

〈논 문〉

유리용융로의 시간종속 자연대류

임 광 옥* · 이 관 수**

(1996년 12월 20일 접수)

Time-Dependent Natural Convection in a Glass Melting Furnace

Kwang-Ok Lim and Kwan-Soo Lee

Key Words : Glass Melting Furnace(유리용융로), Unsteady Periodic Flow(비정상 주기유동), Chaotic Flow(혼돈유동), Bifurcation(분기), Batch(분말형 혼합원료), Instability(불안정성)

Abstract

The main purpose of this study is to determine bifurcation as the primary instability of a glass melting furnace. Steady-state and unsteady characteristics of natural convection in the partially open cavity as appeared in a glass melting furnace is investigated by using numerical analysis. Three types of convection, such as steady laminar, unsteady periodic or unsteady quasi-periodic convection may occur according to the temperature difference between upper two isothermal surfaces along the depth of cavity in a glass melting furnace. In the temperature difference of 150-900K between batch and free surface, the larger the temperature difference, the weaker the convection strength and unsteadiness. Since the glass viscosity is increasing exponentially in the lower temperature, the batch freezes the thermofluidic field especially below the surface of it. If the depth of cavity is 0.5m, the bifurcation to time-dependent natural convection may occur in the range of 60-650K. If that is 1.0m, it may occur in the whole range of temperature difference.

————— 기호설명 —————		Ra	: Rayleigh수, $g\beta H^3(T_H - T_C)/a_0\nu_0$
A	: 기하학적 종횡비, L/H	T	: 온도 (K)
B	: 무차원 batch 길이, L_1/L	t	: 시간(sec)
$f(\theta)$: 무차원 열확산계수 함수, $a(\theta)/a_0$	U, u	: x 방향의 속도, 무차원 속도
g	: 중력가속도 (m^2/sec)	V, v	: y 방향의 속도, 무차원 속도
H	: 사각공간의 높이(m)	X, x	: x 방향의 좌표, 무차원 좌표
$h(\theta)$: 무차원 동점성계수 함수, $\nu(\theta)/\nu_0$	Y, y	: y 방향의 좌표, 무차원 좌표
k_{eff}	: 유효 열전도계수 (W/mK)		
L	: 사각공간의 길이(m)		
L_1	: batch 길이(m)		
P, p	: 압력, 무차원 압력		
Pr	: Prandtl수, ν_0/a_0		
			그리스문자
		α	: 열확산계수 (m^2/sec)
		β	: 체적 팽창계수 ($1/K$)
		θ	: 무차원 온도, $(T - T_C)/(T_H - T_C)$
		ν	: 동점성계수 (m^2/sec)
		ρ	: 밀도 (kg/m^3)

*회원, 삼성코닝(주) 연구소

**회원, 한양대학교 기계공학과

- τ : 무차원 시간
- Φ : 무차원 유량함수

하첨자

- C : 저온
- H : 고온
- max : 최대치
- 0 : 참고온도, T_H

1. 서 론

유리(glass)는 무수규산(silica)을 주성분으로 하는 batch를 용융된 유리물의 표면에 투입하여 제조된다. 투입된 batch는 Fig. 1에서 처럼 용융조 입구부근에서 불규칙한 부유 떠를 형성하고 아랫면은 용융유리물로부터 대류, 전도 형태의 열을 받고, 윗면은 연소공간과 내화벽으로부터 복사열을 받아서 용융하게 된다. Batch 용융과정은 유리 용융로 전체의 열적거동 및 유리의 품질을 좌우하므로 매우 중요한 과정이지만, 이에 대한 이해의 부족으로 유리 용융로의 수치모사시 batch와 용융유리의 계면에서 열적 경계조건을 설정하는 데에는 많은 애로가 있다.

유리 용융로에서 자연대류는 상부표면의 온도편차 때문에 발생한다는 것은 널리 알려진 사실이다. 상부표면의 온도분포를 길이방향으로 삼각여현 함수로 가정하여 용융조내 자연대류의 기본유동에 관한 연구들이 있었고, ⁽¹⁻³⁾ Mase와 Oda⁽⁴⁾는 연소공간의 복사열전달 모델과 연계한 용융유리의 대류유동을 제안하였으나 3차원 확장성 및 컴퓨터 연산속도 문제 등으로 많이 이용되지는 않는다. Ungan⁽⁵⁾은 유리 용융로의 자연대류 발생동기가 batch선단에서의 급격한 온도구배 때문이라고 간주하여 batch는 저온 등온벽(1,600 K)으로, 개방된 자유

표면은 고온 자유표면(1,800 K)으로 설정하여 가장 단순한 열적 경계조건으로도 유리용융로내의 기본유동이 3차원적이라고 밝혔다. 기존 연구자들의 연구결과와 공통적인 특징은 모두가 정상해석을 수행하였고, 상대적 저온의 batch면 아래에서는 상부보다는 하부의 온도가 높은 온도의 역성층화 현상이 발생한다고 하였다.

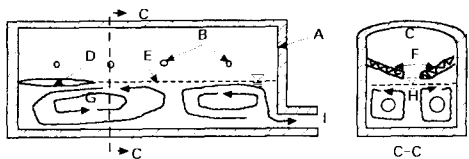
Curlet 등⁽⁶⁾은 고온 유리와 열유체적 성질이 유사한 글리세린을 이용한 실험과 수치모사에서 batch 아래지역에서 폭방향으로 Benard-cell과 유사한 현상이 관측되었고 이로 인하여 batch로의 열전달이 촉진될 것으로 추정하였다. 그러나 그의 실험과 수치해석 모두가 정상상태에서만 연구의 초점을 두었으므로 과도현상에 대한 분석은 없었다.

유동이 층류에서 난류로 천이되는 과정은 다양하며, Benard대류⁽⁷⁾의 열적 불안정성이 더욱 증대할 때에 유발되는 비정상 대류현상도 이러한 범주의 한 가지이다. 본 연구에서의 유동은 Reynolds 수(유동의 최대속도와 사각공간의 깊이에 기초)가 1 이하로 매우 작지만 열적조건에 따라서는 정상층류, 비정상 주기현상, 비정상 준주기현상 그리고 혼돈현상등이 나타날 수가 있는가 하는 것이 본 연구의 주요 동기이다.

열적 불안정에 관한 연구로 수평 유동층의 상하 경계면의 온도차에 의한 대류현상⁽⁸⁻¹¹⁾이 대표적이다. 이들의 연구를 종합하면 수평 유동층에서 Ra수가 1707.8에서 Benard대류가 시작되어 약 5,800까지는 정상 층류유동을 하며, Ra수가 더욱 증가하여 약 9,000까지는 비정상 주기현상을 나타내고, Ra수가 9,000을 넘어가면 비정상 준주기현상을 나타내고 30,000정도가 되면 혼돈현상이 나타난다는 것이다.

Clever⁽¹²⁾ 등은 Benard대류의 시작은 Pr수에 무관하지만 비정상 현상을 나타내는 시간중속성의 시작은 Pr수에 강하게 의존한다고 하였으며, Frick⁽¹³⁾ 등은 고 Pr수의 경우에는 복잡한 3차원 정상유동을 포함하는 이차적 불안정성이 비정상 주기현상보다 먼저 나타날 수가 있다고 하였다.

고온 유리의 열적 불안정성에 관한 연구로는 Plawsky⁽¹⁴⁾의 연구가 유일하며, 체적 팽창계수의 크기가 $10^{-3}[1/K]$ 정도되는 광학용 유리(대부분 유리의 체적 팽창계수는 $10^{-5}[1/K]$)의 수평 유동층에서 상하면 온도차가 10-142°C 범위일 때에만 불안정성이 존재하며, 그 밖의 온도차에서는 상부면



A : Refractory walls F : Flames
 B : Burners G : Primary convection current
 C : Combustion space H : Secondary convection currents
 D : Batch I : Throat
 E : Free surface

Fig. 1 Schematic of a typical glass melting furnace

의 quenching으로 안정화 된다고 하였다. 여기서 quenching이란 강한 온도중속성 점성유체가 저온에서 점성의 급격한 증가로 유동성이 억제되는 효과를 말한다.

본 연구의 목적은 유리 용융로에서 시간중속 자연대류로의 분기현상에 관한 주 유동의 불안정성을 밝히고, 나아가서 향후에 3차원적인 혼돈현상에 관한 이차적 불안정성 연구를 위한 기초자료를 마련하는 것이다. 이를 위하여 본 연구에서 다루는 열유동 현상은 유리 용융로와 같이 부분개방된 2차원 사각공간에서 상부면의 온도차에 의한 자연대류이며, 저온 등온벽면 아래에 형성되는 불안정한 열경계층내의 천이현상과 유체점성의 온도중속에 의한 quenching효과를 다룬 주유동의 불안정성에 관한 연구는 현재까지 없었다.

2. 수학적 모델

본 연구에서 단순화한 물리적 모형 및 공간좌표계는 Fig. 2와 같으며, 2차원 사각공간의 상부면은 저온의 batch 온도와 고온의 유리불 온도를 대표하는 두개의 서로 다른 온도로 각각 유지되고 있다. 자연대류는 이 두 등온면간의 온도차이에 의하여 발생하는 유체체적 내부의 수평적 온도구배에 의해 발생된다.

batch 거동특성은 유리용융로 전체의 열적 상황과 batch 투입방법에 따라 달라지지만, batch를 고체상태의 부유체로 간주하고 임의 온도의 등온벽으로 단순화 시켰다. 그러나 제반 batch거동특성을 batch의 평균온도로 대체하고, 그 온도를 다양하게 변화시킴으로써 전체 열유동장에 미치는 영향을 조사할 수 있다. 반면에 상부의 또 다른 등온면은 용융된 유리불이 연소기체와 접하고 있고 연소기체층의 압력변화와 전단력은 미미하다고 간주하

여 자유표면으로 가정하였다. 문제의 해석을 위하여 도입된 가정은 다음과 같다.

(1) 유동은 2차원 비압축성 Newton 유체이며, 유동속도는 매우 작으므로 지배방정식의 소산항은 무시한다.

(2) 부력항의 밀도변화는 Boussinesq 근사를 따르고, 열전도계수 및 점성계수는 온도에 따라 변하나, 그 이외의 물성치는 온도에 무관하다.

(3) 자유표면은 평평하고, 표면장력의 영향은 무시한다.

이상의 가정을 기초로 한 무차원 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + V \cdot \nabla u = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla \cdot [h(\theta) \nabla u] \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + V \cdot \nabla v = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nabla \cdot [h(\theta) \nabla v] + \frac{Ra_0}{Pr_0} \theta \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + V \cdot \nabla \theta = \frac{1}{Pr_0} \nabla \cdot [f(\theta) \nabla \theta] \quad (4)$$

여기서, $h(\theta) = \frac{\nu(\theta)}{\nu_0}$, $f(\theta) = \frac{\alpha(\theta)}{\alpha_0}$ 는 각각 무차원화된 유체의 동점성계수 및 열확산계수를 나타낸다. 식 (1)~(4)에서 사용된 무차원 변수들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x &= \frac{X}{H}, \quad y = \frac{Y}{H}, \quad u = \frac{HU}{\nu_0}, \quad v = \frac{HV}{\nu_0} \\ p &= \frac{PH^2}{\rho\nu_0^2}, \quad B = \frac{L_1}{L} \\ \theta &= \frac{T - T_c}{T_H - T_c}, \quad A = \frac{L}{H} \\ Pr &= \frac{\nu_0}{\alpha_0}, \quad Ra = \frac{g\beta H^3(T_H - T_c)}{\alpha_0\nu_0} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, 하첨자 "0"는 각 물성치가 온도 T_H 에서 얻어진 값을 의미한다.

3. 수치해석법

2차원 층류 자연대류의 정상 및 비정상 열유동을 해석하기 위하여 유한체적법⁽¹⁵⁾으로 이산화시켰고, 격자계는 엇갈린 직교격자를 사용하였다. 정상해석 시에는 지배방정식 (2)~(4)에서 좌변의 시간미분항을 제거하고 수치해석을 수행하였으나, 비정상

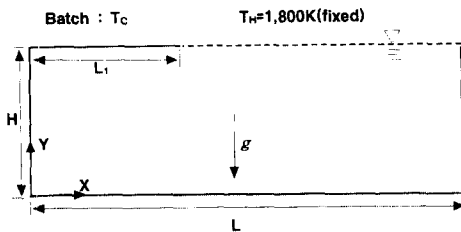


Fig. 2 Physical domain and temperatures specified at the upper surface

해석시에는 시간미분항을 수치적으로 가장 안정적인 완전 음함수법으로 적분을 하였다. 특히 Pr수가 큰 유동에서는 에너지방정식의 대류항 처리시 상류항의 고려가 수렴 및 안정성에 중요하므로 QUICK scheme을 사용하였다.

격자수는 100×25 의 불균일 격자로 정상해석에서 격자의존성을 확인한 후에 선정하였으며, 비정상 해석시에는 Navier-Stokes방정식의 시간증분에 관한 CFL 조건⁽¹⁶⁾에 관한 식 (6)에 기준하여 가능한 값을 사용하여야 하지만, 3차원 유동특성을 보이는 혼돈현상에 관한 향후의 연구와의 연계성과 컴퓨터 연산시간의 효율성을 감안한 격자수와 시간증분의 선정이 필요하다. 따라서 비정상 해석은 정상해석에서 사용된 동일 격자수에서 시간증분을 $\Delta\tau=1/200$ 로 총 12,000단계를 계산하여 주기적 현상분석이 충분하도록 하였다.

$$\Delta\tau \leq \frac{1}{\frac{|u|}{\Delta x} + \frac{|v|}{\Delta y} + a\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2}}} \quad (6)$$

a : speed of sound $\Delta x, \Delta y$: grid size

열유체적 경계조건으로 좌우 측면 및 바닥면은 단열벽 조건을, 상부 좌측의 batch면은 등온벽으로 점착조건을 사용하고 상부 우측면은 등온 자유표면 조건을 각각 적용하였다. 비정상 해석의 초기 조건은 해당 온도차에서 얻어진 정상해를 초기조건으로 사용하고, 해당 온도차에서 미소한 교란을 부가하는 방법으로 해당 온도차를 갑자기 $\pm 1\%$ 변화시켜 시간에 따른 과도해석을 하였다.

고 점성(고 Pr수) 유동특성상 적은 격자수를 사용하더라도 연속방정식과 운동량방정식의 수렴은 매우 빠르나, 에너지 방정식의 수렴은 보다 많은 반복계산을 요한다. 따라서 수치해석시에 사용되는 각종 수렴조건중에서 온도에 관한 수렴조건의 만족이 가장 중요하므로 정상 및 비정상해석시 공히 격

자점 온도의 최대변화율이 5×10^{-6} 이하가 될 때까지 반복계산하였으며, 비정상 해석시 매 시간단계에서 5~10회 내에 수렴하였다.

4. 유체의 물성치

유동상태는 무차원 변수(Ra, Pr)와 batch온도에 따라 민감하게 변화한다. Table 1은 본 연구에서 사용한 무색의 병유리에 관한 물성치⁽⁵⁾로 유효 열전도계수 및 동점성계수가 온도에 강하게 종속한다. 일반적으로 Overbeck-Boussinesq 근사를 사용하기 위해서는 유체의 작동온도 범위에서 물성치 변화가 $\pm 5\%$ 미만⁽¹⁷⁾이어야 한다. 본 연구에서 상부 두 등온면의 온도차 $\Delta T=0 \sim 1,100$ K로 광범위하게 적용하였으므로 유효 열전도계수 및 동점성계수의 물성변화가 심하여 상기의 조건을 충분히 만족하지는 못하지만, 부력발생의 근간이 되는 밀도는 이 조건을 만족한다.

고온의 유리용융로 운전온도 범위(약 1,000~1,800 K)에서 점성계수는 온도에 대하여 지수함수적으로 변하는 강한 온도 종속성을 가지며, 고점성으로 인하여 대류열전달에서 중요한 Prandtl수가 약 $10^2 \sim 10^3$ 정도가 된다. 식 (5)에서 정의한 무차원변수를 참고온도 1,800 K에서 구하면 $Pr_0=226.27$ 가 되고 Pr수는 온도가 낮을수록 지수함수적으로 증가한다. 또한 Ra_0 는 두 등온면의 온도차로 표현하면 특성길이에 따라 다음과 같다.

$$H=0.5\text{m 이면, } Ra_0 \approx 2.5 \times 10^3 \cdot \Delta T \quad (7a)$$

$$H=1.0\text{m 이면, } Ra_0 \approx 2.0 \times 10^4 \cdot \Delta T \quad (7b)$$

5. 결과 및 토론

이 연구에서의 수치계산을 위하여 사각공간의 종횡비(A)는 10, batch 길이는 전체길이의 30%(B

Table 1 Physical properties of a colorless container glass⁽²⁾

Property	Units	Relation, [K]	Magnitude at 1,800K
Density, ρ	Kg/m ³	2,500	2,500
Specific heat, C_p	J/kgK	1,256	1,256
Effective thermal conductivity, k_{eff}	W/mK	$5.386 - 2.168 \times 10^{-2}T + 2.058 \times 10^{-5}T^2$	33.04
Kinematic viscosity, ν	m ² /s	$\exp[-14.299 + 10525.07/(T-525.6)]$	2.381×10^{-3}
Volumetric expansion coefficient, β	1/K	5.0×10^{-5}	5.0×10^{-5}

=0.3A)로 두었다. 자연대류에 가장 중요한 Ra수는 식 (7)에서처럼 두 등온면의 온도차에 대하여 선형적으로 비례한다.

여기서 열경계층이란 일반적으로 등온의 유동장 내에 임의온도의 고체주위에 형성되는 열경계층과는 달리, batch 영역의 길이방향 임의단면에서 수직방향으로 최대온도점의 위치로부터 batch까지의 영역으로 정의한다. 전체 열유동의 특성을 나타내는 상태변수로 대류강도 개념을 도입하였으며, 대류강도는 형성되는 단일 유동셀의 무차원 최대 유량함수(ϕ_{max})로 정의하여 식 (5)의 무차원 변수로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (8)$$

5.1 정상해

Fig. 3은 $H=0.5\text{ m}$, $\Delta T=200\text{ K}$ ($Ra=5 \times 10^5$) 일 때에 열유동장내의 무차원 등온선 및 유선을 각각 나타낸 것이다. 등온선의 분포는 전체적으로 유동장 상부영역에서 온도구배가 크게 나타나며, batch 영역은 batch 선단에서 유동의 하류쪽으로 갈수록 열경계층의 두께가 증가하면서 온도가 역구배하는 불안정한 열경계층이 형성된다.

온도장을 열적인 특성으로 분류할때 세가지 영역으로 나눌 수가 있다. 첫째는 상부 우측의 자유표면 아래영역으로 온도의 성층화(stratification)현상으로 열적으로 매우 안정적이다. 둘째는 상부 좌측의 batch면 바로 아래영역으로 온도의 급격한 역성층화(reverse-stratification)현상으로 열적으로 매우 불안정한 열경계층이 형성되어 Benard 대류와 같은 열적 불안정성에 의한 각종 현상의 발생이 예견된다. 셋째는 앞의 두 영역을 제외한 나머지 영역으로 특히 좌측벽 가까이에서 급격한 온도구배가 일어나고, 벽에서 멀어질수록 온도가 완만하게 변화하여 전형적인 서로 다른 등온 수직벽에 의한 사각공간의 자연대류 형태와 유사하다.

유선의 분포는 batch 아래와 좌측벽 근처에서 조밀하게 나타나며, batch 선단으로부터 우측지역은 안정적인 온도의 성층화로 유선이 폭넓게 분포한다. 식 (8)에서 정의한 무차원 유량함수의 최대값을 전체 유동장의 대류강도로 간주하였으며, 이 값이 클수록 자연대류는 강하게 발생하고 유속은 빨라진다. 유동장이 강할수록 용융조내에 투입된 원료의 체류 시간은 짧아지며, 체류시간의 관리는

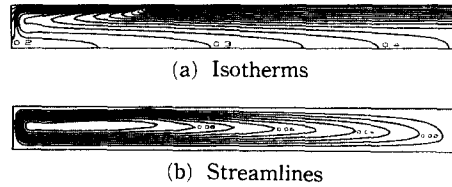


Fig. 3 Isotherms and streamlines of the steady-state solution for $\Delta T=200\text{ K}$, $H=0.5\text{ m}$, $Ra=5.0 \times 10^5$

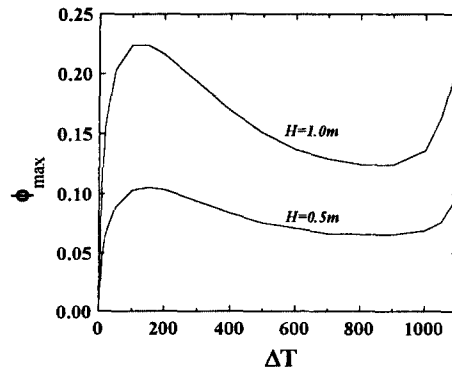


Fig. 4 Maximum stream values of the steady-state solution

유리와 같은 물질제조에서는 품질의 중요한 인자가 된다. 좌측벽 근처에서 유선과 등온선이 수평방향으로 조밀하게 나타날수록 자연대류의 부력발생은 강해지고 대류강도는 증가한다.

Fig. 4는 두 등온면의 온도차가 0에서 1,100 K까지 변할 때의 대류강도를 나타낸 것으로, 사각공간의 깊이가 클 때가 작을 때보다 대류가 강하게 일어난다. 일반적으로 두 등온면의 온도차가 더욱 커지면 자연대류 발생의 중요 요소인 Ra수가 증가하여 대류발생은 더욱 활발해진다. 그러나 이 연구에서는 두 등온면의 온도차가 150 K가 될 때까지는 대류강도가 급격히 증가하다가 150~900 K구간에서 대류강도가 서서히 감소하고 있다. 이는 온도차의 증가에 따른 batch의 상대적 저온화로 점성이 증가하는 quenching효과 때문이라고 생각된다. 온도차가 900 K를 넘어서면 quenching 영향을 극복하고 대류강도는 다시 증가한다.

5.2 비정상해

비정상 해석의 목적은 각 온도차 조건에서 시간중속 현상의 존재유무를 분석하는 것이다. 만약에

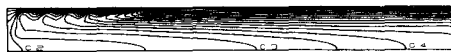
시간중속 현상이 없다면 정상해와 비정상해가 미소한 경계조건 변화만큼의 근소한 차이를 보여야 할 것이다.

비정상 해석시 해당 온도조건에서 초기조건을 정지 유동장에서부터 시작한다면 많은 컴퓨터 연산시간이 소요되므로, 본 연구에서는 온도조건별로 얻어진 정상해를 초기조건으로 사용하고 batch 온도를 해당 온도차의 ±1% 변화를 주어 과도해석을 수행하였다.

Fig. 5는 $H=0.5\text{ m}$, $\Delta T=200\text{ K}$ ($Ra=5 \times 10^5$)에서 비정상 해석을 통한 무차원 시간 $\tau=60$ 일 때의 무차원 등온선 및 유선을 각각 나타낸 것이다. 엄밀하게 말한다면, batch 온도가 1,600 K 일 때의 정상해를 초기조건으로 batch 온도를 1,598 K로 갑자기 변화한후의 시간변화에 따른 해를 구한 것이다. 등온선 및 유선의 전체적인 분포형태는 Fig. 3의 정상해와 유사하지만, 불안정한 열경계층 영역 내에서 등온선 및 유선이 파고현상을 보인다.

이러한 파고현상은 유동의 불안정성을 단적으로 보여주는 것으로 한 주기내에서 등온선과 유선의 형태는 시간에 따라 계속 변할 수 있다. 그러나 정상해를 비정상해의 한 주기 동안의 시간평균해로 간주할 수는 있지만, 물질제조 공정에서 처럼 시간 이력이 중요한 경우에는 지나친 비약이라고 생각된다.

Fig. 6은 $H=0.5\text{ m}$, $\Delta T=200\text{ K}$ ($Ra=5 \times 10^5$) 경우에 열경계층내 $y=0.819$ 에서 길이방향으로 네 지점의 시간에 따른 온도변화를 표시한 것이다. $x=2.575$ 지점은 batch 선단과 경계층의 입구가 가까이 위치하여 경계조건 변화에 따라 미소한 온도변화가 있었을 뿐이나, 다른 세 지점의 온도는 무차원 천이시간 ($\tau \approx 13$) 이 경과한 후에 주기적 변화를 보였다. 경계층의 하류쪽으로 갈 수록 온도진폭이 점차 증가하지만, 다시 좌측벽에 가까워지면 벽에서



(a) Isotherms



(b) Streamlines

Fig. 5 Isotherms and streamlines of the unsteady solution at $\tau=60$ for $\Delta T=200$, $H=0.5\text{ m}$, $Ra=5.0 \times 10^5$

의 점착효과로 온도진폭이 감소하는 경향을 보이고 있다. 온도변화의 정도는 batch의 가운데 영역에서 특히 심하다. 예를 들면, $x=1.50$ 지점의 평균 온도가 0.42 정도이고 온도변화의 진폭은 약 0.2 정도가 되므로 시간중속 대류현상은 매우 강하게 발생하였다.

Fig. 7은 $H=0.5\text{ m}$, $\Delta T=200\text{ K}$ ($Ra=5 \times 10^5$) 경우에 열경계층내 $x=0.787$, $y=0.819$ 지점의 속

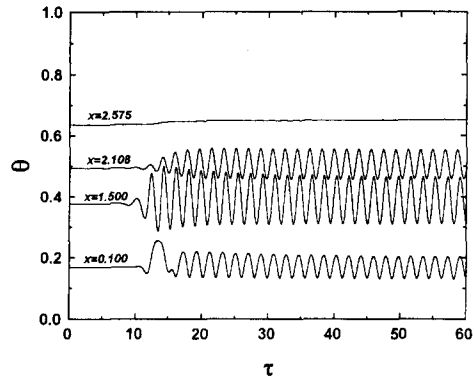


Fig. 6 Time history of $\theta(x, 0.819)$ for $\Delta T=200\text{ K}$, $H=0.5\text{ m}$, $Ra=5.0 \times 10^5$

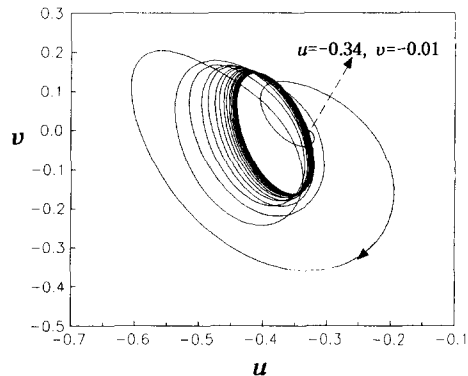


Fig. 7 Phase plane of $u-v$ velocity at $(0.787, 0.819)$ for $\Delta T=200\text{ K}$, $H=0.5\text{ m}$, $Ra=5.0 \times 10^5$

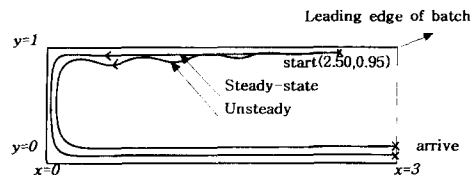


Fig. 8 Streaklines of a particle for $\Delta T=200\text{ K}$, $H=0.5\text{ m}$, $Ra=5.0 \times 10^5$

도변화를 $u-v$ 공간상에서 무차원 시간 0에서 60까지를 표현한 것이다. 만약에 비정상 주기현상이 존재하지 않는다면 $u-v$ 선도는 시간이 경과하면서 u, v 값이 어느 한 점 (attraction set)으로 귀착된다. 그러나 본 연구에서는 초기조건으로 사용된 정상해의 특정 u, v 값에서 출발하여 초기에는 u, v 값이 심하게 변화하지만, 시간이 경과할수록 u, v 속도가 점차 특정의 주기(limit cycle)에 접근함을 알 수 있다.

Fig. 8은 $H=0.5$ m, $\Delta T=200$ K ($Ra=5 \times 10^5$) 일 때에 $x=2.50$, $y=0.95$ 지점에서 출발한 입자가 batch 선단 단면인 $x=3.0$ 지점에 도달하기 까지의 유적선(streaklines)을 나타낸 것으로 정상해와 비정상해가 출발초기에는 거의 동일한 경로를 따르나 열경계층내에서와 최종 도달점에서 완전히 다른 경로를 보여준다. 정상해의 유적선 경로는 단조로운 편이나, 비정상해의 유적선 경로는 불안정한 열경계층을 통과하면서 상대적으로 복잡한 경로를 따른다.

유리의 용융과 같은 물질제조에 있어서는 입자의 열적이력이 생산성 및 품질에 결정적인 영향을 미치므로 유적선을 따른 입자의 시간-온도 이력은 매우 중요하다. Table 2는 이러한 열적이력을 양적으로 표현한 것으로 유적선을 따라가는 입자의 순간순간의 온도와 그 온도에서의 체류시간을 수치적분하였다. 입자가 batch 선단 단면에 도달한 y좌표는 정상해의 경우에는 0.073, 비정상해의 경우에는 0.144로 약 2배의 차이가 있고, 체류시간, 평균온도 및 열적이력(체류시간×평균온도)도 두 경우가 매우 큰 차이를 보여준다. 비정상 유적선의 체류시간이 정상해의 체류시간보다 짧고, 반면에 평균온도는 비정상해의 경우가 정상해보다도 높았다. 이것은 비정상해의 유적선 경로가 정상해의 경로보다 전체적으로 유동장 내부, 즉 유동셀의 보다 안쪽에 위치하여 고온지역에서 짧은 경로를 따르기

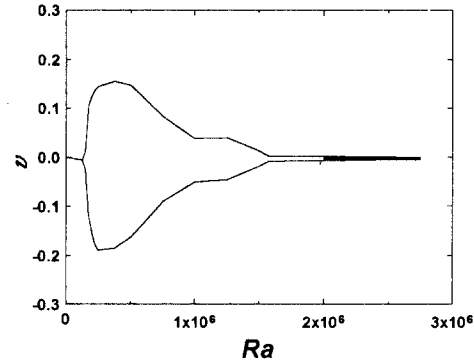


Fig. 9 Bifurcation diagram of $v(0.787, 0.819)$ for $H=0.5$ m

때문이다.

Fig. 9는 $H=0.5$ m 일 때에 열경계층내 $x=0.787$, $y=0.819$ 지점의 v 속도 분기선도를 batch면과 자유표면의 온도차에 따라 나타낸 것이다. 분기선도는 주요 인자의 변화에 따른 계의 상태변수(state variable)의 분기현상을 나타낸 것이다. u, v 속도의 위상평면에서 v 속도를 상태변수로 선정하여 관심있는 인자(온도차)에 대하여 2차원 평면상에 상태변수의 최대, 최소값을 나타내어 계가 비정상 천이현상으로 가는 경로를 관찰할 수 있게 한다. 분기선도의 전체적 모양은 급격한 갈림이 있는 후에 다시 한 점으로 수렴하는 브라운관 모양을하므로 갈림이 지배적인 다른 분기선도 형태(예를 들어 pitchfork 분기⁽¹⁸⁾)와는 차이가 많다. 온도차가 약 60 K 보다 작을 때에는 정상유동을 하지만, 이 온도차가 증가하면 열경계층내의 열적 불안정성이 증가하여 비정상 주기현상으로의 시간중속 천이가 시작하고 150 K에서 속도진폭이 정점에 도달한다. 온도차가 계속 증가하면 batch의 저온화에 의한 점성의 증가로 quenching 효과가 나타나기 시작하여 속도진폭은 점차 감소하여 약 650 K에 이르면 비정상 주기현상은 사라지고 다시 정상유동을 한

Table 2 Time-temperature history of streaklines for $\Delta T=200$ K, $H=0.5$ m, $Ra=5.0 \times 10^5$

(x, y)	Start		Arrive		Time-temperature history		
	x	y	x	y	τ_r	θ_m	$\tau_r \cdot \theta_m$
Steady-state	2.50	0.95	3.00	0.073	39.16	0.212	8.299
Unsteady			3.00	0.144	25.69	0.237	8.606

τ_r : dimensionless residence time

θ_m : dimensionless averaged temperature

다. 이것은 Plawsky⁽¹⁴⁾가 고온 유리로 구성된 단 순화된 수평 유동층에서 상하 온도차가 10~142°C 구간에서만 비정상성이 나타난다고 하였다. 그러나 본 연구에서 사용한 상부면의 두 개의 특성온도는 용융로의 최고온도, 최저온도를 의미하므로 Plawsky의 연구결과에 비하여 실제 유리용융로에서는 보다 넓은 온도차 범위에서 비정상성이 나타날 수가 있다고 생각된다.

Fig. 10은 유리 용융로의 깊이가 $H=1.0$ m일 때 열경계층내 $x=0.787$, $y=0.819$ 지점의 시간에 따른 온도변화를 나타낸 것이다. $H=1.0$ m일 때에는 전 온도차 영역에서 비정상 주기 현상의 천이 자연대류가 발생하며, 온도변화의 시간중속 주기도 $H=0.5$ m일 때보다 짧아진다. 특히 온도차가 600 K 정도에서는 한 주기내에 2회의 정점이 나타나는 비정상 준주기현상을 보이고 있다. 이는 용융로의 깊이가 깊어지면 식 (5)에서 정의한 Ra수가 특성길이의 3승에 비례하므로 대류가 보다 강해지고, Frick 등⁽¹³⁾의 연구에서 처럼 작동유체의 매우 큰 Pr수 때문에 복잡한 3차원 유동의 발생가능성도 있기 때문에 이에 대한 후후의 연구가 필요하다고 생각된다.

이상의 연구결과로부터 다음과 같은 사실을 유추할 수가 있다. 유리용융로에서 자연대류의 세기는 좌측벽 근처에서의 수평적 온도구배에 강하게 의존하며, 비정상성은 batch면 아래에 형성되는 온도의 역성층화 현상이 주요 요인이 된다. 실질적인 용융조의 깊이와 운전온도 범위에서 Ra수는 10^5 ~ 10^7 정도가 되며, 넓은 온도범위에서 2차원 주 유동의 비정상 주기 혹은 비정상 준주기현상이 나타날 수가 있다.

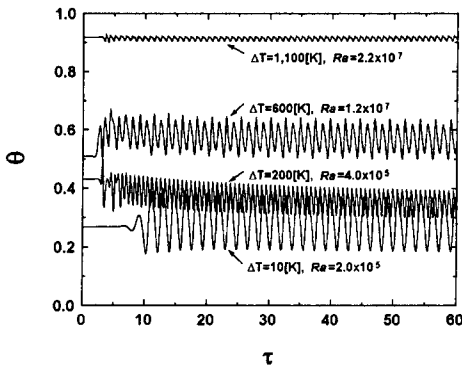


Fig. 10 Time history of $\theta(0.787, 0.819)$ for $H=1.0$ m

6. 결 론

유리 용융로와 같이 부분개방된 사각공간에서 상부 두 등온면간의 온도차에 의한 자연대류의 정상 해석 및 비정상해석을 수치모사를 통하여 불안정한 열경계층내의 천이현상에 관하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 유리 용융로의 전체적 대류강도는 좌측벽 근처에서 형성되는 급격한 수평적 온도편차의 영향이 가장 크다.

(2) 두 등온면의 온도차가 150-900 K가 되는 구간에서는 작동유체 점성계수의 강한 온도중속성으로 quenching효과가 나타난다.

(3) 저온의 batch면 아래에는 온도의 역성층화로 불안정한 열경계층이 형성되고, 이 열경계층내에서만 유리용융로의 깊이 및 상부표면의 온도차에 따라 비정상 자연대류가 발생가능하며, 이러한 비정상성이 일어나는 범위를 유리용융로에서의 실질적인 Ra수로 표현하면 10^5 에서 10^7 정도가 된다.

(4) 사각공간의 깊이가 0.5 m일 때는 두 등온면의 온도차가 약 60~650 K 구간에서 비정상 주기적 천이 자연대류가 발생하지만, 1.0 m일 때는 모든 온도차 영역에서 천이 자연대류가 발생하며 비정상 주기 혹은 비정상 준주기현상이 일어난다.

참고문헌

- (1) Wright, S. and Rawson, H., 1973, "Calculation of Natural Convection in a Rectangular Cell Containing Glass with Specified Temperatures on the Boundaries," *Glass Technology*, Vol. 14, No. 2, pp. 42~49.
- (2) Burley, D. M., Moulton, A. and Rawson, H., 1978, "Application of the Finite Element Method to Calculate Flow Patterns in Glass Tank Furnaces," *Glass Technology*, Vol. 19, No. 4, pp. 86~91.
- (3) Moulton, A., 1982, "Two and Three Dimensional Mathematical Models of Glass Tank Furnaces," *Glass Technology*, Vol. 23, No. 2, pp. 106~112.
- (4) Mase, H. and Oda, K., 1980, "Mathematical Model of Glass Tank Furnaces with Batch Melting Process," *J. of Non-Crystalline Solids*,

- Vol. 39, pp. 807~812.
- (5) Urgan, A., 1985, "Three Dimensional Numerical Modeling of Glass Melting Process," Ph. D. thesis, Purdue Univ..
- (6) Curlet, N. W. E., Won, K. J., Clomburg, L. A. and Sarofim, A. F., 1984, "Experimental and Mathematical Modeling of Three-Dimensional Natural Convection in an Enclosure," *AIChE Journal*, Vol. 30, No. 2, pp. 249~257.
- (7) Ostrach, S., 1957, "Convection Phenomena in Fluids Heated from Below," *Trans. of ASME*, Vol. 79, pp. 299~305.
- (8) Daniels, P. G. and Ong, C. F., 1990, "Linear Stability of Convection in a Rigid Channel Uniformly Heated from Below," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, No. 1, pp. 55~60.
- (9) Sparrow E. M., Goldstein, R. J. and Jomsson, V. K., 1964, "Thermal Instability in a Horizontal Fluid Layer: Effect of Boundary Conditions and Non-Linear Temperature Profile," *J. Fluid Mech.*, Vol. 18, pp. 513~528.
- (10) Gollub J. P. and Benson, S. V., 1980, "Many Routes to Turbulent Convection," *J. Fluid Mech.*, Vol. 100, Part 2, pp. 449~470.
- (11) McLaughlin, J. B. and Orszag, S. A., 1982, "Transient from Periodic to Chaotic Thermal Convection," *J. Fluid Mech.*, Vol. 122, pp. 123~142.
- (12) Clever, R. M. and Busse, F. H., 1974, "Transition to Time-Dependent Convection," *J. Fluid Mech.*, Vol. 65, pp. 625~645.
- (13) Frick, H., Busse, F. H. and Clever, R. M., 1983, "Steady Three-Dimensional Convection at High Prandtl Numbers," *J. Fluid Mech.*, Vol. 127, pp. 141~153.
- (14) Plawsky, J. L., 1994, "Chaotic Flow in Glasses: Steady and Dynamic Behaviour of a Simple Model," *Physics and Chemistry of Glasses*, Vol. 35, No. 2, pp. 74~83.
- (15) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York.
- (16) Anderson, D. A., Tannehill, J. C. and Pletcher, R. H., 1984, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York.
- (17) Hofmann, R., 1992, "Boussinesq Approximation to Compute the Temperature and Velocity Distributions in Glass Melts," *Glastech. Ber.*, Vol. 65, No. 9, pp. 239~245.
- (18) Sobey, I. J. and Drazin, P. G., 1986, "Bifurcation of Two-Dimensional Channel Flows," *J. Fluid Mech.*, Vol. 171, pp. 263~287.