

〈논 문〉

## 압축성을 고려한 사출성형 충전과정에 관한 연구

한경희\* · 임용택\*\*

(1996년 5월 27일 접수)

### Analysis of Filling in Injection Molding with Compressibility

Kyeong-Hee Han and Yong-Taek Im

**Key Words :** Injection Molding(사출성형), Filling(충전), Compressibility(압축성), Control Volume(검사체적)

#### Abstract

In this study, the compressibility of resin was considered in filling analysis to account for the possible packing type flow. A numerical simulation program employing a hybrid finite element/finite difference scheme was developed to solve Hele-Shaw flow of the compressible viscous fluid at non-isothermal conditions. To advance the melt front, a control volume approach was adopted. Thin complex 3-D shapes of cavities, runners, and sprues were discretized by employing triangular, cylindrical and/or rectangular strip elements. Mass conservation was applied to each control volume to solve for the pressure distribution. Directly applying a constant mass flow rate at the inlet removes calculation of the apparent pressure boundary conditions, resulting in better simulation condition. The Cross model was used to model viscosity and the Tait equation was employed to represent density as a function of temperature and pressure. The validity of the developed program was verified through comparisons with available data in the literature and the effect of compressibility on the pressure distribution was discussed. To reduce computation time, 1-D and 2-D elements were used instead of applying triangular elements and the numerical results were compared to each other.

#### 1. 서 론

사출성형(injection molding)은 용융된 고분자 수지에 압력을 가하여 임의 형상의 캐비티(cavity) 내부에 사출하여 충전시킨 후 일정시간 응고시켜 원하는 제품을 성형하는 공정으로 플라스틱 제품의 생산에 가장 많이 쓰이는 공정이다. 일반적으로 사출성형공정은 충전(filling), 보압(packing), 그리고 냉각(cooling)과정으로 이루어져 있다. 충전과

정 중에 용융된 고분자 수지는 금형의 캐비티 내부를 채우게 되고, 충전이 완료된 후에 고압을 가함으로써 캐비티 내부의 압력분포를 균일하게 만드는 보압과정이 있게 되며, 보압과정 후에 수지를 충분히 응고시켜 제품이 완성되는 냉각과정을 거쳐 탈형(ejection)이 이루어진다. 사출성형공정 중에 발생할 수 있는 결함에는 봉합선(weld line), 공기의 포집(air entrapment), 수축(shrinkage), 뒤틀림(warp) 등이 있다. 이와 같은 결함들을 최소화하여 최종 성형품의 정밀도 및 기계적 강도 등을 향상시키기 위해서는 주어진 공정조건에 따른 최적의 금형형상을 설계하여야 하며, 성형에 따른 최적

\*전산재료성형설계연구소

\*\*회원, 한국과학기술원 기계공학과

의 공정변수를 확보하여야 한다. 이를 위해서는 공정 중에 소재의 유동 및 온도와 압력분포의 정확한 예측이 필요하다.

사출성형 충전과정에 관한 연구는 그 중요성 때문에 오래 전부터 많은 연구가 수행되어 왔다. 1970년대에는 주로 디스크 형상에서의 유동 또는 사각형 같은 간단한 형상에서의 헬리쇼(Hele-Shaw) 유동을 해석적인 방법으로 구하고자 하였다. 1980년에는 Hieber 등<sup>(1)</sup>이 유한요소/유한차분 복합법을 이용한 체계적인 충전과정 해석기법을 마련하여 실제적인 예제를 성공적으로 해석하였다. 이 방법에 의하면 매 시간 단계에서 격자를 재구성해야 하므로 금형형상이 복잡한 경우에 해석이 어려운 단점이 있었다. 이러한 점들을 개선하기 위해 Wang 등<sup>(2)</sup>은 이 방법에 FAN(Flow Analysis Network)을 응용한 검사체적법(control volume approach)을 도입하여, 수치해석에 소요되는 시간을 줄이고 복잡한 형상의 캐비티에서의 충전과정도 용이하게 해석할 수 있음을 보였다.

위의 연구에서는 충전과정 중에서의 밀도의 변화를 무시하고 해석을 수행하였으나, 여러 개의 캐비티와 불균등한 러너 시스템으로 구성된 금형의 경우에는 먼저 채워지는 캐비티에서 보압형태의 유동이 나타나게 되어 압축성을 무시할 수 없게 된다. Chiang<sup>(4,5)</sup> 등은 Wang 등<sup>(1)</sup>의 연구를 발전시켜 충전 및 충전 후 과정을 연계 해석하였다. 이들은 충전과정 중에 변하는 밀도를 타이트(Tait) 상태방정식을 사용하여 나타내었으며, 삼각형요소, 원통형요소, 스트립(strip)요소 등을 사용하여 복잡한 금형형상을 나타내었고, 1차원 또는 2차원 영역에서의 유한요소 수식화를 통하여 압력장을 구하였다. 그러나 이 방법은 1차원 요소와 2차원 요소가 함께 있는 경우에는 물리적으로 의미있는 방법이 아니며, 또한 각 시간단계에서 일정질량유입률을 만족시키는 압력값을 구하여 주입구에서의 경계조건으로 사용함으로써 엄밀한 일정질량유입률조건을 만족시키지 못할 뿐만 아니라 불필요한 계산과정을 수반하게 된다.

따라서 본 연구에서는 삼각형요소, 원통형요소, 스트립요소에 공통적으로 적용할 수 있는 수식화 방법인 검사체적 내에서의 질량보존법칙을 압축성이 있는 유체에 적용한 수식화 모델을 제안하였으며, 이를 이용한 충전과정 해석프로그램을 개발하였다. 기존의 문헌에 나와 있는 실험값과 비교하여

개발된 프로그램의 신뢰성을 평가하였으며, 압축성을 고려한 경우와 고려한지 않은 경우에 대하여도 고찰하였다. 또한 사각형 캐비티를 1차원 요소와 2차원 요소의 복합요소로 나타내어 해석을 수행함으로써 해석시간을 단축시킬 수 있음을 보였다.

## 2. 이론적 고찰

일반적으로 사출성형에 의해 성형되는 제품은 얇은 두께를 갖는 경우가 대부분이기 때문에 평면방향의 유동에 비해 두께방향으로의 유동은 상대적으로 무시할 수 있다. 따라서 두께방향의 압력변화를 무시한 이차원 해석이 가능하다.

Fig. 1(a)의 경우와 같은 평면방향 유동의 경우에는 연속방정식, 운동방정식, 에너지방정식을 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.<sup>(4)</sup>

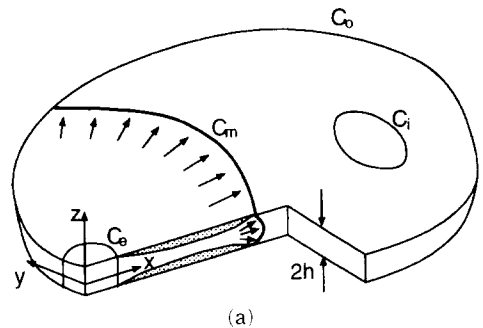
연속방정식

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (1)$$

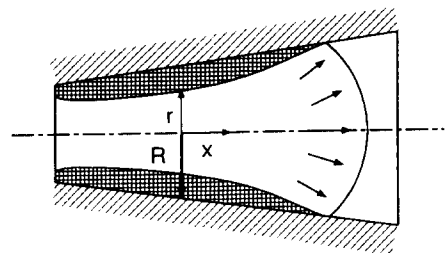
x-방향 운동방정식

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2a)$$

y-방향 운동방정식



(a)



(b)

Fig. 1 Schematic diagrams of (a) 2-D flow and (b) 1-D flow

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2b)$$

에너지방정식

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \eta \dot{\gamma}^2 \quad (3)$$

여기에서  $x, y$ 는 평면방향,  $z$ 는 두께방향의 좌표이며,  $u, v, w$ 는 각각  $x, y, z$  방향으로의 속도이다.  $h$ 는 캐비티두께의 반,  $t, p, T$ 는 각각 시간, 압력, 온도를 나타낸다.  $\rho$ 는 밀도로 여기에서는 압력과 온도의 함수이다.  $C_p, k, \eta$ 는 각각 비열(specific heat)과 열전도율(thermal conductivity), 전단점성계수(shear viscosity)를 나타낸다. 또한 유효전단율속도(effective shear rate)  $\dot{\gamma}$ 는 다음과 같이 간단히 나타내어진다.

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2} \quad (4)$$

이때 두께방향의 경계조건은 다음과 같다.

$$u = v = w = 0; T = T_w \text{ at } z = \pm h$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = w = 0; \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \text{ at } z = 0 \quad (5)$$

여기에서  $T_w$ 는 금형면 온도이다.

압력이 두께방향으로 일정하므로 이 경계조건을 이용하여 식 (2)를  $z$ 에 대하여 적분하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{z}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \equiv -\frac{z}{\eta} A_x$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{z}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \equiv -\frac{z}{\eta} A_y \quad (6)$$

이 식을 다시  $z$ 방향으로 적분하면 다음의 속도 식을 얻을 수 있다.

$$u = A_x \int_z^h \frac{\bar{z}}{\eta(\bar{z})} d\bar{z}$$

$$v = A_y \int_z^h \frac{\bar{z}}{\eta(\bar{z})} d\bar{z} \quad (7)$$

이 식을 다시 적분하면  $x, y$  방향의 단위길이당 질량속도, 체적속도, 그리고 두께방향 평균속도를 다음과 같이 각각 얻을 수 있다.

$$\dot{m}_x = 2 \int_0^h \rho u dz = 2 \bar{S} A_x$$

$$\dot{m}_y = 2 \int_0^h \rho v dz = 2 \bar{S} A_y \quad (8)$$

$$\dot{q}_x = 2 S A_x, \quad \dot{q}_y = 2 S A_y \quad (9)$$

$$\bar{u} = \frac{S}{h} A_x, \quad \bar{v} = \frac{S}{h} A_y \quad (10)$$

위 식에서

$$\bar{S} \equiv \int_0^h \rho(z) \int_z^h \frac{\bar{z}}{\eta(\bar{z})} d\bar{z} dz \quad (11)$$

$$S \equiv \int_0^h \int_z^h \frac{\bar{z}}{\eta(\bar{z})} d\bar{z} dz = \int_0^h \frac{\bar{z}^2}{\eta} d\bar{z} \quad (12)$$

러나 스프루 내의 유동은 Fig. 1(b)에 나타난 것과 같이 일차원 축대칭으로 가정하여 해석할 수 있고, 이 경우 연속방정식, 운동방정식, 에너지방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

연속방정식

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v) = 0 \quad (13)$$

운동방정식

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \eta \frac{\partial u}{\partial r}) - \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (14)$$

에너지방정식

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \eta \dot{\gamma}^2 \quad (15)$$

2차원 평면유동의 경우와 마찬가지로 운동방정식을 적분하면, 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$u = A_x \int_r^R \frac{\bar{r}}{2\eta(\bar{r})} d\bar{r} \quad (16)$$

$$\dot{m}_{cyl} = (2\pi) \bar{S}_{cyl} A_x \quad (17)$$

$$\dot{q}_{cyl} = (2\pi) S_{cyl} A_x \quad (18)$$

$$\bar{u} = \frac{2 S_{cyl}}{R^2} A_x \quad (19)$$

위 식에서

$$\bar{S}_{cyl} \equiv \int_0^R r \rho(r) \int_r^R \frac{\bar{r}}{2\eta(\bar{r})} d\bar{r} dr \quad (20)$$

$$S_{cyl} \equiv \int_0^R r \int_r^R \frac{\bar{r}}{2\eta(\bar{r})} d\bar{r} dr$$

$$= \int_0^R \frac{\bar{r}^3}{4\eta(\bar{r})} d\bar{r} \quad (21)$$

여기에서  $r, \bar{r}$ 은 반경방향의 좌표를,  $R$ 은 반경을 나타내고,  $x$ 는 축방향의 좌표를 나타낸다.

Fig. 1(a)를 참고하여 평면방향 유동의 경계조건을 다음과 같이 가정하였다. 유동선단부 ( $C_m$ )에서의 압력은 대기압과 같다고 가정하였고, 금형 벽면부 ( $C_n$ )나 인서트 ( $C_i$ )와 접하는 부분에서는 불침

투조건을, 주입구( $C_e$ )에서는 일정질량유입률 조건을 적용하였다. 또한 온도해석의 경우에는 평면방향으로의 열확산(thermal diffusion)을 무시하기 때문에 벽면부나 인서트에서 온도경계조건을 적용시킬 수 없으며, 주입구에서의 온도는 사출기에서 정해진 배럴(barrel)의 온도와 같다고 가정하였다. 유동선단부의 온도는 분수효과를 모사하기 위해 상부(upstream)의 중심부(hot-core)의 온도로 두께방향 일정한 값을 갖는다고 가정하였다.

점성모델로는 전단감소(shear thinning) 성질을 잘 나타내는 크로스(Cross) 모델을 사용하였다.

$$\eta(\dot{\gamma}, T, p) = \frac{\eta_0(T, p)}{1 + \left\{ \frac{\eta_0(T, p) \dot{\gamma}}{\tau^*} \right\}^{1-n}} \quad (22)$$

이 식에서  $\eta_0$ 는 전단율속도가 0인 경우의 점성값(zero shear rate viscosity)으로 온도와 압력의 함수로 주어진다.  $n$ 은 멱급수(power-law) 계수이며,  $\tau^*$ 는 뉴턴니언(Newtonian)과 멱급수 사이의 근사적인 전이영역을 나타내는 응력값이다. 이 때,  $\eta_0$ 를 나타내기 위해서 충전과정에서 정확한 아레니우스(Arrhenius)/지수(exponential)함수 또는 넓은 온도 범위에서 정확한 WLF(Williams, Landel and Ferry)함수를 다음과 같이 사용하였다.

아레니우스/지수함수

$$\eta_0(T, p) = B \exp\left(-\frac{T_b}{T}\right) \exp(\beta p) \quad (23)$$

WLF 함수

$$\eta_0(T, p) = D_1 \exp\left\{-\frac{A_1 [T - T^*(p)]}{A_2(p) + [T - T^*(p)]}\right\} \quad (24)$$

이 식에서

$$A_2(p) = \bar{A}_2 + D_3 p \quad (25)$$

$$T^*(p) = D_2 + D_3 p \quad (26)$$

이다. 식 (22)와 식 (23)을 사용할 경우 점성계수는( $n, \tau^*, B, T_b, \beta$ )의 5개의 상수로 표현되고 식 (22)와 식 (24)를 사용할 경우에는( $n, \tau^*, D_1, D_2, D_3, A_1, \bar{A}_2$ )의 7개의 상수로 나타내게 된다. 본 해석에 사용된 재료는 PP(Profax 6323)<sup>(5)</sup>이었으며, 7개의 상수로 점성계수를 나타내었다. 계산에 사용된 이들 상수값들은 Table 1에 주어진 것과 같다.

밀도를 나타내기 위해서 넓은 온도범위에서 비교

적 정확한 타이트(Tait) 상태방정식을 다음과 같이 사용하였다.

$$v(T, p) \equiv \frac{1}{\rho} = v_0(T) \left[ 1 - \text{Cln} \left( 1 + \frac{p}{B(T)} \right) \right] \quad (27)$$

위 식에서

$$C = 0.0894 \quad (28)$$

$$v_0(T) = \begin{cases} b_{1,t} + b_{2,t}(T - b_5) & \text{for } T > T_t \\ b_{1,s} + b_{2,s}(T - b_5) & \text{for } T \leq T_t \end{cases} \quad (29)$$

$$B(T) = \begin{cases} b_{3,t} \exp\{-b_{4,t}(T - b_5)\} & \text{for } T > T_t \\ b_{3,s} \exp\{-b_{4,s}(T - b_5)\} & \text{for } T \leq T_t \end{cases} \quad (30)$$

$$T_t(p) = b_5 + b_6 p \quad (31)$$

이 식에서  $T_t$ 는 반결정 재료의 경우에 용융온도

**Table 1** 7 constant model constants for PP (Profax 6323)<sup>(5)</sup>

n	0.3135
$\tau^*$ (Pa)	$1.10 \times 10^4$
$D_1$ (Pa·s)	$1.96 \times 10^{14}$
$D_2$ (°C)	-10.0
$D_3$ (°C/Pa)	$1.3 \times 10^{-7}$
$A_1$	30.9
$A_2$ (°C)	51.6

**Table 2** Specific-volume model constants for PP (Profax 6323)<sup>(5)</sup>

$b_{1,t}$ (m <sup>3</sup> /kg)	$1.246 \times 10^{-3}$
$b_{2,t}$ (m <sup>3</sup> /kg°C)	$9.03 \times 10^{-7}$
$b_{3,t}$ (Pa)	$9.28 \times 10^7$
$b_{4,t}$ (m <sup>3</sup> /°C)	$4.07 \times 10^{-3}$
$b_{1,s}$ (m <sup>3</sup> /kg)	$1.160 \times 10^{-3}$
$b_{2,s}$ (m <sup>3</sup> /kg°C <sup>-1</sup> )	$3.57 \times 10^{-7}$
$b_{3,s}$ (Pa)	$2.05 \times 10^8$
$b_{4,s}$ (°C <sup>-1</sup> )	$2.49 \times 10^{-3}$
$b_5$ (°C)	123.0
$b_6$ (°C/Pa)	$2.25 \times 10^{-7}$

(melting temperature)이며 비결정 재료의 경우에는 유리전이온도(glass transition temperature)이다. 재료상수( $b_{i,t}$ ,  $b_{i,s}$ ,  $b_s$ ,  $b_m$ ,  $i=1\sim 4$ )는 Table 2에 주어진 것과 같은 값을 사용하였다.

### 3. 지배방정식의 수식화 및 이산화

운동방정식을 두께방향으로 적분하여 얻은 질량 속도식과 연속방정식을 이용하면 압력만의 지배방정식을 얻을 수 있다. 이를 각 요소에 적용하면 유한요소 수식화가 가능하다. 그러나 이 방법은 이차원 유동 또는 일차원 유동만을 따로 해석할 경우에만 성립하는 것이기 때문에 1차원 요소와 2차원 요소를 동시에 사용하여 해석할 경우에는 수식화에 어려움이 있다. 따라서 본 연구에서는 검사체적(control volume) 내에서의 질량보존법칙을 적용하여 압력을 구하는 방법을 사용하였다.

검사체적을 나타내기 위해서는 먼저 요소가 정의되어야 한다. 본 연구에서는 Fig. 2와 같이 선형 삼각형요소, 원통형요소, 그리고 스트립요소를 사용하여 다양한 금형형상을 나타낼 수 있게 하였다. 검사체적은 Fig. 3에서와 같이 각 요소를 그 요소의 중심과 변의 중심을 연결하는 부체적(sub-volume)으로 나누고, 각 절점에서 그 절점 주위의 부체적을 합하므로써 정의될 수 있다.

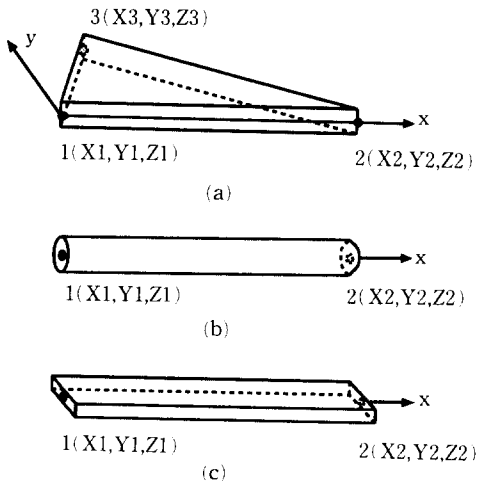


Fig. 2 Schematic diagram of (a) a linear triangular element, (b) a linear cylindrical element, and (c) a linear rectangular strip element, where (X, Y, Z) denotes the global coordinates and (x, y) denotes the local coordinates

절점  $N$ 을 공유하는 각 요소  $l$ 에서 절점  $N$ 이  $i$  ( $l$ 번째 내부 절점이라 하면, 절점  $N$ 의 검사체적 내에서의 질량보존법칙은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$0 = \left[ \frac{\partial m_{cv}}{\partial t} + \int_{\partial cv} (\rho u_k) n_k dA \right]_N = \sum_l \left( \frac{\partial}{\partial t} m_i^{(l)} + \dot{m}_i^{(l)} \right) - \dot{m}_N^{ext} \quad (32)$$

여기에서  $m_i^{(l)}$ 은 요소  $l$ 에서  $i$ 번째 절점을 포함하는 부체적(sub-volume)의 질량이며,  $\dot{m}_i^{(l)}$ 은 요소  $l$ 의  $i$ 번째 부체적에서 요소  $l$ 로의 질량유입률이다.  $\dot{m}_N^{ext}$ 은 주변 요소를 제외한 외부에서 절점  $N$ 을 포함한 검사체적으로서의 질량유입률로 내부 절점에서는 0이고 주입구(inlet) 부분에서는 질량유입을 경계조건값이 된다. 따라서 이 방법을 사용하면 벽면부 또는 인서트와 만나는 부분에서의 불침투조건과 주입구에서의 일정질량유입률 조건이 요소의 종류에 관계없이 자동적으로 만족되게 된다.

기존의 연구에서는 압력장 해석시 주입구에서의 경계조건을 일정압력조건으로 적용하고, 실제 사출성형에서의 조건인 일정질량유입률조건을 만족시키기 위해 유동선단에서 플럭스의 합이 일정질량유입률값과 같아지도록 매 시간단계에서 주입구에서의

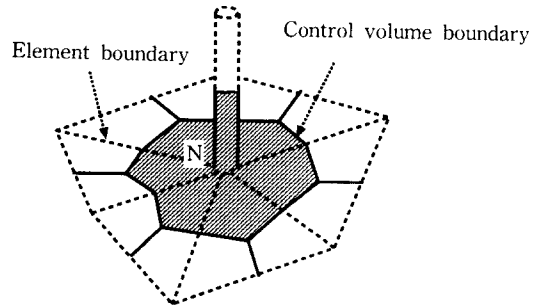


Fig. 3 Schematic diagram of the control volume

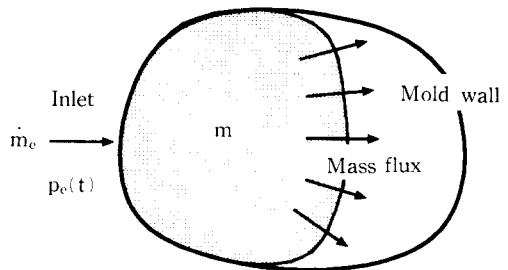


Fig. 4 Schematic diagram of mass flow rate and mass flux

압력을 변화시키는 방법을 사용하였다(Fig. 4). 따라서 매 시간단계에서 주입구의 압력을 구하는 불필요한 반복계산(iteration)을 함으로써 수치적으로 복잡하며 계산시간도 길어지게 된다. 더구나 실제로 다음 식 (33)에서 보듯이 유동선단부에서 플러스의 합과 주입구에서의 일정질량유입률 값은 엄밀히 다른 값이므로 이 방법으로는 실제의 사출성형 조건을 엄밀하게 모사할 수 없게 된다.

$$0 = \frac{\partial m}{\partial t} + [\text{mass flux}] - \dot{m}_e$$

$$\text{또는 } \dot{m}_e = \frac{\partial m}{\partial t} + [\text{mass flux}] \quad (33)$$

각 요소에서 식 (32)를 이산화하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$0 = \sum_i \left( \sum_m \left( M_{im}^{(i)} \frac{\partial p_m^{(i)}}{\partial t} \right) - f_i^{(i)} + \sum_m K_{im}^{(i)} p_m^{(i)} \right) - \dot{m}_i^{ext} \quad (34)$$

선형 삼각형요소의 경우에는 Fig. 5에서와 같은 적분구간을 생각할 수 있다.

식 (8)을 이용하여  $C_i^{(i)}$ 에서 질량플럭스(mass flux)를 계산하고, 밀도의 시간미분항을 온도와 압력의 시간미분항으로 나누어 질량의 시간미분항을 계산하면  $K_{im}$ ,  $M_{im}$ , 그리고  $f_i$ 를 다음과 같이 얻을 수 있다.<sup>(4, 9)</sup>

$$K_{im}^{(i)} = \frac{\tilde{S}^{(i)}}{2A^{(i)}} (b_{2i}^{(i)} b_{2m}^{(i)} + b_{3i}^{(i)} b_{3m}^{(i)}) \quad (35)$$

$$M_{im}^{(i)} = \begin{cases} \frac{2G^{(i)} A^{(i)}}{3} & \text{if } i=m \\ 0 & \text{if } i \neq m \end{cases} \quad (36)$$

$$f_i^{(i)} = -\frac{2F^{(i)} A^{(i)}}{3} \quad \text{for } i, m=1, 2, 3 \quad (37)$$

위 식에서  $A$ 는 요소의 면적이며, 요소의 절점의

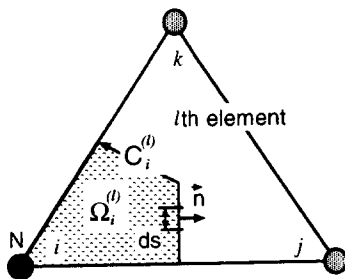


Fig. 5 Schematic diagram of triangular element used in the pressure calculation.

좌표를  $(x_i, y_i)$ 라 하면  $b_{2i}$ ,  $b_{3i}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} b_{2i}^{(i)} &= y_j^{(i)} - y_k^{(i)} \\ b_{3i}^{(i)} &= x_k^{(i)} - x_j^{(i)} \end{aligned} \quad (38)$$

$i, j, k$ 는 1, 2, 3의 양의 순열

또한  $G$ 와  $F$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$G \equiv \int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial P} dz \quad (39)$$

$$F \equiv \int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} dz \quad (40)$$

비슷한 방법으로 선형 스트림요소에서는 다음과 같이 구하여진다.<sup>(9)</sup>

$$K_{im}^{(i)} = \begin{cases} \tilde{S}^{(i)} \frac{2u^{(i)}}{L^{(i)}} & \text{if } i=m \\ -\tilde{S}^{(i)} \frac{2u^{(i)}}{L^{(i)}} & \text{if } i \neq m \end{cases} \quad (41)$$

$$M_{im}^{(i)} = \begin{cases} \frac{2G^{(i)} u^{(i)} L^{(i)}}{3} & \text{if } i=m \\ \frac{G^{(i)} u^{(i)} L^{(i)}}{3} & \text{if } i \neq m \end{cases} \quad (42)$$

$$f_i^{(i)} = -F^{(i)} u^{(i)} L^{(i)} \quad \text{for } i, m=1, 2 \quad (43)$$

이식에서  $G$ ,  $F$ 는 삼각형요소에서와 같이 정의되며,  $u$ 와  $L$ 은 각각 요소의 폭(width)과 길이(length)이다. 선형 원통형요소에서는 다음과 같이 구하여진다.

$$K_{im}^{(i)} = \begin{cases} \frac{2\pi \tilde{S}_{cyl}^{(i)}}{L^{(i)}} & \text{if } i=m \\ -\frac{2\pi \tilde{S}_{cyl}^{(i)}}{L^{(i)}} & \text{if } i \neq m \end{cases} \quad (44)$$

$$M_{im}^{(i)} = \begin{cases} \pi G_{cyl}^{(i)} L^{(i)} & \text{if } i=m \\ 0 & \text{if } i \neq m \end{cases} \quad (45)$$

$$f_i^{(i)} = -\pi F_{cyl}^{(i)} L^{(i)} \quad \text{for } i, m=1, 2 \quad (46)$$

위 식에서  $G_{cyl}$ 과  $F_{cyl}$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$G_{cyl} \equiv \int_0^R \frac{\partial \rho}{\partial P} r dr \quad (47)$$

$$F_{cyl} \equiv \int_0^R \frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} r dr \quad (48)$$

시간에 관한 미분항을 내연적(implicit) 유한차분법을 사용하여 나타내면 최종 압력식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{(= \text{ of nodes})} \left( M_{ij} \frac{p_j^t - p_j^{t-\Delta t}}{\Delta t} \right) + \sum_{j=1}^{(= \text{ of nodes})} (K_{ij} p_j^t) \\ & = f_i + \dot{m}_i^{ext} \end{aligned} \quad (49)$$

이미 충전된 영역과 선단영역을 합한 계산영역에서 압력을 구하게 되는데, 불침투조건과 일정질량 유입률조건은 이 식 자체에서 만족시켜 주므로 유동선단부에서의 압력조건만 적용하여 압력을 구하게 된다. 위 식에서의 각 계수들은 압력과 온도의 비선형함수이므로 이전 시간의 압력을 초기값으로 하여 SUR(successive under-relaxation) 방법에 의하여 해를 구하였다.

온도는 속도와 점성에너지(viscous heating) 항이 가장 정확히 계산되는 요소의 중심에서의 값으로 나타냈다. 각 절점에서의 온도값은 그 절점을 공유하는 요소에서의 값을 각 요소의 체적에 따라 평균한 값을 사용하였으며, 이 때 해의 안정성을 위해 업와인드기법(upwind-scheme), 즉 절점에서 시작하여 각 요소의 중심을 향하는 위치벡터와 그 요소에서의 속도벡터를 내적하여 이 값이 양수가 되는 요소에서의 값만을 요소체적에 따라 평균하는 방법을 사용하였다.

온도분포는 두께방향으로의 유한차분법을 사용하

여 수식화하였다. 식 (3)의 에너지방정식에서 대류(convection)항과 점성소산(viscous heating)항은 전 스텝의 온도를 사용하여 구하였고, 시간과 전도(conduction)항에는 후방차분(backward difference) 방법을 사용하였다. 요소  $l$ 의  $i$ 번째 층에서 시간  $j$ 일 때의 유한차분 근사식은 다음과 같다.

$$\beta T_{l,i-1,j+1} - (1+2\beta) T_{l,i,j+1} + \beta T_{l,i+1,j+1} = -T_{l,i,j} + \Delta t_j \text{CONV}_{l,i,j} - \alpha \text{VISC}_{l,i,j} \quad (50)$$

위 식에서

$$\alpha = \frac{\Delta t_j}{\rho C_p}, \quad \beta = k \frac{\Delta t_j}{\rho C_p \Delta z^2} \quad (51)$$

이며, CONV는 대류항을, VISC는 점성소산항을 나타낸다.

충전과정에서 시간증분을 결정하기 위하여 검사 체적에 FAN(Flow Analysis Network)을 적용한 방법을 사용하였다. 이 방법에서는 각 절점의 검사 체적이 충전된 정도를 나타내는 충전지수(filled fraction)  $f$ 를 정의하여,  $f$ 가 0인 절점을 비충전절점(unfilled node), 0과 1사이 절점을 선단절점(front node), 1인 절점을 충전절점(filled node)으로 구분한다. 온도장과 압력장의 해석 후에 각 요소에서의 속도를 구하고, 계산된 속도장을 이용하여 선단절점 중에서 가장 먼저 충전될 수 있는 절점을 찾아, 이 절점이 충전되는 시간을 시간증분으로 결정한다. 이렇게 함으로써 초기에 하나의 충전절점으로 시작하여 전체의 캐비티가 충전될 때까지 자동적으로 유동선단이 전진하게 된다.

이상과 같은 수식화와 계산절차에 따른 해석 알고리즘을 Fig. 6에 나타내었다.

#### 4. 해석결과

먼저 본 연구에서 개발된 프로그램의 신뢰성을 확인하기 위해 Chiang<sup>(6)</sup>의 실험 및 해석과 비교해 보았다. 해석에 사용된 금형의 형상 및 격자구조를 Fig. 7에 나타내었다. 이 금형은 스프루와 사다리꼴모양의 러너(밑면 1.04 cm, 윗면 1.14 cm, 높이 0.57 cm), 동일한 세개의 사각형 게이트( $2h \times \Gamma \times L = 0.102 \times 0.96 \times 0.58 \text{ cm}^3$ )와 두개의 동일한 사각형 캐비티 ( $2h \times \Gamma \times L = 0.203 \times 4.0 \times 12.0 \text{ cm}^3$ )로 구성되어 있다. 러너는 두개의 게이트를 가진 캐비티가 먼저 충전된 후, 보압형태의 유동이 일어날 수 있도록 의도적으로 불균등하게 설계되었다. 해

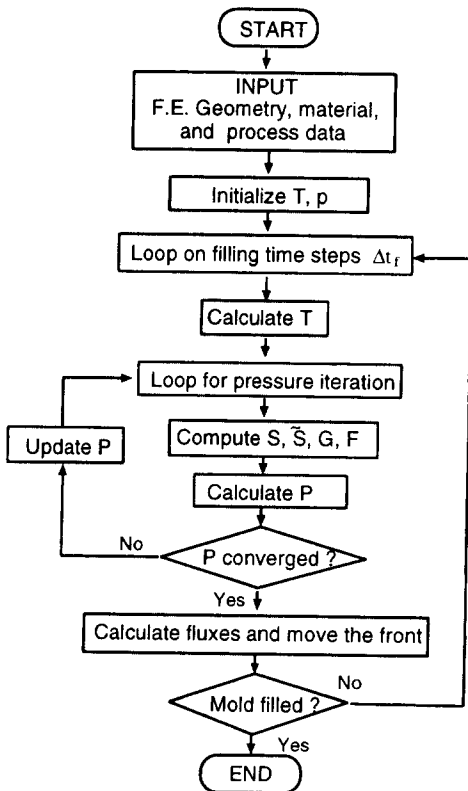


Fig. 6 Flow chart for the numerical procedure

석시 러너는 반경( $R_n$ )이 0.375 cm, 둘레길이 ( $C_l$ )가 3.32 cm, 면적( $A_l$ )이 0.621 cm<sup>2</sup>인 등가 원통형요소(equivalent cylindrical element)로 이산화하였고 캐비티는 삼각형요소로 이산화하였다.

해석에 사용된 재료는 polypropylene(Profax 6323)<sup>(5)</sup>이었다. 점성계수와 밀도는 앞의 Tables 1, 2에 주어진 상수값을, 열적물성치(thermal properties)는 Table 3에 주어진 상수값을 이용하였다. 배럴온도는 200°C, 금형면 온도는 30°C, 그리고 평균 사출속도는  $1.07 \times 10^{-5}$  m<sup>3</sup>/s으로 하여 해석해 보았다.

계산에 의한 유동선단의 전진상황을 Fig. 8에 나

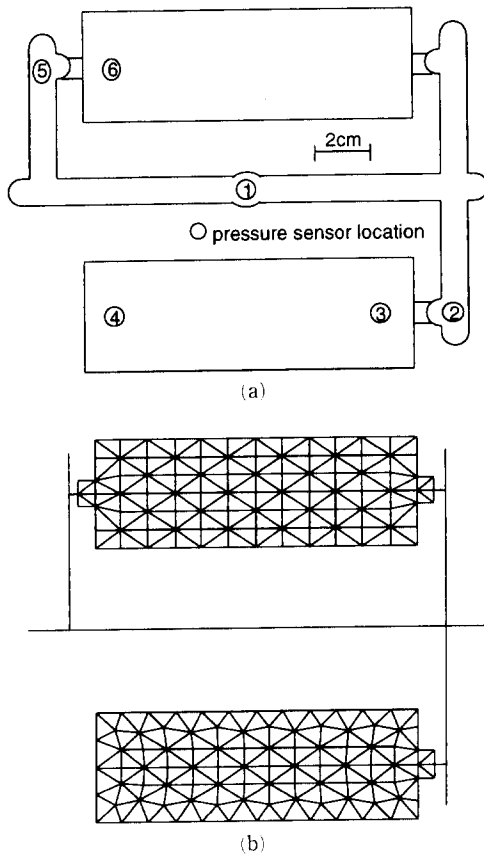


Fig. 7 (a) Schematic diagram of the model A and (b) Its mesh layout

Table 3 Thermal properties of PP(Profax 6323)<sup>(5)</sup>

$C_p$ (J/kgK)	$2.7 \times 10^3$
$k$ (W/m°C)	0.175

타내었다. 이 그림을 보면 유동선단이 #5쪽의 게이트를 가장 먼저 지나고, 약 0.2초 후에 나머지 게이트를 지나게 됨을 알 수 있다. 약 3.5초 경에는 상부 캐비티가 충전되어 그 후부터 상부캐비티에는 보압형태의 유동이 나타날 것이라는 예측을 할 수 있었다.

압축성이 압력변화에 미치는 영향을 알아볼 수 있도록  $\Delta P_{15}$ 의 경우에 본 연구의 해석값과 Chiang<sup>(5)</sup>의 실험값 및 해석값의 비교를 Fig. 9(a)에 나타내었다. 유동선단이 #5쪽 게이트에 도달한 후 나머지 게이트에 도달하는 구간과 상부캐비티가 충전되는 순간부터 하부캐비티가 충전될 때까지의 구간에서  $\Delta P_{15}$ 가 급격히 감소하는 경향을 보여주며 이것은 실험과도 일치하였다. 먼저 압축성을 가정한 경우와 비압축성을 가정한 경우를 비교해 보면 상부캐비티가 충전되기 전까지는 큰 차이가 없음을 알 수 있었다. 상부캐비티가 충전된 후에는 비압축성을 가정한 경우 압력차이가 거의 없어지지만 압축성을 가정한 해석의 경우 어느 특정한 값에 수렴하며 이는 실험과도 잘 일치함을 알 수 있었다. 다음으로 본 연구에서의 해석과 Chiang<sup>(5)</sup>의 해석을 비교해보면, 압력차이가 급격히 감소하는 두 구간에서 Chiang<sup>(5)</sup>의 해석값이 더 느리게 감소하는 경향을 보여주는데, 이것은 앞절에서 언급했듯이 주입구에서의 경계조건인 일정질량유입률조건을 엄밀하게 만족시켜 주지 않았기 때문이다. 식 (33)에서 보듯이 압축이 많이 될 경우 일정량의 플럭스를 만들기 위해서는 주입구에서 더 큰 압력이 필요하게 되므로 압력차이는 실제보다 큰 값을 가질 수밖에 없다.  $\Delta P_{34}$ 의 경우에 해석값과 실험값을 비교한 결과를 Fig. 9(b)에 나타내었다. #3, #4의 위치가 가장 나중에 충전되는 캐비티 내부에 있기 때문에 압축

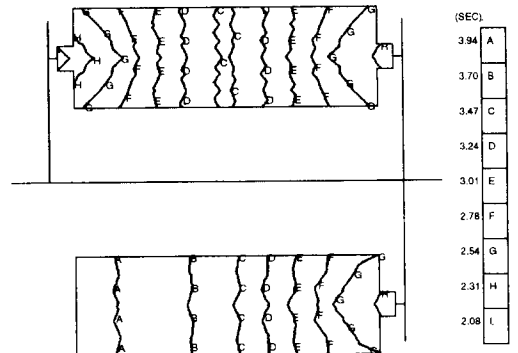


Fig. 8 Predicted melt front advancement for mold A



성을 고려한 효과가 잘 나타나지 않음을 알 수 있다. Fig. 9(c)는 게이트 전, 후의 압력차이인  $\Delta P_{23}$ 를 나타낸 것으로 실험값과는 많은 차이를 보였다. 이러한 이유는 점탄성효과를 무시한 구성방정식을

유한요소 수식화함으로써 단면적이 급격히 변하는 부분을 통과할 때 발생하는 접속부 손실(juncture loss)을 효과적으로 모사하지 못하기 때문이다.

두 번째 계산 예로 Fig. 10에 주어진 직사각형 캐비티 내부의 충전과정을 해석하였다.

앞의 해석 예에서와 같은 물성치 값을 계산에 사용하였으며, 사출속도는  $5.0 \text{ cm}^3/\text{s}$ 로 하였다. Fig. 11(a) (case 1)와 같은 삼각형 요소를 캐비티 전체 부분에 적용하여 계산을 수행한 결과 Fig. 12(a)와 같은 유동선단을 나타내었다. 이 결과에 의하면 대략 0.2초가 경과한 후에는 게이트에서 어느 정도 먼 부분에서의 유동선단이 대부분 벽면에 수직인 방향으로 일정하다는 것을 알 수 있었다. 따라서 계산 시간을 줄이기 위해 Fig. 11(b) (case 2)에 주어진 것과 같이 삼각형 및 스트립요소의 복합요소를 사용하여 계산을 수행하고 결과를 비교하여 보았다. 이들 복합요소를 이용한 유동선단의 전진 모양은 Fig. 12(b)에 주어지고 있다. Fig. 12(a)와 Fig. 12(b)를 비교해 보면 두 경우 거의 같은 양상을

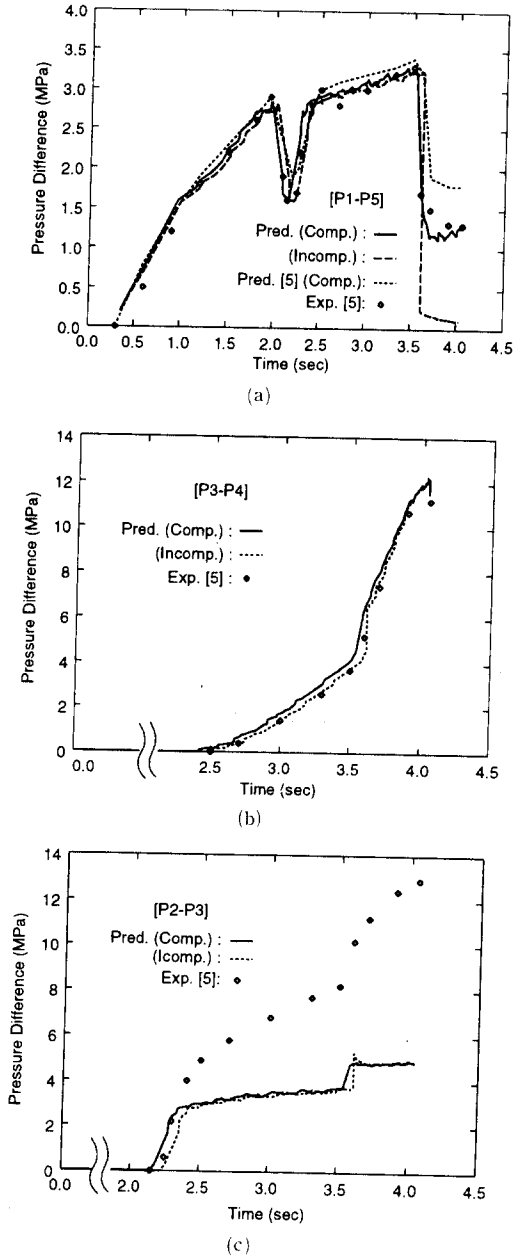


Fig. 9 Comparisons of (a) P1-P5, (b) P3-P4, and (c) P2-P3 for mold A between the currently simulated result and the data available in reference<sup>(5)</sup>

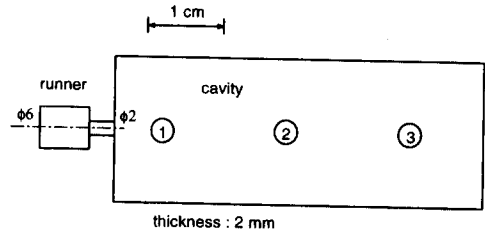


Fig. 10 Schematic diagram of mold B

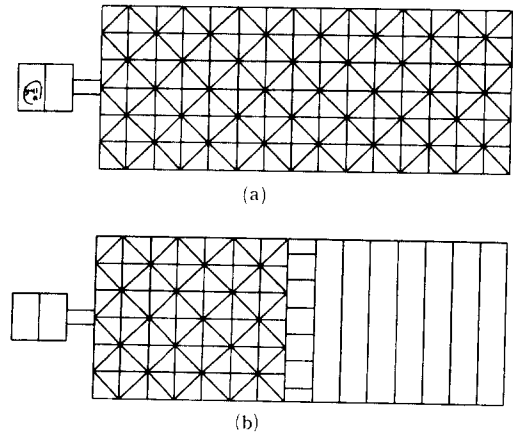


Fig. 11 Mesh layout of mold B (a) using cylindrical and triangular elements (case 1) and (b) using cylindrical, triangular, and strip element (case 2)

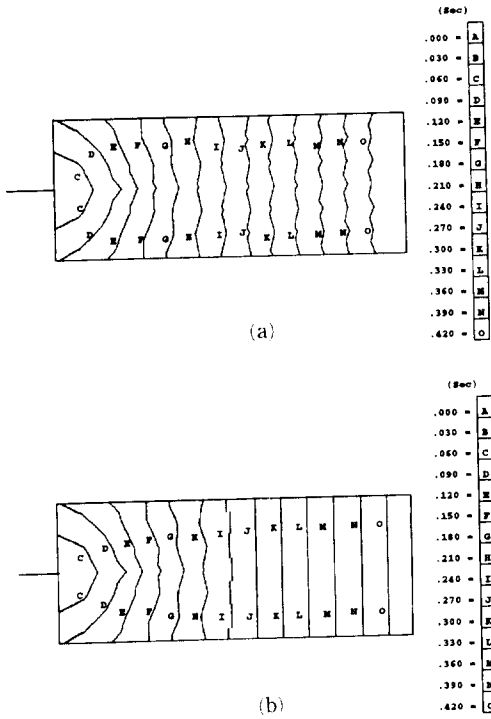


Fig. 12 Predicted melt front advancement for mold B (a) in case 1 and (b) in case 2

보여주고 있다.

Case 1과 case 2의 경우에 Fig. 12에 주어진 #1, #2, #3 위치에서의 시간에 따른 압력의 변화를 비교하여 Fig. 13에 나타내었다. Fig. 13(a)는 비압축성을 가정한 해석의 경우에 비교한 것이고, Fig. 13(b)는 압축성을 가정한 경우를 비교한 것이다. 비압축성을 가정한 경우에는 case 1과 case 2의 압력이 거의 일치하며, 압축성을 가정한 경우에는 case 1쪽의 압력이 case 2에 비해 약간 작은 경향을 나타냄을 알 수 있다. 그러나 대체적으로는 case 1과 case 2의 압력이 일치한다고 볼 수 있다. 이 때 약간의 차이가 생기는 것은 case 1의 경우에 폭방향으로 중심부분이 상대적으로 온도가 높고, 밀도가 작기 때문에 압력이 작게 계산되어진 것이다.

이와 같은 결과에 의해 특수한 상황에서는 간단한 1차원 요소를 사용하는 것이 해석에 효율적이라는 것을 알 수 있었다. 그러나 스트립요소를 사용할 수 있는 경우는 이와 같이 유동이 1차원임을 자명하게 알 수 있을 때 뿐이며, 복잡한 유동이 예상

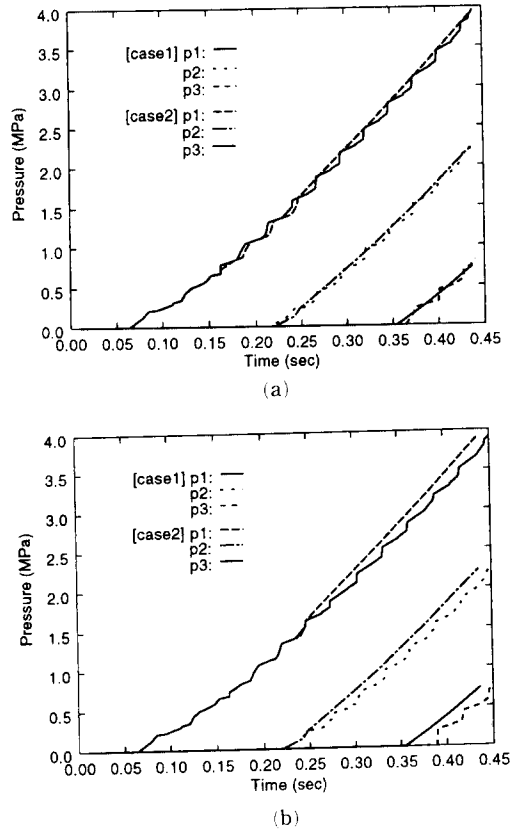


Fig. 13 Comparisons of predicted pressures for mold B assuming (a) incompressibility and (b) compressibility of the resin

되는 부분에는 금형형상이 단순하더라도 스트립요소를 사용할 수 없다.

### 5. 결론

본 연구에서는 고분자재료의 압축성을 고려한 사출성형 충전과정 해석프로그램을 개발하였다. 검사체적법을 사용하여 유동선단을 전진시킴으로써 복잡함 형태의 성형공정을 용이하게 해석할 수 있게 하였으며, 주입구에서의 일정질량유입조건을 수식화에 직접 적용함으로써 해석시간을 단축시킬 수 있었다. 기존의 해석 및 실험결과와 비교하여 개발된 프로그램의 신뢰성을 검증하였으며, 다양한 요소를 복합적으로 사용하여 계산 시간을 줄일 수 있음을 알 수 있었다.

본 프로그램이 충전후 과정까지 해석할 수 있도록

록 확장되면, 최종 성형품의 뒤틀림 및 수축 등의 예측에 유용하게 쓰일 수 있을 것이며, 또한 유사한 플라스틱 성형공정의 해석에도 적용될 수 있을 것이다.

### 후 기

본 연구는 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구소의 지원에 의해 수행된 것으로 관계자 여러분께 감사드립니다.

### 참고문헌

- (1) Hieber, C. A. and Shen, S. F., 1980, "A Finite-Element/Finite-Difference Simulation of The Injection-molding Filling Process," *J. of Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 7, pp. 1~32.
- (2) Wang, K. K., Shen, S. F., Cohen, C., Hieber, C. A., Kwon, T. H. and Ricketson, R. C., 1985, "Computer-Aided Design and Fabrication of Molds and Computer Control of Injection Molding," Progress Report No. 11, Cornell Univ. Ithaca, New York.
- (3) Wang, K. K., Shen, S. F., Cohen, C., Hieber, C. A. and Himasekhar, K., 1988, "Integration of CAD/CAM for Injection-molded Plastic Parts" Progress Report No. 14, Cornell Univ. Ithaca, New York.
- (4) Chiang, H. H., Hieber, C. A. and Wang, K. K., 1991, "A Unified Simulation of the Filling and Postfilling Stages in Injection Molding, Part I: Formulation," *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 31, pp. 116~124.
- (5) Chiang, H. H., Hieber, C. A. and Wang, K. K., 1991, "A Unified Simulation of the Filling and Postfilling Stages in Injection Molding, Part II: Experimental Verification," *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 31, pp. 125~139.
- (6) Najmi, L. A. and Lee, D., 1991, "Modeling of Mold Filling Process for Powder Injection Molding," *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 31, pp. 1137~1148.
- (7) 변성광, 1994, "사출성형시 충전과정의 수치모사," 박사학위논문, 한국과학기술원.
- (8) 정준호, 1993, "유한요소법을 이용한 평면방향의 사출성형 해석," 석사학위논문, 한국과학기술원.
- (9) 한경희, 1996, "압축성과 상변화를 고려한 사출성형 충전 및 충전후 과정 연계 해석," 석사학위논문, 한국과학기술원.
- (10) Isayev, A. I., 1987, *Injection and Compression Molding Fundamentals*, Marcel Dekker.
- (11) Middleman, S., 1977, *Fundamentals of Polymer Processing*, McGraw-Hill.