

〈논 문〉

LPG 엔진용 고압 핀틀노즐 내부유동 수치해석

정 흥 철* · 김 병 철**

(1997년 3월 26일 접수)

Prediction of the Internal Flow in a Pintle Nozzle for LPG Engine

Hong-Chul Chung and Byung-Chul Kim

Key Words : Internal Flow in Nozzle(노즐내부유동), Turbulent Intensity(난류강도), Needle Leading Angle(니들선단각도)

Abstract

The use of "clean fuels" such as buthane, propane, and mixtures of these (LPG) is an attractive way to reduce exhaust emissions. In this study internal flow of the pintle type injector for LPG engine is studied. The breakup of liquid jet is the result of competing, unstable hydrodynamic forces acting on the liquid jet as it exits the nozzle. The nozzle geometry and up-stream injection conditions affect the characteristics of flow inside the nozzle, such as turbulence and cavitation bubbles. A set of calculations of the internal flow in a pintle type nozzle were performed using a two dimensional flow simulation under different nozzle geometry and upstream flow conditions. The calculation showed that the turbulent intensity and discharge coefficient are related to needle leading angle(α) and needle lift.

1. 서 론

부탄, 프로판과 이들의 혼합물인 LPG는 배기가스 정화와 에너지절약 측면에서 매우 유용하다. 특히, 가스터빈과 디젤엔진에 LPG를 가스연료로 이용하는 연구가 활발하다.⁽¹⁾ LPG는 프로판과 부탄을 성분으로하는 혼합물이며 LPG를 디젤기관에 적용할 경우의 문제점은 경유에 비해 낮은 옥탄가와 비등점이다. 그러나 종래의 디젤엔진을 간단히 개조하여 미립자 배출량이 특히 많은 중, 고부하 영역에서 주 연료인 경유의 분사량을 증가 시키는 대신 LPG를 예혼합 흡입시켜 배기 개선을 꾀할 수 있는 이중연료엔진으로 사용이 가능하다. 따라서 성분이 변화하는 LPG 대신 단일 성분인 부탄의

특성 실험결과는 LPG 디젤엔진을 위한 기초 연구 자료로 사용할 수 있다.

온도 20°C에서 프로판은 8 kg/cm², 노말 부탄은 2 kg/cm²의 압력에서 액화 한다. 이와같이 LPG는 상온에서 비교적 쉽게 액화 하는 성질이 있다. 부탄은 대기오염성분이 되는 유황분, 질소분이나 터빈 날개의 부식을 일으키는 알칼리 금속화합물을 함유하고 있지 않으므로 천연 가스와 함께 청정 가스터빈 연료로도 이용이 기대되고 있다. 그러나 액상부탄과 석유계의 액체연료는 미립화에 관계되는 물성치, 즉, 밀도, 표면장력, 점성 등이 다르므로 연료를 액상 부탄으로 대체 할 경우에는 적절한 연료노즐로 바꾸는 것이 필요하다. 부탄은 가압에 의해 쉽게 용기상태로 유지 가능하므로 비교적 내압이 낮은 상태로 저장할 수 있는 이점이 있지만, 외기온도가 낮으면 부탄 자신의 기화열 공급이 미흡하여 충분한 가스 공급이 어렵다. 기체와 액체의

*회원, 한국항공대학교 항공우주공학과

**회원, 조선대학교 기계공학과

혼합상태에서도 사용가능한 연료장치의 개발이 필요하다. 또 부탄은 용기에 고압으로 저장할 때는 액체상태지만 상온 상압에서는 가스 상태로 되며 이것은 연료분사 밸브로부터 분사된 후 연소에 이르기 까지 복잡한 과정을 거친다. 부탄의 수효확대를 도모하기 위해서는 액상부탄의 미립화, 증발, 주위 연소용 공기와의 혼합에 이르는 과정에 대한 연구가 더 필요하다.

노즐의 상부조건은 하부분부에 영향을 미치며 이에 대한 연구가 보고 되고 있다.⁽²⁻⁵⁾ 노즐의 형상(입구 형태) 및 needle 선단각도(α)와 분사조건에 따라 내부 유동의 흐름상태와 유량계수(discharge coefficient)는 달라지며, 분무발달 특성은 노즐 내부 유동특성에 따라 달라진다. 연료분무의 미립화에 영향을 미치는 다른 상부조건은 노즐내부의 난류현상이라고 일반적으로 생각하고 있지만 난류현상이 어떻게 미립화에 영향을 미치는가에 관한 자세한 연구 결과는 드물다. 본 논문에서는 우선 분사조건과 노즐형상에 따른 노즐의 내부 유동 특성을 파악하였다.

2. 지배방정식 및 수치해석

2.1 유동 지배방정식

Cartesian 속도 성분을 사용하여 뉴턴유체의 정상 유동의 연속 방정식, 운동량 방정식, 난류에너지 방정식, 난류 에너지 소멸 방정식을 나타내면 다음과 같다.⁽⁶⁻⁸⁾

연속 방정식 :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

운동량 방정식 :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i u_j} \right) \quad (2)$$

$$-\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3)$$

식 (2), (3)에서 U_i 는 난류의 시간적으로 변동하는 속도, \bar{U}_i 는 시간평균속도, $-\overline{\rho u_i u_j}$ 항은 난류에 의해 발생 되는 레이놀즈응력을 나타낸다. 여기서 δ_{ij} 는 Kronecker delta를 나타낸다.

$$\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & (i \neq j) \\ 1 & (i = j) \end{pmatrix}$$

또한 μ_{eff} 는 난류 유효점성계수로 분자점성계수 μ 와 난류점성계수 μ_t 의 합으로 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (4)$$

여기서 난류점성계수 μ_t 는 $k-\epsilon$ model에서 다음과 같이 나타낸다.

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

여기서 C_μ 는 난류모델상수, k 는 난류 에너지를 나타내며 $k = \frac{1}{2} (\bar{U}_1^2 + \bar{U}_2^2 + \bar{U}_3^2)$ 이고, ϵ 은 난류 에너지 소멸률을 나타내며

$$\epsilon = \nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \text{이다.}$$

난류 에너지 이동 방정식 :

$$\rho U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \epsilon \quad (6)$$

난류 에너지 소멸률 방정식 :

$$\rho U_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) - C_1 \rho \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (7)$$

여기서 C_μ , C_1 , C_2 , σ_k , σ_ϵ 는 난류 모델상수이며 C_μ 는 0.09, σ_k 는 1.0, σ_ϵ 는 1.3, C_1 은 1.44, C_2 는 1.92이다.

2.2 경계 조건

2차원 축대칭 비압축성 정상 난류 유동의 경우 입, 출구 경계조건, 대칭 경계조건 및 벽면 경계조건은 다음과 같다.

i) 입구; 층류인 경우는 완전발달된 포물선형 속도분포를 적용하였고, 난류인 경우에는 균일한 속도를 부여하였다. 난류인 경우, 입구에서 k 의 값은 평균입구속도의 1%로 간주하였으며, ϵ 값은 노즐입구에서 난류길이스케일(1)을 노즐특성길이(노즐직경인 d)의 10%로 취한 후 식 (13)을 이용하여 구하였다.

ii) 출구;

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

iii) 대칭 경계조건;

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

iv) 벽면 경계조건; 벽면에서는 no slip condition ($u=0$)을 적용한다.

v) 벽함수의 도입;

난류인 경우 벽면 근처 이산화과정과 제어체적 적분과정에서의 미세한 많은 격자점을 피하기 위하여 2층 모델(two layer model)의 벽함수를 사용하며 전단응력 τ_w 는 다음과 같다.

$$\tau_w = \mu \frac{u_p}{y_p^+}, \quad y_p^+ \leq 11.63 \quad (10)$$

$$\tau_w = \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_\epsilon^{1/2} \chi u_p}{\ln(E y_p^+)}, \quad y_p^+ > 11.63 \quad (11)$$

여기서 $y_p^+ = \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_\epsilon^{1/2} y_p}{\mu}$ 이고, y_p^+ 는 벽으로부터 질점 p점까지의 무차원 거리이며, χ 와 E는 로그속도 형상을 결정하는 매개변수로서 χ 는 0.4187이며, E는 9.0이다.

벽면에서의 난류에너지의 값은 $k=0$, 난류에너지 소멸률은 벽면으로부터 첫번째 계산점을 적용시키며 그 값은 다음과 같다.

$$\epsilon_p = \frac{C_\mu^{3/4} k_\epsilon^3}{\chi y_p} \quad (12)$$

난류에너지 소모율과 dissipation length scale은 다음과 같은 관계로 주어진다.

$$l = C_\mu^{3/4} \frac{k_\epsilon^2}{\epsilon} \quad (13)$$

또한 2차원 유동장의 각 점에서 난류강도

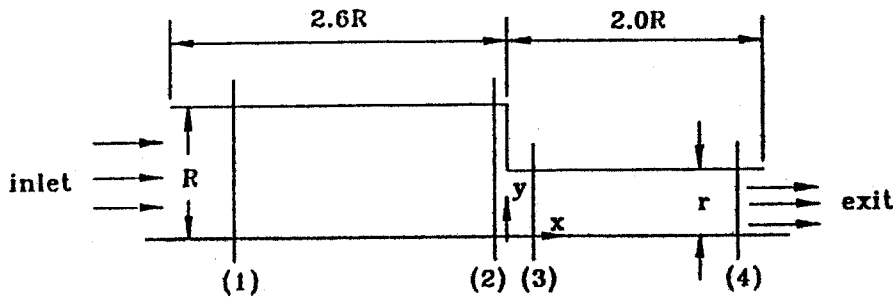
(turbulent intensity)는 $\frac{\sqrt{k}}{u}$ 로 나타내기로 한다.

3. 결과 및 고찰

3.1 노즐내부유동 수치결과의 타당성 검증

본연구에서 난류모델은 표준 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였는데, 표준 $k-\epsilon$ 모델 사용시 recirculation 영역에서의 재부착길이 예측 등에서 표준 $k-\epsilon$ 모델이 RNG $k-\epsilon$ 모델 등 다른 수정모델 보다 실험치에는 덜 접근하지만⁽⁹⁾ 본연구에서는 recirculation 영역보다는 노즐형상에 따른 노즐 출구에서의 유량계수, 평균속도, 난류강도등의 거동변화를 예측하고자 일단 표준 $k-\epsilon$ 모델을 사용하여 노즐유동을 예측하였다.

실제 노즐 내부 지름은 약 0.3 mm 이하의 아주 작은 크기를 가지므로 실제 모델의 내부유동을 실험적으로 측정하기는 무척 어렵다. 본 연구에 사용된 2-D 프로그램이 노즐 내부 유동현상을 잘 모사할 수 있는지의 타당성을 검증하기 위하여 층류조건에서 물을 사용하여 실험한 결과와 비교하였는데 실험치는 급격한 수축부(suddenly contraction)를 갖는 원통형 파이프내의 속도를 측정한 Durst와 Loy⁽¹⁰⁾의 연구결과이다. 계산에 사용된 모델은 Fig. 1와 같으며 수축비(contraction ratio, R/r)는 1.873이다. 경계조건은 입구에 층류 속도형상을 부여하였으며 출구에서는 속도구배가 없다고 가정하



$R = 9.55 \text{ mm}$	(1) $x/R = -2.094$
$r = 5.1 \text{ mm}$	(2) $x/R = -0.078$
$R/r = 1.873$	(3) $x/r = 0.148$
	(4) $x/r = 2.942$

Fig. 1 Sudden contraction for laminar flow

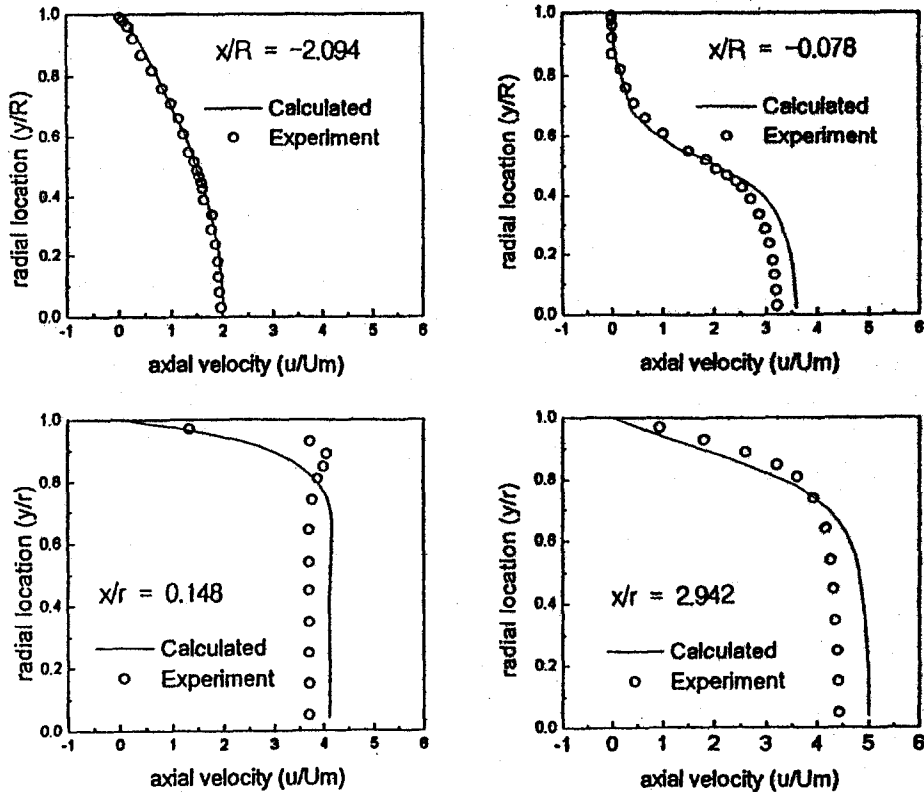


Fig. 2 Comparison of predicted and measured velocity profiles

었다. 노즐오리피스 직경을 기준으로한 레이놀즈수 ($Re_a = \rho u d / \mu$)가 1831인 경우에 축방향 평균속도를 기준으로 한 무차원 속도형상에 대하여 계산결과와 실험결과를 Fig. 2에서 비교하였다. Fig. 1의 입구, 수축부 전과 후, 출구 4곳에 대해 비교해 본 결과 Fig. 2과 같이 일반적인 속도 형상을 잘 계산해 낼 수 있다는 것을 알 수 있다. 그러나 수축부를 지난 직후의 실험결과와 계산 결과와의 속도형상에 약간의 차이점이 있음을 알 수 있다.

이는 실험시 측정체적의 한계로 인해 벽근처에서 미소한 영역을 잡아내지 못하였고, 실제유동은 급격한 수축이후의 형상으로 인한 국부적인 천이 영역이 존재하기 때문에 계산결과와 차이가 난 것으로 예측된다.

총류 상태에서의 노즐 내부 유동 계산은 실제 속도 현상을 잘 모사할 수 있었으나, 높은 레이놀즈수(10000 이상)에서는 당연히 난류상태가 되므로, 이 계산 결과로 오리피스 노즐 내부의 유동장을 모두 설명하기는 어렵다.

단순한 급격수축 오리피스 노즐 내부유동을 수치 해석하여 얻은 데이터는 실험과 비교적 잘 부합하였고 수치계산 코드는 노즐내부유동의 박리(separation), 재순환(recirculation), 재부착(reattachment) 영역을 잘 나타낼 수 있었기 때문에 실험데이터가 없는 실제의 급격수축 Pintle노즐에 적용하더라도 실제 노즐내부 유동현상을 잘 모사할 수 있을 것이라고 생각한다.

3.2 LPG 분사 노즐의 내부유동

실제 LPG엔진의 연료분사 노즐구멍의 지름은 측정이 불가능할 정도로 작으므로 직접 측정된 실험결과는 거의 없다. 실험데이터는 실제 LPG노즐의 크기보다 크거나 거의 비슷한 경우라도 내부유동장내의 속도장이나 압력장, 난류강도 등을 측정하지는 못하고 사진촬영 등을 통하여 현상만을 관찰할 수 있었고, 단순화되고 상사적으로 크기를 확대시킨 노즐에 대한 한정된 조건에서의 실험결과들이 있을 뿐이다. 따라서 캐비테이션과 같은 2상유

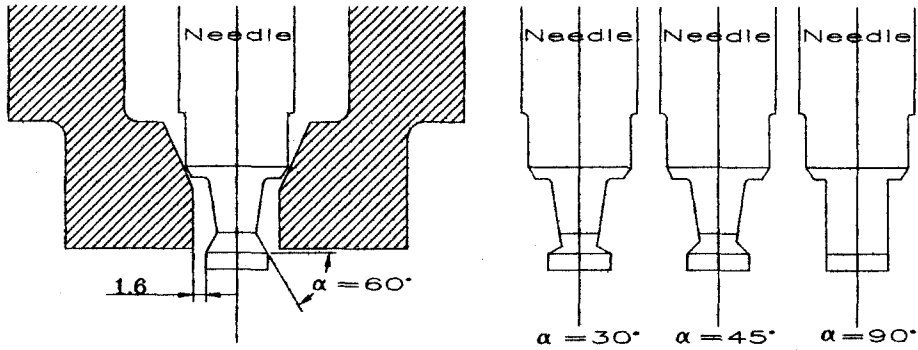


Fig. 3 Details of LPG nozzle with pintle type

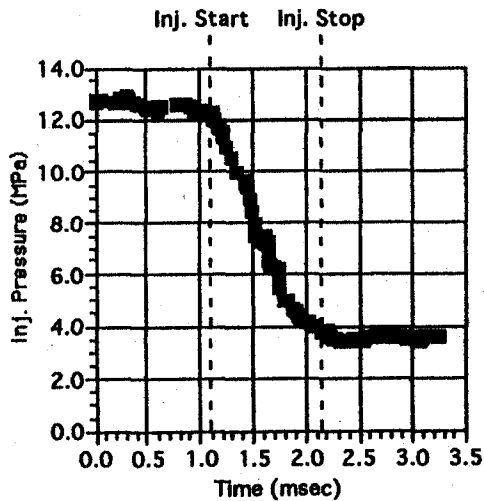


Fig. 4 Fuel injector pressure history as measured by a strain gauge attached to the accumulator.

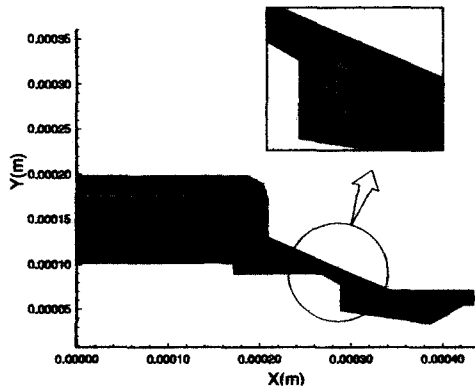


Fig. 5 Computational grid

동 유동을 모사할 수는 없지만 단상유동으로 가정 하였을 때 형상이나 조건들이 바뀌었을 때 유동장의

Table 1 Properties of butane

Molecular Structure	C ₄ H ₁₀	
Molecular weight	58.12	
Vapor pressure (kg/cm ²) (37.8°C)	2.62	
Boiling point (°C)	-0.5	
Heat value (kcal/kg)	11,850	
Latent heat (kcal/kg)	92.2	
Specific heat	Const. pressure sp. heat (liquid phase)	0.55
	Const. pressure sp. heat (gas phase)	0.396
Octane no.	90	
Ignition temperature	441	
Combustion limit (Volume for air)	High	8.41
	Low	1.86
Surface force (N/m)	1.17 × 10 ⁻²	
Density (kg/m ³)	580	
Viscosity (Pa s)	0.0001835	
Dynamic viscosity	3.14 × 10 ⁻⁷	

특성의 세부적인 내용을 간접적으로 파악할 수 있는 수치해석 방법이 상당히 효율적이다. 본 수치계산에서 사용된 Pintle 노즐의 전체적인 내부형상은 Fig. 3과 같으며, Fig. 4는 실험에 사용한 Nozzle 입구의 압력이다. 고압용 LPG 용 핀틀노즐에서 분사는 125 MPa에서 시작하여 분사는 약 4 MPa에

서 종료한다. 계산을 위한 격자계는 Fig. 5와 같다. 계산 적용된 격자수는 60×40 이며 격자수를 60×50 , 60×60 등으로 민감도를 $\alpha=60^\circ$, needle lift를 0.1 mm로 고정시키고 조사한 결과, 격자수에 의한 resolution 차이가 있을 뿐 전체적인 C_d , 평균속도, 난류강도는 별 차이가 없었다. 단, 격자수가 증가하면 캐비테이션 영역은 격자수 resolution 만큼 자세하게 표현 가능하였지만 계산시간이 증가하였다. 계산에 사용된 부탄연료의 물성치는 Table 1에 나타 냈다.

노즐내부유동현상에 영향을 미치는 인자로서 본 연구에서 조사한 매개변수는 니들위치(needle position; needle lift), 니들선단각도(leading angle of needle, α), 노즐입구와 출구의 압력차 변화에

의한 속도변화에 따른 레이놀즈수 이다. Fig. 6-1, Fig. 6-2는 표준 노즐 입구형상에서, 니들선단각도 $\alpha=60^\circ$, needle lift 0.3 mm, 노즐입구압력 12.5 MPa, 4 MPa에서 인젝터 입구에서 노즐오리피스 입구, 노즐내부 및 노즐출구까지의 유로면적, 중심축상(centerline)에서의 속도, 압력, 난류에너지를 나타낸 것이다. 중심축을 따라서 유동이 노즐오리피스 내부로 이동함에 따라 속도는 급격히 증가한 후 노즐내부의 형상이 확대되는 부분에서 급격히 감소한 후 다시 증가하였다. 압력은 노즐 내부의 형상이 확대되는부분에서 급격히 떨어진다. 난류에너지는 노즐내부 형상이 축소되는 부분부터 축방향으로 갈수록 증가한다.

노즐내부유동 계산에서 유동장 압력들은 노즐출

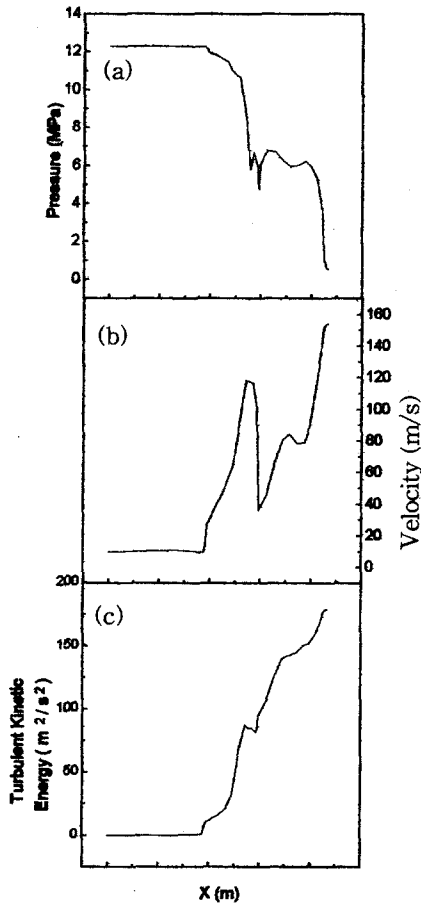


Fig. 6-1 (a) pressure (b) velocity (c) turbulence kinetic energy in centerline at 12.5MPa inlet pressure, 0.3mm Needle lift

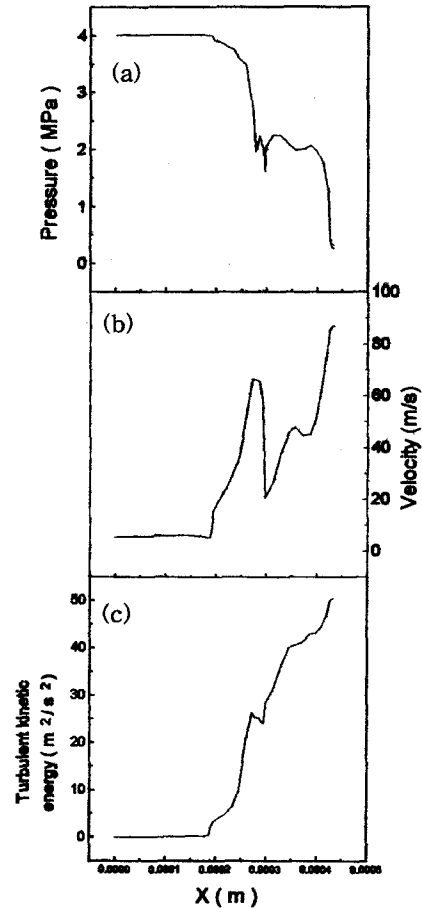


Fig. 6-2 (a) pressure (b) velocity (c) turbulence kinetic energy in centerline at 4MPa inlet pressure, 0.3mm Needle lift

구의 압력이 분무실 압력과 같다고 가정하여 압력을 재분포 시킨 상대압력이다. 본 연구에서 분무실의 압력은 절대압력으로 0.1 MPa이며, 즉 노즐출구의 압력이 0.1 MPa이다. 이렇게하여 압력분포를 구하여 보면 노즐오리피스 입구 직후에는 압력이 0 MPa보다 작은영역이 나타난다. 편의상 연료의 증기압을 0 MPa으로 볼 때 이보다 작은 영역을 연료증기압 보다 작은 영역으로 간주할 수 있다. 국부압력이 증기압보다 작은 영역에서는 캐비테이션이 발생할 수 있는 영역이라 간주할 수 있다.

Fig. 7은 $\alpha=60^\circ$ 에 대하여 needle lift 0.1 mm일 때 압력, 난류에너지를 나타내고 있다. Fig. 8은 $\alpha=60^\circ$, needle lift 0.3 mm일 때 압력, 난류에너지를 나타내고 있다. Fig. 7과 Fig. 8의 압력 contour에서 0 MPa보다 작은 영역에서는 캐비테이션이 생길 수 있는 영역이다. 난류에너지 contour 비교에서 니들위치가 많이 열렸을 때가 니들이 적게(분

사 초기) 열렸을 때보다 난류에너지가 큼을 알 수 있다.

3.2.1 니들위치와 니들선단각도(α)가 내부유동에 미치는 영향

실제 엔진에서는 니들이 열리는 동안의 분사압력은 시간에 따라 변화하지만 여기서는 모든 니들위치에 대하여 같은 분사압력을 가정한다. 따라서 needle lift가 작을 때는 니들이 충분히 열렸을 때에 비하여 상대적으로 높은 압력하에서 계산된 것이다. α 가 작을 때 노즐출구에서의 유동상태는 α 가 클 때보다 노즐입구에서의 조건을 많이 간직하고 있다고 생각되며 α 가 작고, needle lift가 작을 경우의 난류강도가 α 가 작고 needle lift가 클 경우의 난류강도보다 큼을 Fig. 9를 비교함으로써 알 수 있다. 이 사실로부터 니들이 조금 열렸을 때, 다시말해서 분사초기에는 노즐오리피스로 들어가는 입구에서의 난류강도는 크고 니들이 최대위치로 옴

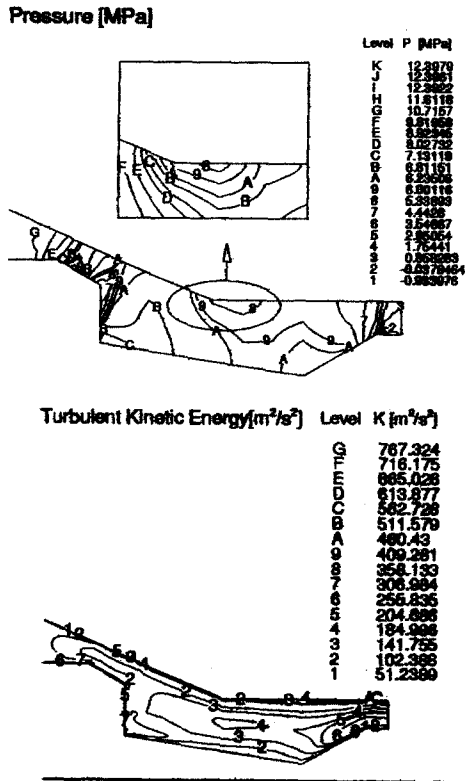


Fig. 7 Contours of pressure and turbulence kinetic energy at $\alpha=60^\circ$ and needle lift of 0.1mm

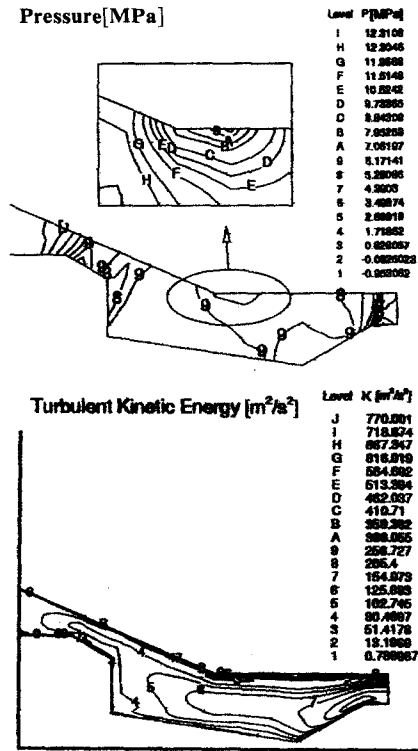


Fig. 8 Contours of pressure and turbulence kinetic energy at $\alpha=60^\circ$ and needle lift of 0.3mm

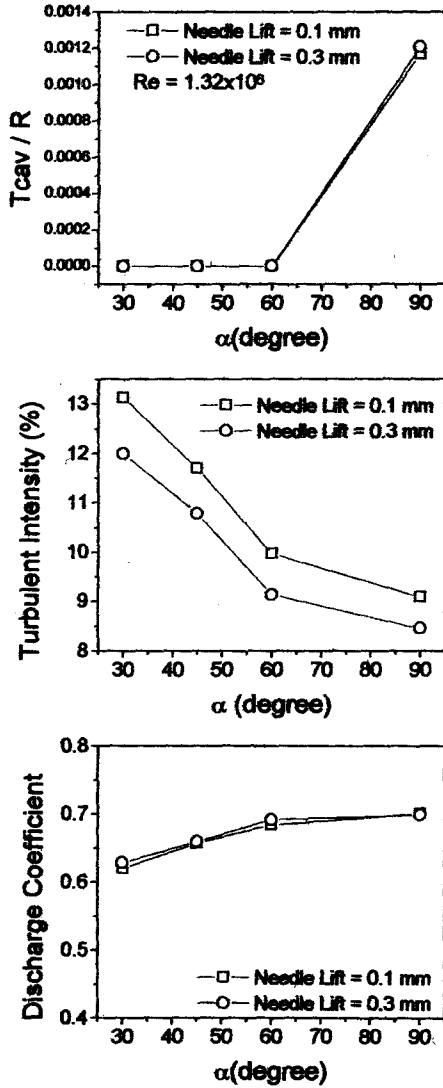


Fig. 9 Effect of needle leading angle (α) on the cavitation thickness, relative turbulent intensity, and discharge coefficient

겨감에 따라 노즐오리피스 입구에서의 난류강도는 감소함을 알 수 있다. α 가 클 때 오리피스내부를 연료유체가 지날 때 노즐출구 쪽으로 갈수록 입구의 영향은 점차 작아지고 경계층과 노즐내부에서 발달하는 난류에 의해 지배되어 α 가 커질수록 난류강도가 작아짐을 알 수 있다. 예상되는 케비테이션 영역의 크기는 α 값이 60°까지는 거의 일정하고 그 보다 큰각에서는 급격한 변화를 보이고 있다. needle lift의 크기에 대해서는 변화가 거의 없다.

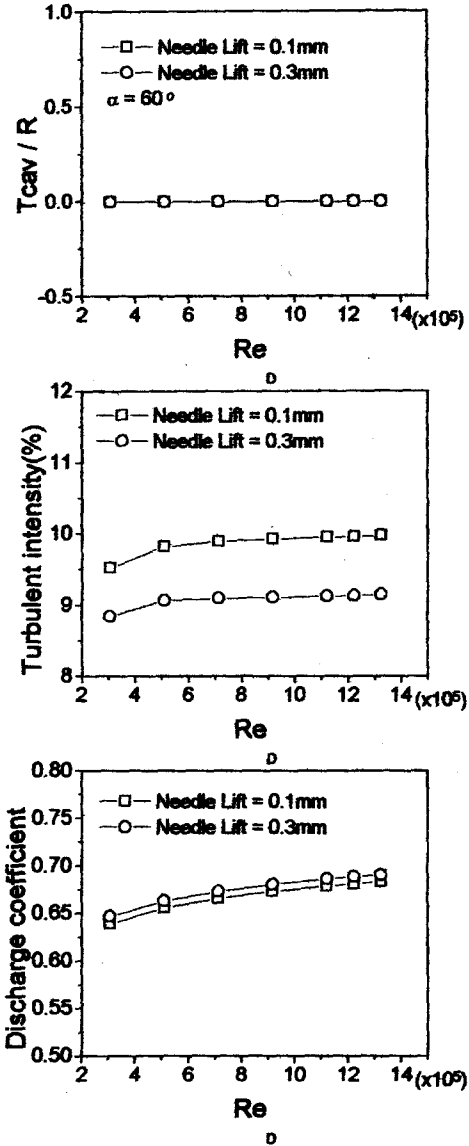


Fig. 10 Effect of Reynolds number on the cavitation thickness, relative turbulent intensity, and discharge coefficient

유량계수는 needle lift와 α 가 증가할수록 증가하였다.

3.2.2 노즐 입출구 압력차가 내부유동에 미치는 영향

Fig. 10은 노즐직경이 0.16 mm, α , needle lift 0.3 mm에 대하여, 노즐 입출구 압력차, 즉 레이놀즈수를 증가시킬 때 내부유동현상이 어떻게 변화

하고 있는지를 보여주고 있다. 레이놀즈수를 증가시키면 급격축소부인 노즐입구 직후에서 케비테이션이 생길 가능성이 점차 증가하고 난류에너지 그 자체는 증가함을 알 수 있다. 또 유량계수도 레이놀즈수와 함께 증가한다. 레이놀즈수에 대한 위와 같은 변화율은 레이놀즈수가 증가할수록 감소하여 레이놀즈수가 10^6 이상에서는 케비테이션두께, 난류강도는 일정한 값으로 접근하고 유량계수는 점진적으로 증가함을 알 수 있다.

4. 결 론

핀틀노즐의 부탄 연료 분사 밸브의 내부 유동장을 모사할 수 있는 2차원 비압축성 정상상태의 수치해석을 통하여 다음사항을 알 수 있었다.

(1) 니들의 위치변화, 즉 분사시간에 따라 내부 유동현상이 상당히 달라짐을 알 수 있었다. 니들위치가 아주 작을 때는 입구 난류강도가 커지고 니들위치가 커질수록 난류강도가 작아졌다.

(2) 니들선단각도 (α)가 작을 때는 입구조건이 노즐출구에 영향을 크게 미치나 니들선단각도 (α)가 클 때는 경계층 및 내부유동의 발달에 따라 입구조건이 영향을 적어짐을 알 수 있었다.

(3) 노즐입구 모양에 따라 축소부 직후 케비테이션 발생 가능성은 높다.

(4) 니들 선단 각도 (α)와 레이놀즈수가 증가할수록 유량계수가 증가 하였다.

후 기

이 연구의 일부는 1996년도 조선대학교 학술연구비의 지원을 받아 수행되었음.

참고문헌

- (1) Goto, S. Furutani, H. and Delic, R. D., 1992, "Dual-Fuel Diesel Engine Using Butane," *SAE Paper* 920690.
- (2) Huh, K. Y. and Gosman, A. D., 1991, "Atomization Mechanism of Fuel Injection," *ILASS - America* 91, pp. 42~81.
- (3) Shimizu, M., Arai, M. and Hiroyasu, H., 1990, "Disintegrating Progress of a Liquid Jet and Internal Flow in a Nozzle," *JSME* Vol. 56, No. 528, pp. 2519~2525.
- (4) Reitz, R. D., 1978, "Atomization and Other Breakup Regions of a Liquid Jet," Ph. D. Thesis, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Princeton University.
- (5) Ruiz, F., 1981, "A Few Useful Relations for Cavitating Orifices," *ICLASS-91*, pp. 595~602.
- (6) Peric, M., 1985, "A Finite Volume Method for the Prediction of Three-Dimensional Fluid in Complex Ducts," *Ph. D. Thesis*, Imperial College, London.
- (7) 荒川忠一, 1993, 數値流體工學, 東京大學出版會.
- (8) Demirdzic, I., Gosman, A. D., Issa, R. I. and Peric, M., 1987, "A Calculation Procedure for Turbulent Flow in Complex Geometries," *Computers & Fluids*, Vol. 15, No. 3, pp. 251~273.
- (9) Speziale, C. G. and Ngo, T., 1988, "Numerical Solution of Turbulent Flow Past a Backward Facing Step Using a Nonlinear $k-\epsilon$ Model," *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 26, No. 10, pp. 1099~1112.
- (10) Durst, F. and Loy, T., 1985, "Investigations of Laminar Flow in a Pipe With Sudden Contraction of Cross Sectional Area," *Computer & Fluids*, Vol. 3, No. 1, pp. 15~36.