

〈논 문〉

## 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성도 민감도 평가

송 기 남\*

(1996년 11월 25일 접수)

### Evaluation of an Elastic Stiffness Sensitivity of Leaf Type HDS

Kee-Nam Song

**Key Words :** Elastic Stiffness Formula(탄성강성도식), KOFA(Korean Fuel Assembly : 국산핵 연료집합체), TT-HDS(Tapered-Thickness Holddown Spring Assembly : 두께감소 홀다운스프링 집합체), TW-HDS(Tapered-Width Holddown Spring Assembly : 너비감소 홀다운스프링 집합체), Leaf Type Spring(판형스프링), Castigliano's Theorem(카스틸리아노의 정리)

#### Abstract

The previous elastic stiffness formulas of leaf type holddown spring assemblies(HDSs) have been corrected and extended to be able to consider the point of taper runout for the TT-HDS and all the strain energies for both the TT-HDS and the TW-HDS based on Euler beam theory and Castigliano's theorem. The elastic stiffness sensitivity of the leaf type holddown spring assemblies was analyzed using the derived elastic stiffness formulas and their gradient vectors obtained from the mid-point formula. As a result of the sensitivity analysis, the elastic stiffness sensitivity at each design variable is quantified and design variables having remarkable sensitivity are identified. Among the design variables, leaf thickness is identified as that of having the most remarkable sensitivity of the elastic stiffness. In addition, it was found that the sensitivity of the leaf type HDS's elastic stiffness is exponentially correlated to the leaf thickness.

#### 기 호 설 명

- |  |  |
|--|--|
| <p><math>F</math> : 최상단 판스프링에 작용하는 외력</p> <p><math>F_R, F_R^*</math> : 판스프링에 작용하는 반력</p> <p><math>t_x</math> : 테이퍼부위 임의지점에서 단면의 두께</p> <p><math>y_1</math> : 단면의 중립축(neutral axis)으로부터의 거리</p> <p><math>U_n</math> : <math>n</math>번째 판스프링에서 전체 변형률에너지</p> <p><math>I, II, III, IV, V</math> : 판스프링의 각 구간영역을 나타냄</p> <p><math>M_i</math> : 각 구간영역(<math>i</math>) 단면에서 굽힘모멘트</p> <p><math>P_i</math> : 각 구간영역(<math>i</math>) 단면에서 축력</p> <p><math>V_i</math> : 각 구간영역(<math>i</math>) 단면에서 전단력</p> <p><math>E_i</math> : 각 구간영역(<math>i</math>)에서 보 재료의 종탄성계수</p> | <p><math>\nu</math> : 푸아송비</p> <p><math>G_i</math> : 각 구간영역(<math>i</math>)에서 보 재료의 횡탄성계수</p> <p><math>A_i</math> : 각 구간영역(<math>i</math>)에서 보의 단면적</p> <p><math>I_i</math> : 각 구간영역(<math>i</math>)에서 단면의 2차 관성모멘트</p> <p><math>\tau</math> : 전단응력(shear stress)</p> <p><math>\delta</math> : 판스프링의 수직변위</p> <p><math>AA_1, AB_1, BB_1, BB_2, BB_3, BB_4</math> : 탄성강성도식의 계수</p> <p><math>K_{ass}</math> : 판형 HDS의 탄성강성도</p> <p><math>\delta K_{ass}(b_0)</math> : 탄성강성도 민감도</p> <p>14×14형 연료 : 한열에 연료봉이 14개씩 배열된 직사각형 핵연료</p> <p>17×17형 연료 : 한열에 연료봉이 17개씩 배열된 직</p> |
|--|--|

\*회원, 한국원자력연구소 핵연료집합체 설계분야

사각형 핵연료

1. 서 론

경수로용 핵연료집합체 최상단에 부착되어 있는 HDS는 핵연료가 노심내에서 연소되는 수명기간 동안에 중성자 조사에 의한 핵연료의 축방향 성장을 수용하고, 핵연료집합체 구조물과 노심 구조물 간의 축방향 열팽창 차이 등을 수용할 뿐만 아니라 원자로 운전중에 노심내에서 핵연료에 작용하는 부력 및 냉각수 유동에 의한 수직 상승력으로부터 핵연료집합체가 하부 노심판으로부터 들어 올려지는 것을 방지하는 기능을 갖고 있다.<sup>(1)</sup> 만일 HDS의 스프링력이 충분하지 못하여 핵연료집합체가 하부 노심판으로부터 들어 올려졌다 낙하할 경우 그 충격량으로 인하여 핵연료의 연료봉들이 낙하함으로써 연료봉을 손상시킬 가능성이 증대될 뿐만 아니라 핵연료집합체 구조물의 구조적 건전성을 저해할 수 있다. 따라서 HDS는 핵연료 수명기간 동안 내내 충분한 스프링력을 갖추어서 핵연료집합체의 수직 상승력을 억제할 수 있고, 또한 핵연료집합체 구조물의 축방향 성장 및 열팽창을 수용하며, 노심내에서 빈번하게 발생하는 하중하에서도 HDS에서 소성변형이 적게 발생하도록 하기 위해서는 HDS가 좋은 탄성거동을 갖도록 설계되어야 한다.<sup>(2)</sup>

판형 HDS는 판의 두께가 감소하는 두께감소 홀다운스프링 집합체(TT-HDS)와 판의 너비가 감소하는 너비감소 홀다운스프링 집합체(TW-HDS)로 나누어지고 있으며, 핵연료의 홀다운력 평가시에 중요한 설계인자인 HDS의 탄성강성도를 설계변수들로 예측하는 것이 곤란하여서 세계의 각 핵연료 제조/설계회사들은 나름대로의 평가방법을 사용하여 왔다.<sup>(2)</sup> 즉, 미국의 웨스팅하우스(W)사는 자사에서 설계/제조/공급하는 TT-HDS의 시험결과에 근거하여 각 판스프링에 대한 탄성강성도 경험식을 고안하여서 핵연료집합체의 예비 홀다운력 평가에 이용하고 있으나 자사에서 제조한 TT-HDS에만 유용한 것으로 알려졌다.<sup>(2-4)</sup> 한편 독일의 Siemens/KWU사는 각각의 판스프링을 직선형의 외팔보로 가정하여 구한 각 판스프링의 탄성강성도를 이용하여 핵연료집합체의 예비 홀다운력 평가에 이용하고 있으나 TT-HDS의 특성시험 결과와는 상당한 오차가 있는 것으로 알려져 있다.<sup>(5)</sup> 따라서 이들 두 회사는 모두 핵연료집합체 설계단계에서

홀다운력을 평가할 때에는 양산용 TT-HDS 제품들에 대한 특성시험을 수행하여 얻은 시험결과를 이용하고 있다. 한편 1986년 이래 국내 W형 발전소에 공급되는 핵연료를 국내에서 설계하고, 제조한 이래 국산 TT-HDS의 특성을 신뢰할 만하게 평가하려는 노력이 경주되어 왔는데, 그 동안의 연구성과를 살펴보면 다음과 같다. ADINA code를 이용한 유한요소해석을 통하여 HDS의 특성해석을<sup>(6)</sup> 비롯하여 Euler 보이론과 굽힘모멘트에 의한 변형에너지에 근거하여 HDS의 탄성강성도를 예측할 수 있는 방법을 개발하고, 이 방법으로 평가한 탄성강성도가 특성시험에서 얻은 값들과 잘 일치하고 있음을 보였으며,<sup>(7)</sup> 근래에는 ANSYS code의 접촉요소를 사용한 대변형해석을 통해서 HDS의 특성해석과 최적설계를 수행하였고,<sup>(2)</sup> 또한 KOFA형 TT-HDS와 동일한 설계공간내에 있도록 고안된 KOFA형 TW-HDS에 대하여 탄성강성도 특성을 Euler 보이론과 변형에너지법에 근거하여 해석적으로 평가하려는 연구가 진행되었다.<sup>(8)</sup>

본 연구에서는 KOFA형 TT-HDS에 대하여 Euler 보의 모든 변형률에너지를 고려하고, 테이퍼 종점(point of taper runout)의 위치도 고려할 수 있도록 예전의 탄성강성도 평가식<sup>(7)</sup>을 수정하고 확장하였고, TW-HDS의 탄성강성도 특성평가식<sup>(8)</sup>을 이용하여 스프링의 각 설계변수들에서의 탄성강성도 민감도를 계산하여 정량화하고 이를 분석함으로써 KOFA형 TT-HDS 및 TW-HDS에서 탄성강성도 민감도가 현저한 설계변수군을 분리하여 HDS 설계에 반영할 수 있도록 하였다. 본 연구의 2절에서는 Euler 보이론과 보의 모든 변형률에너지를 고려하여 판형 HDS의 탄성강성도 평가식을 해석적으로 유도하는 과정을 간략히 소개하고, 3절에서는 W사 TT-HDS의 탄성강성도 경험식을 소개하였고, 4절에서 탄성강성도 민감도 평가방법을 소개하고 5절에서는 수정/확장된 TT-HDS 탄성강성도 평가식의 유용성과 더불어 KOFA형 TT-HDS 및 TW-HDS에 대한 탄성강성도 민감도 분석결과들에 대하여 논의하였으며, 6절에서는 본 연구에서 얻은 결론들을 정리하였다.

2. 탄성강성도 평가식의 유도

Figs. 1, 2, 3, 4는 TW-HDS의 형상 개략도와 설계변수들 그리고 TW-HDS의 탄성강성도식을 해

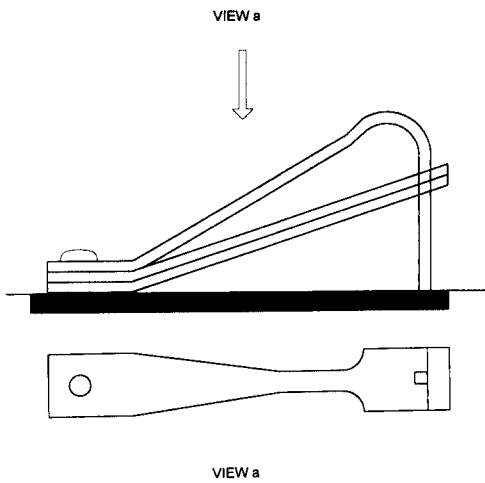


Fig. 1 Leaf type holddown spring assembly with tapered width (TW-HDS)

석적으로 유도하기 위해 편의상 분할한 각 판스프링 영역에서의 자유도를 나타낸 것이다. 또한 Figs. 5, 6, 7, 8은 TT-HDS의 형상 개략도와 설계 변수들 그리고 TT-HDS의 탄성강성도식을 해석적으로 유도하기 위해 편의상 분할한 각 판스프링 영역에서의 자유도를 나타낸 것이다.

관형 홀다운스프링 집합체에서 탄성강성도식을 이론적으로 유도하는 과정<sup>(7, 8)</sup>을 간략히 기술하면 다음과 같다. 첫째, Figs. 3, 4 혹은 Figs. 7, 8의 자유도에서 힘과 모멘트 평형조건을 이용하여 얻은 굽힘모멘트, 전단력, 축력 등과 각 구간영역의 단면에서 2차 관성모멘트 및 단면적 등으로부터 각 판스프링에서의 전체 변형률에너지를 계산한다. 둘째 카스틸리아노의 정리를 이용하여 각 스프링의 하중작용점 및 반력작용점에서 변위를 구한다. 셋째 각 판스프링의 반력작용점에서 변위구속조건을 적용하면 탄성강성도식( $K_{ass}$ )을 얻을 수 있다. 이를 단계별로 정리하면 다음과 같으며, TT-HDS 및 TW-HDS에서의 각 판스프링 영역에서 굽힘모멘트, 전단력, 축력 및 2차 관성모멘트와 탄성강성도식에 사용된 계수들은 부록 1과 2에 수록되어 있다.

2.1 각 판스프링에서 전체 변형률에너지

관형 HDS에서 각 판스프링들 간에 작용하는 마찰력을 무시하였을 때 반력( $F_R$ ) 작용점에 수직력만이 존재한다고 가정할 수 있으며, 이 경우 각 판

스프링에서 전체 변형률에너지는 Figs. 2, 3, 4 및 Figs. 6, 7, 8에 표시된 각 구간영역에서의 굽힘모멘트, 전단력 및 축력에 의한 변형률에너지를 합산하여 다음과 같이 표시된다.<sup>(9)</sup>

$$U_n = \sum_{k=1}^n \left\{ \int \frac{M_i^2}{2E_i I_i} ds + \int \frac{P_i^2}{2A_i E_i} ds + \int \frac{\tau^2}{2G_i} dV \right\} \tag{1}$$

여기서, 판스프링 단면(직사각형)에서의 전단응력은 다음과 같은 표시된다.<sup>(10)</sup>

$$\tau = \frac{V_i}{2I_i} \left[ \left( \frac{t_x}{2} \right)^2 - y_i^2 \right] \tag{2}$$

2.2 하중에 의한 변위

2.2.1 최상단 판스프링

하중( $F$ )과 반력( $F_R$ ) 작용점에서의 수직변위는 카스틸리아노의 정리를<sup>(11)</sup> 이용하면 다음과 같이 표시된다.

$$\delta_{1F} = \frac{\partial U_1}{\partial F} = AA_1 F - AB_1 F_R \tag{3a}$$

$$\delta_{1F_R} = \frac{\partial U_1}{\partial F_R} = -AB_1 F + BB_1 F_R \tag{3b}$$

2.2.2 하단( $n+1$ 번째 ;  $n \geq 1$ ) 판스프링

Fig. 4 및 Fig. 8의 반력( $F_R^*$ ) 작용점에서 수직변위는 다음과 같이 표시된다.

둘째 판스프링에서,

$$\delta_{2F_R} = \frac{\partial U_2}{\partial F_R} = BB_2 (F_R - F_{R2}) \tag{4a}$$

셋째 판스프링에서,

$$\delta_{3F_{R2}} = \frac{\partial U_3}{\partial F_{R2}} = BB_3 (F_{R2} - F_{R3}) \tag{4b}$$

넷째 판스프링에서,

$$\delta_{4F_{R3}} = \frac{\partial U_4}{\partial F_{R3}} = BB_4 F_{R3} \tag{4c}$$

2.3 각 판스프링에서 수직변위에 대한 구속조건  
관형 HDS가 외력( $F$ )을 받아 변형될 때 반력 작용점에서 판스프링들간의 마찰을 무시하면, 각 판스프링들이 수직변위는 다음과 같이 구속된다.

첫째 및 둘째 판스프링 사이에서

$$\delta_{1F_R} = -\delta_{2F_R} \tag{5a}$$

둘째 및 셋째 판스프링 사이에서

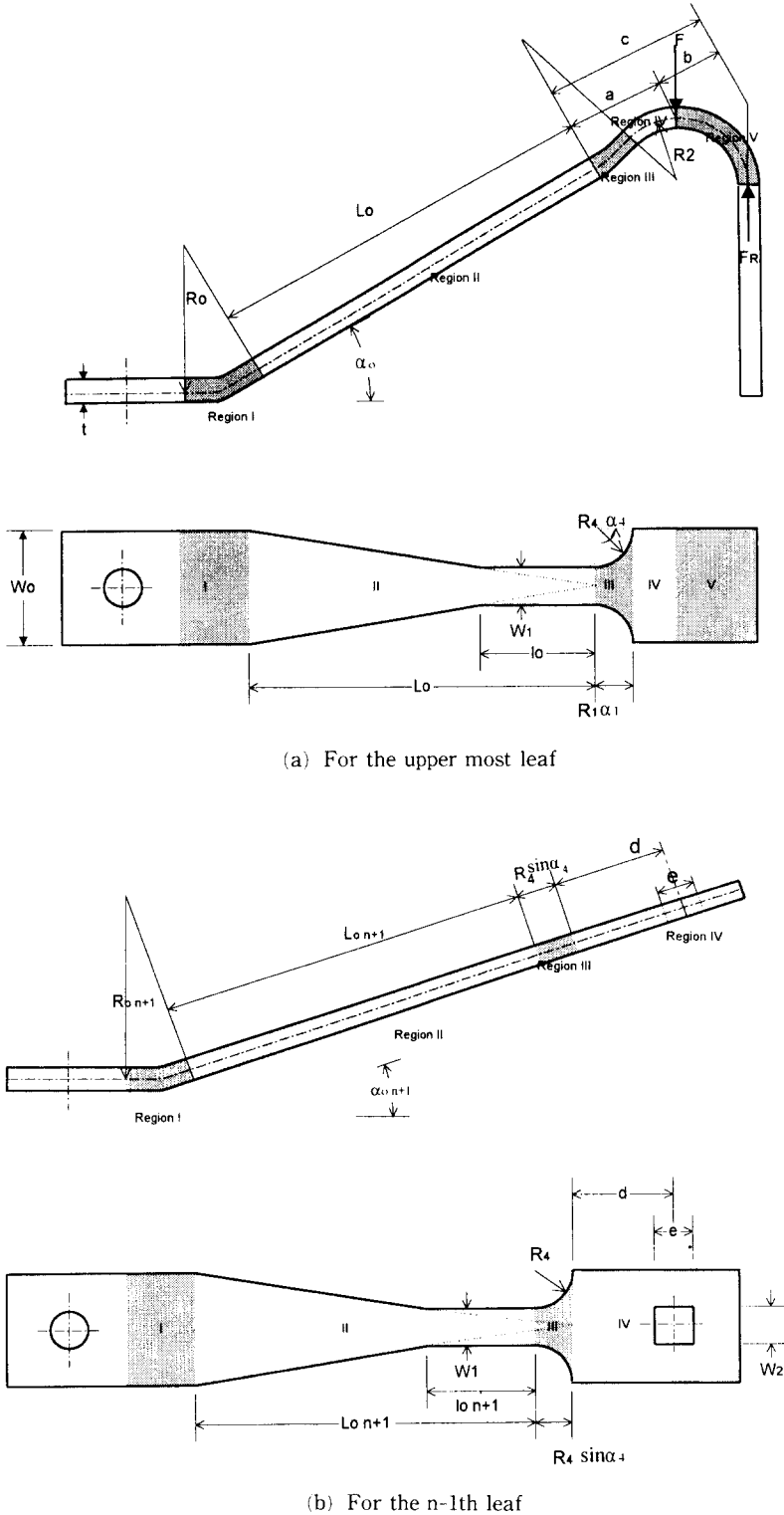


Fig. 2 Design variables for each leaf of TW-HDS

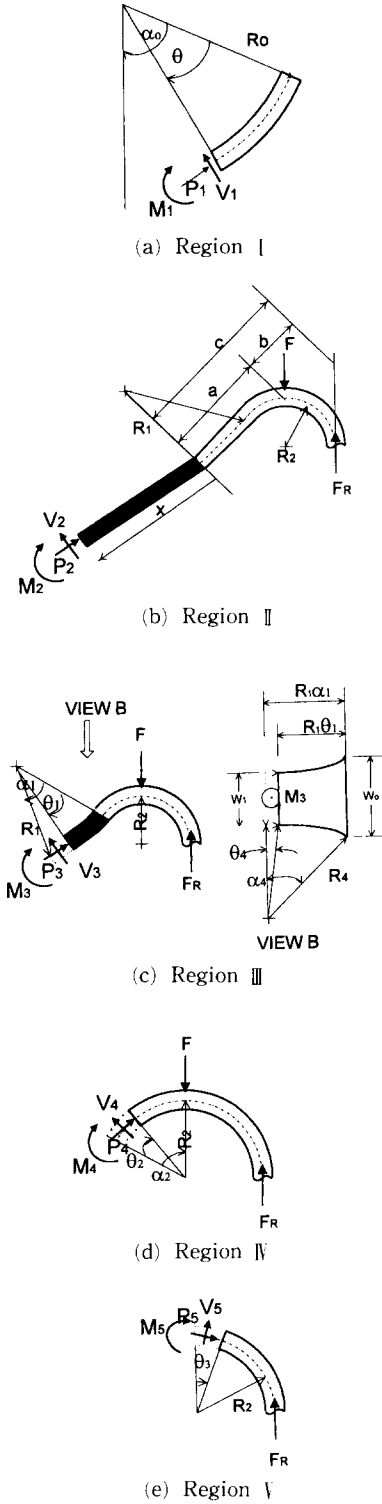


Fig. 3 Free body diagram in each region for upper most leaf of TW-HDS

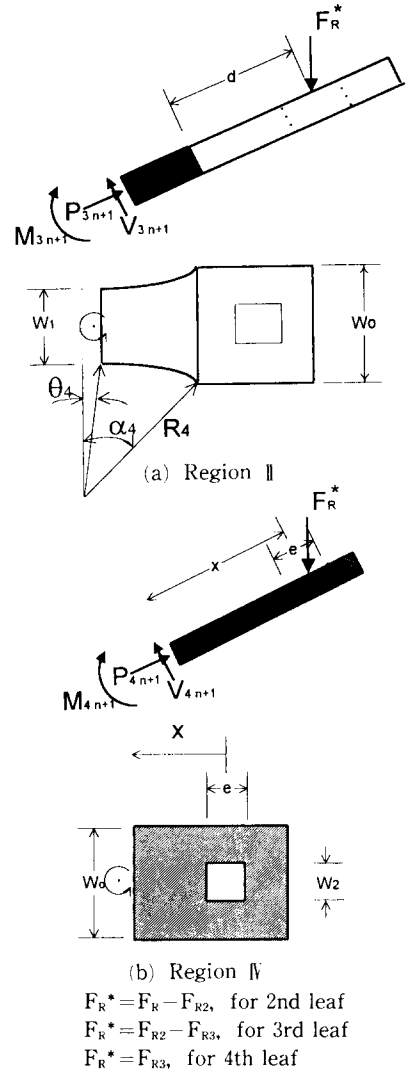


Fig. 4 Free body diagram in region III & IV for  $n + 1$ th leaf of TW-HDS

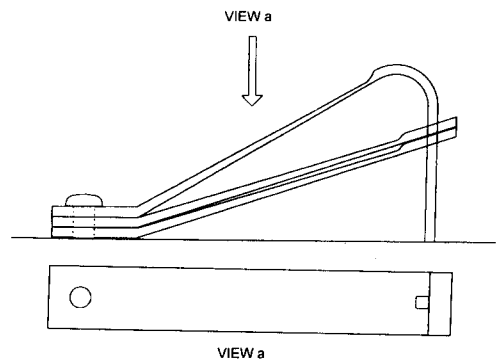


Fig. 5 Leaf type holddown spring assembly with tapered thickness(TT-HDS)

$$\delta_{2FR} = \delta_{3FR2} \quad (5b)$$

셋째 및 넷째 판스프링 사이에서

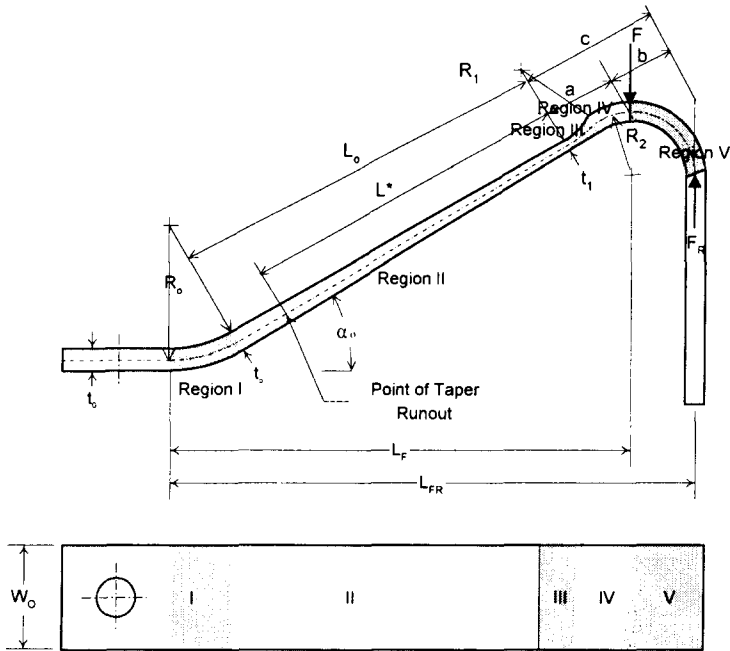
$$\delta_{3FR2} = \delta_{4FR3} \quad (5c)$$

(a), (b)와 식 (4)의 (a), (b), (c)의 수직변위식과 식 (5)의 (a), (b), (c)의 수직변위에 대한 구속조건을 이용하여 정리하면, 다음과 같이 표시된다.

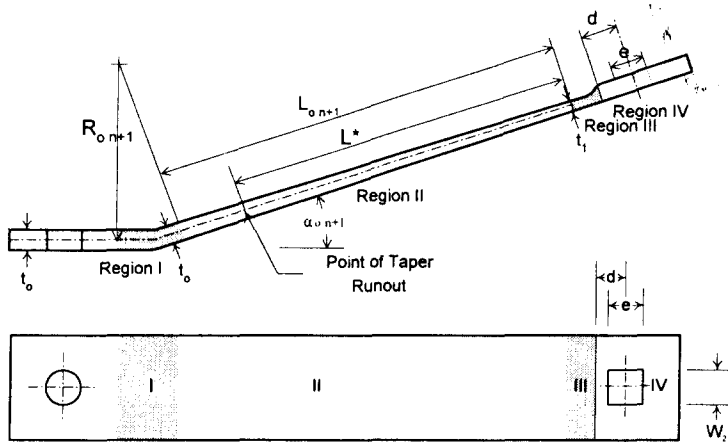
$$K_{ass} = \frac{1}{\delta_{1F}} = \frac{1}{AA_1 - \frac{1}{BB_1} + \frac{1}{\sum_{i=2}^n \frac{1}{BB_i}}} \quad (6)$$

2.4 판형 HDS의 탄성강성도식

판형 HDS에서 탄성강성도( $K_{ass}$ )는 식 (3)의



(a) For the upper most leaf



(b) For the n-1th leaf

Fig. 6 Design variables for each leaf of TT-HDS

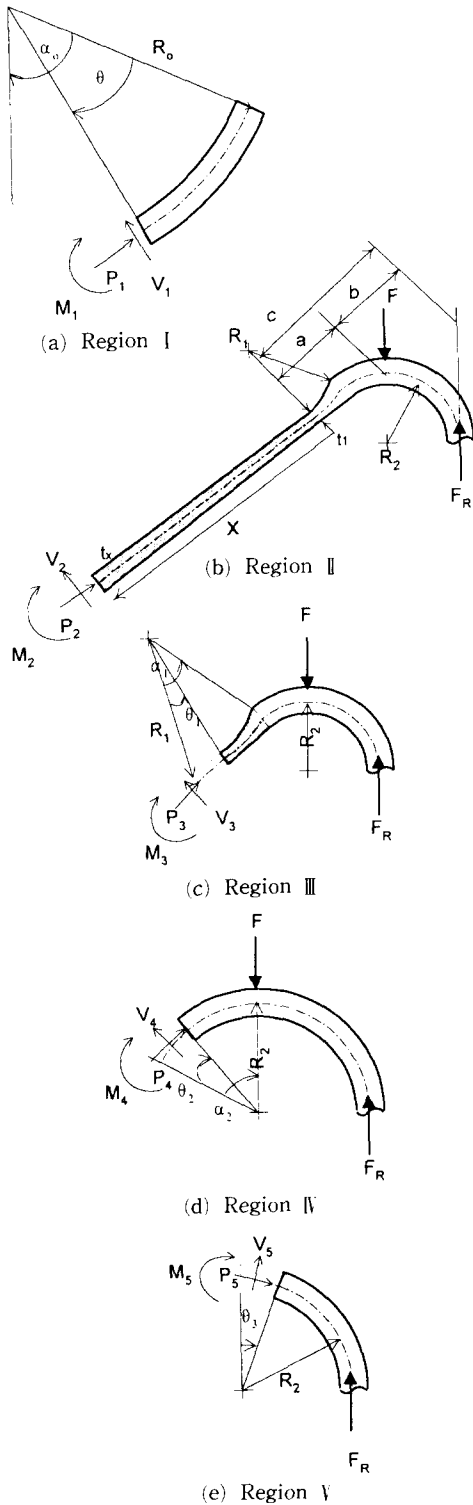


Fig. 7 Free body diagram in each region for upper most leaf of TT-HDS

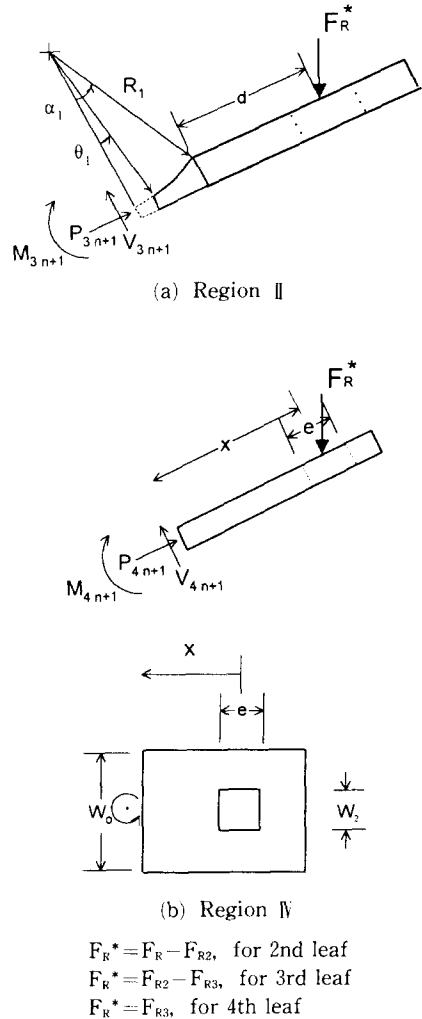


Fig. 8 Free body diagram in region III IV for n+1th leaf of TT-HDS

### 3. W사의 평가방법

W사는 자사에서 설계/제조한 TT-HDS 특성시험 결과를 토대로 하여 TT-HDS를 구성하는 각 판스프링의 탄성강성도를 평가할 수 있는 다음과 같은 경험식을 개발하였다. TT-HDS의 탄성강성도 평가시에는 각 판스프링의 탄성강성도를 합산하고 1.05의 보정계수를 곱한 값을 설계에 사용하고 있다.<sup>(2, 3)</sup>

최상단 판스프링

$$K = \frac{Ebh^3}{6.542[L + (7.684h - 0.491)h]^3} \quad (7)$$

하단 판스프링

$$K = \frac{Ebh^3}{6.5424[L(0.105R+0.910)]^3} \quad (8)$$

$$\delta K_{ass}(b_o) = \frac{\partial K_{ass}(b_o)}{\partial b_i} h_i \quad (10)$$

#### 4. 탄성강성도 민감도 분석

앞의 탄성강성도식 (6)에서는 각 계수들이 설계 변수들의 복잡한 함수형태로 표현되고 있어서 해석적으로 탄성강성도의 미분값(gradient)을 구하여 민감도 분석을 수행하기가 용이하지 않다. 따라서 설계변수들의 변화에 따른 탄성강성도 미분값은 수치미분을 이용하고, 민감도 분석은 다음과 같이 수행한다.

##### 4.1 탄성강성도에 대한 수치미분

설계점( $b_o$ ) 근처에서 탄성강성도의 수치미분은 수치오차가 작은 중앙점 공식(midpoint formula)을<sup>(12, 13)</sup> 사용한다.

$$\frac{\partial K_{ass}(b_o)}{\partial b_i} = \frac{K_{ass}(b_o+h) - K_{ass}(b_o-h)}{2h} \quad (9)$$

여기서, 설계변수들의 섭동간격( $h$ )은 0.001과 0.01을 사용하였는데, 두 경우에서  $\frac{\partial K_{ass}(b_o)}{\partial b_i}$ 의 차이가 거의 없어서, 본 연구에서는 0.01을 사용하였다.

##### 4.2 민감도 분석

설계변수들의 미소변화에 따른 탄성강성도의 민감도는 다음과 같이 구한다.

#### 5. 계산결과 및 토의

##### 5.1 TT-HDS의 탄성강성도식의 유용성

종래에 유도되었던 TT-HDS 탄성강성도 평가식의<sup>(7)</sup> 오류를 수정하고, 아울러 굽힘모멘트, 전단력 및 축력 등이 탄성강성도에 미치는 영향을 정량화하기 위해 Euler 보의 모든 변형률에너지를 고려하고 아울러 근래에 입수한 W형 TT-HDS 설계도면에<sup>(14)</sup> 의하면 판스프링에서 두께가 감소하는 지점(테이퍼 종점 : Taper runout)이 판스프링 굽힘부 위 종점에 있는 KOFA TT-HDS과는 다르게 판스프링 굽힘부위 외곽에 위치하고 있어서 이를 반영할 수 있도록 탄성강성도 평가식을 보완하였다.

Table 1과 2는 각각 국산 14×14형 및 17×17형 KOFA TT-HDS의 특성시험편(재질 : Inconel-718, E=200000 N/mm,  $\nu=0.03$ )에 대하여 굽힘모멘트만을 고려한 경우와 굽힘모멘트, 전단력 및 축력 등을 고려한 경우에 있어서 본 연구에서의 탄성강성도식으로 평가한 탄성강성도, W사의 경험식 및 방법으로 평가한 탄성강성도 그리고 TT-HDS 특성시험에서 얻은 탄성강성도들을 상호 비교한 것이다. Table 1과 2를 살펴보면, 다음의 세가지 사항을 발견할 수 있다. 첫째, 굽힘모멘트, 전단력 및 축력을 고려한 경우의 탄성강성도가 굽힘모멘트만을 고려한 경우의 것보다 작아지는데 이것은 전단

**Table 1** Comparisons of the elastic stiffness of 14×14 type KOFA TT-HDS

Specimen	Elastic stiffness(N/mm)				Percent ratio(%)		
	Present study		W's formula (C)	Test result (D)	(A-B) B	(C-D) D	(D-B) D
	In case of only considering the bending moment (A)	In case of considering the bending moment, shear and axial force (B)					
Test #1	185.213	184.948	271.043	170	0.14	59.44	-8.79
Test #2	191.727	191.447	280.617	173	0.15	62.21	-10.66
Test #3	192.357	192.075	281.640	185	0.15	52.24	-3.82
Test #4	195.304	195.015	286.390	175	0.15	63.65	-11.44
Test #5	186.879	186.610	274.812	175	0.14	57.04	-6.63



**Table 2** Comparisons of the elastic stiffness of 17×17 type KOFA TT-HDS

Specimen	Elastic stiffness (N/mm)				Percent ratio (%)		
	Present study		W's formula (C)	Test Result (D)	$\frac{(A-B)}{B}$	$\frac{(C-D)}{D}$	$\frac{(D-B)}{D}$
	In case of only considering the bending moment (A)	In case of considering the bending moment, shear and axial force (B)					
Test #1	146.018	145.872	232.974	135	0.10	72.57	-8.05
Test #2	146.615	146.469	234.403	136	0.10	72.36	-7.70
Test #3	143.611	143.470	229.105	131	0.10	74.89	-9.52
Test #4	144.085	143.943	229.184	135	0.10	69.77	-6.62
Test #5	139.114	138.980	222.660	132	0.10	68.68	-5.29

력 및 축력에 의해서 TT-HDS의 변형률에너지가 증가하여서 단위하중당 스프링변위가 증가하기 때문이다. 둘째, 전단력 및 축력이 TT-HDS의 탄성강성도에 미치는 영향은 약 0.10~0.15% 정도인데, 이것은 판의 두께가 길이에 비해 매우 작은 경우에, 즉 세장비가 클 경우에, 전단변형이 굽힘변형에 비해 훨씬 작아지는 공학보 이론과 합치하고 있다. 따라서 TT-HDS에서 전단력 및 축력에 의한 탄성강성도가 전체 탄성강성도에 비하여 0.10~0.15% 정도로 공학적으로 무시할 만하며,

TT-HDS의 탄성강성도는 거의 대부분 굽힘모멘트에 기인하고 있음을 보여준다. 셋째, 본 연구에서의 탄성강성도식으로 평가한 탄성강성도들은 TT-HDS 특성시험 결과들과 잘 일치하고 있으나 W사의 경험식 및 방법으로 평가한 탄성강성도들과 TT-HDS 특성시험 결과와는 약 60~75% 정도의 큰 차이를 보이고 있다. 이것은 본 연구에서의 탄성강성도 평가식이 KOFA TT-HDS의 탄성강성도 평가에 잘 적용될 수 있으나 W사의 경험식 및 평가방법은 KOFA TT-HDS의 탄성강성도 평가에는

**Table 3** Comparisons of the elastic stiffness of W type TT-HDS

Specimen	Elastic stiffness (N/mm)			Percent ratio (%)	
	Present study		W's formula (C)	$\frac{(A-B)}{B}$	$\frac{(C-B)}{B}$
	In case of only considering the bending moment (A)	In case of considering the bending moment, shear and axial force (B)			
14×14 Type <sup>(1)</sup>	137.289	137.074	139.790	0.16	1.98
14×14 Type <sup>(2)</sup>	104.227	104.094	105.140	0.13	1.00
16×16 Type <sup>(3)</sup>	156.964	156.757	164.566	0.13	4.98
17×17 Type <sup>(4)</sup>	100.121	100.025	102.887	0.10	2.86

(1) 2 leaves with leaf's base thickness ( $t_0$ ) of 4.318 mm

(2) 2 leaves with leaf's base thickness ( $t_0$ ) of 3.94 mm

(3) 3 leaves with leaf's base thickness ( $t_0$ ) of 3.94 mm

(4) 3 leaves with leaf's base thickness ( $t_0$ ) of 3.94 mm

적용하기가 적절하지 않음을 보여주고 있다.

Table 3은 국내 경수로에 공급되고 있는 W형 연료에 장착된 TT-HDS의 설계자료를<sup>(14)</sup> 이용하여 본 연구에서의 탄성강성도식으로 평가한 탄성강성도들과 W사의 경험식 및 평가방법으로 평가한 탄성강성도들을 비교한 것이다. Table 3에서 살펴보면 본 연구에서의 탄성강성도식으로 평가한 탄성강성도들과 W사의 경험식 및 평가방법으로 평가한 탄성강성도들을 비교한 결과 약 1.00~4.98% 정도의 범위내로 잘 일치하고 있는데, 이것은 W사의 경험식 및 평가방법이 W사 TT-HDS의 특성시험 결과들을 토대로 개발되었기 때문에 W사 TT-HDS의 탄성강성도 평가에는 잘 적용될 수 있음을 감안할 때, 본 연구에서의 탄성강성도식은 TT-HDS의 굽힘부위 외곽에 테이퍼 중점이 위치한 W형 TT-HDS 뿐만 아니라 굽힘부위 중단에 테이퍼 중점이 위치해 있는 KOFA TT-HDS에서의 탄

성강성도 평가에도 잘 적용될 수 있는 일반적인 평가식임을 알 수 있다.

5.2 민감도 계산

Table 4은 14×14형 및 17×17형 KOFA TT-HDS에서 각 설계변수들에서의 탄성강성도 민감도를 보여주고 있으며, Fig. 9는 탄성강성도 민감도의 크기를 도식적으로 나타낸 것이다. Table 4과 Fig. 9에서 살펴보면 14×14형 및 17×17형 KOFA TT-HDS 모두에서 탄성강성도 민감도가 현저한 설계변수들로는  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $w_0$ ,  $L_F$ ,  $L-L^*$ ,  $R_0$ ,  $\alpha_0$ ,  $L$  등으로 이들 중에서  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $w_0$ ,  $L-L^*$ ,  $R_0$  등은 양의 민감도를  $L_F$ ,  $\alpha_0$ 에서는 음의 민감도를 나타내고 있다. 특히 판스프링 모재부위의 두께( $t_0$ )와 두께감소 부위의 두께( $t_1$ )에서 탄성강성도 민감도는 판스프링의 너비( $w_0$ )에서의 탄성강성도 민감도보다 최소 10배, 6배 이상으로 TT

Table 4 Sensitivities of KOFA TT-HDS at design variables

Design variables, $b_i$		Sensitivity of elastic stiffness, $\delta K$ (N/mm)	
i	Notations	14×14 type	17×17 type
1	$\alpha_0$	-.12855E-01	-.92150E-02
2	$R_0$	.17410E-01	.10815E-01
3	$L$	.11460E-01	.71900E-02
4	$w_0$	.10310E+00	.78490E-01
5	$t_0$	.10601E+01	.79146E+00
6	$L_F$	-.75055E-01	-.46135E-01
7	$L_{FR}$	-.65650E-02	-.51950E-02
8	$c$	.00000E+00	.00000E+00
9	$R_1$	-.39500E-03	-.22500E-03
10	$R_2$	-.61000E-03	-.47000E-03
11	$\alpha_2$	-.10000E-04	-.15000E-04
12	$R_4$	.00000E+00	.00000E+00
13	$t_1$	.60859E+00	.49544E+00
14	$w_2$	.00000E+00	.00000E+00
15	$L-L^*$	.39675E-01	.26940E-01
16	$d$	-.81000E-03	-.41500E-03
17	$e$	.00000E+00	.00000E+00

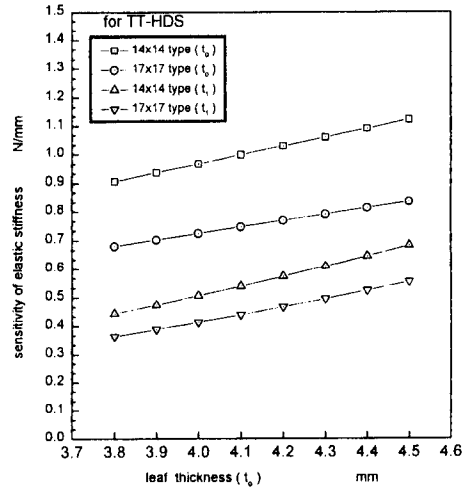
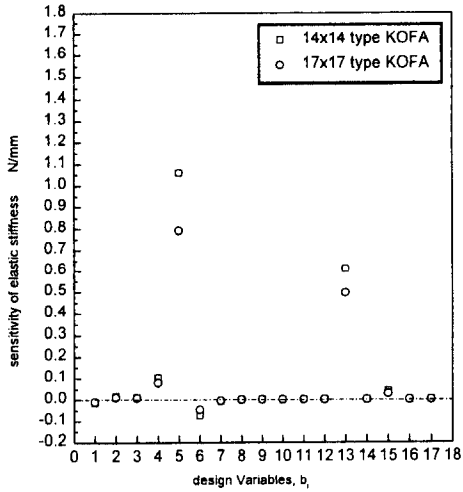


Fig. 9 Sensitivity of elastic stiffness of TT-HDS vs. design variables

Fig. 10 Sensitivity of elastic stiffness at  $t_0, t_1$ , vs. leaf thickness

Table 5 Sensitivities of KOFA TW-HDS at design variables

Design variables, $b_i$		Sensitivity of elastic stiffness, $\delta K$ (N/mm)	
i	Notations	14×14 type	17×17 type
1	$\alpha_0$	.21750E-01	.15925E-01
2	$R_0$	-.32470E-01	-.18825E-01
3	L	-.70065E-01	-.44525E-01
4	$w_0$	.10175E+00	.74970E-01
5	t	.16150E+01	.12247E+01
6	a	-.69140E-01	-.43680E-01
7	b	.00000E+00	.00000E+00
8	c	-.45450E-02	-.29750E-02
9	$R_1$	.00000E+00	.00000E+00
10	$R_2$	-.98500E-03	-.92500E-03
11	$\alpha_2$	-.20000E-04	-.15000E-04
12	$R_4$	.45000E-02	.28900E-02
13	$w_1$	.40260E-01	.34410E-01
14	$w_2$	-.10000E-04	-.50000E-05
15	$l_0$	.00000E+00	.00000E+00
16	d	-.11750E-02	-.96500E-03
17	e	-.10000E-04	-.50000E-05

-HDS 설계시에는 판스프링의 두께값( $t_0$  및  $t_1$ )을 선정할 때에 주의를 기울여야 할 것으로 판단된다. Fig. 10은 판스프링 모재부위의 두께( $t_0$ )에 따른 설계변수  $t_0$ ,  $t_1$ 에서 탄성강성도 민감도의 관계를 나타낸 것이다. Fig. 10을 살펴보면 설계변수  $t_0$ 에서 탄성강성도 민감도는 14×14형 및 17×17형에서 각기  $t_0^{1.265}$ ,  $t_0^{1.218}$ 에 비례하고 있으며, 설계변수  $t_1$ 에서 탄성강성도 민감도는 14×14형 및 17×17형에서 각기  $t_0^{2.554}$ ,  $t_0^{2.508}$ 에 비례하고 있다. 이것은 두께가 감소하는 TT-HDS에서의 특성으로 판단된다.

Table 5는 KOFA형 TT-HDS 설계공간과 동일

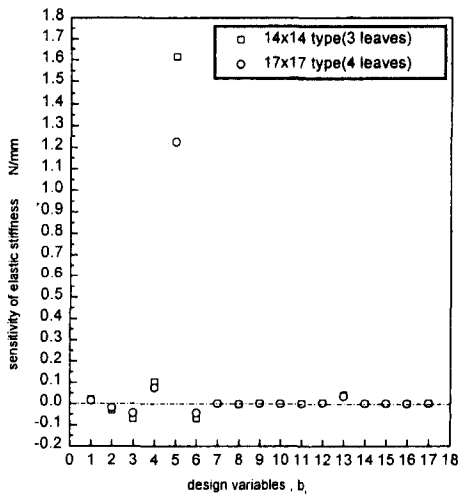


Fig. 11 Sensitivity of elastic stiffness of TW-HDS vs. design variables

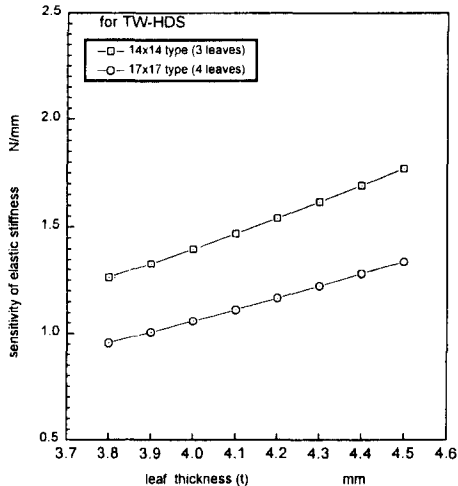


Fig. 12 Sensitivity of elastic stiffness at  $t$  vs. leaf thickness

한 공간에 있도록 고안된 KOFA형 TW-HDS에서<sup>(8)</sup> 각 설계변수들에서의 탄성강성도 민감도를 보여주고 있으며, Fig. 11은 탄성강성도 민감도의 크기를 도식적으로 나타낸 것이다. Table 5와 Fig. 11에서 살펴보면 TW-HDS에서 탄성강성도 민감도가 현저한 설계변수들로는  $t$ ,  $w_0$ ,  $L$ ,  $a$ ,  $w_1$ ,  $R_0$ ,  $a_0$  등으로 이들 중에서  $t$ ,  $w_0$ ,  $w_1$ ,  $a_0$  등은 양의 민감도를  $L$ ,  $a$ ,  $R_0$ 에서는 음의 민감도를 나타내고 있다. 특히 판스프링 모재부위의 두께( $t$ )에서 탄성강성도 민감도는 판스프링의 너비( $w_0$ )에서의 탄성강성도 민감도보다 최소 15배 이상으로 TW-HDS 설계시에는 판스프링의 두께값( $t$ )을 선정할 때에 주의를 기울여야 할 것으로 판단된다. Fig. 12는 판스프링 모재부위의 두께( $t$ )에 따른 설계변수  $t$ 에서 탄성강성도 민감도의 관계를 나타낸 것이다. Fig. 12에서 살펴보면 14×14형 및 17×17형 TW-HDS의 탄성강성도 민감도가  $t^{1.994\sim 1.996}$ 에 비례하고 있다. 이것은 두께가 균일한 Euler 보에서 탄성강성도 민감도가  $t^{2.000}$ 에 비례하는 것과 거의 일치하고 있음을 보여준다.

## 6. 결 론

Euler 보이론과 보의 변형률에너지에 근거한 카스틸리아노의 정리를 적용하여 해석적으로 유도한 TT-HDS의 탄성강성도식이 KOFA형 및 W사형 TT-HDS에 모두 적용할 수 있는 일반적인 식이고 전단력 및 축력이 TT-HDS의 탄성강성도에 미치는 영향은 0.10~0.15% 정도로서 탄성강성도의 대부분은 굽힘모멘트에 기인하고 있다. 또한 탄성강성도식과 스프링 설계값에서 탄성강성도 그라디언트 벡터를 이용하여 관형 HDS에서의 각 설계변수들에 탄성강성도 민감도 분석을 수행한 결과 KOFA형 TT-HDS에서 탄성강성도 민감도가 현저한 설계변수들로는 판스프링 두께( $t_0$  및  $t_1$ )로서 이들 설계변수에서 탄성강성도 민감도가 판스프링 너비( $w_0$ )에서의 그것보다 각각 10배, 6배 이상이었으며, KOFA형 TW-HDS에서는 탄성강성도 민감도가 현저한 설계변수로는 판스프링 모재부위의 두께( $t$ )로서 이 설계변수에서 탄성강성도 민감도가 판스프링 너비( $w_0$ )에서의 그것보다 15배 이상이었다. 또한 TT-HDS의 경우에 판스프링의 주요 설계변수인  $t_0$  및  $t_1$ 에서 탄성강성도 민감도는 각각  $t_0^{1.218\sim 1.265}$ ,  $t_0^{2.508\sim 2.554}$ 에 비례하며, TW-HDS의 경우

에는 탄성강성도 민감도가 이론치인  $t^{2.000}$ 에 거의 일치하는  $t^{1.994\sim 1.996}$ 에 비례하고 있음을 발견하였다.

### 참고문헌

- (1) Song Kee-Nam and Kunz, 1987, *Fuel Assembly Mechanical Design Manual*, Erlangen, KWU Work Report, U6 312/87/e326.
- (2) 임정식 외 1인, 1995, "핵연료집합체 Hold-down Spring 특성해석," 원자력학회지, Vol. 27, No. 5, pp. 803~810.
- (3) Paul J. Sipush, 1984, *PWR Fuel Rod Design and Fuel Assembly Design, Lecture Notes*, KAERI, Dae-Jeon.
- (4) Halligan, J.Q., 1988, *Westinghouse Mechanical Design Manual, Fuel Assembly, Chapter 7: Fuel Assembly Holddown Springs and Screws*, Rev. 03, Pittsburgh, PA/U.S.A.
- (5) Kim, J.D. et al., 1986, *KWU CRT on Fuel Assembly Mechanical Design and Engineering*, KAERI, Daeduk.
- (6) 김형구 외 3인, 1990, "기하학적, 재료적 비선형성을 갖는 중첩된 판스프링의 특성해석에 관한 연구," 대한기계학회논문집, 제14권, 제1호, pp. 12~22.
- (7) 송기남 외 1인, 1993, "관형 홀다운 스프링 집합체의 강성해석," 대한기계학회논문집, 제17권, 제1호, pp. 215~222.
- (8) 송기남, 1997, "너비감소 관형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성도 평가," 대한기계학회논문집 제21권, 제1호, pp. 180~187.
- (9) Crandall, H. et al., 1972, *An Introduction to the Mechanics of Solids*, 2nd ed. McGraw-Hill, Tokyo, pp. 545~550.
- (10) *ibid*, pp. 432~443.
- (11) *ibid*, pp. 108~119.
- (12) Carnahan, B. et al., 1969, *Applied Numerical Methods*, John Wiley & Sons, Inc., New York, pp. 128~131.
- (13) Conte, S. D. and Carl de Boor, 1972, *Elementary Numerical Analysis, an Algorithmic Approach*, 2nd ed., Tower Press, Seoul, pp. 274~283.
- (14) Song Kee-Nam, 1996, *Analysis of Elastic*

*Stiffness for the Leaf Type Holddown Spring Assembly with Uniformly Tapered-thickness Considering the Point of Taper Runout*, KAERI/TR-650/96.

### 부 록 1

TT-HDS 탄성강성도식을 유도하는데 사용된 각 영역에서의 굽힘모멘트, 전단력, 축력 및 2차 관성모멘트 그리고 탄성강성도식에 사용된 계수들은 다음과 같이 표시된다.

1.1 각 영역에서의 굽힘모멘트, 전단력, 축력 및 2차 관성모멘트

1.1.1 최상단 판스프링

1.1.1.1 영역 I

$$M_1 = - \left\{ (L+a) \cos \alpha_o + 2R_o \sin \frac{\theta}{2} \cos \left( \alpha_o - \frac{\theta}{2} \right) \right\} F + \left\{ (L+c) \cos \alpha_o + 2R_o \sin \frac{\theta}{2} \cos \left( \alpha_o - \frac{\theta}{2} \right) \right\} F_R$$

$$I_1 = \frac{1}{12} w_o t_o^3, \quad 0 \leq \theta \leq \alpha_o$$

$$P_1 = (F - F_R) \sin(\alpha_o - \theta)$$

$$V_1 = (F - F_R) \cos(\alpha_o - \theta) \quad (1.1)$$

1.1.1.2 영역 II

스프링 굽힘부위에서 테이퍼 종점까지의 거리,  $L^*$ , 는 본문의 Fig. 6에 표시되어 있다.

$$M_2 = -(x+a) F \cos \alpha_o + (x+c) F_R \cos \alpha_o$$

$$I_2 = \frac{1}{12} w_o t_x^3$$

$$A_2 = w_o t_x$$

$$t_x = t_1 + \frac{x}{L^*} (t_o - t_1), \quad 0 \leq x \leq L^*$$

$$t_x = t_o, \quad L^* \leq x \leq L$$

$$P_2 = (F - F_R) \sin \alpha_o$$

$$V_2 = (F - F_R) \cos \alpha_o \quad (1.2)$$

1.1.1.3 영역 III

$$M_3 = -F(a-x) \cos \alpha_o + F_R(c-x) \cos \alpha_o$$

$$x = R_1 \sin \theta_1$$

$$t_x = t_1 + R_1(1 - \cos \theta_1)$$

$$I_3 = \frac{1}{12} w_o t_x^3$$

$$P_3 = (F - F_R) \sin \alpha_o$$

$$V_3 = (F - F_R) \cos \alpha_o \quad (1.3)$$

where,  $\alpha_1 = \cos^{-1}\left(1 - \frac{t_o - t_1}{R_1}\right)$   
 $0 \leq \theta_1 \leq \alpha_2$  (1.4)

1.1.1.4 영역 IV

$M_4 = -FR_2 \sin(\alpha_2 - \theta_2) + F_R R_2 \{1 + \sin(\alpha_2 - \theta_2)\}$

$I_4 = \frac{1}{12} w_o t_o^3, 0 \leq \theta_2 \leq \alpha_2$

$P_4 = (F - F_R) \sin(\alpha_2 - \theta_2)$

$V_4 = (F - F_R) \cos(\alpha_2 - \theta_2)$  (1.4)

1.1.1.5 영역 V

$M_5 = F_R R_2 (1 - \sin \theta_3)$

$I_5 = \frac{1}{12} w_o t_o^3, 0 \leq \theta_3 \leq \frac{\pi}{2}$

$P_5 = F_R \sin \theta_3$

$V_5 = F_R \cos \theta_3$  (1.5)

1.1. 하단 ( $n+1$ 번째 :  $n \geq 1$ ) 판스프링

하단 판스프링의 영역 I 및 II에서 굽힘모멘트, 전단력, 축력 그리고 2차 관성 모멘트는 식 (1.1)과 (1.2)에서  $F \rightarrow 0$ 으로  $F_R \rightarrow -F_R^*$ 으로 대체하여 표시될 수 있다. 또한 구간영역 III 및 IV에서의 굽힘모멘트, 전단력, 축력 그리고 2차 관성모멘트는 본문의 Fig. 8의 설계변수와 자유도에서 평형조건과 보 단면의 기하학적 형상을 고려하여 다음과 같이 표시된다.

1.1.2.1 영역 III

$M_{3\ n+1} = -F_R^* \{d + R_1 (\sin \alpha_1 - \sin \theta_1)\} \cos \alpha_o$

$I_{3\ n+1} = \frac{1}{12} w_o t_x^3$

$A_{3\ n+1} = w_o t_x$

$P_3 = F_R^* \sin \alpha_o$

$V_3 = F_R^* \cos \alpha_o$  (1.6)

where,  $\alpha_1 = \cos^{-1}\left(1 - \frac{t_o - t_1}{R_1}\right)$

$t_x = t_1 + R_1 (1 - \cos \theta_1)$

$x = R_1 \sin \theta_1$

$\alpha_1 = \cos^{-1}\left(1 - \frac{t_o - t_1}{R_1}\right), 0 \leq \theta_1 \leq \alpha_1$

1.1.2.1 영역 IV

$M_{4\ n+1} = -F_R^* x \cos \alpha_o$

$I_{4\ n+1} = \frac{1}{12} w t_o^3$

$P_{4\ n+1} = F_R^* \sin \alpha_o$

$V_{4\ n+1} = F_R^* \cos \alpha_o$  (1.7)

where,  $w = w_o, \frac{e}{2} \leq x \leq d$

$w = w_o - w_2, 0 \leq x \leq \frac{e}{2}$

1.2 TT-HDS 탄성강성도식의 계수

$AA_1 = A_1 + B_1 + C_1 + D_1$  (1.8)

$AB_1 = A_2 + B_2 + C_2 + D_2$  (1.9)

$BB_1 = A_3 + B_3 + C_3 + D_3 + E_3$  (1.10)

$BB_{n+1} = A_{3\ n+1} + B_{3\ n+1} + C_{3\ n+1} + G_{3\ n+1}$  (1.11)

여기서, 최상단 판스프링의 영역 I에서 계수들 ( $A_1, A_2, A_3$ )은 영역 I에서의 변형률에너지를 다음과 같이 편미분하여 얻는다.

$A_1 = \frac{\partial}{\partial F} \left\{ \int \frac{M_1^2}{2E_1 I_1} ds_1 + \int \frac{P_1^2}{2A_1 E_1} ds_1 + \int \frac{\tau^2}{2G_1} dV_1 \right\} \Big|_{F_R=0}$  (1.12)

$A_2 = -\frac{\partial}{\partial F} \left\{ \int \frac{M_1^2}{2E_1 I_1} ds_1 + \int \frac{P_1^2}{2A_1 E_1} ds_1 + \int \frac{\tau^2}{2G_1} dV_1 \right\} \Big|_{F=0}$  (1.13)

$A_3 = \frac{\partial}{\partial F_R} \left\{ \int \frac{M_1^2}{2E_1 I_1} ds_1 + \int \frac{P_1^2}{2A_1 E_1} ds_1 + \int \frac{\tau^2}{2G_1} dV_1 \right\} \Big|_{F=0}$  (1.14)

또한, 최상단 판스프링의 영역 II에서 계수들 ( $B_1, B_2, B_3$ ), 영역 III에서 계수들 ( $C_1, C_2, C_3$ ), 영역 IV에서 계수들 ( $D_1, D_2, D_3$ ), 그리고 영역 V에서 계수 ( $E_3$ )도 각 영역에서의 변형률에너지를 편미분하여 얻는다.

한편 하단 판스프링의 영역 I, II, III, IV에서 계수들 ( $A_{3\ n+1}, B_{3\ n+1}, C_{3\ n+1}, G_{3\ n+1}$ )도 각 영역에서의 변형률에너지를 편미분하여 얻는다.

부 록 2

TW-HDS 탄성강성도식을 유도하는데 사용된 각 영역에서의 굽힘모멘트, 전단력, 축력 및 2차 관성 모우멘트 그리고 탄성강성도식에 사용된 계수들은 다음과 같이 표시된다.

2.1 각 영역에서의 굽힘모멘트, 전단력, 축력 및 2차 관성모멘트

2.1.1 최상단 판스프링

2.1.1.3 영역 I

$M_1 = -\left\{ (L+a) \cos \alpha_o + 2R_o \sin \frac{\theta}{2} \cos \left( \alpha_o - \frac{\theta}{2} \right) \right\} F$   
 $+ \left\{ (L+c) \cos \alpha_o + 2R_o \sin \frac{\theta}{2} \cos \left( \alpha_o - \frac{\theta}{2} \right) \right\} F_R$

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{1}{12} w_0 t_0^3, \quad 0 \leq \theta \leq \alpha_0 \\
 P_1 &= (F - F_R) \sin(\alpha_0 - \theta) \\
 V_1 &= (F - F_R) \cos(\alpha_0 - \theta)
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

2.1.1.2 영역 II

$$\begin{aligned}
 M_2 &= -(x+a)F \cos \alpha_0 + (x+c)F_R \cos \alpha_0 \\
 I_2 &= \frac{1}{12} w t^3 \\
 P_2 &= (F - F_R) \sin \alpha_0 \\
 V_2 &= (F - F_R) \cos \alpha_0 \\
 \text{where, } w &= \frac{x+R_1 \alpha_1}{L_0+R_1 \alpha_1} w_0, \quad l_0 \leq x \leq L_0 \\
 w &= w_1, \quad 0 \leq x \leq l_0
 \end{aligned} \tag{2.2a}$$

2.1.1.3 영역 III

$$\begin{aligned}
 M_3 &= -F\{a \cos \alpha_0 - 2R_1 \cos(\alpha_0 + 0.5(\alpha_1 - \theta_1)) \\
 &\quad \sin(0.5(\alpha_1 - \theta_1))\} + F_R\{c \cos \alpha_0 \\
 &\quad - 2R_1 \cos(\alpha_0 + 0.5(\alpha_1 - \theta_1)) \sin(0.5(\alpha_1 - \theta_1))\} \\
 I_3 &= \frac{1}{12} w t^3 \\
 P_3 &= (F - F_R) \sin(\alpha_0 + \alpha_1 - \theta_1) \\
 V_3 &= (F - F_R) \cos(\alpha_0 + \alpha_1 - \theta_1) \\
 \text{where, } w &= w_1 + 2R_4(1 - \cos \theta_4) \\
 \theta_4 &= \sin^{-1} \frac{R_1}{R_4} (\alpha_1 - \theta_1) \\
 0 &\leq \theta_1 \leq \alpha_1 \\
 0 &\leq \theta_4 \leq \alpha_4
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

2.1.1.4 영역 IV

$$\begin{aligned}
 M_4 &= -FR_2 \sin(\alpha_2 - \theta_2) + F_R R_2\{1 + \sin(\alpha_2 - \theta_2)\} \\
 I_4 &= \frac{1}{12} w_0 t^3, \quad 0 \leq \theta_2 \leq \alpha_2 \\
 P_4 &= (F - F_R) \sin(\alpha_2 - \theta_2) \\
 V_4 &= (F - F_R) \cos(\alpha_2 - \theta_2)
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

2.1.1.5 영역 V

$$\begin{aligned}
 M_5 &= F_R R_2(1 - \sin \theta_3) \\
 I_5 &= \frac{1}{12} w_0 t_0^3, \quad 0 \leq \theta_3 \leq \frac{\pi}{2} \\
 P_5 &= F_R \sin \theta_3 \\
 V_5 &= -F_R \cos \theta_3
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

2.1.2 하단( $n+1$ 번째:  $n \geq 1$ ) 판스프링

하단 판스프링의 영역 I 및 II에서 굽힘모멘트, 전단력, 축력 그리고 2차 관성모멘트는 식 (2.1)과 (2.2a)에서  $F \rightarrow 0$ 으로  $F_R \rightarrow -F_R^*$ 으로 대체하여 표시될 수 있다. 단, 영역 II에서 판스프링의 너비는 아래의 식 (2.2b)와 같이 표시된다. 또한 구간 영역 III 및 IV에서의 굽힘모멘트, 전단력, 축력 그리고 2차 관성모멘트는 본문의 Fig. 4의 설계변수와 자유도에서 평형조건과 보 단면의 기하학적 형상을 고려하여 다음과 같이 표시된다.

2.1.2.1 영역 II

$$\begin{aligned}
 w &= \frac{x+R_4 \sin \alpha_4}{L_0+R_4 \sin \alpha_4} w_0, \quad l_0 \leq x \leq L_0 \\
 w &= w_1, \quad 0 \leq x \leq l_0
 \end{aligned} \tag{2.2b}$$

2.1.2.2 영역 III

$$\begin{aligned}
 M_{3 \ n+1} &= -F_R^* \{d + R_4(\sin \alpha_4 - \sin \theta_4)\} \cos \alpha_0 \\
 I_{3 \ n+1} &= \frac{1}{12} (w_1 + 2R_4(1 - \cos \theta_4)) t^3, \quad 0 \leq \theta_4 \leq \alpha_4 \\
 P_{3 \ n+1} &= -F_R^* \sin \alpha_0 \\
 V_{3 \ n+1} &= -F_R^* \cos \alpha_0
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

2.1.2.1 영역 IV

$$\begin{aligned}
 M_{4 \ n+1} &= -F_R^* x \cos \alpha_0 \\
 I_{4 \ n+1} &= \frac{1}{12} w t^3 \\
 P_{4 \ n+1} &= -F_R^* \sin \alpha_0 \\
 V_{4 \ n+1} &= -F_R^* \cos \alpha_0
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

where,  $w = w_0, \quad \frac{e}{2} \leq x \leq d$

$$w = w_0 - w_2, \quad 0 \leq x \leq \frac{e}{2}$$

2.2 TW-HDS 탄성강성도식의 계수

$$AA_1 = A_1 + B_1 + C_1 + D_1 \tag{2.8}$$

$$AB_1 = A_2 + B_2 + C_2 + D_2 \tag{2.9}$$

$$BB_1 = A_3 + B_3 + C_3 + D_3 + E_3 \tag{2.10}$$

$$BB_{n+1} = A_{3 \ n+1} + B_{3 \ n+1} + C_{4 \ n+1} + G_{3 \ n+1} \tag{2.11}$$

상기 계수들은 부록 1의 식 (2.12) ~ (2.14)와 같은 방법으로 얻는다.