분만을 갖는 불규칙신호가 가진력이고, 가속도신호에만 잡음을 포함시켰을 경우 잡음레벨에 따른 rms오차를 Table 5에 수록하였다. 이 표로부터 잡음레벨이 증가함에 따라 rms오차가 비교적 선형적으로 증가함을 알 수 있다.

3. 매개변수 추정법의 적용

앞에서 설명한 매개변수 추정법의 유용성 및 문제점을 평가하기 위하여 이 방법을 2자유도 시물레이션데이터와 실험데이터에 적용하였다.

3.1 시물레이션

본 논문에서 고찰한 추정된 매개변수의 정확도에 영향을 미치는 여러 가지 조건들 중 정확도를 높일 수 있거나 효율적인 방법만 택하여 Fig. 8과 같은 선형 2자유도계의 시스템 매개변수를 추정하였다. 적분은 사다리꼴방법, 샘플링주파수는 1000 Hz, 데이터 개수는 1024개, 가진력은 대역통과 필터를 통과시킨 불규칙신호를 택하였다. Table 6은 시물레이션에 사용한 2자유도계의 매개변수와 추정된 매개변수를 나타내고 있는데 정확한 매개변수가 추정되었음을 알 수 있다. 이 때 각 질량에서의 rms오차는 각각 0.88 %와 1.46 % 이었다.

본 매개변수 추정법은 별다른 어려움 없이 비선형시스템에도 확장 적용할 수 있다. 본 방법을 3차

Table 3 Estimated parameters and rms errors for excitation signals with and without low frequency components

Excitation signal	Parameter	rms Error (%)
With low frequency components	m = 1.002	4.05
	c = 6.184	
	k = 10019.718	
Without low frequency components	m = 0.997	1.87
	c = 6.159	
	k = 9969.298	

Table 4 RMS errors for various sampling frequencies when a swept sine wave and random signal are used as an excitation signal

Sampling frequency (Hz)	No. of data	rms Error (%)	
		Swept sine wave	Random signal
1000.00	9000	0.17	1.87
500.00	4500	0.22	4.08
333.33	3000	0.68	14.35

Table 5 RMS errors and parameter % errors for various noise levels

Noise level (%)	Error	rms Error (%)	M % Error	C % Error	K % Error
0		1.29	0.21	0.50	0.05
1		3.09	1.28	0.38	1.13
2		4.20	2.65	0.73	2.56
5		7.99	9.13	2.87	9.38
10		15.41	23.99	4.26	24.99

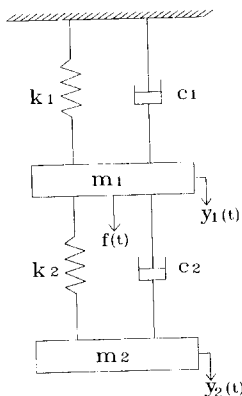


Fig. 8 2 DOF simulated system

강성 및 쿨롱감쇠가 포함된 2자유도 비선형계에 적용하였을 때에도 1% 이내의 오차로 모든 매개변수를 추정하였다. 그러나 논문을 간략하게 하기 위하여 그 결과는 수록하지 않도록 하겠다.

3.2 실험

본 논문의 시스템 매개변수 추정법을 평가하기 위하여 집중질량(lumped mass)으로 이루어진 2자유도계 구조물을 만들어 실험을 수행하였다. 실험 장치도는 Fig. 9와 같다. 구조물의 첫번째 질량을 전동가진기(electro-dynamic exciter)로 가진하며, 구조물에 전달되는 힘을 힘검출소자(force trans-

Table 6 Estimated parameters of the 2 DOF simulated system

Parameter	Exact value	Estimated value
m_1	1.0	1.000
m_2	2.0	1.999
c_1	6.0	6.037
c_2	6.0	5.998
k_1	10000.0	10000.104
k_2	10000.0	9998.065

ducer)로 측정하고, 첫번째 질량과 두번째 질량에 가속도계(PCB 302A)를 설치하여 가속도를 동시에 측정하였다. 측정된 신호를 신호분석기(Tektronix 11403)로 획득하여 GPIB를 통해 컴퓨터에 저장하였다. 가진 신호로는 불규칙신호와 소인 정현파를 사용하였다.

주파수성분 0~50 Hz의 불규칙신호로 가진하였을 때의 추정결과를 Table 7에 나타내었다. Table 7의 결과는 2000 Hz의 샘플링주파수, 2048개의 측정된 데이터로부터 추정된 매개변수를 각각 10회 평균한 값이다. 이때 rms오차의 평균값은 각각 0.96%, 2.09%이었다. Table 7의 결과를 보면 표준편차가 비교적 크고, 특히 감쇠값의 표준편차가 상대적으로 크다는 것을 알 수 있다. 이는 동일한

시스템의 매개변수를 반복적으로 추정할 때 추정값의 변화가 크다는 뜻이고, 측정신호에 포함된 잡음의 영향으로 판단된다. 감쇠값의 표준편차가 커서 정확한 값을 추정하기 어렵다는 사실은 다른 일반적인 매개변수 추정법에서도 나타나는 공통된 현상이다. 추정된 시스템 매개변수로부터 예측한 가속도와 측정된 가속도를 Fig. 10에 나타내었는데 비교적 잘 일치하였다. 이 때 추정된 시스템매개변수로부터 합성한 주파수응답함수(frequency response function)와 FFT 분석기(Ono sokki CF-350)로 측정된 주파수응답함수를 Fig. 11에 함께 나타내었다. 두 주파수응답함수가 잘 일치하지는 않으나 측정된 주파수응답함수 역시 정확하다고 단정지을 수 없으므로 이 비교로부터는 어떤 결론을 내리기가 어렵다.

샘플링데이터 개수에 따른 추정영향을 고찰하기 위해 불규칙신호를 가진력으로 사용하여 각각 2048개와 4096개의 샘플링데이터를 획득하였다. 획득된 데이터로부터 추정된 매개변수값은 Table 8과 같다. 2048개의 샘플링데이터로부터 추정하였을 때 rms오차는 0.96%, 2.09%이고, 4096개의 샘플링 데이터일 때는 1.21%, 3.55%로서 데이터 개수를

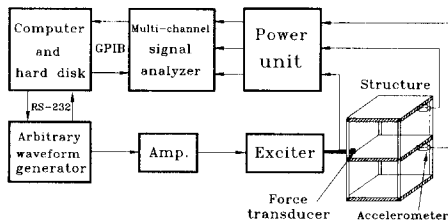


Fig. 9 Schematic of the measurement setup

Table 7 Estimated parameters when a random signal is used as an excitation signal

Parameter	Mean value	Standard deviation
m_1	0.7328	0.0158
m_2	0.6689	0.0207
c_1	0.9412	0.3690
c_2	0.1404	0.0931
k_1	4490.83	226.29
k_2	3339.83	92.91

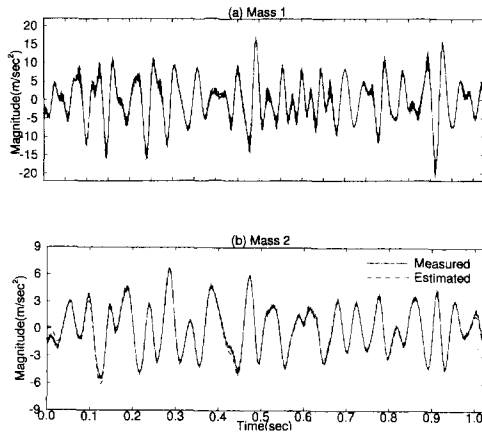


Fig. 10 Comparison of the estimated and measured acceleration responses for random signal excitation

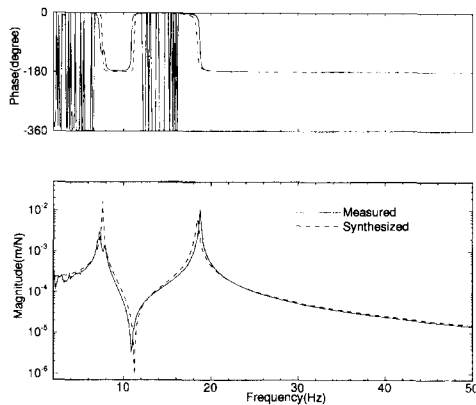


Fig. 11 Comparison of the measured and synthesized FRFs

증가시켜도 매개변수의 표준편차와 rms오차가 개선되지 않았음을 알 수 있다.

3~40 Hz의 소인 정현파로 가진하고, 5000 Hz의 샘플링주파수와 4096개의 샘플링데이터로부터 시스템 매개변수를 추정하였다. 추정된 매개변수를 각각 10회 평균한 결과와 표준편차는 Table 9와 같다. 이 경우의 rms오차의 평균값은 각각 0.68 %, 2.62 %로서 불규칙신호를 사용할 때와 비교하여 매개변수의 표준편차와 rms오차의 관점에서 정확도가 개선되지 않았다.

측정데이터에 포함된 잡음의 영향을 줄이기 위하여 동일한 조건하에서 측정을 반복하고, 그 측정데이터를 평균하였다. 즉, 동일한 조건하에서 3~40 Hz의 소인 정현파로 가진하며, 4096개의 데이터를 32회 반복 측정하여 평균하였다. 이 평균한 데이터로부터 매개변수를 추정하는 과정을 여러번 반복하여 그 결과를 Table 10에 나타내었다. 이때의 rms 오차의 평균값은 각각 0.09 %, 0.62 %로서 매개변수의 표준편차와 rms오차 모두 월등하게 개선되었다. 이것은 측정시 시간영역데이터를 32회 평균하여 잡음을 줄인 결과이며, 본 매개변수 추정법이었다. 이것은 측정시 시간영역데이터를 32회 평균하여 잡음을 줄인 결과이며, 본 매개변수 추정법이 잡음에 매우 민감하다는 것을 의미한다. Fig. 12는 추정된 매개변수로부터 예측한 가속도와 측정된 가속도를 비교하고 있는데, 두 가지 가속도응답이 잘 일치함을 알 수 있다.

본 시스템 매개변수 추정법의 정확성 및 신뢰도를 평가하기 위해 첫번째 질량점에 50.0 g을 부가하고 앞의 매개변수 추정을 반복하였다. 질량 부가 전후의 매개변수 추정결과를 Table 10에 나타내었

Table 8 Effect of the number of data points on the accuracy of the estimated parameters

Parameter	2048 Data points		4096 Data points	
	Mean value	Standard deviation	Mean value	Standard deviation
m_1	0.7328	0.0158	0.7224	0.0174
m_2	0.6689	0.0207	0.6428	0.0193
c_1	0.9412	0.3690	0.6868	0.3988
c_2	0.1404	0.0931	0.2749	0.1852
k_1	4490.83	226.29	4358.92	279.40
k_2	3339.83	92.91	3264.86	88.00

Table 9 Estimated parameters when a swept sine wave is used as an excitation signal

Parameter	Mean value	Standard deviation
m_1	0.7319	0.0154
m_2	0.6591	0.0192
c_1	0.8315	0.3183
c_2	0.1926	0.1757
k_1	4500.46	231.72
k_2	3311.67	92.62

Table 10 Estimated parameters when measured data are averaged

Parameter	Before mass is added		After mass is added	
	Mean value	Standard deviation	Mean value	Standard deviation
m_1	0.7829	0.0009	0.8336	0.0013
m_2	0.7236	0.0011	0.7276	0.0021
c_1	1.1936	0.0664	1.2198	0.1655
c_2	0.0618	0.0367	0.0566	0.0393
k_1	5186.88	16.53	5176.67	19.96
k_2	3574.42	6.35	3581.84	8.69

다. 질량을 부가하기 전과 비교했을 때, m_1 은 50.7 g 증가하고, 다른 매개변수의 변화는 미미하였다. 이로부터 본 매개변수 추정법의 정확도를 입증할 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 기계시스템을 가진시켜 측정한 가진력과 가속도데이터로부터 시스템 매개변수를 직접추정하는 방법의 특성에 관하여 고찰하였다. 추정된 매개변수의 정확도에 영향을 미치는 여러 가지 조건, 즉 적분초기치를 구하는 방법, 적분방법, 샘플링주파수, 가진력의 특성과 잡음의 영향을 고찰하였다.

가속도를 수치적분할 때 필요한 속도와 변위의 초기치는 속도의 평균값이 영이 되도록 하는 값을 초기속도값으로, 그리고 변위의 초기치는 최소자승법을 이용하여 직선성분을 제거함으로써 구하였다. 그러나 측정데이터에 잡음이 포함된 경우에는 6차의 고차 다항식성분을 제거함으로써 보다 정확한 추정결과를 얻을 수 있었다. 수치적분방법으로는

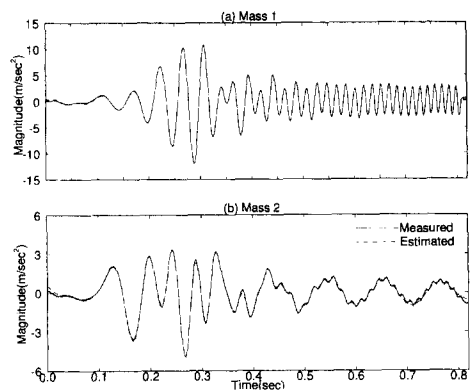


Fig. 12 Comparison of the estimated and measured acceleration responses when measured data are averaged

Simpson 적분식이 고주파수에서 매우 불안정하기 때문에 사다리꼴적분식이 적합함을 알 수 있었다. 가진신호로 소인 정현파를 사용하면 불규칙신호를 사용할 때보다 매개변수 정확도를 약간 높일 수 있었고, 가진신호에서 저주파수성분을 제거함으로써

추정정확도를 높일 수 있었다. 샘플링주파수가 높을수록 매개변수 추정정확도가 높았고, 가진신호로 소인 정현파를 사용할 때는 샘플링주파수가 낮아도 추정정확도가 비교적 높았으나 불규칙신호를 사용할 경우에는 샘플링주파수가 낮아짐에 따라 추정정확도가 급격히 떨어졌다.

본 매개변수 추정법의 유용성 및 특성을 확인하고자 본 추정법을 집중질량계로 이루어진 2자유도계 구조물의 실험데이터에 적용하였다. 시스템의 매개변수를 반복적으로 추정할 때 가진신호의 종류에 상관없이 추정된 매개변수의 변화가 커서 표준편차가 비교적 컸다. 특히 질량, 강성값에 비해 감쇠값의 표준편차가 크게 나왔는데 이는 정확한 감쇠값을 추정하기 어렵다는 것을 의미한다. 샘플링 데이터 개수를 증가시켰을 때에도 추정된 매개변수의 정확도는 개선되지 않았다. 그러나 동일한 조건하에서 반복적으로 측정된 데이터를 평균하여 잡음을 줄이고, 이 평균한 데이터로부터 매개변수를 추정하였을 때 추정정확도는 월등하게 개선되었다. 이로부터 본 매개변수 추정법은 잡음에 매우 민감하고, 데이터를 평균하여 잡음을 줄임으로써 보다 정확한 매개변수를 추정할 수 있음을 알 수 있다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 항공기부품기술연구센터의 연구비지원에 의하여 이루어졌습니다.

참고문헌

- (1) Fritzen, C., 1986, "Identification of Mass, Damping and Stiffness Matrices of Mechanical System," *Trans. of the ASME, J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 108, pp. 9~16.
- (2) Chen, S. Y., Ju, M. S. and Tsui, Y. G., 1996, "Estimation of Mass, Stiffness and Damping Matrices from Frequency Response Functions," *Trans. of the ASME, J. of Vibration and Acoustics*, Vol. 118, pp. 78~82.
- (3) Roemer, M. J. and Mook, D. J., 1992, "Mass, Stiffness and Damping Matrix Identification: An Integrated Approach," *Trans. of the ASME, J. of Vibration and Acoustics*, Vol. 114, pp. 358~363.
- (4) Meirovitch, L., 1975, *Elements of Vibration Analysis*, McGraw-Hill, New York.
- (5) Juang, J. -N. and Pappa, R. S., 1986, "Effects of Noise on Modal Parameters Identified by the Eigensystem Realization Algorithm," *AIAA, J. of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 9, No. 3, pp. 294~303.
- (6) Mook, D. J. and Junkins, J. L., 1988, "Minimum Model Error Estimation for Poorly Modeled Dynamics Systems," *AIAA, J. of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 11, No. 4, pp. 367~375.
- (7) Mohammad, K. S., Worden, K. and Tomlinson, G. R., 1992, "Direct Parameter Estimation for Linear and Non-Linear Structures," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 152, No. 3, pp. 471~499.
- (8) Worden, K., 1990, "Data Processing and Experiment Design for the Restoring Force Surface Method, Part I : Integration and Differentiation of Measured Time Data," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 4, No. 4, pp. 295~319.
- (9) Worden, K., 1990, "Data Processing and Experiment Design for the Restoring Force Surface Method, Part II : Choice of Excitation Signal," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 4, No. 4, pp. 321~344.
- (10) Audenino, A. L. and Belingardi, G., 1996, "Processing of Simultaneous Mechanical Random Response Signals : Integration, Differentiation and Phase Shifts Correction," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 10, No. 3, pp. 277~291.
- (11) Strang, G., 1988, *Linear Algebra and Applications*, Harcourt Brace Jovanovich, Inc.