〈논 문〉

큰 에디 모사 기법을 이용한 초기 천이 경계층 유동 및 방사 소음 해석

최명렬* · 최해천** · 강신형**

(1997년 2월 12일 접수)

A Study on the Early Stage of a Transitional Boundary Layer and Far Field Noise Using a Large Eddy Simulation Technique

M.-R. Choi, H. Choi and S.-H. Kang

Key Words: Boundary Layer Transition(천이 경계층), Far Field Noise(원거리 소음), Large Eddy Simulation(큰 에디 모사)

Abstract

Flow characteristics are numerically investigated when a packet of waves consisting of a Tollmien-Schlichting wave and a pair of Squire waves evolves in a flat-plate laminar boundary layer using a large eddy simulation with a dynamic subgrid-scale model. Characteristics of early stage transitional boundary layer flow such as the Λ vortex, variation of the skin friction and backscatter are predicted. Smagorinsky constants and the eddy viscosity obtained from the dynamic subgrid-scale model significantly change as the flow evolves. Far Field noise radiated from the transitional boundary layer shows the dipole and quadrupole characteristics owing to the wall shear stress and the Reynolds stresses, respectively.

기 호 설 명

a : 음속(m/s)
c : Smagorinsky 상수
L_i : 계산 영역
t : 시간
p : 압력
U_i : 자유 유동 속도
U_∞ : 자유 유동 속도(m/s)
u_i : 속도
x_i : 위치 좌표
X_i : 원거리 소음에서 사용되는 위치 좌표 $X_i = Mx_i$
γ : 비열비
δ^* : 입구 경계면에서의 배제 두께(m)
δ_{ij} : Kronecker delta
ν : 동점성 계수
ν_∞ : 동점성 계수(m^2/s)
ξ_i : 필터가 적용되는 영역
ρ : 밀도
$\overline{\omega_i}$: 필터된 속도에 의한 와도

상첨자

$\rightarrow$: 벡터
$\sim$, $-$: 필터(식 (3))
B : Blasius 해

하첨자

i : 텐서 인덱스(1, 2, 3)

*회원, 서울대학교 기계공학과 대학원
**회원, 서울대학교 기계공학과

α, β : 텐서 인덱스(1, 3)

무차원 수

Re : 레이놀즈 수 $U_\infty\delta^*/\nu_\infty$

M : 마하 수 U_∞/a

I. 서 론

천이 경계층은 실제로 자주 관측되는 유동장의 한 형태이지만, 유동 현상이 대단히 복잡하므로 아직까지 연구 결과가 많이 알려져 있지 않다. 비교적 간단한 형상인 평판 위의 자연 천이 현상의 경우, 유동의 불안정성에 근거한 이차원의 Tollmien-Schlichting 파동과 삼차원 파동이 상호 작용하여 국소적으로 Λ 모양의 와류를 형성하며, 이것이 파열됨으로써 난류 스팟을 생성한다고 알려져있다. 초기 단계의 천이 현상은 선형 및 약한 비선형 이론에 의하여 설명될 수 있으며, 그 결과는 실험 및 수치해석적 연구 결과와 잘 일치한다. 그러나 후기 단계의 천이 현상은 이론적으로도 잘 정립되어 있지 않고, 실험이나 수치해석적으로 많은 연구가 진행중이다.

유체 유동장 해석을 위한 수치해석적 방법은 크게 레이놀즈 평균된 Navier-Stokes 방정식(Reynolds Averaged Navier-Stokes : RANS)을 이용한 해석 방법과 직접 수치모사 방법(Direct Numerical Simulation : DNS), 그리고 큰 에디 모사 방법(Large Eddy Simulation : LES)으로 나눌 수 있다. 지금까지 난류 또는 천이 유동장을 해석하기 위하여, 레이놀즈 평균된 Navier-Stokes 방정식을 주로 사용하여 왔다. 그러나 이 방법은 특정한 유동 형태에서 얻어진 모델 상수를 기초로 하고 있기 때문에, 복잡한 유동 현상에 대하여 정밀한 결과를 얻기 힘들다. 또한 이 방법을 통하여 계산된 속도와 압력, 레이놀즈 응력 등은 시간과 공간에 따라 변화하는 유동 구조나 현상을 파악하는데 충분한 자료가 되지 못한다. 1980년대 후반에 개발된 직접 수치 모사는 위의 단점을 극복한 방법으로서, 난류 모델을 사용하지 않고 Navier-Stokes 방정식을 직접 해석하여 시간에 따른 유동 정보를 구하는 매우 정밀한 방법이다. 그러나, 이 방법을 높은 레이놀즈 수에 적용하기 위하여 $Re^{9/4}$에 비례하는 많은 격자 수가 필요하게 되고, 이에 따라 대용량의 컴퓨터와 많은 계산 시간이 요구된다. 따라서 직접 수치 모사 방법을 실제 문제에 적용하기에는 아직까지 한계가 있다. 반면 큰 에디 모사에서는, 경계 조건이나 물체의 형상에 영향을 많이 받는 큰 에디는 직접 계산하고, 유동의 동적 거동에 영향을 미치지 않는 작은 에디는 모델링한다. 주로 계산 격자보다 작은 크기의 에디에 대하여 모델(subgrid-scale model)을 적용하는데, 대표적인 모델로 Smagorinsky[1] 모델을 들 수 있다. 이 모델은 과거에 널리 사용되었으나, 모델에 존재하는 상수(Smagorinsky constant)로 인하여 일반적인 유동장에 적용하는 데에 한계가 있다. 최근에, Germano 등[2]은 subgrid-scale 모델에 사용되는 Smagorinsky 상수를 고정시키는 것이 아니라, 유동장의 변화에 따라 이 상수를 매 계산 시간마다 공간적으로 계산하여 자체적으로 결정하는 동적 모델(dynamic model)을 제안하였다. 이 방법은, 직접 수치 모사와 레이놀즈 평균된 Navier-Stokes 방정식 해법의 한계를 극복하고 정밀한 해를 얻는 방법으로서 최근 활발한 연구가 이루어지고 있다.

큰 에디 모사에 의한 천이 경계층에 대한 연구는 Piomelli 등[3]에 의하여 이루어진 바 있다. 그들은 시간에 따라 발달되는 천이 경계층에 대하여 직접 수치 모사 결과와 큰 에디 모사 결과를 비교하여 정성적으로 일치되는 결과를 얻었다. 그러나 지금까지 천이 유동장에 대한 대부분의 수치해석적인 연구는 경계 조건의 편이성으로 인하여 경계층 유동보다는 채널 유동에 국한되고 있으며, 공간적으로 발달하는(spatially evolving) 실제 유동보다는 시간에 따라 발달하는(temporally evolving) 유동에 중점을 두어 왔다.[4] 최근 Rai와 Moin[5]은 공간적으로 발달하는 천이 경계층 유동 전체에 대한 직접 수치 모사를 하였으나, 격자 수 부족으로 인하여 정밀한 결과를 얻지 못하였다. 실험적인 방법으로 천이 현상을 모사하기 위하여 Klebanoff 등[6]은 평판 위에 진동하는 리본을 설치하고, 여기서 발생되는 교란이 하류로 진행됨에 따라 변화하는 양상을 고찰하였다. 그들은 유동 폭 방향으로 변화하는 천이 경계층의 특성을 확인하였으며, Kachanov[7]는 이에 대한 정량적인 측정을 수행하였다. Rist와 Fasel[8]은 직접 수치 모사를 이용하여 Kachanov[7]의 실험 결과를 확인하였으나, 하류로 갈수록 격자수가 부족함을 실감하였다.

공간적으로 발달하는 천이 경계층을 수치해석적

으로 계산을 위하여 지금까지 대부분의 연구에서 직접 수치 모사를 이용하였다. 이를 이용하여 초기 천이 지역에서 정밀한 계산을 수행할 수 있었으나, 후기로 갈수록 격자 수 부족으로 인하여 정확한 결과를 얻기 어려웠다. 따라서 후기 천이 경계층에서의 격자 수 부족 문제를 해결하고, 초기 천이 경계층에서의 수치해석을 보다 경제적으로 행하기 위하여, 큰 에디 모사를 이용한 천이 경계층 유동 해석에 대한 연구가 요구된다. 최근 Ducros 등[9]은 이러한 요구에 부응하여 난류 스펙트럼에 기초를 둔 Filtered-Structure-Function 모델을 천이 경계층에 적용하여 그 결과를 검토하였다. 그들은 초기 단계의 천이부터 비교적 후기 단계의 천이 경계층까지 계산을 수행하였으나, 후기 천이 지역과 난류 지역에서 직접 수치 모사 결과와 정량적인 차이를 보였다.

본 연구에서는, 일반적인 수치 해석 코드에 쉽게 적용이 가능한 Germano 등[2]의 모델을 사용하여, 입구 경계면에서 유입된 불안정한 이차원 Tollmien-Schlichting 파동과 한 쌍의 삼차원 Squire 파동으로 구성된 대략 한 주기의 패킷(packet)이 하류로 전파됨에 따라 발달되는 과정을 모사하였다. 연속된 파동이 유입되는 대신 파동의 패킷이 유입되는 입구 조건은 실제 천이 현상을 정확히 모사하는 것은 아니다. 그러나 실험 및 이론적 고찰[7,10]에 의하면, 천이 현상은 파동의 불안정성 메커니즘에 의하여 발생되며, 이들의 상호 작용에 의하여 특정 지역에서 Λ 와류가 형성되는 국소 현상이다. 따라서 파동의 패킷을 유입하여도 천이의 일반적인 특성을 모사할 수 있으며, 전체적인 계산 시간을 줄일 수 있다. 오히려 연속된 파동이 유입되는 경우 난류 스팟이 모사되지 않는다고 보고되고 있다.[7] 또한 하나의 고립된 파동이 발전해 가는 과정을 따라 가면서 모사함으로써 천이의 단계별 특성을 고찰하는데 유리하다. 이러한 유동에 대한 직접 수치 모사는 Wang 등[11]에 의하여 성공적으로 수행된 바 있다. 본 연구에서는 그들의 직접 수치 모사 결과와 비교를 통하여 큰 에디 모사 기법을 이용한 천이 유동장 해석의 합리성을 검토하였으며, 천이 유동장의 일반적인 특징을 고찰하였다. 아울러 천이 경계층 유동에서 발생되는 원거리 소음 특성을 Lighthill[12]의 음향학적 상사성을 이용하여 해석하였다. Lighthill 방법의 유용성은 압축성 Navier-Stokes 방정식을 직접 수치 모사한 Mitchell 등[13]에 의하여 검증된 바 있다.

2. 해석 방법

2.1 지배 방정식

본 연구에서 사용된 지배 방정식은 연속 방정식과 비정상 삼차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식으로 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j}=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{1}{Re}\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \tag{2}$$

공간에 대한 임의의 함수 f에 대하여 큰 에디 모사에서 사용되는 필터에 의한 평균은 다음과 같이 정의된다.

$$\overline{f}(x_1, x_2, x_3) = \int_{\xi_3}\int_{\xi_2}\int_{\xi_1}\prod_{i=1}^{3} G_i(x_i, x_i')\, f(x_1', x_2', x_3')\, dx_1' dx_2' dx_3' \tag{3}$$

이때 ξ_1, ξ_2 및 ξ_3는 적분 구간으로서 필터가 적용되는 범위이며, G_i는 i방향의 필터 함수이다. 자주 사용되는 필터로 가우스 필터, 컷 오프 필터, 그리고 박스 필터가 있으며, 이들의 특성은 Piomelli 등[3]에 의하여 고찰된 바 있다. 본 연구에서는 유한 체적법에 보편적으로 적용되는 박스 필터를 사용하였으며, 다음과 같이 정의된다.

$$G_i(x_i, x_i') = \begin{cases} 1/\Delta_i, & \text{for } |x_i - x_i'| \le \Delta_i/2, \\ 0, & otherwise \end{cases} \tag{4}$$

이때 Δ_i는 i방향의 필터의 크기이다.

본 연구에서는 주 유동 방향과 유동 폭 방향의 이차원 필터를 적용하였으며, 벽의 수직 방향으로는 필터를 적용하지 않았다. 이 필터를 연속 방정식과 Navier-Stokes 방정식에 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i}=0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}+\frac{\partial \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial x_j}=-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}+\frac{1}{Re}\frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j}-\frac{\partial \tau_{ij}^{SGS}}{\partial x_j} \tag{6}$$

이때 $\tau_{ij}^{SGS}=\overline{u_i u_j}-\bar{u}_i \bar{u}_j$이며 Smagorinsky[1] 모델을 적용하면 다음과 같다.

$$\tau_{ij}^{SGS}-\frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk}^{SGS}=-2\nu_T \bar{S}_{ij} \tag{7}$$

$$\nu_T = c\Delta^2 |\bar{S}|, \quad |\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}},$$
$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right) \tag{8}$$

여기서 c는 Smagorinsky 상수이며, Δ는 길이 스케일이다($\Delta^2 = (\Delta_1\Delta_2\Delta_3)^{\frac{2}{3}}$). 이때 c값은 Germano 등[2]의 방법을 이용하여 결정하였다. 즉 식 (5)와 (6)에 또 하나의 필터를 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \tilde{\bar{u}}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{9}$$
$$\frac{\partial \tilde{\bar{u}}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\bar{u}}_j \tilde{\bar{u}}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \tilde{\bar{p}}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 \tilde{\bar{u}}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}^{*SGS}}{\partial x_j} \tag{10}$$

이때 $\tau_{ij}^{*SGS} = \widetilde{\bar{u}_i\bar{u}_j} - \tilde{\bar{u}}_i\tilde{\bar{u}}_j$이며 Smagorinsky[1] 모델을 다시 적용하면 다음과 같다.

$$\tau_{ij}^{*SGS} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk}^{*SGS} = -2\nu_T^* \tilde{\bar{S}}_{ij} \tag{11}$$
$$\nu_T^* = c\tilde{\Delta}^2 |\tilde{\bar{S}}|, \quad |\tilde{\bar{S}}| = \sqrt{2\tilde{\bar{S}}_{ij}\tilde{\bar{S}}_{ij}},$$
$$\tilde{\bar{S}}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \tilde{\bar{u}}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{\bar{u}}_j}{\partial x_i}\right) \tag{12}$$

앞에서와 같이 c는 Smagorinsky 상수이며, $\tilde{\Delta}$는 길이 스케일이다. 이때 Leonard 응력 L_{ij}를 도입하면 다음과 같은 Germano identity가 구해진다.

$$L_{ij} = \widetilde{\bar{u}_i\bar{u}_j} - \tilde{\bar{u}}_i\tilde{\bar{u}}_j = \tau_{ij}^{*SGS} - \widetilde{\tau_{ij}^{SGS}} \tag{13}$$

그러면, 위의 식은 다음과 같이 정리된다.

$$L_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}L_{kk} = -2c\tilde{\Delta}^2 |\tilde{\bar{S}}| \tilde{\bar{S}}_{ij} + 2c\widetilde{\Delta^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij}} \tag{14}$$

여기서 Lilly[14]의 최소 자승 오차법을 사용하면, Smagorinsky 상수는 다음과 같이 결정된다.

$$c = -\frac{1}{2}\frac{L_{ij}M_{ij}}{M_{ij}M_{ij}} \tag{15}$$

이때 M_{ij}는 다음과 같다.

$$M_{ij} = \tilde{\Delta}^2 |\tilde{\bar{S}}| \tilde{\bar{S}}_{ij} - \widetilde{\Delta^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij}} \tag{16}$$

본 연구에서는 위와 같은 동적 모델을 이용하여 Smagorinsky 상수의 임의성을 제거하고 유동장에 적합한 계수를 유동장 내부에서 자동적으로 계산할 수 있도록 하였다. 즉 사용된 격자계에서 구해지는 유동이 $\bar{u}_i$이므로 이로부터 $\bar{u}_i\bar{u}_j$, $\bar{S}_{ij}$, $|\bar{S}|$등을 구한 뒤, 이 값들에 박스 필터를 적용하여 식 (16)의 M_{ij}와 식 (13)의 L_{ij}를 계산하고, 식 (15)로부터 c를 결정한다.

2.2 경계 조건

본 계산에서 사용된 계산 영역 및 좌표계를 Fig. 1에 나타내었다. 이때 계산 경계면은 입구 경계면(AA'D'D), 출구 경계면(BB'C'C), 자유 유동 경계면(DD'C'C), 벽 경계면(AA'B'B), 유동장 폭 경계면(ABCD, A'B'C'D') 등이다. 계산에서 사용되고 결과로 정리된 모든 변수는 입구 경계면에서의 Blasius 속도에 의한 배제 두께 δ^*, 자유 유동 속도 U_∞, 동점성 계수 ν_∞로 무차원화 되었으며, 주 유동 방향을 x_1, 벽에 수직한 방향을 x_2, 유동장 폭 방향을 x_3 방향으로 정의하였다.

입구 경계면에서의 속도는 Blasius 속도인 평균 속도 성분과 이차원 및 삼차원 교란 속도 성분으로 나눌 수 있으며 다음과 같이 표현된다.

$$u_i(x_2, x_3, t) = u_i^B(x_2) + \{\varepsilon^{2D}u_i^{2D}(x_2) + \varepsilon^{3D}u_i^{3D}(x_2, x_3)\}e^{-i\beta t}h(t)g(x_3) \tag{17}$$

이차원 교란 속도 u_i^{2D}는 다음과 같이 Tollmien-Schlichting 파동으로 표현된다.

$$u_i^{2D}(x_2) = Real\{u_i^{TS}(x_2)\} \tag{18}$$

이때 u_i^{TS}는 주어진 주파수 β에 대하여 Orr-Sommerfeld 방정식에서 구해지는 가장 덜 안정한 고유 함수이다. 삼차원 파동 u_i^{3D}는 주 유동과 $\pm\phi$의 각도를 가지는 두 개의 파동으로 구성되며, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_i^{3D}(x_2, x_3) = \frac{1}{2}Real\{u_i^{S+}(x_2)e^{i\alpha\sin\phi x_3} + u_i^{S-}(x_2)e^{-i\alpha\sin\phi x_3}\} \tag{19}$$

이때 u_i^{S+}와 u_i^{S-}는 주어진 진동수 β에 대하여 Squire 방정식에서 구해지는 가장 덜 안정한 고유

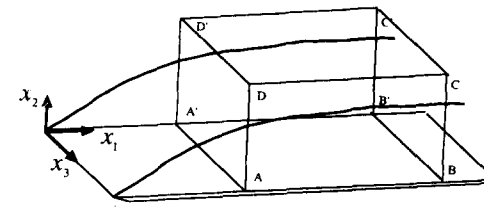

Fig. 1 Schematic representation of the computation domain.

함수이며, α는 이와 관련된 고유치이다. 본 연구에서 사용된 상수 값은 다음과 같다 : $\varepsilon^{2D}=0.025$, $\varepsilon^{3D}=0.01$, $\phi=\pi/4$, $\beta=0.094$. 식 (17)의 함수 h는 일정 시간 동안 파동의 패킷을 생성하기 위하여 설정되었으며, 다음과 같이 정의하였다.

$$h(t)=e^{-[(t-t_0)/120]^4} \tag{20}$$

본 계산에서는 $t_0=86$으로 정하였다. 또한 식 (17)의 함수 g는 교란 파동의 $x_3=0$에 대한 대칭성을 고의로 파괴하여 천이를 가속시키기 위하여 도입되었으며, 그 형태는 다음과 같다.

$$g(x_3) =1+0.1(e^{-[(x_3-1.73)/1.73]^2}-e^{-[(x_3+1.73)/1.73]^2}) \tag{21}$$

위와 같은 조건에 대한 구체적인 근거는 Wang 등[11]의 연구에서 설명되고 있다.

출구 경계에서는 다음과 같은 대류 경계 조건을 사용하였다.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}+V_1\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_1}=V_1\frac{\partial \bar{u}_i^B}{\partial x_1} \tag{22}$$

이때 V_1은 출구의 평균 속도이며, u_i^B는 출구에서의 이차원 Blasius 속도이다. 일반적으로 대류 경계 조건에서 식 (22)의 우변을 0으로 설정한다. 그러나 정상 상태 층류 유동의 경우 출구 조건으로 식 (22)를 이용하는 것이 더욱 합리적이다. 또한 본 연구에서는 입구에서 유입된 파동이 출구에 도달하기 전까지 발달되는 과정에 관심을 가지고 있다. 이 기간 동안 출구 유동은 Blasius 해에서 크게 벗어나지 않으므로 식 (22)를 사용하는 것이 보다 효과적이다.[11]

벽 경계면에서는 모든 속도 성분이 0이 되는 점착 조건을 적용하였으며, 유동장 폭 경계면에서는 모든 변수에 대하여 주기 조건을 적용하였다. 자유 유동 경계면에서는, x_2 방향 속도는 Blasius 해에 의한 속도로 고정하고, x_3 방향 속도는 0으로 고정하였으며, x_1 방향 속도는 다음과 같이 x_3 방향 와도가 0이 되도록 하는 조건에서 결정하였다.

$$\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_1}-\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2}=0 \tag{23}$$

입구 경계면의 위치에서 배제 두께를 기준으로 한 레이놀즈 수 $U_\infty\delta^*/\nu_\infty$는 1000, 거리를 기준으로 한 레이놀즈 수 $U_\infty x_1/\nu_\infty$는 3.38×10^5이다. x_1 방향의 계산 범위는 338에서 518, x_2 방향으로의 계산 범위는 0에서 20으로 하였으며, x_3 방향으로의 계산 범위는 삼차원 교란의 파장을 고려하여 결정하였으며 대략 −13에서 13으로 하였다. 이때 계산에서 사용된 격자는 x_1 방향으로 512개, x_3 방향으로 64개의 균일 격자를 사용하였으며, x_2 방향으로는 벽에 밀집된 64개의 비균일 격자를 사용하였다.

2.3 소음장 해석

음향학적 상사 이론을 이용하여 원거리 소음을 예측하는 유용한 방법이 Lighthill[12]에 의하여 제안되었다. 그의 이론에 의하면 연속 방정식과 Navier-Stokes 방정식을 정리하여 다음과 같은 파동 방정식을 얻을 수 있으며, 마하 수 M이 작은 경우 우변을 등가의 비압축성 유동으로 가정할 수 있다.

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial t}+M\frac{\partial}{\partial X_1}\right)^2-\frac{\partial^2}{\partial X_j\partial X_j}\right]\rho=\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i\partial x_j} \tag{24}$$

이때 X_j는 원거리 소음을 효과적으로 기술하기 위하여 도입되었으며($X_j=Mx_j$), 밀도 ρ는 교란되지 않은 자유 유동의 밀도 ρ_∞로 무차원화된 양이다. 좌변의 $M\ \partial/\partial X_1$항은 파동의 대류효과를 나타내는 항으로서 전체적인 거동에 큰 효과를 나타내지 않으며, 특히 마하 수가 작은 경우 이 항은 무시될 수 있다. 이 경우 식 (24)는 정지된 유체에서 음향 전달로 해석 될 수 있으며, 본 연구에서는 이와 같은 가정 하에 해석을 수행하였다. 식 (24)에서 T_{ij}는 Lighthill 응력 텐서이며 다음과 같다.

$$T_{ij}=\rho(u_i-U_i)(u_j-U_j)+\frac{\delta_{ij}}{M^2}\left(\frac{p}{\gamma}-\rho\right) -\tau_{ij} \tag{25}$$

여기서 첫 번째 항은 자유 유동 속도 $U_i=(1,0,0)$를 벗어나는 속도 성분에 의한 레이놀즈 응력을 나타내며, 두 번째 항은 등엔트로피에서 벗어나는 항으로서, 본 연구의 경우에는 무시 가능하다. 이 항은 강한 온도 구배가 존재하거나, 상 변화가 있는 경우 등 극단적인 상황에서 고려되어야 한다. 마지막 항은 점성항이며 다음과 같다.

$$\tau_{ij}=\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right) \tag{26}$$

평판 위의 경계층에서 발생되는 소음은 Curle[15]과 Powell[16]에 의하면 다음과 같이 기술된다.

$$4\pi(\rho(\vec{X},t)-1)$$
$$=2M^4\frac{\partial}{\partial X_a}\int_{\partial\Omega}\frac{\tau_{a2}(\vec{y},t-|\vec{X}-M\vec{y}|)}{|\vec{X}-M\vec{y}|}d^2\vec{y}$$
$$+M^5\frac{\partial^2}{\partial X_i\partial X_j}\int_{\Omega}\frac{T_{ij}(\vec{y},t-|\vec{X}-M\vec{y}|)}{|\vec{X}-M\vec{y}|}d^3\vec{y}$$
$$+M^5\frac{\partial^2}{\partial X_i^*\partial X_j^*}\int_{\Omega}\frac{T_{ij}(\vec{y},t-|\vec{X}^*-M\vec{y}|)}{|\vec{X}^*-M\vec{y}|}d^3\vec{y} \quad (27)$$

여기서 Ω는 유동 계산 영역, $\partial\Omega$는 벽면을 나타낸다. 우변의 첫 번째 항은 벽면의 점성 응력이 원거리 소음에 기여하는 양이며, 두 번째 항과 세 번째 항은 유동장 내부의 Lighthill 응력이 원거리 소음에 기여하는 양이다. 특히 세 번째 항은 벽면에 의해서 반사되는 성분을 나타내며, 여기서 $\vec{X}^*=(X_1,\ -X_2,\ X_3)$이다. 그리스 문자로 된 하첨자 α, β는 1 또는 3이며, 이는 벽면에서 반사되는 성분으로 인하여 x_2의 성분을 제외한 텐서 연산을 의미한다. 식 (27)은 원거리 소음 가정에 의하여 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$4\pi(\rho(\vec{X},t)-1)$$
$$=2M^4\frac{X_\alpha}{|\vec{X}|^2}\frac{\partial}{\partial t}R_\alpha(t-|\vec{X}|)$$
$$+2M^5\frac{X_\alpha X_\beta}{|\vec{X}|^3}\frac{\partial^2}{\partial t^2}S_{\alpha\beta}(t-|\vec{X}|)$$
$$+M^5\frac{X_iX_j+X_i^*X_j^*}{|\vec{X}|^3}\frac{\partial^2}{\partial t^2}Q_{ij}(t-|\vec{X}|) \quad (28)$$

우변의 첫 번째 항은 벽면 전단 응력에 의한 이극자 항이며, 두 번째 항은 벽면 전단 응력에 의한 사극자 항이며, 세 번째 항은 유동장의 Lighthill 응력에 의한 사극자 항이다. 위의 식에 포함된 텐서는 다음과 같다.

$$R_\alpha(t)=\int_{\partial\Omega}\tau_{a2}(\vec{y},t)\,d^2\vec{y} \quad (29)$$

$$S_{\alpha\beta}(t)=\int_{\partial\Omega}y_\beta\tau_{a2}(\vec{y},t)\,d^2\vec{y} \quad (30)$$

$$Q_{ij}(t)=\int_{\Omega}T_{ij}(\vec{y},t)\,d^3\vec{y} \quad (31)$$

이상에서 볼 수 있듯이, 시간에 따른 점성 응력과 Lighthill 응력의 변화를 비정상 유동장 계산을 통하여 구할 수 있다면, 식 (28)을 이용하여 원거리 소음을 용이하게 기술할 수 있다.

3. 결과 및 토의

본 연구에서는 압력 구배가 없는 평판 위의 층류 경계층에 대한 유동 해석을 먼저 수행하였다. 정상 상태로 충분히 수렴된 결과를 초기 조건으로 하여

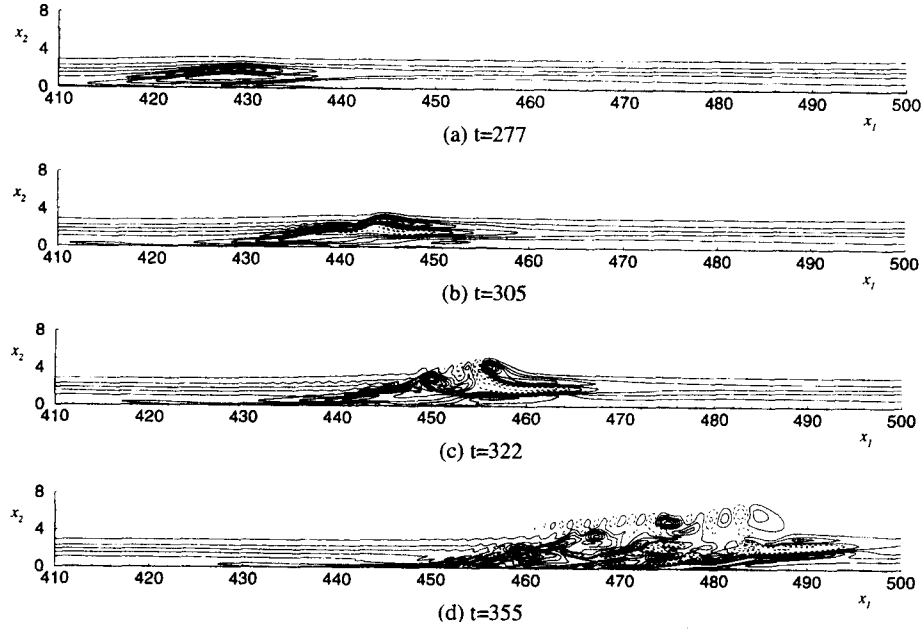

Fig. 2 Contours of the negative spanwise vorticity $-\bar{\omega}_3=-\partial\bar{u}_2/\partial x_1+\partial\bar{u}_1/\partial x_2$ at $x_3=1$. Contour levels are from -0.45 to 0.95 with increments of 0.1. Negative values are dashed.

계산을 시작하였으며, 이때의 시각을 $t=0$으로 하였다. $t=30$부터 입구에서 유입되기 시작한 미소 교란은, 그 주기가 66.8이며, 약 1.6주기가 되는 $t=140$ 근처까지 입구 경계면을 통과한다. 이렇게 유입된 파동은 시간이 지남에 따라 변화하며 하류로 전파된다.

시간별 유동장의 특징을 파악하기 위하여 음의 부호를 붙인 유동 폭 방향의 와도($-\bar{\omega}_3$)를 Fig. 2에 나타내었다. 유동 폭 방향의 와도에 가장 큰 기여를 하는 성분은 벽에 수직한 방향으로의 주 유동 속도 구배($\partial\bar{u}_1/\partial x_2$)이다. 벽면에서 떨어진 높은 전단층(high shear layer)이 $t=277$에서 이미 형성되어있다. 이것은 K-type 천이 현상에서 나타나는 대표적인 현상으로 실험적[7]으로나 수치해석적[8]으로 보고되고 있다. 하류로 가면서 이러한 전단층은 비틀리고, 그 강도가 강화된다. $t=322$근처에서 전단층은 파열되었으며, 이 전단층으로부터 형성된 와류는 경계층 가장자리까지 상승하여 하류로 전파된다. $t=355$에서는 강하고 작은 크기의 와류가 벽 근처에서 관찰되며, 전체적으로 강한 전단층이 경계층 내부에 형성되고 있음을 알 수 있다.

Fig. 3에서는 x_2-x_3 단면에 대하여 적분한 미소 교란의 운동에너지를 나타내었다. 유입 당시 미소 교란의 운동 에너지는 대단히 작은 양이며, $t=200$까지는 큰 증가를 보이지 않았다. 그러나 시간이 증가함에 따라 교란 운동에너지는 비선형적으로 증가하며 하류로 전파되고 있다. 전단층이 파열되기 시작하는 $t=305$부터 교란 운동에너지의 양상은 더욱 복잡해진다. 파열되는 전단층과 이 전단층에서 떨어져 나간 와류에 의하여 교란 운동에너지는 국소적으로 집중되는 모습을 보여준다. 또한 Fig. 2에서 보았듯이 전단층에서 떨어져 나온 와류는 경계층 가장자리까지 상승하고, 이 와류는 경계층 내부에서보다 빠른 속도로 전파되므로, 시간이 지남에 따라 교란의 범위가 확대되고 있다.

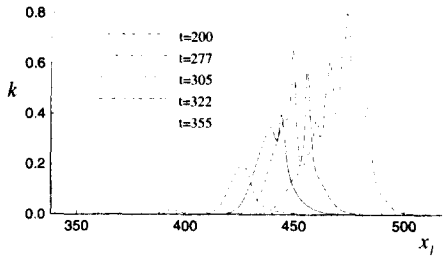

Fig. 3 Evolution of the disturbance kinetic energy integrated over x_2-x_3 plane, $k=\int_{L_3}\int_{L_2}(\bar{u}_i-\hat{\bar{u}}_i)(\bar{u}_i-\hat{\bar{u}}_i)\,dx_2dx_3$, where $\hat{\bar{u}}_i=\int_{L_3}\bar{u}_i dx_3/\int_{L_3}dx_3$

벽면에서의 압력은 근거리 유동 소음과 직접 관계되는 양이며, 경계층 내부의 유동 특성이 적분되어 표현되는 양이다. Fig. 4에서 관찰되는 바와 같이, 압력이 낮은 부분이 벽면에서 Λ 모양으로 관찰된다. 이러한 압력 분포는 경계층 내부의 Λ 와류에 의하여 유발되는 것으로서, 시간이 지남에 점점 복잡한 양상을 가진다. 특히 $t=355$의 하류에서 작은 크기의 압력 구조가 관찰되며 이러한 현상은, Fig. 2에서 고찰한 바와 같이, 벽 근처에서 생긴 작은 크기의 국소적인 유동 현상에 기인한 것이라고 판단된다. 또한 Λ 와류의 머리 부근에 강한 역압력 구배가 형성됨을 볼 수 있다.

입구에서 주어진 이차원 및 삼차원 교란의 비선형적인 상호 작용에 의하여 발달한 Λ 와류의 구조

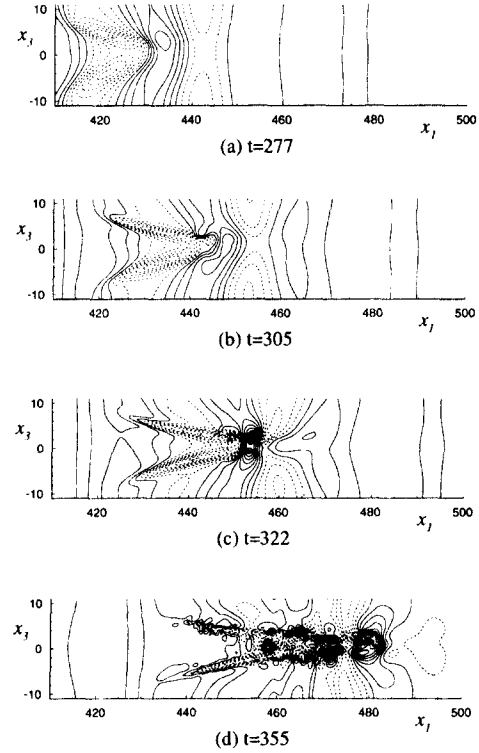

Fig. 4 Contours of the wall pressure. Contour levels are from -0.016 to 0.02 with increments of 0.002. Negative values are dashed.

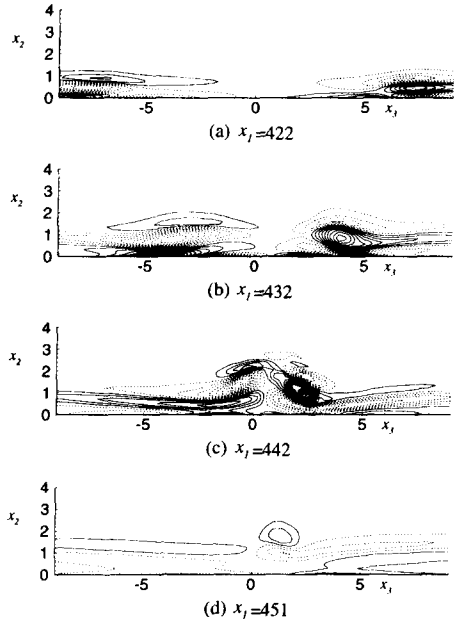

Fig. 5 Contours of the streamwise vorticity $\bar{\omega}_1=\partial\bar{u}_3/\partial x_2-\partial\bar{u}_2/\partial x_3$ at $t=305$. Contour levels are from -0.72 to 0.57 with increments of 0.05. Negative values are dashed.

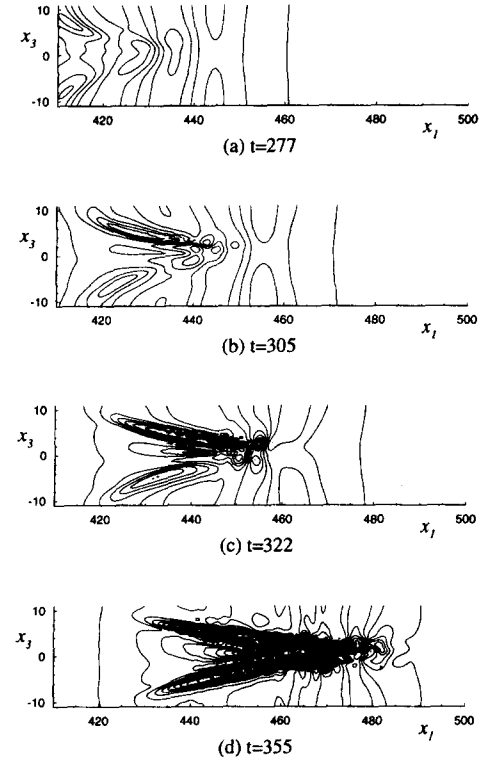

Fig. 6 Contours of the skin friction coefficient at the wall. Contour levels are from 0 to 0.015 with increments of 0.0001, $C_f=2/\mathrm{Re}\ \partial\bar{u}_1/\partial x_2|_{x_2=0}$.

와 특징은 Fig. 5의 유동 방향의 와도($\bar{\omega}_1$)를 통하여 알 수 있다. 와류가 파열되기 시작하는 단계인 $t=305$에서 Λ 와류는 벽을 향하면서 서로 반대 방향으로 회전하는 두 개의 다리를 가지고 있다. 입구에서 주어진 인위적인 비대칭성(식 (21))에 의하여 두 개의 다리는 비대칭적으로 형성되었으며, 이러한 구조가 Λ 와류 머리 부분에서 구조의 파열을 촉진한다.[11] 한편 회전하는 두 개의 다리로 인하여 와류의 중심 근처에서는 상승 유동(ejection)이 발생되며, 작은 운동량의 유체가 위쪽($+x_2$방향)으로 유출된다. 이 때문에 Λ 와류의 중심 부근에서 주 유동 방향 속도가 감소되며, Λ 와류 중심 위 부근에, Fig. 2에서 관찰된 바와 같은 높은 전단층이 형성된다. 이러한 Λ 와류의 역할은 천이 경계층에서 발생되는 높은 전단층의 생성 메커니즘을 설명하는 것으로서, List와 Fasel[8]의 결과와 일치한다. 또한 회전하는 와동에 의하여 와류의 중심 즉 $x_3=0$ 근처의 벽면 국소 전단 응력을 감소시키는 효과가 나타나는 반면, 와류의 바깥 쪽($x_3=5$, -5 부근)에서는 벽으로 향하는 유동(sweeping)이 발생되며, 이로 인하여 벽면 국소 전단 응력은 증가된다. 이러한 현상은 Fig. 6의 벽면 전단 응력을 통해서 직접 확인할 수 있다. Fig. 4의 벽면 압력 분포와 마찬가지로 벽면 전단 응력 또한 이러한 Λ 와류의 정보를 그대로 반영하고 있으며, 난류에서의 hairpin 와류가 벽면 전단 응력에 미치는 영향과 유사한 거동을 보여주고 있다.

Fig. 7에서는 x_3방향으로 평균한 벽면 전단 응력의 변화를 보여주고 있다. 미소 교란이 하류로 전파됨에 따라 벽면 전단 응력의 변화량은 불규칙해지면서 변화의 폭은 감소하는 경향을 나타낸다. 이것은 Fig. 3의 경계층 내부의 섭동 에너지가 시간의 흐름에 따라 크게 증가하는 것과 다른 경향을 보여 주고 있다. 특히 $t=200$에서 에너지의 크기는 미소하나, 벽면 전단 응력의 변화는, 유입된 파동의 파장이 구분되는 정도로 확연히 나타난다. 그러나 시간이 지남에 따라 입구에서 유입된 파동은, Fig. 2 및 Fig. 6에서 살펴본 바와 같이 매우 작은 크기의 구조로 쪼개지고 이에 따라 벽면 전단 응력

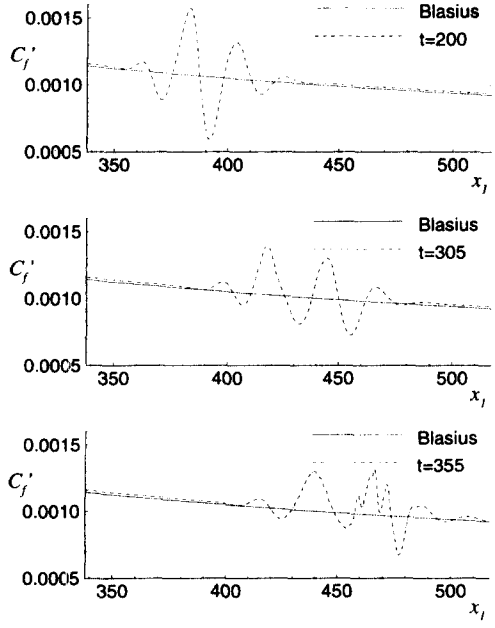

Fig. 7 Variation of the skin friction coefficient averaged over x_3 direction, $C_f' = \int_{L_3} C_f dx_3 / \int_{L_3} dx_3$.

의 변화 폭은 크지 않지만 그 양상이 복잡하게 나타난다. 전체적인 벽면 전단 응력의 변화를 살펴보기 위하여 x_1-x_3방향으로 적분한 평균 전단 응력을 Fig. 8에 나타내었다. 천이 과정에서 생기기 시작한 섭동에 의하여 벽면 주위에서 운동량 확산이 증가하게 되며, 이 때문에 천이 과정 중 벽면 전단 응력이 증가하게 된다. 본 연구의 결과도 이러한 천이 경계층의 일반적인 특성을 보여주고 있다.

이상과 같은 결과는 직접 수치 모사로 계산한 Wang 등[11]의 결과와 일치하는 경향을 가지고 있다. 그러나 그들은 격자계를 천이 단계에 따라서 변화시켰으며, x_1 방향으로 140, x_2방향으로 20, x_3 방향으로 25.96 크기의 계산 영역에 대하여 최고 1282×130×258의 격자를 적용하였다. 이는 본 연구에서 사용한 격자의 x_1 방향으로 약 3.2배, x_2 방향으로 약 2배, x_3 방향으로 약 4배의 격자를 사용하여, 총 26배의 격자를 사용한 셈이다.

본 연구에서는, 천이 경계층을 해석하기 위하여 상대적으로 적은 격자 수를 사용한 큰 에디 모사법의 유용성을 검증하고자, 여기서 사용되는 모델 계수인 Smagorinsky 상수를 고찰하였다. 우선 이 값이 가지는 물리적인 의미를 파악하고자, 필터가 사용된 에너지 방정식을 살펴보았다.

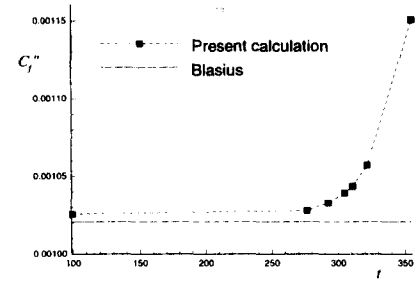

Fig. 8 Variation of the skin friction coefficient averaged over x_1-x_3 direction, $C_f'' = \int_{L_3}\int_{L_1} C_f dx_1 dx_3 / \int_{L_3}\int_{L_1} dx_1 dx_3$

$$\frac{\partial \bar{q}^2}{\partial t}+\frac{\partial \bar{u}_j \bar{q}^2}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(-2\bar{p}\bar{u}_j-2\bar{u}_i\tau_{ij}^{SGS}+\frac{1}{Re}\frac{\partial \bar{q}^2}{\partial x_j}\right)-\frac{2}{Re}\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}+2\tau_{ij}^{SGS}\bar{S}_{ij} \quad (32)$$

여기서 $\bar{q}^2=\bar{u}_i\bar{u}_i$이며, 다른 변수들은 2.1절에서 언급한 바와 같다. 식 (32)의 좌변은 비정상항 및 대류항이며, 우변의 첫 번째 항은 확산항, 두 번째 항은 점성 소산항이며, 세 번째 항은 격자보다 큰 유동 구조(resolved scale)와 작은 유동 구조(subgrid-scale) 사이의 에너지 교환량이다. 점성 소산항은 음의 값을 가지므로, 에너지는 항상 큰 유동 구조에서 격자보다 작은 유동 구조로 전달된다. 반면 세 번째 항은 $2\tau_{ij}^{SGS}\bar{S}_{ij}=-2c\Delta^2|\bar{S}|^3$으로 간단히 정리될 수 있으며, 에너지 교환량은 Smagorinsky 상수의 부호에 따라 그 방향이 결정된다. 즉 c값이 양수가 되는 부분은 격자보다 작은 크기의 에디로의 에너지 전달이 있음(forward scatter)을 의미하며, 음이 되는 부분은 격자보다 작은 크기의 에디로부터 에너지가 전달되는 역류(backscatter)를 의미한다. Piomelli 등[17]은 직접 수치 모사 데이터를 분석한 결과, 난류 및 천이 영역에서 backscatter가 상당히 많은 부분을 차지하고 있음을 보고하고 있다. 그러나 Smagorinsky 상수를 고정시킨 다른 모델에서는 이러한 현상을 효과적으로 모사할 수 없다. 본 연구와 같이 시간에 따라 유동의 형태가 급격히 변화하는 경우 고정된 Smagorinsky 상수 값을 사용하게 되면, 초기에 난류 에너지의 지나친 감소를 유발하게 되고, 후기에는 충분한 에너지 소산과 에너지의 backscatter를 행할 수 없게 된다. 이러한 현상은 Piomelli 등[3]이 시간에 따라 발달되는 경계층 유동에 대한 직접 수치 모사 결과와 큰 에디 모사 결과를 비교한 연

구에서 확인되었다. 그들은 모델 상수를 0.1로 고정시키고 벽면에서의 길이 스케일을 수정한 모델을 이용하여 큰 에디 모사를 하였으며, 그 결과 초기에 생긴 교란 에너지의 감소로 인하여 천이가 지연되었다.

Smagorinsky 상수는 물리적으로 의미 있는 변수인 와점성 계수 ν_T와 식 (8)에 의하여 관련되어 있다. 무차원화한 ν_T/ν를 Fig. 9에 제시하였다. 초기($t=277$)와 교란이 없는 지역에서 와점성 계수는 무시할 만큼 작다. 한편 Λ 와류 부근에서는 와점성 계수가 양의 값과 음의 값을 모두 가지며, 이것은 천이 과정에 의하여 작은 크기의 유동이 형성되고, 또 큰 에디와 상호 작용을 하고 있음을 의미한다. 작은 크기의 구조가 많이 발생된 $t=355$에서는 국소적으로 양의 값과 음의 값이 산재하며 복잡하게 분포하고 있다. 이는 큰 에디와 작은 에디 사이의 에너지 교환이 활발히 일어나면서 평균 유동의 변화를 촉진하고 있다고 판단된다. 특히 Piomelli 등[17]은 채널인 경우 난류 유동장에서 backscatter되는 영역이 천이 유동장보다 더 넓다고 보고하고 있다. 그들의 결과와 유사하게 본 연구에서도 천이가 진행됨에 따라 backscatter로 인하여 에너지가 역류되는 영역이 늘어나고 있음을 볼 수 있다.

큰 에디 모사 기법을 이용하여 얻은 유동장에 대한 정보로부터 식 (29), (30) 및 (31)을 계산하였으며, 식 (28)을 이용하여 원거리 소음을 구하였다. 유한한 계산 영역을 적분할 때 출구 경계면을 통과하여 빠져나가는 유동 구조로 인한 소음 계산의 오차를 고려하기 위하여, Wang 등[11]에서 사용된 방법으로 출구 조건을 보정하였다. Fig. 10에서는 경계층에서 발생되는 소음원 적분량들의 특성을 시간에 따라 나타내었다. 유동장이 급격히 변화하기 시작하는 $t=320$ 이후, 이 값들은 크게 변화하기 시작하며, 다양한 진폭을 가지고 있지만 공통적으로 일정한 주기가 발견된다. 이러한 현상은 Fig. 2에서 살펴 본 바와 같이 높은 전단층에서 분리되어 나오는 와류의 주기성에 기인한 것으로서, Fig. 3의 에너지 뾰족한 극점의 수와 Fig. 2의 와류의 수 등과 관련되어 있다. 실제로 와류가 떨어져 나가는 주기는 입구에서 유입된 파동의 약 1/6 정도에 해당하는 것으로서 Wang 등[11]의 연구 결과와 일치한다. 한편 본 연구에서 사용한 Lighthill 응력은, 식 (25)에서 본 바와 같이 레이놀즈 응력항, 비등엔트로피항 그리고 점성 응력항으로 구성된다.

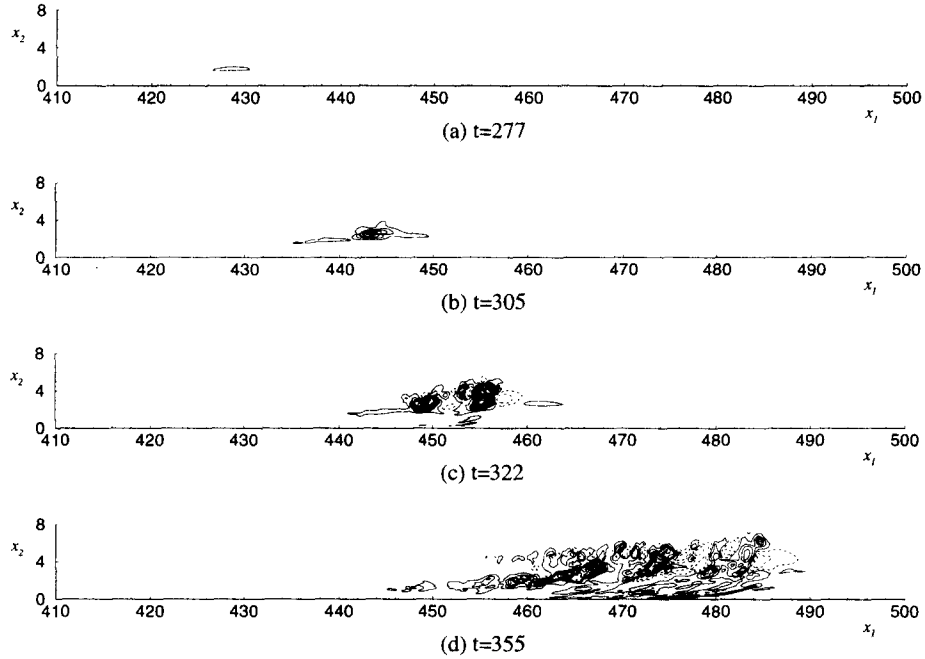

Fig. 9 Contours of the eddy viscosity ν_T/ν at $x_1=1$. Contour levels are from -0.75 to 8.55 with increments of 0.3. Negative values are dashed.

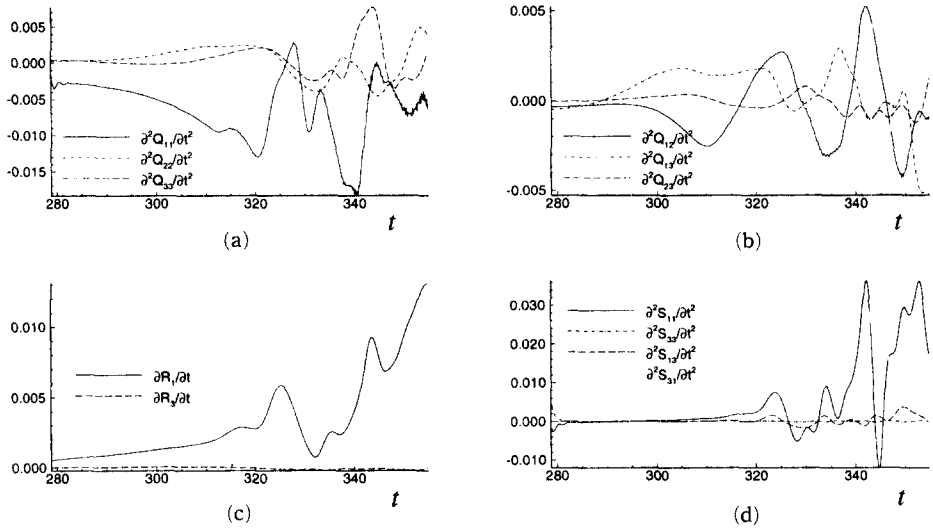

Fig. 10 Time variation of the far field acoustic sources: (a) Reynolds normal stresses; (b) Reynolds shear stresses; (c) wall shear stresses (dipole); (d) wall shear stresses (quadrupole)

마하 수가 작은 평판 위의 경계층 유동인 경우 급격한 엔트로피의 변화가 없으므로 비등엔트로피항은 무시하였다. 또한 점성 응력은 실제 계산 결과 레이놀즈 응력의 10^{-4}수준이었다. 따라서 Lighthill 응력은 대부분 레이놀즈 응력으로 구성된다. 그러나 필터가 적용된 속도로부터 레이놀즈 응력 $\rho(\bar{u}_i - U_i)(\bar{u}_j - U_j)$을 구하였기 때문에 실제 레이놀즈 응력 $\rho(u_i - U_i)(u_j - U_j)$과는 다소 차이가 있을 수 있다. 본 연구에서는 박스 필터를 이용하였으므로 식 (31)의 유동 소음원은 다음과 같이 엄밀하게 표현될 수 있다.

$$\int_\Omega (u_i - U_i)(u_j - U_j)\, d^3\vec{y}$$
$$= \int_\Omega (\bar{u}_i - U_i)(\bar{u}_j - U_j)\, d^3\vec{y} + \int_\Omega \tau_{ij}^{SGS} d^3\vec{y} \quad (33)$$

우변의 두 번째 항은 첫 번째 항에 비하여 매우 작은 양이다. 그러나 소음원을 구하기 위하여 시간에 대한 두 번 미분을 취할 경우(식 (28)), 두 항은 비슷한 크기를 가지게 된다. 큰 에디 모사를 통하여 구해지는 Smagorinsky 상수는 시간에 대하여 연속적인 값을 가지지 않기 때문에, 이를 시간에 대하여 두 번 미분하는 경우 수치 오차가 크게 발생하게 된다. 따라서 본 연구에서는, 유동 소음원인 레이놀즈 응력을 구하는데 있어서 필터 된 레이놀즈 응력으로 한정하였다. 큰 에디 모사 기법에서 모델링된, 격자 크기보다 작은 에디에 의한 레이놀즈 응력을 소음원에 포함시키는 연구가 앞으로 진행되어야 한다.

이들 소음원으로부터 구한 원거리 소음을 Fig. 11에 나타내었다. 실제로 유동 계산을 수행한 영역을 X_i 좌표계로 나타내면, $-2 \le X_1 \le 2$, $0 \le X_2 \le 0.4$이다. Lighthill 응력(주로 레이놀즈 응력)에 의한 원거리 소음은 사극자 특성을 가지며, 이들의 방향성은 레이놀즈 응력 성분에 따라 다르게 나타난다. 길이 방향 사극자(longitudinal quadrupole)인 Q_{11}와 Q_{22}가 각각 X_1과 X_2방향으로 전파되는 양상을 보여주고 있으며, 폭 방향 사극자(lateral quadrupole)인 Q_{12}는 벽면의 반사 성분에 의하여 상쇄된다. Fig. 11에서 설정한 $X_3=0$ 단면에서는 Q_{33}, Q_{23} 및 Q_{13} 효과는 원거리 소음에 나타나지 않는다. Fig. 10에 의하면 레이놀즈 응력에 의한 소음원들의 상대적인 크기는 거의 비슷하다. 그 중 주 유동 방향 레이놀즈 응력의 효과가 약간 크며, 이에 따라 Q_{11}에 의한 사극자가 Q_{22}에 의한 사극자보다 더 강하게 나타나고 있다. 한편 벽면 전단 응력에 의한 원거리 소음에 대하여서는 아직까지 논란의 여지가 있으며,[18] 명확한 해석을 위하여 압축성 계산이 요구된다. 그러나 본 연구와 같이 낮은 마하 수의 유동에 대한 명확한 연구 결과가 제시된 바 없으므로, 벽면 전단 응력에 의한 원거리

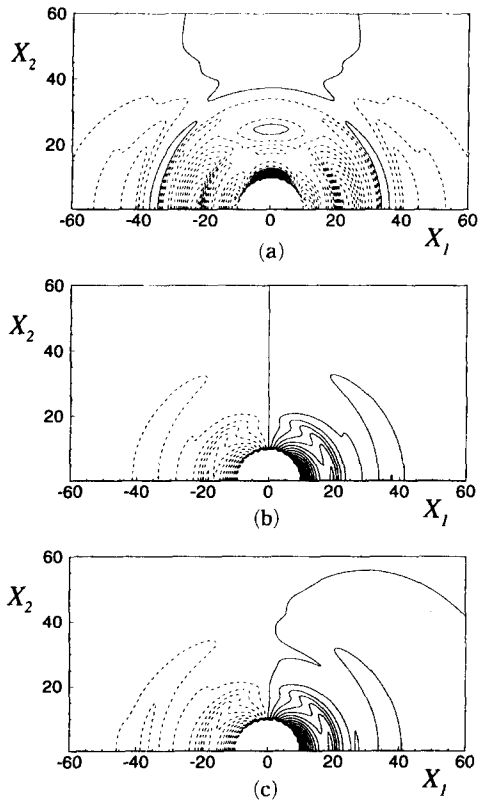

Fig. 11 Contours of the far field acoustic pressure in the plane $X_3=0$ at $t=360$ at $M=0.02$. (a) Reynolds stress contribution (contour levels are from -4.5×10^{-13} to 2.3×10^{-13} with increments of 0.4×10^{-13}); (b) wall shear stress contribution (contour levels are from -3.0×10^{-11} to 3.2×10^{-11} with increments of 0.2×10^{-11}); (c) total acoustic pressure (contour levels are from -3.0×10^{-11} to 3.2×10^{-11} with increments of 0.2×10^{-11})

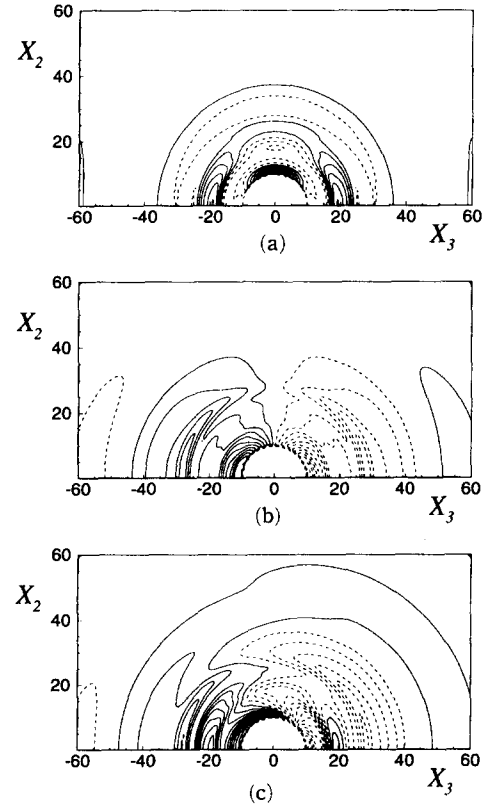

Fig. 12 Contours of the far field acoustic pressure in the plane $X_1=0$ at $t=360$ at $M=0.02$. (a) Reynolds stress contribution (contour levels are from -1.3×10^{-13} to 2.0×10^{-13} with increments of 0.4×10^{-13}); (b) wall shear stress contribution (contour levels are from -7.8×10^{-13} to 4.0×10^{-13} with increments of 0.4×10^{-13}); (c) total acoustic pressure (contour levels are from -7.9×10^{-13} to 4.0×10^{-13} with increments of 0.4×10^{-13})

소음을 포함한 결과를 함께 나타내었다. 전체적인 원거리 소음 특성은 마하 수 0.02에서 벽면 전단 응력에 의한 이극자로 나타나고 있다. Fig. 12에서는 $X_1=0$인 단면에서 원거리 소음의 나타내었다. 여기서 유동 계산 영역의 위치를 X_i 좌표계로 나타내면, $0\leq X_2\leq 0.4$, $-0.26\leq=X_3\leq 0.26$이다. 이 단면에서 길이 방향 사극자로 Q_{22}와 Q_{33}이 고려되었으며, 폭 방향 사극자인 Q_{23}는 벽면의 반사에 의하여 상쇄되었다. 주 유동 방향에 비하여 유동 폭 방향으로의 벽면 전단 응력은 크지 않으므로, 전체적인 원거리 소음은, 벽면 전단 응력과 레이놀즈 응력의 효과가 비슷한 크기로 혼합되어 나타난다. 마하 수가 증가하면 벽면 전단 응력에 의한 사극자 효과가 나타날 수 있으며, 레이놀즈 응력에 의한 사극자 효과도 상대적으로 증가된다(식 (28)).

4. 결 론

본 연구에서는 압력 구배가 없는 평판 위의 층류 경계층 유동장에 이차원 Tollmien-Schlichting 파와 삼차원 Squire 파의 쌍이 일정 시간 동안 유입될 때, 하류로 발전하는 천이 현상을 큰 에디 모사

기법을 이용하여 해석하였다. 지금까지 천이 경계층에 대한 대부분의 실험이나 수치해석적 연구에서는 천이 현상을 모사하기 위하며 입구에서 연속된 파장을 유입하였다. 그러나 본 연구에서는 파동의 패킷을 유입하여 Λ 와류의 생성과 파열, 강한 전단층, 교란 운동에너지의 증가, 벽 전단 응력의 증가 등 천이 경계층의 일반적인 특징을 성공적으로 모사하였다. 특히 큰 에디 모사를 이용한 본 연구 결과는 격자를 약26배 사용한 Wang 등[11]의 직접 수치 모사 결과와 같은 경향을 나타내었다. 시간과 공간에 따라 유동 변화가 큰 천이 경계층에서 큰 에디 모사를 사용할 경우 Smagorinsky 상수에 대한 적절한 모델링이 요구된다. 본 연구에서는 이 상수 값의 임의성을 제거하기 위하여 Germano 등[2]의 동적 모델을 사용하였으며 천이 경계층에서 발생되는 에너지 역류(backscatter)를 효과적으로 모사하였다. 에너지 역류는 Λ 와류가 생기면서 시작되었고, 이 와류가 파열되어 작은 구조가 형성되었을 때 더욱 활발한 에너지 교환이 관찰되었다.

유동 해석 결과를 기초로 Lighthill[12]의 음향학적 상사성을 이용하여 원거리 소음을 계산하였다. 원거리 소음은 벽면 전단 응력에 의한 이극자와 사극자, Lighthill 응력에 의한 사극자로 구성되었으며, 이들의 상대적인 크기를 고찰하였다. Lighthill 응력은 점성 응력, 레이놀즈 응력, 비등엔트로피항으로 구성되며, 이중 레이놀즈 응력항이 가장 주된 성분이었다. 이들 소음원들은, 진폭이 일정하지 않지만 시간에 따라 진동하는 특성을 가지고 있으며, 그 주기는 입구에서 유입된 교란 주기의 약 1/6 정도로서 Wang 등[11]의 결과와 일치하였다. 이러한 현상은 Λ 와류의 윗 부분에 형성된 강한 전단층에서 떨어져 나온 와류에 의한 것이며, 천이 경계층에서 발생되는 방사 소음의 주된 원인이 된다. 아직까지 벽면 전단 응력이 원거리 소음에 미치는 영향에 대한 논란은 있으나, 낮은 마하 수에서는 벽면 전단 응력이 원거리 소음에 가장 큰 영향을 미침을 알 수 있다.

후 기

본 연구는 국방 과학 연구소(기초 연구)의 지원과 서울대학교 터보동력기계연구센터의 지원으로 이루어졌으며 이에 감사를 드린다. 또한 본 연구를 통하여 많은 토의와 도움을 준 Dr. Meng Wang에게 감사를 드린다.

참고 문헌

(1) Smagorinsky, J., 1963, "General Circulation Experiments with the Primitive Equations, I: The Basic Experiment," *Monthly Weather Review*, Vol. 91, No. 3, pp. 99~163.

(2) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H., 1991, "A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model," *Phys. Fluids A*, Vol. 3, pp. 1760~1765.

(3) Piomelli, U., Zang, T. A., Speziale, C. G. and Hussaini, M. Y., 1990, "On the Large-Eddy Simulation of Transitional Wall-Bounded Flows," *Phys. Fluids A*, Vol. 2, pp. 257~265.

(4) Kleiser, L. and Zang, T. A., 1991, "Numerical Simulation of Transition in Wall-Bounded Shear Flows," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 23, pp. 495~537.

(5) Rai, M. M. and Moin, P., 1993, "Direct Numerical Simulation of Transition and Turbulence in a Spatially Evolving Boundary Layer," *J. Compu. Phys.*, Vol. 109, pp. 169~192.

(6) Klebanoff, P. S., Tidstrom, K. D. and Sargent, L. M., 1962, "The Three-Dimensional Nature of Boundary-Layer Instability," *J. Fluid Mech.*, Vol. 12, pp. 1~34.

(7) Kachanov, Y. S., 1994, "Physical Mechanisms of Laminar-Boundary-Layer Transition," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 26, pp. 411~482.

(8) Rist, U. and Fasel, H., 1995, "Direct Numerical Simulation of Controlled Transition in a Flat-Plate Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 298, pp. 211~248.

(9) Ducros, F., Comte, P. and Lesieur, M., 1996, "Large-Eddy Simulation of Transition to Turbulence in a Boundary Layer Developing Spatially Over a Flat Plate," *J. Fluid Mech.*, Vol. 326, pp. 1~36.

(10) Herbert, T., 1988, "Secondary Instability of Boundary Layers," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 20, pp. 487~526.

(11) Wang, M., Lele, S. K. and Moin, P., 1996,

"Sound Radiation During Local Laminar Breakdown in a Low-Mach-Number Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 319, pp. 197~218.

(12) Lighthill, M. J., 1952, "On Sound Generated Aerodynamically; I. General Theory," *Proc. Roy. Soc. London Ser. A.*, Vol. 211, pp. 564~587.

(13) Mitchell, B. E., Lele, S. K. and Moin, P., 1995, "Direct Computation of the Sound from a Compressible Co-Rotating Vortex Pair," *J. Fluid Mech.*, Vol. 285, pp. 181~202.

(14) Lilly, D. K., 1992, "A Proposed Modification of the Germano Subgrid-Scale Closure Method," *Phys. Fluids A*, Vol. 4, pp. 633~635.

(15) Curle, N., 1955, "The Influence of Solid Boundaries Upon Aerodynamic Sound," *Proc. Roy. Soc. London Ser. A.*, Vol. 231, pp. 505~514.

(16) Powell, A., 1960, "Aerodynamic Noise and the Plane Boundary," *J. Acoust Soc. Am.*, Vol. 32, pp. 982~990.

(17) Piomelli, U., Cabot, W. H., Moin, P. and Lee, S., 1991, "Subgrid-Scale Backscatter in Turbulent and Transitional Flows," *Phys. Fluids A*, Vol. 3, pp. 1766~1771.

(18) Howe, M. S., 1979, "The Role of Surface Shear Stress Fluctuations in the Generation of Boundary Layer Noise," *J. Sound Vib.*, Vol. 65, pp. 159~164.