

〈논 문〉

유연성과 강성을 고려한 최적구조설계 — 컴플라이언트 메카니즘설계에의 적용 —

민승재* · 西脇眞二** · 菊池昇**

(1996년 11월 30일 접수)

Optimum Structural Design Based on Flexibility and Stiffness — Application to Compliant Mechanism Design —

Seungjae Min, Shinji Nishiwaki and Noboru Kikuchi

Key Words : Optimum Structural Design(최적구조설계), Topology Optimization(토폴로지 최적화), Compliant Mechanism(컴플라이언트 메카니즘), Flexible Structure(유연구조), Finite Element Analysis(유한요소해석)

Abstract

The flexibility as well as the stiffness is required to perform mechanical function of a structure such as compliant mechanisms, which can be applied to MEMS(Micro-Electro-Mechanical Systems), flexible manufacturing devices, and design for no assembly. In this paper, the optimal design problem to achieve both structural flexibility and stiffness is formulated using multi-objective function, and the optimization problem is resolved by using Finite Element Method (FEM) and Sequential Linear Programming(SLP). Design examples of compliant mechanisms are presented to validate the design method.

1. 서 론

종래의 최적구조설계에서는 대부분 구조물의 강성을 최대화하는데 그 목표를 두었다. 그러나 구조설계에 유연성이 반영된다면, 강성구조보다 더 향상된 효과를 얻을 수 있는 유연구조를 생성할 수 있다. 이러한 유연구조는 기계적 기능을 가능하게 한다. 그 예로 구조의 유연성을 이용한 기구인 컴플라이언트 메카니즘이 최근 주목을 받고 있다. 컴플라이언트 메카니즘은 구조의 탄성변형을 기계적 동작기능으로 이용하는 새로운 조인트없는 기구를 말한다. 이 기구는 특히 미세동작이 요구되는 분야

에 적합하며, 응용분야로 MEMS장치, 자동차 및 항공기시스템, 유연생산장비 등 광범위하게 적용되고 있다. 또한 컴플라이언트 메카니즘은 단순생산의 장점을 이용하여 조립없는 설계를 가능하게 한다.

컴플라이언트 메카니즘의 설계법 및 실효성에 관한 논의가 시작된 것은 최근의 일이다. 예를 들면 Howell^(1,2) 등은 종래의 강체 및 조인트로 구성된 기구의 해석법을 이용한 설계법을 제안하였다. 그러나 이 방법으로는 제한된 위치에 피벗(pivot)라는 유연한 구조부위를 추가하는 것은 가능해도 기구전체의 유연성을 이용한 기구형상을 만드는 것은 어렵다. 한편 Sigmund⁽³⁾는 미세구조생성법을 개량하여 목적함수를 체적최소화로 정하고, 전체구조의 유연성을 이용한 기구생성법을 제안하였다.

*회원, 미시건대학교 기계공학과

**미시건대학교 기계공학과

또한 Larsen⁽⁴⁾은 입력부와 출력부에 대한 하중과 변형량의 상대적 비율을 목적함수로 설정하였다. 그러나 어떤 방법도 유연성의 최대화를 목표로 하지 않았기 때문에 실제 유연성을 추구한 형상을 생성하기는 어렵다.

따라서 본 논문에서는 구조물의 유연성을 고려할 수 있는 구조설계법을 제안하고, 그 방법을 컴플라이언트 메카니즘 형상설계에 적용하고자 한다. 먼저 2차원 구조물의 유연성과 강성을 표현하기 위한 수식을 전개하고, 이어서 컴플라이언트 메카니즘 설계를 대상으로 유연성과 강성의 최대화를 목표로 다목적 최적화문제를 정의한 후, 균질화법을 이용한 최적화 알고리즘을 적용한다. 컴플라이언트 메카니즘설계에 있어서, 메쉬(mesh)크기와 체적조건이 최적형상에 미치는 영향을 검토한다. 마지막으로 본 방법에 의해 구한 토폴로지로부터 구체적인 형상을 생성하고, 구체적 설계안의 타당성을 유한요소법을 이용해 검증한다.

2. 유연성의 형식화

본 논문에서는 Fig. 1과 같은 2차원 탄성변형문제를 고려한다. 탄성체는 등방성재료이고, 경계 Γ_a 를 완전히 고정한다. 경우 (a)에서는 탄성체 경계 Γ_{i1} 에 표면력 t^1 이 작용하고, 이때 영역 Ω 의 탄성체 변형장은 $u^1 = \{u_1^1, u_2^1\}$ 이다. 경우 (b)에서는 탄성체 경계 Γ_{i2} 에 표면력 t^2 이 작용하고, 이때 영역 Ω 의 탄성체 변형장은 $u^2 = \{u_1^2, u_2^2\}$ 이다. 또한 문제를 단순화시키기 위해 탄성체에 작용하는 물체력은 없는 것으로 가정한다.

여기서, 경우 (b)에 표시된 경계 Γ_{i2} 상의 t^2 가 단위 표면력이라고 가정하면, 다음 식으로 표현된 평균컴플라이언스(mean compliance)가 표면력 t^1 에 의한 경계 Γ_{i2} 상의 유연성을 나타내는 척도이다.

$$L^2(u^1) = \int_{\Gamma_{i2}} t_i^2 u_i^1 d\Gamma \text{ for } u^1 \in V \quad (1)$$

여기서, V 는 $V = \{v \mid v_i \in H^1(\Omega) \text{ with } v = 0 \text{ on } \Gamma_a \ i=1, 2\}$ 로 정의되는 허용가능한 선형공간이다. 따라서 $L^2(u^1)$ 를 최대화함으로써, 표면력 t^1 을 작용했을 경우의 경계 Γ_{i2} 상의 탄성체의 유연성을 최대화할 수 있다.

다음으로 Fig. 1에 표시된 두 경우에 있어서, 상

호위치에너지(mutual potential energy)개념^(5,6)을 이용하여 에너지 관계식을 유도한다. 이때 가상일 원리는 다음 식과 같다.

$$a(u^1, v^2) = L^1(v^2) \text{ for } u^1 \in V, \forall v^2 \in V \quad (2)$$

$$a(u^2, v^1) = L^2(v^1) \text{ for } u^2 \in V, \forall v^1 \in V \quad (3)$$

여기서, $a(u, v)$ 는 다음 식으로 표시된다.

$$a(u, v) = \sum_{i,j,k,l=1}^2 \int_{\Omega} E_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial v_l}{\partial x_j} d\Omega \quad (4)$$

또한 전체 상호위치에너지는 다음과 같이 정의한다.

$$F(v^1, v^2) = \frac{1}{2} a(v^1, v^2) - \frac{1}{2} L^1(v^2) - \frac{1}{2} L^2(v^1) \quad (5)$$

Fig. 1에 표시된 평형상태에서는 아래와 같은 관계가 성립하므로

$$L^2(u^1) = a(u^2, u^1) = a(u^1, u^2) = L^1(u^2) \quad (6)$$

평균컴플라이언스와 전체 상호위치에너지의 관계는 다음 식으로 표현된다.

$$F(u^1, u^2) = \frac{1}{2} a(u^1, u^2) - \frac{1}{2} L^1(u^2) - \frac{1}{2} L^2(u^1) = -\frac{1}{2} L^2(u^1) \quad (7)$$

다음으로 평형상태에서 탄성계수 E_{ijkl} 가 설계변수 A 의 함수라고 가정하고, 전체 상호위치에너지의 설계변수 A 에 대한 변분을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta F(u^1, u^2, A) &= \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l=1}^2 \int_{\Omega} E_{ijkl} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\delta u_k + \frac{\partial u_k}{\partial A} \right) \frac{\partial u_l^2}{\partial x_j} d\Omega \\ &\quad - \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{i2}} t_i^2 \left(\delta u_i^1 + \frac{\partial u_i^1}{\partial A} \delta A \right) d\Gamma \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l=1}^2 \int_{\Omega} E_{ijkl} \frac{\partial u_k^1}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\delta u_l^2 + \frac{\partial u_l^2}{\partial A} \delta A \right) d\Omega \\ &\quad - \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{i1}} t_i^1 \left(\delta u_i^2 + \frac{\partial u_i^2}{\partial A} \delta A \right) d\Gamma \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l=1}^2 \int_{\Omega} \left(\frac{\partial E_{ijkl}}{\partial A} \right) \frac{\partial u_k^1}{\partial x_i} \frac{\partial u_l^2}{\partial x_j} d\Omega \delta A \quad (8) \end{aligned}$$

위 식에서 $v_k^1 = \delta u_k^1 + \frac{\partial u_k^1}{\partial A} \delta A$, $v_k^2 = \delta u_k^2 + \frac{\partial u_k^2}{\partial A} \delta A$

라고 가정하면, 설계변수 A 에 대한 전체 상호위치 에너지 F 의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial F}{\partial A} = \times \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l=1}^2 \int_{\Omega} \left(\frac{\partial E_{ijkl}}{\partial A} \right) \frac{\partial u_k^1}{\partial x_l} \frac{\partial u_l^2}{\partial x_j} d\Omega \quad (9)$$

식 (7)의 관계식을 이용하면, 설계변수 A 에 대한 $L^2(u^1)$ 의 민감도는 다음 식으로 표현된다.

$$\frac{\partial L^2(u^1)}{\partial A} = - \sum_{i,j,k,l=1}^2 \int_{\Omega} \left(\frac{\partial E_{ijkl}}{\partial A} \right) \frac{\partial u_k^1}{\partial x_l} \frac{\partial u_l^2}{\partial x_j} d\Omega \quad (10)$$

3. 강성의 형식화

Fig. 1에서 경우 (a)의 탄성변형을 생각하면, 이 경우 표면력 t^1 이 작용한 부분의 평균컴플라이언스는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} L^1(u^1) &= \int_{\Gamma_i} t^1 \cdot u^1 d\Gamma \\ &= \int_{\Gamma_i} t_i^1 u_i^1 d\Gamma \text{ for } u^1 \in V \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, $L^1(u^1)$ 를 최소화시킴으로써, Γ_i 상의 강성은 최대화된다. Fig. 1에서 평형관계식과 위치에너지는 각각 다음과 같다.

$$L^1(u^1) = a(u^1, u^1) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} F(u^1) &= \frac{1}{2} a(u^1, u^1) - L^1(u^1) \\ &= -\frac{1}{2} L^1(u^1) \end{aligned} \quad (13)$$

또한 평형상태에서 설계변수 A 에 대한 전체 위치에너지의 변분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta F(u^1, A) &= \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l=1}^2 \int_{\Omega} \left(\frac{\partial E_{ijkl}}{\partial A} \right) \frac{\partial u_k^1}{\partial x_l} \frac{\partial u_l^1}{\partial x_j} d\Omega \delta A \end{aligned} \quad (14)$$

따라서 설계변수 A 에 대한 $L^1(u^1)$ 의 민감도는 다음 식으로 표현된다.

$$\frac{\partial L^1(u^1)}{\partial A} = - \sum_{i,j,k,l=1}^2 \int_{\Omega} \left(\frac{\partial E_{ijkl}}{\partial A} \right) \frac{\partial u_k^1}{\partial x_l} \frac{\partial u_l^1}{\partial x_j} d\Omega \quad (15)$$

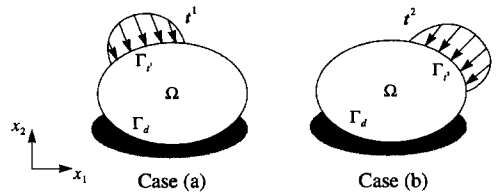


Fig. 1 Elastic body under different surface forces

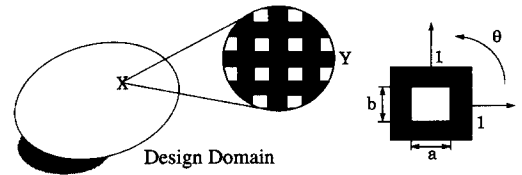


Fig. 2 Unit cell of microstructure

4. 균질화법

참고문헌(7,8)에 나타난 바와 같이 구조의 토폴로지 최적화문제를 해결하기 위해서는 주어진 설계영역을 완화할 필요가 있다. 본 논문에서도 완화방법에 있어서 참고문헌(7,8)과 동일한 균질화법을 사용한다. 균질화법에 사용된 2차원 미세구조로는 Fig. 2에 표시된 단위셀(unit cell)을 이용한다. 여기서 설계변수는 각 단위셀의 구멍크기 a , b 와 회전각도 θ 이다. 그리고 균질화된 탄성계수를 구하기 위해 다음 관계식을 만족하는 특성함수를 구한다.

$$\begin{aligned} \int_{Y} \sum_{m,n=1}^2 E_{ijmn} \frac{\partial \chi_m^{kl}}{\partial y_n} \frac{\partial v_i}{\partial y_j} dY \\ = \int_{Y} \sum_{i,j=1}^2 E_{ijkl} \frac{\partial v_i}{\partial y_j} dY \text{ for } \forall v \in V_Y \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, V_Y 는 $V_Y = \{ v \mid v_i \in H^1(\Omega) \text{ } v \text{ is } Y\text{-periodic in the unit cell } Y, k, l=1, 2 \}$ 으로 정의된 Sobolev 공간의 부분공간이다. 식 (16)에서 계산한 특성함수 χ 를 다음 식에 대입하여 균질화된 탄성계수 E_{ijkl}^H 를 구한다.

$$E_{ijkl}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y \left(E_{ijkl} - \sum_{m,n=1}^2 E_{ijkm} \frac{\partial \chi_m^{kl}}{\partial y_n} \right) dY \quad (17)$$

위 식에 따라 a , b 와 E_{ijkl}^H 의 관계가 성립되고, 회전각도 θ 와의 관계는 E_{ijkl}^H 를 회전변환시켜 다음과 같이 구한다.

$$E_{ijkl}^C = \sum_{I,J,K,L=1}^2 E_{IJKL}^H R_{iI} R_{jJ} R_{kK} R_{lL} \quad (18)$$

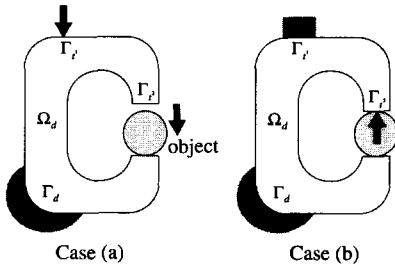


Fig. 3 Compliant mechanism

여기서, R_{ij} 는 회전변환행렬을 나타낸다. 따라서 미세구조상에서 설계변수에 따른 균질화된 탄성계수로 E_{ijkl}^0 를 사용한다.

5. 최적화문제 정의

컴플라이언트 메카니즘 형상설계를 예로 하여 Frecker⁽⁹⁾와 같은 최적화문제를 정의한다. Fig. 3에 나타난 바와 같이 기구설계에는 유연성을 갖는 부분과 강성을 갖는 부분이 필요하다. 즉, 경우 (a)와 같이 탄성체 Γ_{t1} 부분에 하중이 작용할때 기구로서 변형하기 위해서는 Γ_{t2} 부분에 유연성이, 그리고 경우 (b)와 같이 대상물체의 반력에 대해서는 Γ_{t2} 부분에 강성이 요구된다. 또 경우 (b)에 있어서는 하중이 Γ_{t1} 부분에 작용한다는 전제하에 Γ_{t2} 부분의 강성은 Γ_{t1} 부분을 완전구속한 상태로 평가할 필요가 있다.

경우 (a)의 유연성에 관한 최적화문제는 다음과 같은 목적함수로 표현된다.

$$\max L^2(u^1) = \int_{\Gamma_r} t_i^2 u_i d\Gamma \quad (19)$$

또한 다음의 평형방정식과 체적구속조건을 만족해야 한다.

$$a(u^1, v^1) = L^1(v^1) \quad \text{for } u^1 \in V, \forall v^1 \in V^{(a)} \quad (20)$$

$$a(u^2, v^2) = L^2(v^2) \quad \text{for } u^2 \in V, \forall v^2 \in V^{(a)} \quad (21)$$

$$\int_{\Omega_d} (1-ab) d\Omega \leq \Omega_s \quad (22)$$

여기서, $V^{(a)}$ 는 $V^{(a)} = \{v \mid v_i \in H^1(\Omega) \text{ with } v=0 \text{ on } \Gamma_d\}$ 로 정의된 허용가능한 선형공간이고, Ω_s 은 체적구속량을 나타낸다.

한편 경우 (b)의 강성에 관한 최적화문제는 다음과 같은 목적함수로 표현된다.

$$\min L^3(u^3) = \int_{\Gamma_t} t_i^3 u_i d\Gamma \quad (23)$$

또한 다음의 평형방정식과 체적구속조건, 식 (22)를 만족해야 한다.

$$a(u^3, v^3) = L^3(v^3) \text{ for } u^3 \in V, \forall v^3 \in V^{(b)} \quad (24)$$

여기서, $t_i^3 = -t_i^2$ 이고, $V^{(b)}$ 는 $V^{(b)} = \{v \mid v_i \in H^1(\Omega) \text{ with } v=0 \text{ on } \Gamma_d \text{ and } \Gamma_{t1}\}$ 로 정의되는 허용가능한 선형공간이다.

일반적으로 다목적문제의 해결방법으로 가중치합산법이 사용되고 있으나, 본 최적화문제에서는 설계변수가 최적값에 근접할때 식 (19)와 식 (23)의 평균컴플라이언스에 큰 차이가 생기므로 이방법으로 두가지 최적화문제를 동시에 만족하는 해를 구하는 것은 어렵다. 따라서 식 (19)와 식 (23)의 다목적문제를 다음의 최적화문제로 변환하여 그 해를 구하고자 한다.

$$\max \frac{L^2(u^1)}{L^3(u^3)} \quad (25)$$

한편 구속조건은 식 (20), 식 (21), 식 (22), 식 (24)이다.

6. 최적화 알고리즘

본 논문에서는 빠른 수렴속도는 기대할 수 없으나 어떤 목적함수에서나 많은 설계변수의 최적화문제를 해결할 수 있는 순차적 선형계획법(sequential linear programming)을 사용하였다. 먼저 목적함수와 구속조건에 대한 민감도를 구하여 최적화문제를 선형화한 다음, 이동극한값(move limit)을 이용하여 설계변수를 갱신한다. 여기서, 이동극한값은 설계변수의 10%로 결정되고 하한값은 0, 상한값은 1로 설정하였다.

전체적인 최적화 알고리즘은 Fig. 4와 같다. 우선 균질화법과 유한요소법을 이용하여 필요한 값을 계산한 다음, 설계변수 a 와 b 는 순차적 선형계획법에 의해 갱신한다. 회전각도 0는 목적함수가 최대가 되도록 갱신하는데, 경우 (b)의 목적함수가 최소화되는 방향과 동일하다고 볼 수 있으므로 근사적으로 그 방향으로 각도를 갱신한다. 순차적 선

형계획법에 필요한 설계변수 A 에 대한 목적함수의 민감도는 식 (6), 식 (10), 식 (12), 식 (15)로부터 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial A} \left(\frac{L^2(u^1)}{L^3(u^3)} \right) \\ &= - \sum_{i,j,k,l=1}^2 \left[\int_{\Omega} \left(\frac{\partial E_{ijkl}}{\partial A} \right) \frac{\partial u_k^1}{\partial x_i} \frac{\partial u_l^2}{\partial x_j} d\Omega \right] a(u^3, u^3) \\ & \quad + a(u^1, u^2) \left[\sum_{i,j,k,l=1}^2 \int_{\Omega} \left(\frac{\partial E_{ijkl}}{\partial A} \right) \frac{\partial u_k^3}{\partial x_i} \frac{\partial u_l^3}{\partial x_j} d\Omega \right] \\ & \quad / a(u^3, u^3)^2 \end{aligned} \quad (26)$$

또한 설계변수 a 와 b 에 대한 체적구속조건의 민감도는 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial a} \left(\int_{\Omega_d} (1-ab) d\Omega \right) = \int_{\Omega_d} (-b) d\Omega \quad (27)$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \left(\int_{\Omega_d} (1-ab) d\Omega \right) = \int_{\Omega_d} (-a) d\Omega \quad (28)$$

7. 수치 예

컴플라이언트 메카니즘 형상설계를 위한 2차원 토폴로지 최적화 예를 들어본다. 해석에 필요한 모델의 재료상수값으로는 Young률 100, Poisson비 0.3을 사용하였으며, 단위하중을 가하여 해석하였다.

7.1 메쉬크기가 최적해에 미치는 영향

메쉬크기가 앞서 정의한 목적함수에 따라 구한 최적해에 주는 영향을 간단한 예제를 통해 알아본다. Fig. 5에 표시한 바와 같이 설계영역 Ω_d 의 좌측상단을 완전히 고정하고, $A(\Gamma_1)$ 부분에 화살표 방향으로 하중이 가해졌을 경우, $B(\Gamma_2)$ 부분의 화살표방향의 변위를 최대화하는 동시에 B부분의 강성을 최대화하였다. 실제로는 Fig. 5의 두배인 대형설계영역을 고려하였으나, 중심선에 대한 대칭조건을 부여하여 반쪽부분만 해석하였다. 또한 설계변수의 초기값은 모든 유한요소 $a=b=0.95$, $\theta=0.0$ 을 설정하고, 체적조건은 $\Omega_s=320$ 로 정하고 최적화를 수행하였다. Fig. 6은 유한요소가 60×30 인 경우 식 (25)의 목적함수와 식 (19)와 식 (23)의 평균컴플라이언스의 수렴경향을 보여준다. 목적함수가 최적점에 접근했을 때 식 (19)의 평균컴플라이언스는 충분히 커지고, 식 (23)의 평균컴플라이언스는 작아지는 것을 확인할 수 있다. Fig. 7는 각각 800개, 1800개, 3200개의 서로 다른 유한요소

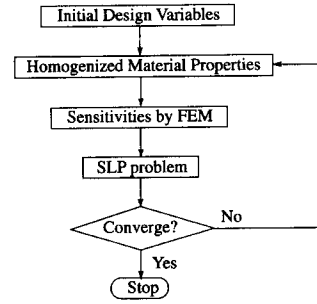


Fig. 4 Optimization algorithm

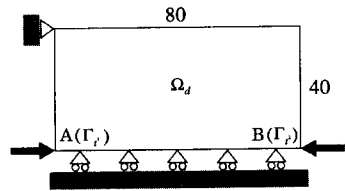


Fig. 5 Design domain of a simple problem

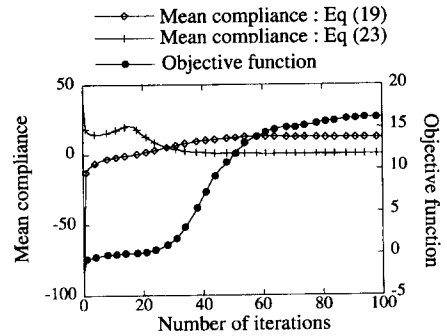
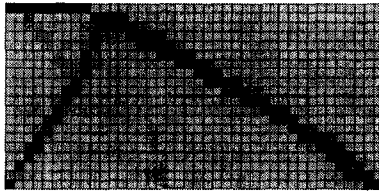


Fig. 6 Convergence history of the simple problem

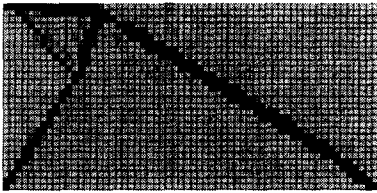
갯수를 사용하였을 경우의 최적해를 나타낸다. 여기서 음영은 재료의 밀도를 나타낸다. 즉 회색에서 검은색이 될수록 단위셀의 구멍크기가 줄어들어 밀도가 증가함을 표시한다. 이를 비교해 보면, 세부적으로 다소의 차이는 있으나 전체 토폴로지는 거의 일치함을 알 수 있다.

7.2 체적구속조건이 최적해에 미치는 영향

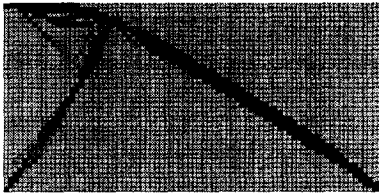
체적구속량 Ω_s 이 최적해에 미치는 영향을 그려 퍼 형상설계문제로 검토한다. Fig. 8에 나타난 바와같이 설계영역 Ω_s 에서 $A(\Gamma_1)$ 부분에 화살표방향으로 하중을 가할 경우, $B(\Gamma_2)$ 부분이 화살표방향으로 변형되면서 대상물체를 잡을 수 있으려면, AB사이의 유연성을 최대화하면서 동시에 B부분의



(a) 40×20 finite elements



(b) 60×30 finite elements



(c) 80×40 finite elements

Fig. 7 Optimal solutions of the simple problem

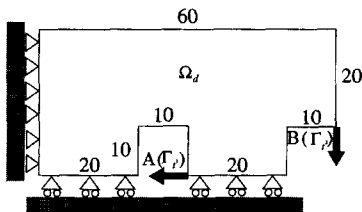
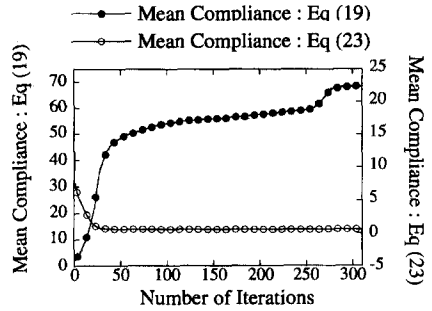


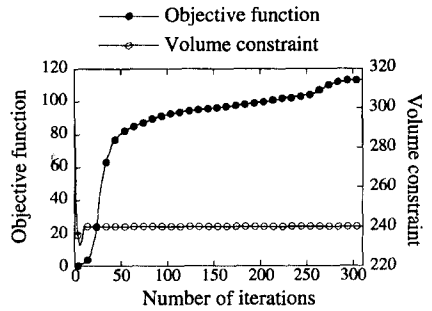
Fig. 8 Design domain of a gripper problem

강성을 최대화해야 한다. 설계영역의 좌측은 그리퍼 핸드부분이므로 완전히 구속시켰고, 설계영역의 대칭성에 의해 대칭조건을 부여하여 반쪽부분만 해석하였다. 또한 설계영역을 1600개의 유한요소로 나누고, 초기 설계값으로 모든 유한요소에 $a=b=0.90$, $\theta=0.0$ 을 설정하고 최적해와 체적구속량과의 연관성을 알아본다.

Fig. 9은 체적구속량을 240으로 했을 경우 식 (19)와 식 (23)의 평균컴플라이언스 및 식 (25)의 목적함수와 체적구속량의 수렴경향을 보여준다. 그리퍼와 같이 복잡한 형상을 생성하는데 있어서도 식 (25)의 목적함수가 최대화됨에 따라 식 (19)의 평균컴플라이언스는 증가하며, 식 (23)의 평균컴플



(a) Mean compliances



(b) Objective function and constraint

Fig. 9 Convergence history of the gripper problem

라이언스는 줄어드는 설계해를 구할 수 있다. Fig. 10에서는 서로 다른 체적구속량에 따른 최적해를 나타내며, 루프로 해석할 수 있는 부분을 숫자와 함께 표시하였다. 그림 (a), (b), (c)를 비교해보면 루프의 개수 및 그 위치가 체적구속량의 증가와 함께 변하는 것을 알 수 있다. 그러므로 어떤 체적구속량을 경계로 토폴로지가 변할 가능성이 있음을 알 수 있다. 한편 대상물체를 잡는 부분 B는 체적구속량이 증가함에 따라 재료가 모이는 경향이 있음을 알 수 있다. 이것은 목적함수내에 B부분 강성의 최대화를 포함시켰기 때문이다. 또한 설계영역 좌측구속부분과 연결구조는 거의 체적구속량에 관계없는 구조로 생성된다. 이것은 이 부분이 유연성을 표현하므로 체적구속량을 변화시키어도 유연성을 유지하기 위하여 동일한 토폴로지를 생성한다고 생각된다. 결론적으로 체적구속량을 변화시키므로 부분적으로 최적해의 토폴로지가 변한다고 생각된다.

7.3 최적해의 타당성 검토

클램프설계를 예로 하여 토폴로지 최적해로부터 실제 형상을 도출하고, 그 설계에 대한 타당성을

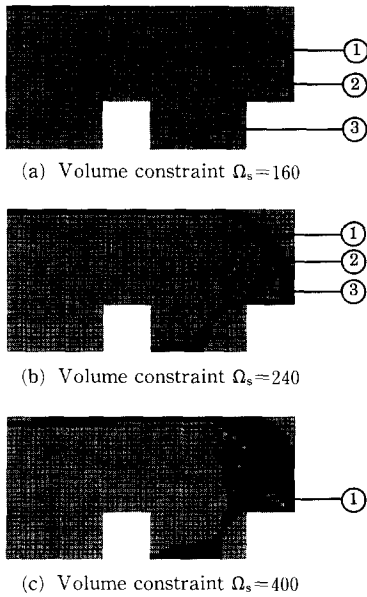


Fig. 10 Optimal solutions of the gripper problem

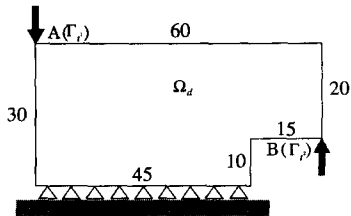


Fig. 11 Design domain of a clamp problem

검토한다. Fig. 11에 나타난 바와 같이 클램프는 그리퍼의 경우와 반대로 보통때는 대상물체를 잡고 있다가, 하중을 가하면 대상물체를 풀어줄 필요주는 기구이다. 즉 $A(\Gamma_1)$ 부분에 화살표방향으로 하중을 가할 경우 $B(\Gamma_2)$ 부분이 화살표방향으로 변형되면서 대상물체를 풀어줄 수 있도록 AB사이의 유연성을 최대화하는 동시에 B부분이 대상물체를 잡아줄 수 있도록 강성을 최대화한다. 또한 실제 설계영역은 대칭이므로 반쪽부분만 설계영역으로 취하고, 클램프의 고정부분과의 결합을 가정해 설계영역의 하부를 완전히 구속하였다. 설계영역을 1650개의 유한요소로 나누고, 초기 설계변수값은 $a=b=0.9$, $\theta=0.0$ 로 정하고, 체적구속량은 330으로 하여 최적화하였다.

Fig. 12는 식 (25)의 목적함수와 식 (19)와 식 (23)의 평균컴플라이언스의 수렴경향을 보여준다.

클램프 형상설계에 있어서도 식 (25)의 목적함수

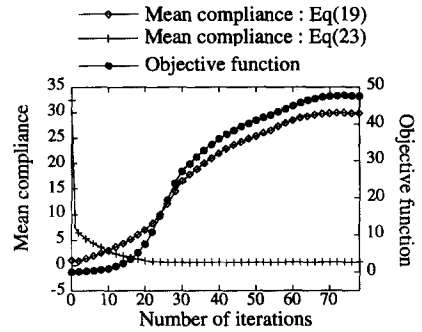


Fig. 12 Convergence history of the clamp problem

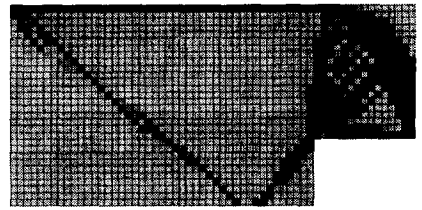


Fig. 13 Optimal solutions of the clamp problem

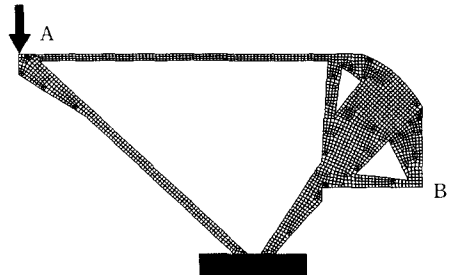


Fig. 14 FEM model of the clamp structure

가 최대화됨에 따라 식 (19)의 평균컴플라이언스가 증가하는 한편, 식 (23)의 평균컴플라이언스는 줄어드는 최적해를 얻을 수 있다. Fig. 13은 클램프 형상의 최적해를 나타내며, 이 결과로부터 Fig. 14과 같은 유한요소 모델을 도출하여 해석해 보았다. 2차원요소를 이용하였고, 모델하부를 완전히 고정하였으며, 좌측상단에 단위하중을 화살표방향으로 가하여 해석하였다. 해석모델은 1841개의 유한요소와 2147개의 절점으로 구성되며, 재료상수값은 토폴로지 최적화의 경우와 동일하다. Fig. 15는 유한요소 모델의 변형과 Mises 응력분포를 나타낸다. 변형된 형상은 토폴로지로부터 도출한 모델이 클램프로서 정확히 기능하는 것을 보여준다. 또한 모델 하단부의 구속부분을 제외하고는 응력집중이 없음을 알 수 있다. 따라서 좌측상단에 하중을 가할 경우

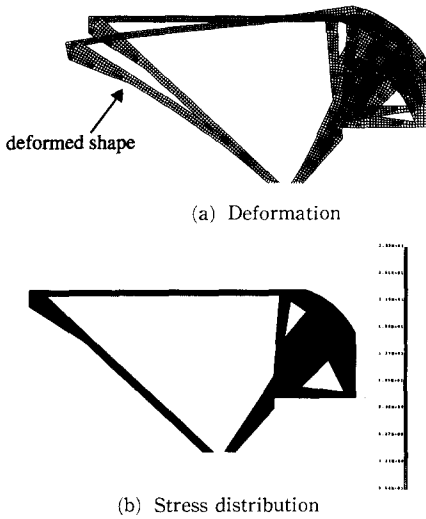


Fig. 15 Analysis result of the clamp structure

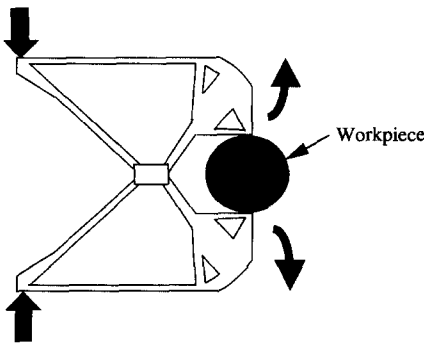


Fig. 16 Conceptual design of the clamp

국부적으로 파괴가 일어날 확률은 상대적으로 적다고 할 수 있다. 최종적으로 개념설계된 클램프는 Fig. 16과 같다.

8. 결 론

본 논문에서는 강성과 유연성을 고려한 구조물의 최적설계방법을 제시하였으며, 이 방법을 킴플라이언트 메카니즘 형상설계에 적용하였다. 결론은 다음과 같이 요약할 수 있다.

- (1) 구조물의 유연성을 상호에너지 개념을 이용하여 정의하고, 최적설계에 필요한 설계변수에 대한 상호에너지의 감도를 유도하였다.
- (2) 유연성의 최대화와 강성의 최대화를 만족시키도록 목적함수를 설정하고, 균질화법과 순차적 선형계획법을 이용한 토폴로지 최적화 알고리즘을

구현하였다.

(3) 킴플라이언트 메카니즘 형상설계에 관한 수치를 통하여, 최적해가 유한요소의 크기에는 크게 의존하지 않는 점을 확인하였고, 체적구속량에 따라서 토폴로지가 다른 최적해가 생성되는 사실을 검토하였다.

(4) 토폴로지 최적화에 의한 설계의 타당성을 유한요소법을 이용하여 검증하였다.

참고문헌

- (1) Howell, L. L. and Mihda, A., 1994, "A Method for the Design of Compliant Mechanisms with Small-Length Flexural Pivots," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 116, pp. 280~289.
- (2) Howell, L. L. and Mihda, A., 1994, "A Generalized Loop Closure Theory for Analysis and Synthesis of Compliant Mechanisms," *Machine Elements and Machine Dynamics*, DE-Vol. 71, ASME 1994 Design Technical Conference, pp. 491~500.
- (3) Sigmund, O., 1995, "Some Inverse Problems in Topology Design of Materials and Mechanisms," *Proceedings of IUTAM Symposium on Optimization of Mechanical Systems*, pp. 26~41.
- (4) Larsen, U. D., Sigmund, O. and Bouwstra, S., 1996, "Design and Fabrication of Compliant Micromechanism and Structures with Negative Poisson's Ratio," *Proceedings of the IEEE Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, pp. 365~371.
- (5) Shield, R. T. and Prager, W., 1970, "Optimal Structural Design for Given Deflection," *Journal of Applied Mathematics and Physics*, Vol. 21, pp. 513~523.
- (6) Huang, N., 1971, "On Principle of Stationary Mutual Complementary Energy and Its Application to Optimal Structural Design," *Journal of Applied Mathematics and Physics*, Vol. 22, pp. 609~620.
- (7) Bendsoe, M. P. and Kikuchi, N., 1988, "Optimal Topologies in Structural Design," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, pp. 197~224.

- (8) 菊池昇, 1993, “均質化法による最適設計理論,”
應用數理, Vol. 3, No. 1, pp. 2~26.
- (9) Frecker, M. I., Kikuchi, N. and Kota, S., 1996,
“Optimal Synthesis of Compliant Mechanisms to
Satisfy Kinematics and Structural Requirements
-Preliminary Results,” *Proceedings of the 1996
Design Engineering Technical Conferences and
Computers in Engineering Conference*, pp. 1~7.