

역대칭 복합적층판의 단순화된 고차전단변형을 고려한 흡과 동적 특성

Bending and Dynamic Characteristics
of Antisymmetric Laminated Composite Plates
considering a Simplified Higher-Order Shear Deformation

한 성 천¹⁾ · 윤 석 호²⁾ · 장 석 윤³⁾
Han, Seong Cheon Yoon, Seok Ho Chang, Suk Yoon

요 약 : 본 연구에서는 4개의 변수로 구성된 단순화된 고차전단변형이론에 근거한 복합적층판의 흡과 진동결과를 해석하였으며 적층판의 배열형태는 중립축을 중심으로 역대칭으로 적층되어있고 변수를 1개 줄여 해석하여도 기존의 고차전단변형이론의 결과와 비교하여 정확도에 큰 차이가 없음을 알 수 있었다. 단순화된 고차전단변형이론에 의한 결과를 1차전단변형이론과 3차전단변형이론에 의한 해와 비교 분석하였으며 복합재료 설계자나 이론과 실험의 상관관계를 연구하는 연구자 혹은 프로그램의 정확도를 검증하려고 하는 수치해석자들을 위해 결과자료들을 도표화하였다.

ABSTRACT : Bending and vibration results for a laminated plate base on a simplified higher-order plate theory with four variables are presented. Assuming a constant in-plane rotation tensor through the thickness in Reddy's higher-order shear deformation theory it is shown that a simpler higher-order theory can be obtained with the reduction of one variable without significant loss in the accuracy. This simple higher-order shear deformation theory is then used for predicting the natural frequencies and deflection of simply-supported laminated composite plates. The results obtained for antisymmetrical laminated composite plates compare favorably with third-order and first-order shear deformation theory. The information presented should be useful to composite-structure designers, to researchers seeking to obtain better correlation between theory and experiment and to

1) 대원전문대학 토목과, 전임강사, 공학박사
2) 경동대학교 토목설계공학과, 전임강사, 공학박사
3) 서울시립대학교 토목공학과, 교수, 공학박사

본 논문에 대한 토의를 1998년 5월 31일까지 학회로 보내
주시면 토의회답을 게재하겠습니다.

numerical analysts in checking out their programs.

핵심용어 : 복합적층판, 단순화된 고차전단변형, 해밀튼 원리, 고유진동수, 역대칭
Angle-ply

KEYWORDS : laminated composite plates, simplified higher-order shear deformation, hamilton principle, natural frequency, antisymmetric angle-ply

1. 서 론

복합재료의 높은 강도-하중비와 같은 특수한 장점들 때문에 최근 여러 구조물에 복합재료의 사용이 점차 증대되고 있다. 복합재료의 적절하고 효과적인 사용을 위해서는 다양한 하중과 외부조건하에서의 복합재료의 거동을 정확히 예측하는 것이 매우 중요하다. 기존의 복합재료에 관한 해석은 전단변형효과를 고려하지 않은 Kirchhoff의 가정에 기반을 둔 이론이 대부분이었다. Kirchhoff의 중요한 가정중의 하나는 중립축에 수직한 면온 변형후에도 수직을 유지한다는 것이다. 그러나 적층판과 두께가 두꺼운 판에서는 전단변형의 효과가 매우 중요한 것으로 알려져 있다. Reissner⁽¹⁾는 에너지 원리를 통한 전단변형효과를 이용하여 Kirchhoff의 원리를 발전시켰고 Mindlin⁽²⁾은 전단보정계수에 의해 전단변형효과를 조절할 수 있는 일차전단변형이론을 제안하였다. Whitney⁽³⁾는 전단보정계수를 이용하여 직교이방성적층판의 해석을 수행하였으며 고차전단변형이론은 Nelson and Lorch⁽⁴⁾와 Lo, Christensen and Wu⁽⁵⁾등에 의해 각각 9개와 11개의 변수로 제안되었으며 Reddy⁽⁶⁾는 전단변형도와 전단응력이 판의 상부표면과 하부표면에서 0이된다는 조건으로 11개의 변수를 5개로 줄인 고차전단변형이론을 제안하였고 Reddy and Phan⁽⁷⁾은 등방성판, 직교이방성판, 적층판의 진동과 좌굴문제를 해석하였다. 본 연구에서는 판의 두께를 따라 회전각 변위가 변하지 않는다는 가정에 의해 Reddy의 고차전단

변형이론을 단순화하였다. 본 논문에서는 Reissner, Mindlin, Reddy의 이론보다 한 개의 변수가 작은 4개의 변수를 사용하여 복합재료로 구성된 적층판의 처짐과 고유진동수에 대하여 단순화된 3차 전단변형이론에 의한 변위를 가정하여 단순지지 경계조건을 만족하는 변위형상함수를 퓨리에급수로 전개하였다. 이로부터 평형 방정식을 유도하여 단면특성계수, 형상비, 층의 배열에 따른 복합적층판의 처짐과 고유진동수를 계산하여 기존의 전단변형을 무시한 결과와 비교하고 복합적층구조물의 휨과 진동문제를 검토하기 위한 기술자를 위하여 처짐값과 고유진동수를 도표화 하고자 한다.

2. 본 론

2.1 기본이론

직교좌표계를 갖는 판의 임의점 (x, y, z) 에서의 변위를 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.⁽⁸⁾

$$\begin{aligned} u_1(x, y, z) &= u + z \left\{ -\alpha \frac{\partial w}{\partial x} + \beta \phi_1 - \gamma \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. \left[\phi_1 + \frac{\partial w}{\partial x} \right] \right\} \\ u_2(x, y, z) &= v + z \left\{ -\alpha \frac{\partial w}{\partial y} + \beta \phi_2 - \gamma \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. \left[\phi_2 + \frac{\partial w}{\partial y} \right] \right\} \\ u_3(x, y, z) &= w \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 u_1, u_2, u_3 은 판의 임의점 (x, y, z) 에서의 X, Y, Z 방향의 변위이며 u, v, w 는 판

의 중립면상의 점 (x, y) 에서의 변위이고 ϕ_1, ϕ_2 는 X 및 Y 방향의 중립면에 수직인 선분의 회전각 변위를 나타내며 $(u, v, w, \phi_1, \phi_2)$ 는 x 와 y 의 함수이다.

식 (1)에서 고전적 이론은 $\alpha = 1, \beta = 0, \gamma = 0$ 이며 1차 전단변형이론은 $\alpha = 0, \beta = 1, \gamma = 0$ 이고, 고차 전단변형이론은 $\alpha = 0, \beta = 1, \gamma = 1$ 이다.

변위함수를 단순화 하기 위해 회전각 변위가 두께를 따라 일정하여 상수로 가정하면 식(2)를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial y} = \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \quad (2)$$

식(2)에 의해 변수의 변화를 식(3)과 같이 제안할 수 있다.⁽⁹⁾

$$w = w_1 + w_2 \quad (3)$$

$$\Phi = -\nabla w_1$$

식(3)을 식(1)에 대입하면 4개의 변수로 가정된 새로운 변위를 얻을 수 있다.

구조계 전체에 대한 포텐셜에너지 (Π)와 Kinetic 에너지(T)에 의한 Hamilton 원리⁽¹⁰⁾는 식(4)와 같다.

$$\delta \int_0^t (T - \Pi) dt = 0 \quad (4)$$

포텐셜에너지 (Π)와 Kinetic 에너지(T)는 식(5)와 같이 표시된다.

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^t \int_v [\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_4 \varepsilon_4 + \sigma_5 \varepsilon_5 + \sigma_6 \varepsilon_6 - qw] dx dy dz dt$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^t \int_v \rho [(\dot{u})^2 + (\dot{v})^2 + (\dot{w})^2] dx dy dz dt \quad (5)$$

식 (4)를 부분적분하여 정리하면 복합적충판의 평형방정식인 식 (6)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_6}{\partial y} = I_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - I_2 \frac{\partial^3 w_1}{\partial x \partial t^2}$$

$$- \frac{4}{3h^2} I_4 \frac{\partial^3 w_2}{\partial x \partial t}$$

$$\frac{\partial N_6}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} = I_1 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - I_2 \frac{\partial^3 w_1}{\partial x \partial t^2}$$

$$- \frac{4}{3h^2} I_4 \frac{\partial^3 w_2}{\partial x \partial t}$$

$$\left(\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_6}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial y^2} \right) + q = I_2 \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial t^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} \right) - I_3 \left(\frac{\partial^4 w_1}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4 w_1}{\partial y^2 \partial t^2} \right) - \frac{4}{3h^2} \left(\frac{\partial^4 w_2}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4 w_2}{\partial y^2 \partial t^2} \right) \quad (6)$$

$$\frac{4}{3h^2} \left(\frac{\partial^2 P_1}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 P_6}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^{2P_2}}{\partial y^2} \right)$$

$$+ \left(\frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y} \right)$$

$$- \frac{4}{h^2} \left(\frac{\partial R_1}{\partial x} + \frac{\partial R_2}{\partial y} \right) + q$$

$$= \frac{4}{3h^2} I_4 \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial t^2} \right)$$

$$+ I_1 \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} \right)$$

$$- \frac{4}{3h^2} I_5 \left(\frac{\partial^4 w_1}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4 w_1}{\partial y^2 \partial t^2} \right)$$

$$- \frac{16}{9h^2} I_7 \left(\frac{\partial^4 w_2}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4 w_2}{\partial y^2 \partial t^2} \right)$$

두께 h 를 갖는 판의 내력과 관성계수는 식 (7)과 같이 적분하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
(N_i, M_i, P_i) &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_i (1, z, z^3) dz \\
(i=1, 2, 6) \\
(Q_1, K_1) &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_5 (1, z^2) dz \\
(Q_2, K_2) &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_4 (1, z^2) dz \\
(I_i) &= \int_{-h/2}^{h/2} \rho (1, z, z^2, z^3, z^4, z^6) dz \\
(i=1, 2, 3, 4, 5, 7)
\end{aligned} \tag{7}$$

$(N_i, M_i, P_i, Q_i, K_i)$ 는 적합조건식과 변형도-변위 관계식으로부터 변위에 관한 항으로 표시할 수 있으며 식 (7)에 응력-변형도 관계식과 변형도-변위 관계식을 대입하여 정리하면 단면력-변위 관계식(8)을 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ P_x \\ P_y \\ P_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & E_{11} & E_{12} & E_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & E_{12} & E_{22} & E_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & E_{16} & E_{26} & E_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & F_{11} & F_{12} & F_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & F_{12} & F_{22} & F_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & F_{16} & F_{26} & F_{66} \\ E_{11} & E_{12} & E_{16} & F_{11} & F_{12} & F_{16} & H_{11} & H_{12} & H_{16} \\ E_{12} & E_{22} & E_{26} & F_{12} & F_{22} & F_{26} & H_{12} & H_{22} & H_{26} \\ E_{16} & E_{26} & E_{66} & F_{16} & F_{26} & F_{66} & H_{16} & H_{26} & H_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \epsilon_{xy}^o \\ x_z^o \\ x_y^o \\ x_{xy}^o \\ x_{xz}^o \\ x_y^2 \\ x_{xy}^2 \end{pmatrix} \tag{8}$$

여기서,

$$\begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \\ R_x \\ R_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{55} & A_{45} & D_{55} & D_{45} \\ A_{45} & A_{44} & D_{45} & D_{44} \\ D_{55} & D_{45} & F_{55} & F_{45} \\ D_{45} & D_{44} & F_{45} & F_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xz}^o \\ \epsilon_{yz}^o \\ x_{xz}^2 \\ x_{yz}^2 \end{pmatrix}$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_i (1, z, z^2, z^3, z^4, z^6) dz$$

$$(i=1, 2, 6, 5, 4)$$

여기서 \bar{Q}_i 는 구조축 방향의 강성이다.

2.2 역대칭 크로스-플라이 적층판의 해석

파이버로 보강된 크로스-플라이 적층판은 각각

0° 와 90° 방향으로 보강되어 있는 판을 말한다. 이와 같은 크로스-플라이인 경우의 판의 강성값은 다음과 같이 되고,

$$A_{16} = A_{26} = B_{16} = B_{26} = D_{16} = D_{26} = E_{16} = E_{26} = 0$$

$$F_{16} = F_{26} = H_{16} = H_{26} = A_{45} = D_{45} = F_{45} = 0$$

네변이 단순지지된 판의 변위 및 내력에 대한 경계조건은 식 (9)와 같다.⁽¹¹⁾

$$u(x, 0) = u(x, b) = v(0, y) = v(a, y) = 0$$

$$w_1(x, 0) = w_1(x, b) = w_1(0, y) = w_1(a, y) = 0$$

$$w_2(x, 0) = w_2(x, b) = w_2(0, y) = w_2(a, y) = 0$$

(9)

$$N_2(x, 0) = N_2(x, b) = N_1(0, y) = N_1(a, y) = 0$$

$$P_2(x, 0) = P_2(x, b) = P_1(0, y) = P_1(a, y) = 0$$

$$M_2(x, 0) = M_2(x, b) = M_1(0, y) = M_1(a, y) = 0$$

두께가 일정한 판의 변위를 식 (9)의 경계조건을 만족하는 이중삼각함수의 무한급수 형태로 가정하면 식 (10)과 같다.

$$\begin{aligned}
u &= \sum_{m, n=1}^{\infty} U_{mn} f_1(X, Y) e^{-i\omega t} \\
v &= \sum_{m, n=1}^{\infty} V_{mn} f_2(X, Y) e^{-i\omega t} \\
w_1 &= \sum_{m, n=1}^{\infty} (W_1)_{mn} f_3(X, Y) e^{-i\omega t} \\
w_2 &= \sum_{m, n=1}^{\infty} (W_2)_{mn} f_3(X, Y) e^{-i\omega t}
\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
f_1(X, Y) &= \cos \alpha x \sin \beta y, & \text{이고} \\
f_2(X, Y) &= \sin \alpha x \cos \beta y, \\
f_3(X, Y) &= \sin \alpha x \sin \beta y, & \text{이다.} \\
\alpha &= m\pi / a, \quad \beta = n\pi / b
\end{aligned}$$

식 (10)의 변위를 평형 방정식인 식 (6)에 대

입하여 행렬방정식 형태로 표시하면 식 (11)과 같이 표현할 수 있다.⁽¹¹⁾

$$[C_{ij}]\{\Delta\} - \lambda \cdot [M_{ij}]\{\Delta\} = \{F\} \quad (11)$$

여기서

$$\{\Delta\} = \begin{pmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ (W_1)_{mn} \\ (W_2)_{mn} \end{pmatrix}, \quad \{F\} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Q_{mn} \\ Q_{mn} \end{pmatrix}$$

이며 $\lambda = \omega^2$ 이고, ω 는 고유진동수이다. $q = \sum_{m,n=1}^{\infty} Q_{mn} f_3(X, Y)$ 이고 Q_{mn} 은 하중의 이중삼각함수의 무한급수 계수이고⁽¹²⁾ 매트릭스 $[C_{ij}]$ 와 $[M_{ij}]$ 는 4×4 의 계수행렬이다. 자유진동해석시에는 $\{F\} = \{0\}$ 이고 정적 퀘해석시에는 $[C_{ij}]\{\Delta\} = \{F\}$ 가 된다.

2.3 역대칭 앵글-플라이 적층판의 해석

파이버로 보강된 역대칭 앵글-플라이 적층판은 각각 θ° 와 $-\theta^\circ$ 방향으로 보강되어 있는 1방향 보강판이 적층되어 있다. 역대칭 앵글-플라이인 경우의 판의 강성값은 다음과 같이 되고,

$$A_{16} = A_{26} = B_{11} = B_{12} = B_{66}$$

$$= D_{16} = D_{26} = E_{11} = E_{12} = 0$$

$$E_{22} = E_{66} = F_{16} = F_{26} = H_{16} = H_{26}$$

$$= A_{45} = D_{45} = F_{45} = 0$$

네번이 단순지지된 판의 변위에 대한 경계조건은 식 (12)와 같다.⁽¹¹⁾

$$u(0, y) = u(a, y) = v(x, 0) = v(x, b) = 0$$

$$w_1(x, 0) = w_1(x, b) = w_1(0, y) = w_1(a, y) = 0$$

$$w_2(x, 0) = w_2(x, b) = w_2(0, y) = w_2(a, y) = 0$$

$$N_6(0, y) = N_6(a, y) = N_6(x, 0) = N_6(x, b) = 0$$

$$P_2(0, y) = P_2(a, y) = P_1(x, 0) = P_1(x, b) = 0$$

$$M_2(x, 0) = M_2(x, b) = M_1(0, y) = M_1(a, y) = 0$$

$$(12)$$

두께가 일정한 판의 변위를 식 (12)의 경계조건을 만족하는 이중삼각함수의 무한급수 형태로 가정하면 식 (13)과 같다.

$$\begin{aligned} u &= \sum_{m,n=1}^{\infty} U_{mn} f_1(X, Y) e^{-i\omega t} \\ v &= \sum_{m,n=1}^{\infty} V_{mn} f_2(X, Y) e^{-i\omega t} \\ w_1 &= \sum_{m,n=1}^{\infty} (W_1)_{mn} f_3(X, Y) e^{-i\omega t} \\ w_2 &= \sum_{m,n=1}^{\infty} (W_2)_{mn} f_3(X, Y) e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (13)$$

$$f_1(X, Y) = \sin \alpha x \cos \beta y, \quad \text{이고}$$

$$f_2(X, Y) = \cos \alpha x \sin \beta y$$

$$f_3(X, Y) = \sin \alpha x \sin \beta y, \quad \text{이다.}$$

$$\alpha = m\pi / a, \quad \beta = n\pi / b$$

식 (13)의 변위를 평형방정식인 식 (6)에 대하여 행렬방정식 형태로 표시하면 식 (11)과 같다.

3. 수치해석 및 분석

해석방법에 대한 수치해석의 예는 boron fiber가 epoxy matrix에 재료축 방향으로 묻혀있는 경우로 적층형태는 그림 1과 같고 각 층의 역학적 성질은 참고문헌의 결과와 비교하기 위하여 식 (13)과 같이 가정한다.

재료1.

$$E_1 = 40E_2, \quad G_{12} = G_{13} = 0.6E_2,$$

$$G_{23} = 0.5E_2, \quad \nu_{12} = 0.25$$

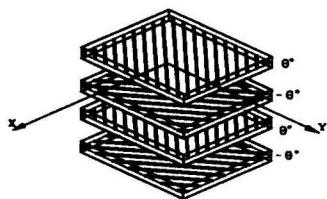


그림 1. 역대칭 적층판의 적층형태

재료2.

$$\begin{aligned} E_1 &= 25E_2, \quad G_{12} = G_{13} = 0.2E_2, \\ G_{23} &= 0.5E_2, \quad \nu_{12} = 0.25 \end{aligned} \quad (13)$$

참고문헌의 결과와 비교하기 위하여 표 1에서는 처짐의 무차원화 계수에 100을 곱하여 사용하였고 표 2, 표 3에서는 1000을 곱하여 사용하였다. 표 1에서는 0/90으로 적층되어 있고 폭-두께비의 변화에 따른 처짐을 구하여 나타내었고 표 2에서는 역대칭 Cross-ply 적층판의 수를 2에서부터 8까지 증가시켜가며 처짐과 적층수의 관계를 나타내었다. 표 3에서는 역대칭 Angle-ply 적층판의 적층수 변화에 의한 효과를 관찰하였다.

표 1. 역대칭 Cross-ply 복합적층판의 처짐(재료 1)

a/h	FSDT (Ref.12)	HSDT (Ref.12)	Present
4	3.0081	3.0706	3.0354
5	2.5350	2.5791	2.5750
10	1.9049	1.9173	1.9179
20	1.7478	1.7509	1.7512
25	1.7289	1.7310	1.7312
100	1.6976	1.6977	1.6977

표 2. 역대칭 Cross-ply 복합적층판의 충수 변화에 따른 처짐(재료 1)

충수	FSDT	HSDT	Present
2	19.049	19.173	19.179
4	10.596	10.693	10.715
8	9.661	9.686	9.711

표 3. 역대칭 Angle-ply 복합적층판의 충수 변화에 따른 처짐(재료 1)

적층 배열	FSDT	HSDT	Present
45/-45	12.793	12.421	12.433
45/-45/45/-45	6.9175	7.0150	7.0315
45/-45/45/-45/45/-45	6.4958	6.5367	6.5576

본 연구에 의한 복합적층판의 처짐은 기존의 고차전단변형이론에 의한 처짐과 잘 일치하였다. 표4에는 역대칭 Cross-ply 복합적층판의 고유진동수를 구하여 나타내었다. 5개의 변수를 처짐에 관한 4개의 변수로 줄여 해석한 본 연구의 결과가 기존의 고차전단변형에 의한 고유진동수와 정확하게 일치함을 알 수 있었다.

표 4. 역대칭 Cross-ply 복합적층판의 고유진동수(재료 1)

a/h	HSDT(Ref.11)	Present
5	8.9914	8.9914
10	12.004	12.004
20	13.436	13.436
50	13.946	13.946

그림 2에서는 역대칭 Angle-ply로 적층된 적층판의 충수 변화와 배열각도의 변화에 따른 중앙점의 처짐값을 무차원화하여 나타내었고 그림 3에서는 X축을 따라 재료의 역학적 성질에 따른 처짐값을 무차원화하여 나타내었다. 역대칭 Angle-ply의 적층수가 증가함에 따라 중앙점의 처짐값이 전체적으로 증가하였고 같은 적층수에서는 각도의 변화에 따라 처짐값의 변화가 예측하기 매우 어려우므로 복합적층판의 설계시 정확한 해석이 수행되야함을 알 수 있었다. 적층수와 배열각도가 같은 경우에라도 재료의 역학적 성질에 따라 처짐값의 형상이 매우 상이하므로 재료의 역학적 성질 또한 복합적층판의 설계시 반드시 고려해야 할 조건임을 알 수 있었다.

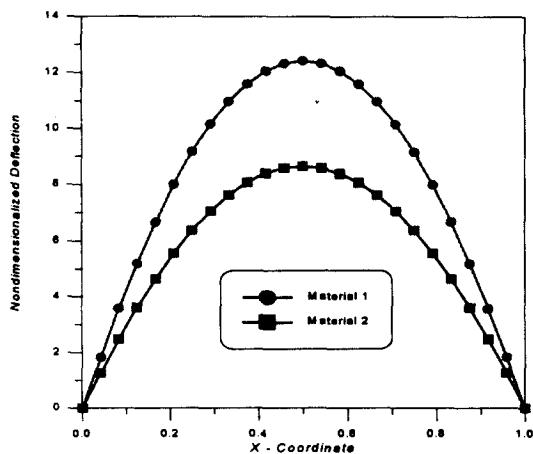


그림 2. 재료의 역학적 성질에 따른 복합적층판의 무차원 처짐

그림 4에서는 직교이방성 대칭 복합적층판과 역대칭 복합적층판의 고유진동수를 폭-두께비 변화에 따라 구하였고 그림 5에서는 역대칭 Cross-ply 복합적층판과 역대칭 Angle-ply 복합적층판의 고유진동수를 폭-두께비의 변화에 따라 구하였다. 그림 6에서는 역대칭 Angle-ply로 적층된 2개층과 4개층의 적층각도를 0에서 90까지 변화시키며 고유진동수를 구하였으며 그림 7에서는 45/-45/45/-45로 적층된 복합적층판의 변장비가 1과 3일때의 고유진동수를 구하여 나타내었다.

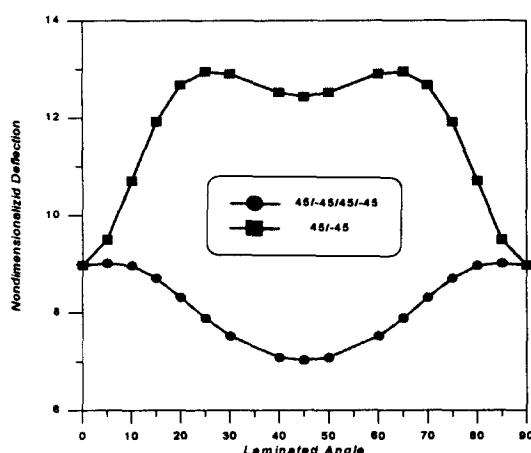


그림 3. 역대칭 Angle-ply 복합적층판의 무차원 처짐

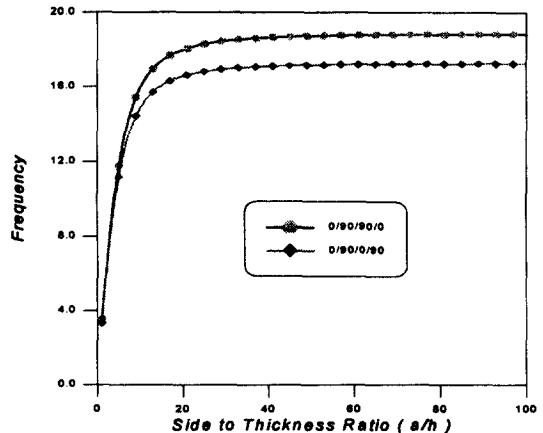


그림 4. 직교이방성 복합적층판의 고유진동수(재료 2)

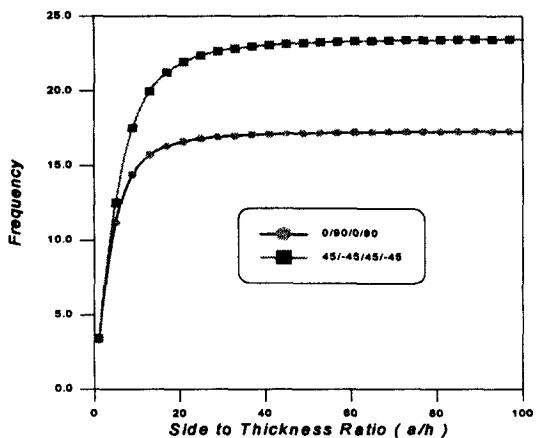


그림 5. 역대칭 복합적층판의 고유진동수(재료 2)

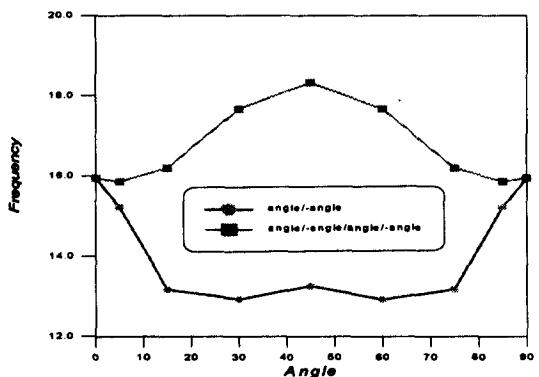


그림 6. 역대칭 Angle-ply 복합적층판의 고유진동수(재료 2)

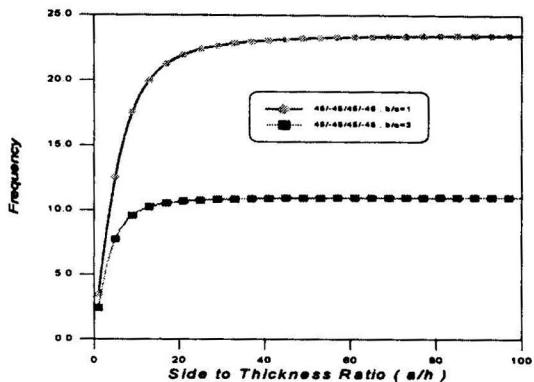


그림 7. 역대칭 복합적층판의 변장비 변화에 따른 고유진동 수(재료 2)

복합적층판의 적층형태가 역대칭인 경우의 고유진동수가 대칭인 경우보다 작게 나타났으며 역대칭인 경우에도 Angle-ply인 경우가 더 작은 고유진동수를 나타냄을 알 수 있었다. 역대칭 Angle-ply로 적층된 복합적층판의 적층수가 증가함에 따라 고유진동수가 전체적으로 커짐을 알 수 있었다.

4. 결 론

본 연구에서는 기존의 고차전단변형이론의 5개의 변수를 4개로 줄여서 평형방정식을 유도한 다음 이중퓨리에 급수로 가정한 변수를 이용하여 복합적층판의 처짐과 고유진동수를 구하여 비교 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 본 해석의 결과가 기존의 고차 전단변형이론에 의한 처짐과 고유진동수와 정확히 일치함을 알 수 있었다.

(2) 본 해석방법은 1차 전단변형 이론에서 필요한 전단보정계수를 사용할 필요가 없음을 알 수 있었다.

(3) 직교이방성으로 적층할 경우에는 역대칭으로 교차 배근한 경우의 고유진동수가 작음을 알 수 있었다.

(4) 역대칭 복합적층판의 처짐을 고려한 설계

를 할 경우에는 45/-45 배치를 이용하면 가장 변형이 적은 구조물이 됨을 알 수 있었다.

(5) 복합적층구조물의 진동해석한 결과로 얻은 각 구조물들의 고유진동수를 제시하여 설계시 참고할 수 있도록 하였다.

본 해석에서 사용한 방법은 정확도에는 큰 오차가 생기지 않도록 변수를 줄여서 평형방정식의 강도행렬의 크기도 작아지게되어 수치해석방법을 사용할 경우 노드수가 n 일 때 방정식의 수를 $5n \times 5n$ 에서 $4n \times 4n$ 개로 줄임으로써 계산상의 효율도 증가시킬 수 있고 이중삼각함수를 이용한 해석적인 방법으로 해석하는 경우에는 강도행렬의 크기가 4×4 이므로 직접적인 검증도 할 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) Reissner, E., "The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates", J. Applied Mechanics. 12(1945) 69-77
- (2) Mindlin, R. D., "Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates" J. Applied Mechanics. 18(1951) 31-38
- (3) Whitney, J. M., "Shear correction factors for orthotropic laminates under static load", J. Applied Mechanics. 40(1973) 302-304
- (4) Nelson, R. B. and Lorch, D. R., "A refined theory for laminated orthotropic plates", J. Applied Mechanics. 41(1974) 177-183
- (5) Lo, K. H., Christensen, R. M. and Wu, E. M., "A higher-order theory of plate deformation, Part 1 : Homogeneous plates", J. Applied Mechanics. 44(1977) 663-668
- (6) Reddy, J. N., "A simple higher-order theory for laminated composite plates", J. Applied Mechanics. 45 (1984) 745- 752

- (7) Reddy, J.N. and Phan, N.D., "Stability and Vibration of Isotropic, Orthotropic and Laminated Plates According to A Higher Order Shear Deformation Theory". *J. of Sound and Vibration*, VOL 98(2), 1985, pp. 157-170.
- (8) 이원홍, 윤석호, 한성천, "고차전단변형을 고려한 복합적층판 및 엘구조의 좌굴해석", *한국강구조학회지* 제9권 제1호(1997) 3 -11
- (9) Senthilnathan, N. R., Lim, S. P., Lee, K. H. and Chow, S. T., "Vibration of laminated orthotropic plates using a simplified higher - order deformation theory". *Composite Structures* 10(1988) 211-229
- (10) Langhaar, H.L., *Energy Methods in Applied Mechanics*, John Wiley & Sons, 1962, 233-247.
- (11) 장석윤, 윤석호, 한성천, "고차전단변형을 고려한 직교이방성 적층판의 고유진동수 특성", *한국강구조학회지* 제6권 제3호(1994), pp 185-196.
- (12) 장석윤, 윤석호, 한성천, "고차전단변형이론에 의한 비등방성 적층판의 해석", *한국강구조학회지* 제6권 제1호(1994) 114-125.

(접수일자 : 1997. 10. 14)