

## 구역 및 시간의존 차량스케줄링문제 : 차량속도 추정모델과 차량스케줄링 해법\*

### Area and Time-Dependent Vehicle Scheduling Problems : Travel Speeds Estimation Model and Scheduling Heuristics

박양명\*\*, 송성현\*\*\*

Yang-Byung Park\*\*, Sung-Hun Song\*\*\*

#### Abstract

The area and time-dependent vehicle scheduling problem(ATVSP) is a generalization of the vehicle scheduling problem in which the travel speed between two locations depends on the passing areas and time of day. We propose a simple model for estimating area and time-dependent travel speeds in the ATVSP that relieves much burden for the data collection and storage problems. A mixed integer nonlinear programming formulation of the ATVSP is presented. We also propose three heuristics for the ATVSP, developed by extending and modifying existing heuristics for conventional vehicle scheduling problems. The results of computational experiments demonstrate that the proposed estimation model performs well and the saving method is the best among the three heuristics.

#### 1. 서론

기업의 물류활동중 수.배송은 차량에 의한  
물품(원자재 또는 완제품)의 공간적 이동과

관련된 활동으로서 최적의 차량일정계획을  
수립하는 일이 주가 된다. 수.배송을 위한 차  
량의 이동경로를 과학적으로 잘 설계하여 최  
적의 차량일정을 수립하는 일은 물류비용의

\* 이 논문은 1995년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의해서 연구되었음.

\*\* 경희대학교 산업공학과

\*\*\* 홍익대학교 산업공학과

절감은 물론 고객서비스의 질적 향상 및 생산시스템의 원활한 생산활동을 위해서도 매우 중요하다.

차량스케줄링문제(vehicle scheduling problems : VSP)는 지리적으로 산재해 있는 고객들의 요구를 충족하기 위해서 차량들이 차고지(depot)로부터 고객들을 방문하는 최적의 경로를 결정하여 시간적으로 표현하는 문제이다. Dantzig and Ramser[1]가 LP를 이용한 발견적기법을 개발하여 VSP의 해결을 시도한 이래 많은 학자들에 의해 다양한 수리모형과 해법이 소개되었다. Bodin et al.[2], Solomon and Desrosiers[3], Laporte[4], Mole[5] 등은 그들의 논문에 기존의 VSP 해법들을 잘 요약 정리하였다. 이 중에서 일부 VSP 해법들[6, 7]은 상용소프트웨어로 개발되어 차량의 일정계획에 효과적으로 사용되고 있다.

VSP에서 두 지점사이의 이동시간은 기본적인 입력자료이다. 이동시간은 두 지점사이의 거리와 차량이동속도에 의해 결정된다. 대부분의 VSP에서 두 지점사이의 거리는 최단경로의 실측치 또는 두점의 극좌표값을 이용한 거리함수로써 정의되며, 차량의 주행속도는 일정한 것으로 가정하고 있다.

차량의 속도가 일정한 경우 이동시간은 항상 이동거리에 비례하게 된다. 그러나 서울시내와 같이 도로망이 복잡하고 교통체증이 극심한 환경에서 차량의 속도는 항상 일정할 수 없으며 도로의 특성, 교통량, 그리고 기타 돌발사건(사고, 도로공사, 날씨 등)의 이유로 하루동안 심하게 변화한다. 최근 서울, 부산 등 대도시에서의 교통혼잡은 날로 심각해지는 실정이며, 이에 따라 차량속도는 이동위

치와 이동시점에 따라 극심하게 변화하고 있는 것으로 나타나고 있다. (다음 절에서 서울시 차량속도 및 교통량 조사결과를 서술한다.) 이에 따라 대도시의 VSP에서 차량속도를 일정하게 가정하고 구해진 해는 그 유효성에 심각한 문제가 제기될 수 있다. 특히, 방문시간대 제약조건이 존재할 때 더 심각한 문제가 야기될 수 있다.

VSP의 특수한 모형인 외판원 문제(traveling salesman problem : TSP)에서 이동시점에 따라 달라지는 이동비용을 고려한 연구는 여러 학자들에 의해 활발히 수행되어 왔다. 이들은 주로 기계스케줄링과 분배분야의 적용에 따른 수리모형과 발견적기법을 제안하였다. 대표적으로, Wiel and Sahinidis[8], Picard and Queyranne[9], Lucena[10], Alfa[11], Balakrishnan et al.[12] 등의 연구 논문들이 있다.

이동위치와 이동시점에 따라 변화하는 차량속도를 고려한 VSP와 관련하여 다음의 두 가지 중요한 문제가 제기된다. (i) 지점간 이동시간(속도) 데이터베이스: 차고지를 포함한  $N$ 개의 지점과  $M$ 개의 시간대가 존재하는 경우 차량출발 시간대에 따라 총  $MN(N-1)$ 개의 지점간 이동시간(속도) 자료가 필요하다. 만일  $N$ 과  $M$ 의 값이 어느 한계 이상으로 커지면, 엄청난 양의 자료수집과 이들 자료를 컴퓨터에 데이터베이스로 구축하는 일이 실제 불가능할 수 있다. 설령 데이터베이스의 구축이 가능하더라도 방대한 양의 자료에 기인하여 컴퓨터의 작동이 매우 비효율적일 수 있다. (ii) 스케줄링해법: 차량의 속도가 동적으로 변화하고 차량운행시간 상한, 방문시간대 등의 여러 시간관련 제약조건이 존재하는 경우, 간단히 기존의 VSP 해법이나 시간의존

TSP 해법들을 적용할 수 없을 뿐더러 수리 모형에 근거한 해법의 개발이 용이하지 않다.

차량속도의 변화를 고려한 VSP에 대한 연구는 극히 최근에서야 몇몇 학자들에 의해 시도되기 시작하였다. Hill and Benton[13]은 특정 시간대에 고객이 위치한 지점에서의 평균차량속도 추정치를 이용하여 두 지점사이의 평균이동속도를 계산하는 모델을 처음으로 제시하였다. 이에 따라 지점간 이동시간(속도)의 데이터베이스 구축에 따른 부담이 크게 덜어질 수 있으나, 두 지점간의 이동시간에 대한 정확도의 저하는 감수하여야 한다. Malandraki and Daskin[14]은 시간대에 따라 차량속도가 달라지는 VSP를 위해, nearest-neighbor 탐색을 토대로 한 발견적기법과 cutting planes를 이용한 발견적기법을 개발하여 그들의 성능을 평가하였다. 그들은 두 지점사이의 이동시간이 2~3개로 구분된 시간대에 따라 이산적으로 변화하는 것으로 가정하였다. Ahn and Shin[15]은 방문시간대 제약 조건과 교통체증 시간대가 동시에 존재하는 VSP에서 사용할 수 있는 3가지 feasibility 조건을 제안하여, 이들을 변형된 insertion기법과 tour improvement기법에 적용하여 CPU 시간의 단축정도를 실험하였다. 그들의 모델에서 두 지점사이의 차량이동시간은 출발시간에 따라 달라지는데, 단일 혼잡시간대내에서만 차량속도가 선형으로 증감하는 것으로 가정하였다.

본 논문에서는 서비스 대상고객이 매일 달라지는 환경에서 차량의 주행속도가 이동구역과 이동시점에 따라 변화하는 차량스케줄링문제(area and time-dependent vehicle scheduling problems: ATVSP)를 다룬다. 먼저,

ATVSP에서 지점간 이동시간 자료수집과 데이터베이스 구축에 따른 부담을 덜기 위한 방안으로서, 구역 및 시간대별 차량의 평균속도 추정치를 이용하여 두 지점사이의 평균이동속도를 산정하는 새로운 모델을 제안한다. 그리고 ATVSP의 혼합정수 비선형 수리모형을 구축한 후, ATVSP에 효과적으로 적용할 수 있는 간단한 발견적기법들을 개발 소개한다. 이들은 기존의 VSP 해법을 변형 또는 확장한 것이다. 끝으로, 임의로 구축한 세개의 ATVSP 예제를 이용하여 지점간 이동속도를 산정하는 새로운 모델의 정확도 검증과 제안된 발견적기법들의 성능평가를 수행한다.

## 2. 서울시 교통조사

대도시에서 차량의 이동속도가 이동위치와 이동시점에 따라 변화하는 상태를 살펴보기 위해 두 종류의 서울시 교통자료를 분석해 보았다. 먼저, 서울시 교통관리사업소에서 조사한 95년 서울시 승용차 속도자료[16]를 분석하였다. 그림 1은 도로 및 시간대별 차량속도 변화를 보여준다.

속도조사는 95년 6월 13일부터 6월 16일에 걸쳐 오전(07:00~10:00), 낮(11:00~14:00), 오후(18:00~21:00)의 3개 시간대로 나누어 실시되었다. 조사대상은 서울시의 도로를 6가지 유형으로 분류하여, 각 유형별로 대표적인 도로구간을 선정하였다. 예를 들어, 동서간 도심간선도로의 속도조사를 위해 서울역과 광희동을 연결하는 퇴계로를 비롯하여 총 6개의 도로구간을, 방사선도로를 위해 회현동과 예술의 전당을 연결하는 반포로를 비

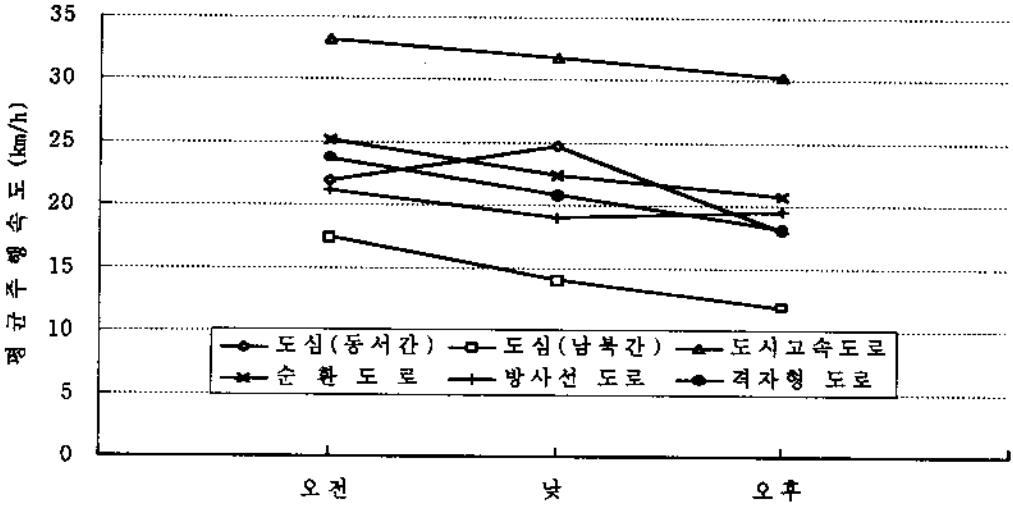


그림 1. 서울시 도로 및 시간대별 평균주행속도 (95년)

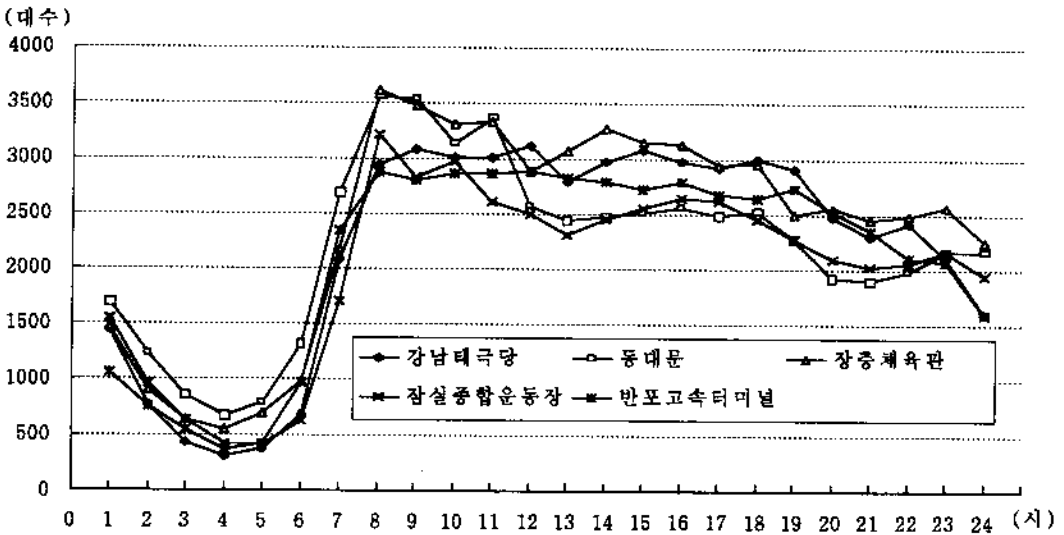


그림 2. 서울시 지점 및 시간별 평균교통량 (95년)

덧하여 총 17개의 도로구간을, 그리고 격자형도로를 위해 서울역과 독립문을 연결하는 의주로를 비롯하여 총 22개의 도로구간을 선

정하였다. 조사대상 도로의 총 연장길이는 약 630km에 달한다.

그림 1에 보여진 도로 및 시간대별 차량속

도는 Steel의 분석기법[17]을 적용한 결과 그 차이가 거의 모두 5% 에러율로써 유의적인 것으로 나타났다. 그림에서 도로별로는 도시 고속도로와 남북간 도심간선도로간의 속도 차이가, 그리고 시간대별로는 남북간 도심간선 도로에서의 속도 차이가 가장 크다는 것을 알 수 있다.

다음으로, 서울시 경찰청에서 조사한 95년 서울시 교통량자료[18]를 분석하였다. 교통량 조사는 총 100개의 주요지점을 선정하여, 각 지점에 대해 5일 동안씩 수행되었다. 그림 2는 교통체증이 극심한 곳으로 알려진 시내 5개 지점에 대한 하루 24시간 동안의 교통량 변화를 그래프로 보여준다. 차량의 속도는 교통량의 크기에 의해 상당한 영향을 받는다는 일반적인 개념에 따라, 차량의 속도는 이동 위치와 이동시점에 따라 매우 유의적으로 변화한다고 말할 수 있다. 5개 지점에서 하루 동안의 교통량이 전체적으로 유사한 패턴으로 변화하고 있는 것은 흥미롭다.

### 3. 구역 및 시간의존 차량속도 추정모델

ATVSP에서, 출발시간에 따른 지점간 차량 이동시간(속도)의 자료수집과 이들을 위한 컴퓨터 저장공간소요 문제를 해결할 수 있는 방안으로서, 서비스 대상지역과 시간을 여러 개로 분할하여 구역 및 시간대별 차량속도를 추정한 후, 이를 이용하여 두 지점사이의 평균이동속도를 산정하는 방법을 생각할 수 있다. 이에 따라 필요한 자료의 양과 데이터베이스의 크기는 크게 줄어들게 된다.

Hill and Benton[13]이 처음으로 지점간 평균이동속도를 산정하는 모델을 제안하였으

나, 그들의 모델에 대해 다음과 같은 중대한 문제점들이 지적된다.

(i) 지점 및 시간대별 차량속도 추정과 관련하여 각 고객지점 주위의 구역이 사전에 정의되어 있지 않기 때문에, 차량스케줄링에 새로운 위치의 고객이 포함될 때마다 새로운 지점과 기존 지점들사이의 이동속도 자료를 추가하여 모든 지점 및 시간대별 차량속도를 새로이 구하여야 한다.

(ii) 두 지점사이의 이동속도는 출발시간대에 두 지점 차량속도의 평균값으로 간단히 정해지는데, 이 계산방법은 차량의 속도가 두 지점을 연결하는 도로의 중간지점에서 항상 변한다는 비합리적인 가정에 따른 것이다.

(iii) 이동거리를 이용하여 차량이 임의의 두 지점사이를 이동할 확률을 계산하였는데, 차량의 속도가 달라지는 환경에서는 이동거리 대신 이동시간이 중요하다.

이러한 문제점들을 보완하면서 새로운 구역 및 시간의존 차량속도 추정모델을 제안한다. 먼저, 차량속도 변화의 유의성에 근거하여 도심의 서비스대상 전지역을  $D$ 개의 구역으로 그리고 일일 서비스시간을  $M$ 개의 시간대로 나눈다. 구역과 시간대를 크게 나눌수록 자료수집의 부담과 컴퓨터 데이터베이스의 크기는 줄어들지만 추정의 정확도는 낮아진다. 서비스대상 지역을 구역으로 나누어 이동속도를 추정하기 때문에, 차량스케줄링에 새로운 위치의 고객이 포함되는 경우 새로운 이동속도 자료의 추가없이 새로운 지점과 기존 지점들사이의 이동속도를 추정할 수 있게 된다.

시간대  $T$ 에 지점  $i$ 를 출발하여 인접구역에 속한 지점  $j$ 까지 이동하는 데 차량의 평균속

도  $S_{ijT}$ 는 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$S_{ijT} = \frac{d_{ij}}{\frac{\alpha_{ij}d_{ij}}{S_{[i]T}} + \frac{(1-\alpha_{ij})d_{ij}}{S_{[j]T}}} \quad (1)$$

$$= \frac{S_{[i]T}S_{[j]T}}{\alpha_{ij}S_{[i]T} + (1-\alpha_{ij})S_{[j]T}}$$

위식에서  $d_{ij}$ 는 지점  $i$ 로부터  $j$ 까지의 이동 거리,  $[i]$ 는 고객  $i$ 가 속한 구역, 그리고  $S_{[i]T}$ 는 시간대  $T$ 동안  $[i]$ 에서의 평균차량속도를 의미한다.  $\alpha_{ij}$ 는  $[i]$ 와  $[j]$ 가 인접할 때 지점  $i$ 와  $j$ 를 연결하는 경로상에서  $[i]$ 에 속한 거리의 비율을 나타내는 0과 1사이의 상수이다. ( $i$ 와  $j$ 가 동일한 구역에 속해 있는 경우  $\alpha_{ij}$ 는 0.5이다.)  $T$ 는 차량이  $[j]$ 에 진입한 시간대이며, 차량이  $i$ 지점을 출발한 시각에  $\alpha_{ij}d_{ij}/S_{[i]T}$ 를 더한 값으로 결정된다.

식(1)은 계산이 복잡할 뿐더러,  $[i]$ 와  $[j]$ 가 멀리 떨어져 있는 경우  $\alpha_{ij}$ 의 역할이 모호하다. 대신에, 다음과 같은 간단한 식을 사용한다.

$$S_{ijT} = \alpha_{ij}S_{[i]T} + (1-\alpha_{ij})S_{[j]T} \quad (2)$$

여기서  $\alpha_{ij}$ 는 차량이 지점  $i$ 로부터  $j$ 로 이동하는 동안  $[i]$ 에서의 속도가  $[j]$ 에서의 속도와 비교하여  $S_{ijT}$ 의 결정에 영향을 미치는 정도를 의미하며, 0과 1사이의 상수이다. ATVSP에서는 차량이 다음 방문할 고객으로서 짧은 이동시간을 갖는 지점을 선택할 확률이 높기 때문에,  $\alpha_{ij}$ 는 분석자가 경험을 토대로 주관적 판단에 의해 용이하게 결정할 수 있을 것이다.

시간대  $T$ 에 구역  $Q$ 에서의 평균차량속도

$S_{QT}$ 를 추정하기 위해서, 식(2)를 적용하여 계산된  $S_{ijT}$ 와 실측치  $R_{ijT}$ 의 가중 오차합을 최소화하는 가중된 최소자승법을 적용한다.

$$\text{Min } Z = \sum_{I=1}^D \sum_{i \in \tau(I)} \sum_{\substack{j \in \tau(I) \\ j \neq i}}^D \sum_{T=1}^M L_{ijT} [R_{ijT} - \{\alpha_{ij}S_{iT} + (1-\alpha_{ij})S_{jT}\}]^2 \quad (3)$$

여기서  $\tau(I)$ 는 구역  $I$ 에 속한 지점들을 나타내며,  $L_{ijT}$ 는 오차가중치이다.

두가지 형태의  $L_{ijT}$  사용을 제안한다.

$$(i) \quad L_{ijT} = R_{ijT} / d_{ij} \quad (4)$$

시간대  $T$ 에 지점  $i$ 를 출발하여 지점  $j$ 까지 이동시간의 역수로서, 더 짧은 이동시간을 갖는 지점들간의 오차에 대해 더 민감하게 작용하는 효과를 기대할 수 있다.

$$(ii) \quad L_{ijT} = (R_{ijT} / d_{ij})^2 / \sum_{\substack{j=1 \\ k \neq i}}^D \sum_{k \in \tau(I)} (R_{ikT} / d_{ik})^2 \quad (5)$$

시간대  $T$ 에 차량이 지점  $i$ 로부터  $j$ 로 이동할 확률을 나타내며, Huff[19]의 개념을 적용한 것이다. 이동시간이 짧은 지점간일수록 높은 확률치를 얻게 된다.

(i)과 (ii)는 일반 VSP에서 차량의 경로가 보통 원주(꽃잎) 형태를 따른다는 사실에 근거하여 만들어진 것이다. 만일 각각의  $R_{ijT}$ 에 대해 여러개의 실측치( $R_{ijT}^l, l=1, 2, \dots, L$ )가 존재한다면, 그 평균치를  $R_{ijT}$ 로 사용한다.

식(3)을  $I=Q, T=W$  와  $I \neq Q, J=Q, T=W$  인 두가지 경우로 나누어 각각  $S_{QW}$ 로 미분한 후 합한 결과를 영으로 하여 풀면, 아래와 같은 최적의  $S_{QT}$  일반식이 구해진다.

$$\begin{aligned}
 S_{QT}^* = & \left\{ 2 \sum_{i \in \tau(Q)} \sum_{\substack{J=1 \\ j \in \tau(J)}}^D L_{ijT} \alpha_{ij} R_{ijT} \right. \\
 & + \sum_{i \in \tau(Q)} \sum_{\substack{J=1 \\ j \neq i}}^D L_{ijT} R_{ijT} - \\
 & 2 \sum_{i \in \tau(Q)} \sum_{\substack{J=1 \\ J \neq Q}}^D \sum_{j \in \tau(J)} L_{ijT} \alpha_{ij} (1 - \alpha_{ij}) S_{JT} \\
 & + 2 \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq Q}}^D \sum_{i \in \tau(l)} \sum_{j \in \tau(Q)} L_{ijT} (1 - \alpha_{ij}) R_{ijT} \\
 & - 2 \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq Q}}^D \sum_{i \in \tau(l)} \sum_{j \in \tau(Q)} L_{ijT} \alpha_{ij} (1 - \alpha_{ij}) S_{lT} \Big\} \\
 & \left\{ 2 \sum_{i \in \tau(Q)} \sum_{\substack{J=1 \\ j \neq i}}^D \sum_{j \in \tau(J)} L_{ijT} \alpha_{ij}^2 \right. \\
 & + 1.5 \sum_{i \in \tau(Q)} \sum_{\substack{J=1 \\ j \neq i}}^D L_{ijT} + \\
 & \left. 2 \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq Q}}^D \sum_{i \in \tau(l)} \sum_{j \in \tau(Q)} L_{ijT} (1 - \alpha_{ij})^2 \right\} \quad (6)
 \end{aligned}$$

위식에서  $S_{QT}^*$ 는  $S_{lT} (l=1, 2, \dots, D, l \neq Q)$ 의 함수이기 때문에,  $S_{lT}$ 들을 추정하는 반복과정을 거쳐  $S_{QT}^*$ 를 구하여야 한다. 반복과정을 수행하는 간단한 방법으로서,  $T$ 시간대의 모든  $R_{ijT}$ 의 평균값을 모든  $S_{lT}$ 의 초기값으로 설정하여 풀기 시작하여, 새로이 구해진  $S_{lT}$ 들의 변화가 모두 사전에 설정된  $\epsilon$  내에 수렴할 때까지 계속 반복하는 것이다. 이때,  $S_{QT}$ 를 구하기 위해서는 구역  $Q$ 에 최소한 1개 이상

의 지점이 존재하고 있어야 한다. 따라서 식 (6)을 이용하여 모든  $S_{lT} (l=1, 2, \dots, D; T=1, 2, \dots, M)$ 를 추정하기 위해서는 단지 최소  $MD$ 개의 지점간 이동속도 자료가 필요하게 된다.

$L_{ijT}$ 의 두가지 형태에 따라 식(6)으로부터 두개의 다른  $S_{QT}^*$ 값을 얻을 수 있다.  $S_{ijT}$ 는 추정된  $S_{[l]T}^*$ 와  $S_{[j]T}^*$ 를 식(2)에 대입하여 구해진다. 이에 따라 컴퓨터 데이터베이스에 저장될 자료수는 단지  $MD$ 개가 된다. 이것은 실측치  $R_{ijT}$ 를 직접 이용하는 경우의  $MN(N-1)$ 개에 비교하여 훨씬 작은 수치이다.

참고로, Hill and Benton[13]이 시간대  $T$ 에 지점  $i$ 에서의 차량속도를 추정하기 위해 제안한 모델에서 지점을 구역으로 변형하여 최소자승법을 적용하면, 다음과 같은 최적의  $S_{QT}$ 일반식이 구해진다.

$$\begin{aligned}
 S_{QT}^* = & \left( \sum_{i \in \tau(Q)} \sum_{\substack{J=1 \\ j \in \tau(J)}}^D p_{ij} R_{ijT} \right. \\
 & + \sum_{i \in \tau(Q)} \sum_{\substack{J=1 \\ j \neq i}}^D p_{ij} R_{ijT} \\
 & - 0.5 \sum_{i \in \tau(Q)} \sum_{\substack{J=1 \\ J \neq Q}}^D \sum_{j \in \tau(J)} p_{ij} S_{JT} \\
 & + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq Q}}^D \sum_{i \in \tau(l)} \sum_{j \in \tau(Q)} p_{ij} R_{ijT} \\
 & - 0.5 \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq Q}}^D \sum_{i \in \tau(l)} \sum_{j \in \tau(Q)} p_{ij} S_{lT} \Big) \\
 & \left( 0.5 \sum_{i \in \tau(Q)} \sum_{\substack{J=1 \\ j \in \tau(J)}}^D \sum_{j \neq i} p_{ij} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 1.5 \sum_{i \in \tau(Q)} \sum_{\substack{j \in \tau(Q) \\ j \neq i}} p_{ij} \\
 &+ 0.5 \sum_{\substack{I=1 \\ I \neq Q}}^D \sum_{i \in \tau(I)} \sum_{j \in \tau(Q)} p_{ij} \quad (7)
 \end{aligned}$$

위식에서  $p_{ij}$ 는 차량이 지점  $i$ 에서  $j$ 로 이동할 확률로서,  $d_{ij}$ 와 매개변수  $\beta$ 에 의해 결정된다.  $S_{ijT}$ 는  $S_{i|T}^*$ 와  $S_{j|T}^*$ 의 평균치로 구해진다.

#### 4. 구역 및 시간의존 차량스케줄링 해법

ATVSP에서는 두 지점사이의 이동시간이 차량의 출발시간대에 따라 달라지기 때문에, 일반 VSP와는 다른 수리모델로 구축된다. 한 곳의 중앙차고지로부터 출발하는 여러 대의 차량을 이용하여 산재해 있는 고객들에게 정해진 양의 배달서비스를 수행하고 차고지로 되돌아 오는 ATVSP를 아래와 같은 혼합정수 비선형 수리모델로 구축할 수 있다. 차량이 수거서비스를 수행하는 경우에는 이 모델에 약간의 수정이 필요하다.

$$\text{Min } \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{T=1}^M \sum_{v=1}^{NV} t_{ijT} x_{ijv}^T \quad (8)$$

subject to

$$\sum_{i=1}^N \sum_{T=1}^M \sum_{v=1}^{NV} x_{ijv}^T = 1, \quad j=2, \dots, N \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{T=1}^M x_{ipv}^T - \sum_{j=1}^N \sum_{T=1}^M x_{pjv}^T = 0, \quad v=1, \dots, NV; \quad p=1, \dots, N \quad (10)$$

$$\sum_{j=2}^N \sum_{T=1}^M x_{ijv}^T \leq 1, \quad v=1, \dots, NV \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^N q_i \left( \sum_{j=1}^N \sum_{T=1}^M x_{ijv}^T \right) \leq Q_v, \quad v=1, \dots, NV \quad (12)$$

$$\Phi_{jv} - \sum_{i=1}^N \sum_{T=1}^M (\omega_{iv} + t_{ijT} + s_i) x_{ijv}^T = 0, \quad \begin{matrix} j=1, \dots, N; \\ v=1, \dots, NV \end{matrix} \quad (13)$$

$$\omega_{iv} - \Phi_{iv} \geq 0, \quad \begin{matrix} i=1, \dots, N; \\ v=1, \dots, NV \end{matrix} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
 ST_v + \sum_{i=1}^N [(\omega_{iv} - \Phi_{iv}) + s_i] \sum_{j=1}^N \sum_{T=1}^M x_{ijv}^T \\
 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{T=1}^M t_{ijT} x_{ijv}^T \leq C_v, \quad v=1, \dots, NV \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\Phi_{iv} = ST_v, \quad v=1, \dots, NV \quad (16)$$

$$\omega_{iv} \leq U^T + B(1 - x_{ijv}^T), \quad \forall_{i,j,v,T}, \quad i \neq j \quad (17)$$

$$\omega_{iv} \geq U^{T-1} x_{ijv}^T, \quad \forall_{i,j,v,T}, \quad i \neq j \quad (18)$$

$$X_{ij} - \sum_{T=1}^M \sum_{v=1}^{NV} x_{ijv}^T = 0, \quad \begin{matrix} i=1, \dots, N; \\ j=1, \dots, N; \quad i \neq j \end{matrix} \quad (19)$$

$$X_{ij} \in S^*, \quad \begin{matrix} i=1, \dots, N; \\ j=1, \dots, N; \quad i \neq j \end{matrix} \quad (20)$$

$$x_{ijv}^T \in \{0,1\}, \quad \forall_{i,j,v,T} \quad (21)$$

#### · 상수

$N$  = 지점들의 수(차고지 포함; 차고지 = 지점 1)

$M$  = 시간대수

$NV$  = 이용가능 차량수

$Q_v$  = 차량  $v$ 의 적재용량

$q_i$  = 지점  $i$ 에서의 수요량( $q_1=0$ )

$C_v$  = 차량  $v$ 의 차고 귀환 허용시간

$s_i$  = 지점  $i$ 에서의 서비스시간( $s_1=0$ )

$t_{ijT}$  = 시간대  $T$ 에 지점  $i$ 를 출발하여 지점



$j$ 까지의 이동시간

$ST_v$  = 차량  $v$ 의 차고지 출발 가능시간

$U^T$  = 시간대  $T$ 에서 구간의 상한시간

$B$  = 매우 큰수

· 결정변수

$$x_{ij}^T = \begin{cases} 1, & \text{만일 차량 } v \text{가 시간대 } T \text{에 지점 } \\ & i \text{를 출발하여 } j \text{로 이동한다면} \\ 0, & \text{그렇지 않으면} \end{cases}$$

$\omega_{iv}$  = 차량  $v$ 가 지점  $i$ 를 출발하는 시각

$\phi_{iv}$  = 차량  $v$ 가 지점  $i$ 를 가장 빨리 출발할 수 있는 시각

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{만일 구간}(i, j) \text{가 하나의} \\ & \text{차량경로에 포함되면} \\ 0, & \text{그렇지 않으면} \end{cases}$$

목적함수 (8)은 모든 차량들의 경로상 총 이동시간을 최소화한다.  $t_{ijt}$ 의 실측치가 완전하게 준비되어 있지 않은 경우에는 3장에서 소개한 추정모델을 이용하여 구한 추정치를 대신 사용할 수 있을 것이다. 식(9)는 한 수요지점은 반드시 한 차량에 의해 방문되어야 함을 의미한다. 식(10)은 한 차량이 한 지점을 방문하면 반드시 그 곳으로부터 다음 지점으로 출발하여야 함을 뜻한다. 식(11)은 차고지의 차량들은 1회이상 차고지를 떠나지 않음을 나타낸다. 식(12)는 차량 적재용량의 상한을 뜻한다. 식(13)은 차량  $v$ 가 지점  $j$ 를 출발할 수 있는 가장 빠른시각은 직전의 출발점인 지점  $i$ 에서의 출발시각에 구간( $i, j$ )의 차량이동시간과 지점  $j$ 에서의 서비스시간을 더한 시점임을 나타낸다. 식(14)는 지점  $i$ 에서의 출발시각은 그곳에서 출발가능시점 이

후가 됨을 뜻한다. 좌변 항은 차량  $v$ 가 지점  $i$ 에서 서비스 수행후 즉시 출발하지 않고 기다리는 시간을 의미한다. 고객지점에서의 대기시간은 고객을 서비스한 후 이동속도가 좀 더 빨라지는 다음시간대까지 기다리는 경우에 발생한다.

식(15)는 차량  $v$ 가 모든 배달임무를 완수하고 정해진 시각 이전에 차고지로 되돌아와야 함을 의미한다. 식(16)은 모든 차량의 차고지 출발시점을 설정한 것이다. 식(17)과 (18)은 지점  $i$ 의 출발시각에 해당하는 시간대  $T$ 를 정의하기 위함이다. 식(19)는 구간( $i, j$ )가 하나의 차량경로에 포함되는지의 여부를 나타내는 변수에 대한 관계식으로서 식(20)에서 사용된다. 식(20)은 차고지를 떠난 모든 차량을 반드시 차고지로 귀환시키기 위한 조건식으로 불법경로(illegal subtours)를 제거한다. 불법경로란 차고지가 포함되어 있지 않은 경로를 일컫는다.  $S^*$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다[2].

$$S^* = \{(X_{ij}) : \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} X_{ij} \leq |R| - 1, \\ R \subseteq \{2, \dots, N\}, |R| \geq 2, \forall R\} \quad (22)$$

여기서  $R$ 은 하나의 차량경로에 포함된 지점들의 집합이며,  $|R|$ 는 그 경로에 포함된 지점수를 의미한다.

수리모델에서 식(13)은 비선형 정수제약식이다. 비록 이 식을 Malandraki and Daskin [14]이 제시한 방법에 의해 선형으로 바꿀 수 있다 하더라도, 수리모델은 NP-hard 문제에 속해 최적해를 구하기가 매우 어렵다.

이에 따라, 저자들은 ATVSP에서 구역 및 시간대별 차량속도 추정치를 이용하여 차량의 일정을 계획하는 발견적기법들을 개발하였다. 이 기법들은 일반 VSP를 위한 기존의 경로우선구축(route-first building) 발견적기법 중에서 성능이 우수하고 적용이 용이한 세가지 기법을 확장·변형한 것이다. 아래에 세 기법들의 개발에서 공통적으로 적용한 가정들을 정리한다.

· 가정

- (i) 차고지에서 차량들의 출발시각은 모두 0이다.
- (ii) 차량은 도착지점에서 배달서비스를 수행한 후 곧바로 다음 지점으로 출발한다.
- (iii) 모든 고객들에 대한 서비스시간은 무시하여 0으로 한다.
- (iv) 모든 차량들의 적재용량과 차고지 귀환시각 상한치는 동일하다.

제안된 기법들에 대한 설명은 차량속도의 변화를 반영하기 위해서 확장·변형한 부분에 주로 초점을 맞춘다.

(1) saving 기법(SAT)

Clarke and Wright의 saving 기법[20]을 확장·변형하였다. 한 경로의 마지막 방문지점  $i$ 와 다른 경로의 첫번째 방문지점  $j$ 를 연결하여 두개의 경로를 결합함으로써 기대되는 saving은 지점  $i$ 의 출발시간 함수이다. 즉,

$$SV_{ij}(\omega_i) = t_{i1}(\omega_i) + t_{1j}(\omega_1) - t_{ij}(\omega_i) + \beta$$

만일  $\omega_j' = \omega_j$  이면,  $\beta = 0$  그리고

만일  $\omega_j' \neq \omega_j$  이면,

$$\beta = [TT(j) - \omega_j] - [t_{jk}(\omega_j') + t_{kl}(\omega_k') + \dots + t_{rj}(\omega_r')] \quad (23)$$

- 여기서 1 = 차고지;
- $\omega_i$  = 지점  $i$ 의 출발시각;
- $\omega_j'$  = 두개의 경로를 결합함으로써 새롭게 결정되는 지점  $j$ 의 출발시각;
- $t_{ij}(\omega_i)$  =  $\omega_i$ 에 지점  $i$ 를 출발할 때 지점  $j$ 까지의 이동시간;
- $TT(j)$  = 지점  $j$ 가 포함되어 있는 경로의 총 운행시간.

$\omega_j' \neq \omega_j$ 의 경우  $\beta$ 를 결정하는 식에서 뒤쪽 대괄호속의 아래첨자  $j, k, \dots, r$ 은 지점  $j$ 를 포함하고 있는 경로의 모든 지점들을 망라하며,  $\omega_j' = \omega_i + t_{ij}(\omega_i)$ 에 의해 계산된다.  $t_{ij}(\omega_i)$ 는 지점  $i$ 로부터  $j$ 까지의 이동거리를 지점  $i$ 로부터  $j$ 까지의 평균이동속도로 나누어 구해진다. 평균이동속도는 3장에서 소개한 추정 모델에 따라  $S_{[i][\omega_i]}$ 와  $S_{[j][\omega_j]}$ 를 이용하여 구할 수 있다. 여기서  $[i]$ 는 지점  $i$ 가 속한 구역, 그리고  $[\omega_i]$ 는 지점  $\omega_i$ 가 속한 시간대를 의미한다.

제안된 saving 기법에서는 일반 VSP를 위한 saving 기법과는 달리 미리 모든 지점간의 saving을 계산하지 않는다. 대신에, 두개의 경로의 결합을 시도할 때마다 차량의 적재용량과 차고지 귀환시각 제약조건을 만족하는 지점쌍(들)의 saving을 계산하여 그중에서 가장 큰 saving을 제공하는 지점쌍을 선택한다. saving 계산을 위해서는 각 경로에서 차고지와 연결되어 있는 지점(들)의 출발시각은 모두 기억되어 있어야 한다.

(2) proximity priority searching 기법(PRT)

William이 개발한 발견적기법[21]을 확장·변형하였다. 차고지로부터 가장 긴 이동시간을 갖는 지점을 맨 먼저 연결한 후, 마지막으로 연결된 지점으로부터 가장 짧은 이동시간의 지점을 선택하여 계속 경로를 구축해간다. 즉, 지점  $i$  다음의 방문지점은  $j = \arg \min_k t_{ik}(\omega_j)$ 에 의해 정해진다. 여기서  $k$ 는 아직 경로에 포함되어 있지 않은 지점들로서, 차량의 적재용량과 차고지 귀환시간 제약조건을 만족하는 지점들을 망라한다.

(3) insertion 기법(INT)

Mole and Jameson의 saving 기법[22]을 확장·변형하였다. 현재 경로상의 지점  $i$ 와  $j$  사이에 새로운 지점  $c$ 를 삽입함으로써 기대되는 saving은 다음 식에 의해 구해진다.

$$SV_c(i,j) = t_{ic}(\omega_i) + t_{ci}(\omega_c) + t_{ij}(\omega_j) - t_{ic}(\omega_j) - t_{cj}(\omega_c) + \beta$$

만일  $\omega'_j = \omega_j$  이면,  $\beta = 0$  그리고  
 만일  $\omega'_j \neq \omega_j$  이면,  

$$\beta = [TT - \omega_j] - [t_{jk}(\omega'_j) + t_{kl}(\omega'_k) + \dots + t_{rj}(\omega'_r)] \quad (24)$$

여기서  $\omega'_j$  = 현재의 경로에 지점  $c$ 를 삽입함으로써 새롭게 결정되는 지점  $j$ 의 출발시간;  
 $TT$  = 지점  $c$ 를 삽입하기전 경로의 총운행시간.

$\omega'_j \neq \omega_j$ 의 경우  $\beta$ 를 결정하는 식에서 뒤쪽 대괄호속의 아래첨자  $k, \dots, r$ 은 현재의 경로에서 지점  $j$  다음으로 연결되어 있는 모든

지점들을 망라한다. 두지점 사이에 새로운 지점의 삽입이 시도될 때마다 차량에 대한 제약조건을 만족하는 지점(들)에 대해서만 saving을 계산하여, 그중에서 가장 큰 saving을 제공하는 지점과 그 지점의 삽입위치를 정한다. saving 계산을 위해서는 현재 경로상 지점들의 출발시각이 모두 기억되어 있어야 한다.

5. 계산실험

본 논문에서 제안된 구역 및 시간의존 차량속도 추정모델과 구역 및 시간의존 차량스케줄링 해법들의 수행도를 평가하기 위해 세 개의 문제를 임의로 구축하였다. 표 1은 세 문제의 특성에 대한 요약이다. 세 문제에서 차고지는 모두 같은 지점에 1개씩 위치하였으며, 서비스 대상지역은 편의상 모두 동일한 크기의 정사각형 구역으로 나누었다. 또한 서비스시간대는 2시간 간격으로 모두 일정하게 나누었다.

일반도시의 거리척도로는 직각거리보다 직선거리가 더 타당하다는 Love and Morris[23]의 주장에 근거하여, 모든 문제에서 지점간 거리는 직선거리의 0.7배와 1.5배 사이의 일양변수로 정하였다. 두 지점사이의 차량속도 실측치는 임의로 설정한 시간대지수(TIMEI (T), T=1, 2, ..., M), 구역지수(AREAI(I), I=1, 2, ..., D), 평균차량속도를 가지고 생성하였다. 시간대지수와 구역지수의 평균은 각각 1.0이다.  $\alpha_{ij}$ 는 두점  $i$ 와  $j$ 의 해당구역내 지리적 위치와 이동경로를 고려하여 주관적으로 결정하였다. 문제 3에 사용된 기본 입력자료의 일부가 표 2에 정리되어 있다. 세 문제들에 대

표 1. 세 문제의 요약

문제번호	지점수	구역수	시간대수	적재용량상한 (kg)	차고지 귀환시간 상한 (시)	평균차량속도 (km/시간)
1	8	6	4	2000	8	28.67
2	15	9	5	3000	10	29.55
3	22	9	5	4000	10	29.70

한 완전한 입력자료는 요청에 의해 저자로부터 입수할 수 있다.

거쳐  $\epsilon=0.1$  내에 수렴하였다.

추정모델의 수행도를 평가하기 위해 두 지

표 2. 문제 3에 사용된 입력자료의 일부

시간대 (T)	출발점 (i)	도착점 (j)	출발구역 ((i))	도착구역 ((j))	이동거리(km) ( $d_{ij}$ )	이동시간(시) ( $t_{ij}$ )	평균이동속도 (km/시간) ( $R_{ij}$ )	$\alpha_{ij}$
1	2	3	1	1	11.44	0.63	18.11	0.5
1	4	6	2	2	6.05	0.19	31.29	0.6
2	6	17	2	7	51.98	1.40	37.00	0.6
2	7	8	3	3	14.57	0.25	58.51	0.5
3	11	1	4	5	29.76	1.03	29.01	0.4
3	14	4	6	2	26.95	0.71	38.10	0.5
4	18	8	7	3	66.27	1.41	47.05	0.2
4	19	9	7	4	46.35	1.30	35.58	0.4
5	22	21	9	9	14.06	0.55	25.58	0.5
5	1	13	5	5	25.28	1.14	22.06	0.5

먼저, 제안된 구역 및 시간의존 차량속도 추정모델과 Hill and Benton 모델의 변형을 세 문제에 모두 적용하여 그들의 성능분석을 시도하였다. 제안된 추정모델에서  $L_{ijt}$ 로서 식 (4)와 (5)의 두 가지 형태를 사용하였으며, 이에 따라 제안된 추정모델을 각각 제안된 모델 1과 2로 다르게 칭한다. 참고로, 문제 3에 세 종류 추정모델을 각각 적용하여 구해진  $S_{ijt}$  값을 표 3에 정리하였다. 모든 경우에서  $S_{ijt}$ 의 변화는 최대 12회 이내의 반복과정을

점간 차량이동속도의 실측치와 추정치의 평균오차를 계산하였다. ATVSP에서는 짧은 이동시간의 지점을 다음으로 방문할 확률이 높다는 일반적 개념에 근거하여, 동일 및 인접 구역에 속해 있는 지점들간 이동속도의 평균오차를 별도로 계산하여 추정모델들의 성능 평가에 함께 사용하였다.

표 4는 세 문제에서 세 종류 추정모델의 전체 평균오차와 동일 및 인접구역 평균오차를 보여준다. 모든 경우에서 두 제안된 모델

표 3. 문제 3에서 구해진 S.

(단위 : km/시간)

I \ T	1	2	3	4	5
1	(17.51, 17.93, 17.98)	(30.58, 30.04, 29.44)	(25.60, 25.43, 24.88)	(32.88, 32.55, 32.15)	(20.26, 20.81, 20.87)
2	(32.00, 31.56, 31.89)	(55.04, 54.45, 54.25)	(47.96, 47.85, 48.05)	(62.14, 61.75, 62.23)	(38.28, 38.33, 38.19)
3	(30.50, 30.24, 29.96)	(53.87, 54.12, 54.26)	(43.04, 42.68, 42.28)	(57.48, 57.07, 56.83)	(35.93, 36.29, 36.71)
4	(21.56, 21.46, 20.84)	(39.28, 39.63, 38.54)	(30.97, 30.65, 30.38)	(41.38, 42.26, 41.37)	(25.19, 25.14, 24.28)
5	(20.25, 20.30, 20.33)	(34.46, 35.05, 34.98)	(27.75, 28.00, 27.71)	(37.39, 37.69, 37.30)	(22.48, 22.51, 22.51)
6	(15.66, 15.58, 14.70)	(26.38, 25.91, 24.06)	(22.96, 22.88, 21.87)	(28.78, 29.30, 28.14)	(16.84, 17.36, 16.58)
7	(13.55, 13.73, 14.01)	(22.59, 22.16, 22.59)	(19.07, 19.75, 19.98)	(25.15, 25.40, 25.47)	(15.53, 15.72, 15.94)
8	(24.45, 24.70, 24.81)	(41.40, 41.21, 42.65)	(34.97, 35.07, 36.99)	(43.65, 43.91, 43.91)	(27.53, 27.63, 28.58)
9	(21.88, 21.66, 21.24)	(38.53, 38.80, 38.44)	(32.89, 32.99, 31.94)	(40.51, 40.33, 40.08)	(25.19, 25.33, 24.42)

(주) (a, b, c) a : 제안된 모델 1에 의한 S.  
 b : 제안된 모델 2에 의한 S.  
 c : Hill & Benton 모델의 변형에 의한 S.

들이 Hill & Benton 모델의 변형보다 더 작은 오차로써 지점간 이동속도를 추정하고 있음을 알 수 있다. 세 모델중 추정의 정확도가 가장 뛰어난 제안된 모델 1의 평균 추정 오차율은 약 7%로 계산된다. 추정모델들에 대한 더 정확한 성능평가를 위해서는 실제로 수집된 차량이동속도 자료를 이용한 분석이 필요하다.

세 문제에 모두 적용하여 그들의 수행도분석을 시도하였다. 프로그램은 Quick Basic을 이용하여 작성되었으며, 모든 실험은 IBM 호환 586 PC에서 수행되었다. 발견적기법들의 적용과정에서 지점간 평균차량속도는 필요할 때마다 제안된 추정모델 1에 의해 구해지도록 별도로 서브프로그램을 작성하였다. 세 기법들에 대한 수행도분석 결과가 표 5에 정리

표 4. 세 문제에서 추정모델들의 평균오차 비교

(단위 : km/시간)

문제	제안된 모델 1		제안된 모델 2		Hill & Benton 모델의 변형	
	a	b	a	b	a	b
1	2.01	1.97	2.07	2.00	2.67	2.38
2	2.19	2.14	2.21	2.15	2.81	2.68
3	2.17	2.16	2.20	2.18	2.87	2.69

(주) a : 전체 평균오차  
 b : 동일 및 인접구역 평균오차

다음으로, 제안된 세 가지 발견적기법들을 되어 있다. 표에서 총운행시간은 구해진 경

표 5. 세 문제에서 발견적기법들의 수행도 비교

	SAT			PRT			INT		
	경로	총운행시간 (시간)	컴퓨터실행 시간(초)	경로	총운행시간 (시간)	컴퓨터실행 시간(초)	경로	총운행시간 (시간)	컴퓨터실행 시간(초)
문제 1	1-2-6-1	12.67	0.11	1-2-1	13.14	0.06	1-2-6-1	12.67	0.11
	1-3-1			1-5-4-3-1			1-3-1		
	1-8-4-5-7-1			1-8-7-6-1			1-8-4-5-7-1		
문제 2	1-6-5-4-1	24.73	1.05	1-2-4-3-9-12-1	33.31	0.11	1-6-5-4-1	27.65	0.60
	1-13-12-11-1			1-5-6-1			1-10-9-3-2-7-8-1		
	1-14-9-3-2-7-8-1			1-11-7-8-14-1			1-13-12-11-1		
	1-15-10-1			1-15-10-13-1			1-15-14-1		
문제 3	1-5-7-8-4-6-1	27.28	4.45	1-2-3-4-6-12-8-1	38.92	0.16	1-5-7-8-6-3-2-9-1	29.60	1.82
	1-9-2-3-11-10-1			1-16-17-19-10-9-11-1			1-10-1		
	1-14-15-1			1-7-5-13-21-22-20-1			1-13-12-1		
	1-17-16-18-19-1			1-18-15-14-1			1-15-14-22-21-20-1		
	1-20-22-21-13-12-1						1-17-16-18-19-4-11-1		

로에 지점간 평균차량속도의 실측치  $R_{ijT}$ 를 대입하여 계산한 결과이다. 그리고 컴퓨터 실행시간은 자료입력과 결과출력에 소요된 시간을 제외한 순수 프로그램 실행시간이다.

Clarke and Wright의 saving 기법을 변형한 SAT를 적용하여 구해진 경로가 세계의 ATVSP 모두에서 총차량운행시간이 가장 짧음을 표 5로부터 알 수 있다. 다음으로 INT, PRT 순서이다. 그러나 SAT는 다른 두 기법보다 더 긴 컴퓨터 실행시간을 필요로 한다. 문제의 규모가 커질수록 세 기법들간의 수행도 차이는 점점 더 커질 것으로 예상된다. 다양한 ATVSP를 구성하여 세 기법들의 수행도를 분석해 보는 작업은 앞으로 계속되어야 할 연구과제이다.

## 6. 결론

본 논문에서는 서비스 대상고객이 매일 달라지는 환경에서 차량의 속도가 이동구역과 이동시점에 따라 변화하는 차량스케줄링문제(ATVSP)를 다루었다. 먼저, ATVSP에서 지점간 이동시간(속도)의 자료수집 및 저장에 따른 문제를 해결할 수 있는 방안으로서, 구역 및 시간대별 차량의 평균속도를 추정하여 두 지점사이의 평균이동속도를 산정하는 새로운 모델을 제안하였다. 그리고 ATVSP의 최적해를 구하기 위한 혼합정수 비선형 수리모형을 제시한 후, ATVSP에 효과적으로 적용할 수 있는 간단한 발견적기법들을 개발 소개하였다. 계산실험 결과, 제안된 모델은 Hill and Benton 모델의 변형과 비교하여 지점간 이동속도를 더 정확하게 추정하였으며, 제안된 발

견적기법들중 saving 기법의 수행도가 가장 뛰어났다. 제안된 추정모델과 발견적기법의 더 정확한 평가를 위해서는 대도시에서 실제로 수집된 자료를 이용한 여러 대규모 ATVSP에서의 실험이 필요하다.

## 참 고 문 헌

- [1] G. B. Dantzig and J. H. Ramser, "The Truck Dispatching Problem", *Management Science*, Vol.6, pp.80-91, 1959.
- [2] L. D. Bodin, B. L. Golden, A. A. Assad and M. O. Ball, "Routing and Scheduling of Vehicles and Crews, The State of the Art", *Computers and Operations Research*, Vol.10, pp.63-211, 1983.
- [3] M. M. Solomon and J. F. Desrosiers, "Time Window Constrained Routing and Scheduling Problems", *Transportation Science*, Vol.22, pp.1-13, 1988.
- [4] G. Laporte, "The Vehicle Routing Problem : An Overview of Exact and Approximate Algorithms", *European J. of Operational Research*, Vol.59, pp.345-358, 1992.
- [5] R. H. Mole, "A Survey of Local Delivery Vehicle Routing Methodology", *J. of Operational Research Society*, Vol.30, pp.245-252, 1979.
- [6] M. Fisher, J. T. Lester and R. Jaikumar, "A Computerized Vehicle Routing Applications", *Interfaces*, Vol.12, No.4, pp.42-52, 1982.
- [7] B. L. Golden, T. L. Magnanti and H. Q. Nguyen, "Implementing Vehicle Routing Algorithms", *Networks*, Vol.7, pp.113-148, 1977.
- [8] R. J. V. Wiel and N. V. Sahinidis, "Heuristic Bounds and Test Problem Generation for the Time-Dependent Traveling Salesman Problem", *Transportation Science*, Vol.29, No.2, pp.167-183, 1995.
- [9] J. C. Picard and M. Queyranne, "The Time-Dependent Traveling Salesman Problem and its Application to the Tardiness Problem in one Machine Scheduling", *Operations Research*, Vol.26, pp.86-110, 1978.
- [10] A. Lucena, "Time-Dependent Traveling Salesman Problem-The Deliveryman Case", *Networks*, Vol.20, pp.753-763, 1990.
- [11] A. S. Alfa, "A Heuristic Algorithm for the Traveling Salesman Problem with Time-Varying Travel Costs", *Engineering Optimization*, Vol.12, pp.325-338, 1987.
- [12] N. Balakrishnan, A. Lucena and R. T. Wong, "Scheduling Examinations to Reduce Second-Order Conflicts", *Computers and Operations Research*, Vol.19, pp. 353-361, 1992.
- [13] A. V. Hill and W. C. Benton, "Modelling Intra-City Time-Dependent Travel Speeds for Vehicle Scheduling Problems", *J. of Operational Research Society*, Vol.43, No. 4, pp.343-351, 1992.
- [14] C. Malandraki and M. S. Daskin, "Time Dependent Vehicle Routing Problems : Formulations, Properties and Heuristic Algorithms", *Transportation Science*, Vol. 26, No.3, pp.185-200, 1992.

- [15] B. Ahn and J. Shin, "Vehicle-routeing with Time Windows and Time-Varying Congestion", *J. of Operational Research Society*, Vol.42, No.5, pp.393-400, 1991.
- [16] 서울시 정기 속도조사 결과, 서울특별시 교통관리 사업소, 1995.
- [17] J. P. C. Kleijnen, Statistical Techniques in Simulation, Part II, New York, Dekker, 1975.
- [18] '95 서울시 교통량 조사자료, 서울특별시 지방경찰청, 1995.
- [19] D. L. Huff, "Defining and Estimating a Trading Area", *J. of Marketing*, Vol.28, pp.34-38, 1964.
- [20] G. Clarke and J. Wright, "Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points", *Operations Research*, Vol.12, pp.568-581, 1964.
- [21] B. W. Williams, "Vehicle Scheduling : Proximity Priority Searching", *J. of Operational Research Society*, Vol.33, pp.961-966, 1982.
- [22] R. H. Mole and S. R. Jameson, "Sequential Route Building Algorithm Employing a Generalized Savings Criterion", *Operational Research Quarterly*, Vol.27, pp. 503-511, 1976.
- [23] R. F. Love and J. G. Morris, "Mathematical Models of Road Travel Distances", *Management Science*, Vol.25, No.2, pp. 130-139, 1979.