

## 교체와 수리영역을 갖는 이차원 보증정책의 비용분석

### Cost Analysis of a Two-dimensional Warranty Policy with Replacement and Repair Regions

윤원영\*, 유승효\*

Won Young Yun, Seung Hyo Yoo

#### Abstract

This paper proposes a new two-dimensional warranty policy with replacement and repair regions and analyses the warranty cost under the new warranty policy.

The product is sold under a two-dimensional warranty(usage and age) in which two regions exist: the failed product is replaced by the manufacturer in the replacement region or minimally repaired by the manufacturer in the repair region.

The formula of the expected warranty cost under some assumptions about usage and failure is obtained. Numerical examples are studied.

#### I. 서론

보증이란 제품 판매후 일정범위 동안 고장난 제품에 대하여 생산자가 수리 또는 교체 등의 조치를 해준다는 소비자와의 약정이다. 일반적으로, 1차원 보증은 보증기간에 의한 보증으로 대부분의 가전제품은 1차원 보증으로 판매되며 보증기간동안 발생한 고장에 대해서는 보증정책에 명시된 대로 생산자로부터 적절한 조치를 받을 수 있다. 2차원 보증

은 두가지 변수(예를들면, 보증기간과 보증거리)에 의해 표현되어지는 2차원 영역에 의한 보증으로 이 영역 내에서 발생한 고장에 대해서는 보증정책에 명시된 대로 생산자로부터 적절한 조치를 받을 수 있다. 이러한 보증제도는 생산자나 소비자 모두에게 중요한 것이다. 생산자의 입장에서볼 때 보증은 소비자의 구매의욕을 높일 수 있는 중요한 마케팅의 하나일 뿐만 아니라, 기업이 생산판매한 제품은 기업이 책임진다는 사회적 책임

\* 부산대학교 산업공학과

의 이행이라고 볼 수 있기 때문이다.

본 연구는 생산자 측면에 대한 것으로 보증정책을 수립하기 위해서는 이에 필요한 비용부담 규모에 대한 분석이 필요하다. 보증에 필요한 자금을 너무 높게 책정하면 그만큼 투자기회를 상실하는 것이 되고, 너무 낮게 책정하면 향후 발생할 회사의 이윤 중 일부를 보증비용에 할애해야 하므로 회사의 이익계획결정에 차질이 발생하게 될 것이다. 즉 보증에 필요한 자금은 결국 제품의 원가요소이므로 적절한 계획이 없으면 그만큼 가격경쟁력을 잃게 되기 때문이다. 또한 보증기간과 보증비율을 적절히 결정할 필요가 있다. 즉 제품판매후 언제까지 발생할 고장에 대하여 어느 정도의 비율로 공급자가 책임을 질 것인가를 결정하여야 한다. 보증비용에 관한 정책으로는 보증기간내에 발생하는 모든 고장제품에 대하여 그 수리 또는 교체에 필요한 비용을 모두 생산자가 부담하는 무료보증정책, 사용기간의 증가에 따라 소비자의 부담비용을 증가시키는 비율보증정책, 이들을 혼합한 것으로 일정기간은 무료보증을 실시하다가 그 후 부터는 비율보증을 실시하는 혼합형보증정책 등이 많이 사용되어지고 있다. 그러나 적절한 사후보증기간의 설정에는 아직 많은 연구가 이루어지지 않았고, 대개의 경우 경쟁업체와의 전략비교를 통하여 결정하도록 되어 있는데, 보증기간의 연장은 제품의 신뢰도를 크게 높이지 않으면 기업에 막대한 손실을 입힐 수 있으므로 적절한 보증기간의 설정은 고장발생정보도 아울러 고려하여 이루어져야 한다.

1차원 보증에 관한 연구는 지금까지 많은 연구가 이루어졌으나 2차원 보증의 경우는

그 연구성과가 미흡하다고 할 수 있다. 2차원 보증에 관한 연구로 Blischke와 Murthy(1994)는 지금까지의 2차원 보증정책의 종류와 비용추정 문제를 요약, 정리하였다. Moskowitz와 Chun(1994)은 생산자가 동일한 보증비용으로 다양한 보증영역을 제시하여 소비자가 보증영역을 선택할 수 있는 보증정책(Flexible warranty policy)을 제시하였다.

본 연구는 Blischke와 Murthy(1994)가 제안한 이차원 보증정책(그들의 책 306 페이지 정책8 참고)에서 보증기간 또는 보증거리 중 먼저 도래하는 것 까지 고장난 제품에 대하여 일정영역까지 새제품으로 교체를 해주고 이 시점부터 보증기간이 만료되는 영역까지는 수리를 해주는 새로운 운영방식을 고려한 보증정책을 제안하고 기대총보증비용을 구하고자 한다.

#### 〈기호〉

$F(t|r), h(t|r), H(t|r) : R=r$ 로 주어진 경우 고장분포함수, 고장율, 누적고장율 함수

$F_e(t|r), h_e(t|r) : R=r$ 로 주어진 경우 잔여수명(Excess age)의 고장분포함수, 고장율

$W_1, W$  : 교체기간과 보증기간

$U_1, U$  : 교체거리와 보증거리

$$\gamma_1 : \frac{U_1}{W_1}$$

$$\gamma_2 : \frac{U}{W}$$

$C_s$  : 평균교체비용

$C_r$  : 평균수리비용

$M(t|r) : R=r$ 로 주어진 경우 재생함수

$R$  : 사용율

$G(r), g(r) : r$ 의 사용율의 분포함수, 밀도함수

ETC( $W, U$ ) : 보증영역[ $W \times U$ ]동안 기대총

보증비용

<가정>

1. 모든 고장난 제품은 수리가 가능하다.
2. 수리 또는 교체 시간은 무시할 수 있다.
3. 수리후 제품의 고장율은 고장직전의 상태와 동일한 조건으로 된다(최소수리 가정).
4. 고장율은 선형증가함수이다.
5. 사용거리는 사용시간의 선형함수이다(사용율은 확률변수이다).
6.  $\gamma_1 = \gamma_2$

<보증정책>

보증영역은  $\{(x, y) | 0 \leq x < W, 0 \leq y < U\}$ 이다. 단,  $x$ 는 판매후 경과 시간이며  $y$ 는 판매후 총운행거리이다. 즉, 보증기간  $W$ 와 보증거리  $U$ 중에서 먼저 도래하는 것까지 보증을 해주는 정책이다. 영역  $\{(x, y) | 0 \leq x < W_1, 0 \leq y < U_1\}$ 에서 제품이 고장나면 무료로 새제품으로 교체를 해주며 영역  $\{(x, y) | W_1 \leq x < W, U_1 \leq y < U\}$ 에서 고장난 제품은 생산자가 무료로 수리를 해준다(그림 1 참조).

II. 모형

이 절에서는 제안된 이차원보증정책에 대한 단위제품당 기대총보증비용을 구하고자 한다. 기대총보증비용을 구하기 위해서는 다음과 같은 정리가 필요하다.

[정리1] 고장난 제품이 최소수리가 되고 수리시간이 무시될 수 있다면 일정시간  $t$ 까지의 고장회수  $\{N(t), t \geq 0\}$ 는 Nonhomogeneous Poisson Process(NHPP)를 따르고 이

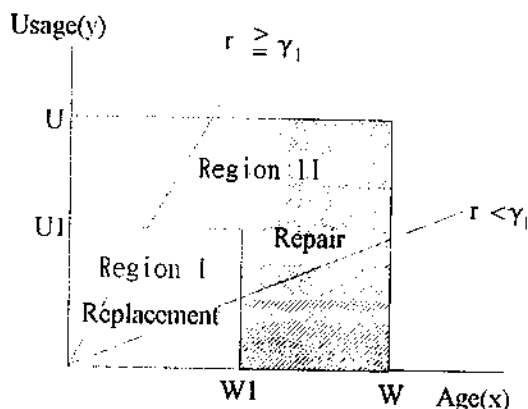


그림 1. 2차원 보증의 보증정책 ( $\gamma_1 = \gamma_2$  인 경우)

NHPP의 평균치함수는 고장분포의 누적고장율함수가 된다[5].

[정리2]  $\{N(t), t \geq 0\}$ 가 강도함수(Intensity function),  $h(t)$ 를 가지는 NHPP이며 시간  $t$ 에서 사건에 대한 비용함수가  $C(t)$ 인 경우, 시간  $T$ 까지의 기대총비용은

$$ETC(T) = \int_0^T C(t) h(t) dt \tag{1}$$

이다[2].

기대총보증비용을 구하기 위해서는 사용거리와 사용기간 간의 관계 그리고 고장에의 영향을 모형화하여야 한다. 현재품의 사용거리를  $Y(t)$ , 사용기간을  $X(t)$ 로 정의하면  $Y(t)$ 는  $X(t)$ 의 함수로 나타낼 수 있다. 이 방법은 2차원 모형을 1차원으로 나타낸 것으로 일차원 접근법이라고 불리워진다[3]. 사용기간은 사용율의 선형함수라고 가정하였으므로  $Y(t) = RX(t)$ 로 나타낼 수 있다. 본 모형에서 사용율  $R$ 을 감마 분포함수를 가진 확률변수로 가정하고자 한다. 제품의 고장율을 선형함수로 가정하였으므로 다음과 같이

R=r 로 주어진 경우 제품의 고장율함수는

$$h(t|r) = \theta_0 + \theta_1 r + \theta_2 X(t) + \theta_3 Y(t)$$

단, 모든  $\theta_i$ 는 양수이다. 만일 교체가 없는 경우  $X(t) = t, Y(t) = rt$ 이므로 위의 고장율을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$h(t|r) = \theta_0 + \theta_1 r + \theta_2 t + \theta_3 rt \quad (2)$$

먼저, 제품이 고장이 나면 신제품으로 교체를 해주는 교체영역에서의 기대총보증비용을 구하고자 한다.

그림 1에서 나타난 것 처럼 가정에서  $\gamma_1 = \gamma_2$ 이므로 사용율  $r$  이  $\gamma_1$  보다 작을 때에는 보증기간  $t_1$ 까지 신제품으로 교체를 해주며 사용율  $r$  이  $\gamma_1$ 보다 클 때에는  $\frac{U_1}{r}$ 까지 신제품으로 교체를 해준다(지금부터  $X_{r1} = \frac{U_1}{r}, X_{r2} = \frac{U}{r}$ 라고 둔다)

교체영역에서 발생할 고장회수는 재생과정(Renewal process)을 따르므로 사용율  $R=r$ 로 주어진 경우의 기대고장회수는 다음과 같다.

$$E[N(W_1, U_1|r)] = M(W_1|r), r < \gamma_1 \quad (3)$$

$$= M(X_{r1}|r), r \geq \gamma_1$$

여기서,

$$M(t|r) = F(t|r) + \int_0^t M(t-u|r) dF(u|r)$$

이다. 확률변수 R은 감마분포함수를 따르므로 확률밀도함수는

$$g(r) = \frac{r^{p-1} e^{-r}}{\Gamma(p)} \quad 0 \leq r < \infty, p > 0$$

그러므로, 교체영역에서의 기대고장회수  $N(W_1, U_1)$ 는

$$E[N(W_1, U_1)] = \int_0^{\gamma_1} M(W_1|r) dG(r) + \int_{\gamma_1}^{\infty} M(X_{r1}|r) dG(r) \quad (4)$$

이다. 그러므로, 교체영역에서의 기대총교체비용은

$$C_s E[N(W_1, U_1)] = \frac{C_s}{\Gamma(p)} \left[ \int_0^{\gamma_1} M(W_1|r) r^{p-1} e^{-r} dr + \int_{\gamma_1}^{\infty} M(X_{r1}|r) r^{p-1} e^{-r} dr \right] \quad (5)$$

이다. 수리영역에서는 고장난 제품에 대해 생산자가 무료로 수리를 해준다. 수리시간을 무시하고 최소수리 가정(가정 2, 3)에 의해 고장회수는 강도함수(Intensity function)  $h_e(t|r)$ 을 가지는 NHPP를 따른다. 단,  $h_e(t|r)$ 는 교체영역을 벗어나서 수리영역에서 처음 고장이 일어날 때 까지의 시간인 잔여수명(Excess age)의 고장율함수이다.  $r < \gamma_1$ 인 경우에는 수리기간은  $W - W_1$ 이며  $r \geq \gamma_1$ 인 경우에는 수리기간은  $X_{r2} - X_{r1}$ 이다.

그러므로, 사용율  $R=r$ 로 주어진 경우 수리영역에서의 기대수리회수는

$$E[N(W, U|r)] = \int_0^{W-W_1} h_e(t|r) dt, r < \gamma_1$$

$$= \int_0^{X_{r2}-X_{r1}} h_e(t|r) dt, r \geq \gamma_1$$

이다[정리2 참조]. 그리고

$$E[N(W, U)] = E[E[N(W, U|r)]]$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{\gamma_1} \int_0^{W-W_1} h_e(t|r) dG(r) + \int_{\gamma_1}^{\infty} \int_0^{X_{r_2}-X_{r_1}} h_e(t|r) dG(r) \\
 &= \frac{1}{\Gamma(\beta)} \left[ \int_0^{\gamma_1} [-1n\bar{F}_e(W-W_1|r)] r^{\beta-1} e^{-r} dr \right. \\
 &+ \left. \int_{\gamma_1}^{\infty} [-1n\bar{F}_e(X_{r_2}-X_{r_1}|r)] r^{\beta-1} e^{-r} dr \right] \quad (6)
 \end{aligned}$$

이다. 여기서,

$$\begin{aligned}
 \bar{F}_e(W-W_1|r) &= \bar{F}(W|r) + \int_0^{W_1} \bar{F}(W-y|r) dM(y), & r < \gamma_1 \\
 \bar{F}_e(X_{r_2}-X_{r_1}|r) &= \bar{F}(X_{r_2}|r) + \int_0^{X_{r_1}} \bar{F}(X_{r_2}-y|r) dM(y), & r \geq \gamma_1
 \end{aligned}$$

이다. 그러므로 수리영역에서의 기대총수리비용은

$$\begin{aligned}
 CE[N(W,U)] &= \frac{C_r}{\Gamma(\beta)} \left[ \int_0^{\gamma_1} [-1n\bar{F}_e(W-W_1|r)] r^{\beta-1} e^{-r} dr \right. \\
 &+ \left. \int_{\gamma_1}^{\infty} [-1n\bar{F}_e(X_{r_2}-X_{r_1}|r)] r^{\beta-1} e^{-r} dr \right] \quad (7)
 \end{aligned}$$

이다. 식(5)와 식(7)을 정리하면 보증영역 내에서의 기대총보증비용은

$$\begin{aligned}
 ETC[W,U] &= \frac{C_s}{\Gamma(\beta)} \left[ \int_0^{\gamma_1} M(W_1|r) r^{\beta-1} e^{-r} dr \right. \\
 &+ \left. \int_{\gamma_1}^{\infty} M(X_{r_1}|r) r^{\beta-1} e^{-r} dr \right] \\
 &+ \frac{C_r}{\Gamma(\beta)} \left[ \int_0^{\gamma_1} [-1n\bar{F}_e(W_2-W_1|r)] r^{\beta-1} e^{-r} dr \right. \\
 &+ \left. \int_{\gamma_1}^{\infty} [-1n\bar{F}_e(X_{r_2}-X_{r_1}|r)] r^{\beta-1} e^{-r} dr \right] \quad (8)
 \end{aligned}$$

이다. 기대총비용을 구하였다. 고장을함수가 정의된 재생함수와 잔여수명의 분포함수는 수치적방법에 의해서만 구할 수 있다. 따라서 기대총보증비용을 구하기 위해 수치적분을 하여야 한다. 따라서 본 논문에서는 다음

장에서 수치예제를 통해 기대총비용을 구하고자 한다.

### III. 수치예제

자동차 엔진을 판매하고 있는 한 회사는 엔진 구입후 5년 또는 50000마일 중 먼저 도래하는 것 까지 발생한 모든 고장에 대해서는 수리를 해준다는 기존의 보증정책에서 엔진 판매후 일정기간과 일정마일까지는 먼저 도래하는 것 까지 고장난 엔진은 무료로 새 제품으로교체를 해주며 이후 기간과 마일중 먼저 도래하는 것 이전까지 고장난 엔진은 무료로 수리를 해주는 보증정책으로 변경하려고 한다. 이 새로운 정책에 수반되는 기대보증비용을 구하고자 한다. 평균교체비용은 \$ 10000, 평균 수리비용이 \$ 1000이라고 한다. 표 1에서 나타난 것 처럼  $\theta_0 = 0, \theta_1 = 0, \theta_2 = 0.1, \theta_3 = 0.1, \beta = 2$ , 일때 영역  $[0,1) \times [0,10000)$ 에서 기대총교체비용은 \$ 545.4이며 영역  $[1,5) \times [10000,50000)$ 에서 기대총수리비용은 \$ 1011.0이다. 그러므로 영역  $[0,5) \times [0,50000)$ 에서 기대총보증비용은 기대총교체비용과 기대총수리비용을 더한 것으로 \$ 1556.4이다.

교체영역이 다양하게 변화하는 경우의 영역  $[0,5) \times [0,50000)$ 에서 기대총교체비용, 기대총수리비용, 기대총보증비용이 표 1에 나타나 있다. 교체영역이 커지면 기대총교체비용은 늘어나고 기대총수리비용은 줄어든다는 것을 알 수 있다. 또한 교체영역이 커질수록 기대총수리비용이 감소하는 것보다 기대총교체비용이 증가하는 것이 상대적으로 높으므로 기대총보증비용은 증가한다는 것을 알 수

**표 1. 영역  $[0, W] \times [0, U]$ 에서 기대총보증비용**  
 $(\theta_0 = 0, \theta_1 = 0, \theta_2 = 0.1, \theta_3 = 0.1, p = 2)$

[W, U]		
[0.5, 5000]	[1, 10000]	[1.5, 15000]
128.7	545.4*	1350.3
1197.0	1011.0**	769.1
1325.7	1556.4***	2119.4

\* : 기대총교체비용, \*\* : 기대총수리비용,  
 \*\*\* : 기대총보증비용

있다.

사용율이 Gamma(3)으로 추정된 경우에 대한 기대총보증비용이 표 2에 나타나있다. Gamma(2)인 경우에 비해 총보증비용은 적게 나타난다. 표 2에서는 고장율과 관계있는 모수가  $\theta_0 = 0.05, \theta_1 = 0.05, \theta_2 = 0.1, \theta_3 = 0.1$ 인 경우의 기대총보증비용이 나타나있다.

**표 2. 영역  $[0, W] \times [0, U]$ 에서 기대총보증비용**  
 $(\theta_0 = 0, \theta_1 = 0, \theta_2 = 0.1, \theta_3 = 0.1, p = 3)$

[W, U]		
[0.5, 5000]	[1, 10000]	[1.5, 15000]
87.3	365.4	887.9
822.9	719.2	579.5
910.2	1084.6	1467.4

**표 3. 영역  $[0, W] \times [0, U]$ 에서 기대총보증비용**  
 $(\theta_0 = 0.05, \theta_1 = 0.05, \theta_2 = 0.1, \theta_3 = 0.1, p = 2)$

[W, U]		
[0.5, 5000]	[1, 10000]	[1.5, 15000]
577.6	1825.7	4376.8
1350.3	915.9	441.2
1927.9	2741.6	4818.0

새가지 경우에서 보면 교체영역을 확장할 경우 기대총비용의 변화가 매우 빨리 증가한다는 경향을 보이고 있다. 따라서 이 경우 이

회사의 교체영역도입은 신중히 검토되어야 할 것이다.

#### IV. 결 론

본 논문은 사용기간 또는 사용거리 중 먼저 도래하는 것 까지 고장난 제품에 대해서는 일정범위까지는 새제품으로 교체를 해주고 이후 보증범위 끝까지의 고장에 대해서는 수리를 해주는 2차원 보증을 제안하고 이 보증하에서의 기대보증비용을 추정하는 문제를 다루었다. 이 기대비용들을 실제로 구하기 위해서는 수치적인 적분방법을 이용하여야만 한다. 따라서 본 논문에서 수치예제를 통해 실제 예의 경우에 대한 보증비용들을 구하였다.

결론적으로, 현재 각기업은 보증정책을 하나의 마케팅 전략으로 사용하고 있다. 그러나 단순한 보증범위의 연장과 보증정책의 변경은 기업에 막대한 비용을 부가하는 것으로 새로운 보증정책의 도입은 보증비용의 추정을 통해 기업의 비용부담을 평가할 필요가 있을 것이다.

앞으로의 연구는 이차원접근법(Blischke 와 Murthy [1] 참고)을 이용한 기대총보증비용을 구하는 문제를 다룰 수 있을 것이며, 보증기간의 최적결정문제도 하나의 중요한 과제라고 판단한다.

#### 참 고 문 헌

[1] Blischke, W.R., D.N.P. Murthy, Warranty Cost Analysis, pp.388-393, Marcel Dekker, 1994.

- 
- [2] Boland, P.J., "Periodic replacement when minimal repair costs vary with time", Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 33, pp.261-371, 1982.
- [3] Moskowitz, H. and Y.H. Chun, "A Poisson regression model for two-attribute warranty policies", Naval Research Logistics, Vol. 41, pp.355-376, 1994.
- [4] Murthy, D.N.P., B.P. Iskandar and R.J. Wilson, "Two-dimensional failure-free warranty policies", Operations Research, Vol. 43, No.2, 1995.
- [5] Nguyen, D.G., D.N.P. Murthy, "Cost analysis of warranty policies", Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 31, pp. 525-541, 1984.
- 

96년 1월 최초 접수, 96년 4월 최종 수정