

## 음성 및 데이터가 혼합된 CDMA 셀룰러 망에서의 트래픽 제어 분석 방법\*

Analysis of traffic control policies in the voice-data integrated  
cellular CDMA mobile network\*

윤복식\*\* · 이남준\*\*\* · 이동기\*\*\*\* · 이창훈\*\*\*\*\*

Bok-Sik Yoon\*\* · Nam-Jun Lee\*\*\* · Dong-Kie Lee\*\*\*\* · Chang-Hoon Lie\*\*\*\*\*

### Abstract

A CDMA-based cellular mobile telecommunication system has already been developed and is expected to provide more stable mobile communication services for much more users than traditional analog mobile systems. As a natural course of development, the CDMA mobile system is expected to provide ISDN services in the near future. In this paper, we analyze several traffic control policies for the voice-data integrated traffic in the cellular CDMA system. We first select four admission control policies which take differences in traffic and QOS characteristics between voice and data into account, and then develop modelling and analysis techniques, which can be used directly to analyze the chosen control policies. Our approach is based on so-called threshold model. Numerical computation results obtained under the typical traffic situation are also given. Through these computation results we could tentatively conclude that the cutoff priority policy, which can provide the priority for handoff voice calls while effectively utilizing unused channels, seems to be most effective among the four policies.

\* 본 연구는 부분적으로 ETRI의 지원에 의해 이루어졌음.

\*\* 홍익대학교 기초과학과

\*\*\* ETRI

\*\*\*\* 한국이동통신

\*\*\*\*\* 서울대학교 산업공학과

## 2. 서론

과학기술의 발달에 의한 고도 정보화 사회의 진전에 따라 정보통신의 역할의 중요성이 날로 증대되고 있다. 특히 복잡, 다양화되는 사회 속에서 인간의 이동성이 높아지고 이동 중인 사람들과의 신속한 정보 교환의 필요성이 대두되면서 최근 이동통신에 대한 수요가 급증하고 있다. 이동통신 서비스의 급격한 수요 증대로 고품질을 유지하면서 보다 많은 가입자를 수용할 수 있는 신 기술이 요구되어 기존의 아날로그 방식의 무선통신에서 DCN(digital cellular network)으로의 진화가 이루어지고 있다. 국내에서는 94년 5월 CDMA으로 디지털 이동통신 방식을 표준화하고 전자통신연구소를 주축으로 하여 CDMA 방식의 디지털 이동통신 시스템(CMS-2: CDMA Mobile System 2)의 개발이 완료단계에 접어들어 95년의 상용시험에 이어 96년에 상용화가 이미 실현되고 있다. 우리나라 이동전화 표준으로 채택된 CDMA는 FDMA나 TDMA 등의 디지털 방식에 비해 4배에서 6배 정도 많은 용량 증기를 보이며 현재의 아날로그 방식보다는 거의 20배 정도의 증가를 보인다. 현재의 아날로그 가입자 서비스를 수용하면서 점차적으로 아날로그방식의 FDMA에서 디지털방식의 CDMA로 진화해 가는 상황을 고려할 때 현재 주파수대역의 10%만을 CDMA 방식에 할당하더라도 전체적인 용량증가는 현재 상태의 3배에 이르게 되므로 CDMA 방식은 셀룰러 이동전화망에 가장 적절한 선택으로 보인다.

디지털 이동통신이 상용화 단계에 들어가면 가까운 장래에 기본적인 ISDN 서비스가

요구됨은 물론 궁극적으로 유무선 통합 개념에서의 멀티미디어 서비스가 요구될 것이고, 성공적인 ISDN 서비스를 위해서는 기본적으로 음성과 데이터의 상이한 트래픽 특성과 서비스 품질(quality of service) 요건을 잘 반영하면서 핸드오프와 같은 이동망의 특성을 고려한 효과적인 트래픽 제어 정책의 수립이 필요할 것이다. 이렇게 볼 때 음성/데이터가 함께 고려된 DCN 상황에서의 트래픽 모델링 방법과 다양한 트래픽 제어 방법들의 성능을 분석하는 기법의 개발은 매우 긴급하다고 볼 수 있다. 본 논문은 CDMA 방식의 DCN에서 음성/데이터의 통합 서비스가 이루어지는 상황에서의 이동성을 고려한 트래픽 모델링 방법을 개발하고 이것을 기초로 다양한 트래픽 제어 방법들에 성능분석을 시도하는 것을 주목표로 한다.

최근 이동 망에서의 트래픽 연구는 주로 음성 호를 대상으로 하여 핸드오프 방식이나 위치등록 방식등 이동성 고려한 트래픽 분석에 초점이 맞춰져 왔는데 음성/데이터의 통합상황은 기존의 이동 망에서의 음성 트래픽의 분석과는 다른 방식의 접근방법이 요구된다. 이 방향의 연구에서 Wang(1995)는 데이터를 전송하는 이동 망의 경우에 데이터 트래픽의 입력을 중첩 포아송 과정으로, 처리 시간을 고정된 값으로 가정하여 CP/D/I/N 대기시스템으로 모형화시켜 성능을 분석한 바가 있다. 음성과 데이터가 통합되어 진입하는 상황의 트래픽 모형의 경우는 주로 TDMA에서 프로토콜하에서 연구가 이루어졌는데[7, 10-14], 특히 Guerin(1988)에 의해서 차단 우선의 호 제어 정책(3절 참조)이 제시되고 평형 상태에서의 확률적 분석이 행해진 바 있

다. CDMA 상황이 아닌 기존의 셀룰러 이동 망에서 음성뿐만 아니라 데이터 트래픽도 포함하여 이차원 모델을 분석한 기존의 연구는 Pavlidou(1994)를 들 수 있는데, 이 연구에서 음성 및 데이터 호는 각각 신규 호(패킷)와 핸드오프 호(패킷)으로 구별되고, 여유 채널이 없을 경우 핸드오프 데이터 패킷을 제외한 나머지 트래픽은 블러킹되며, 핸드오프 데이터 패킷은 무한 버퍼에 들어가서 대기할 수 있다. 버퍼에서 대기 중이던 핸드오프 데이터 패킷이 전송되지 못한 채 그 다음 셀로 차량이 이동할 경우 다음 셀의 버퍼로 옮겨지게 된다. 음성과 데이터 패킷은 채널을 동등하게 공유한다. Guerin(1988)은 마코프 체인의 상태를 진행중인 음성호의 개수와 진행중인 데이터 패킷의 개수로 놓고, 생성함수(generating function) 기법을 이용하여 정상상태 확률 분포를 구하였는데 전체 가용 채널의 개수가 커질 경우 오차가 커지게 되며, 계산 과정이 지나치게 복잡한 단점이 있다. Jin et al.(1994)은 호 제어 정책에 대한 비교 연구를 행한 바 있는데 차단 우선 정책과의 비교가 이루어지지 않았으며, 신규 호와 핸드오프 호의 도착률을 합한 값을 전체 도착률로 제시하여 그로 인해 서비스 시간이 실제보다 짧아지는 단점이 있다. Yang and Geraniotis(1995)는 CDMA 상황하에서의 음성/데이터 통합 트래픽 모형을 연구하였는데 이 연구에서는 음성과 데이터 패킷이 들어오는 디지털 무선 라디오 망을 다루어 이동전화에서 도입되는 핸드오프는 고려하지 않았다.

본 논문의 서론에 이어 2절에서는 CDMA 이동망에서의 트래픽의 특성과 제어정책을

기술하기 위한 역치 모형(threshold model)이 설명되고 3절에서 대표적인 4가지 호 제어 정책에 대한 확률적 모델링과 분석이 행해지고 4절에서 전형적인 트래픽 파라미터 값을 주었을 때의 실제 분석 결과를 예시하고 마지막으로 5절에서 결론을 맺는다.

## 2. CDMA 이동전화의 특성 및 역치 모형

이동전화 시스템이 유선 전화 망과 다른 점은 전화 사용자가 돌아다니면서 무선으로 전파를 보내고 받는다는 점이다. 현재의 셀룰러 이동전화 시스템에서는 전체 서비스 영역을 셀 이라는 이름을 가진 작은 영역(반경이 4km 정도)으로 작게 나누어, 전파를 적당한 정도의 강도로 조절할 경우 일정한 거리가 떨어진 지역에서 다시 그 주파수를 사용할 수 있게 하는, 주파수 재사용(frequency reuse)을 가능하게 하고 있다. 이러한 셀룰러 개념은 주파수 자원은 고정되어 있고 수요는 많기 때문에 최소 자원을 최적으로 이용하기 위해서 고안되었다. 또한 인구가 밀집된 지역에는 셀을 분할하여 더 작은 셀들로 구성하는데 이를 셀 분할(cell splitting)이라고 하며 마이크로 셀, 피코 셀 등이 현재 사용되고 있다. 위의 두 가지 개념, 즉 주파수 재사용과 셀 분할이 보다 많은 가입자를 수용하는 셀룰러 시스템을 가능하게 한다.

이동전화 시스템은 이동전화 교환국(MSC: Mobile Switching Center), 이동국(MS: Mobile Station), 기지국(BS: Base Station)의 세 가지 구성요소로 나뉘어진다. 교환국은 유선 망과 마찬가지로 호들의 접속, 연결, 해제 등을 담당하며, 기지국은 하나 하나의 셀 들을 각각

관장하면서 자신이 담당하는 셀 내부의 호 요청이 올 경우 교환기에 호 요청 신호를 보내는 등의 일을 총괄적으로 담당하게 된다. 이동국은 전화를 사용하는 개개 이동전화 소지자들을 나타낸다[4, 5].

그런데, 셀룰러 이동전화시스템이 경찰순찰차 등에서 사용되는 단순한 무선전화시스템과 다른 점은 핸드오프(handoff)가 존재한다는 것이다(그림 1 참조). 따라서 기존의 유선전화나 무선전화와 달리 셀룰러 이동전화 시스템에서 트래픽 모델링시 고려되는 호의 종류로는 신규 호와 핸드오프된 호의 두 가지가 존재한다. 이동통신 시스템에서의 각 셀 영역에 있는 가입자는 기지국과의 주파수 채널을 이용하여 다른 가입자와 통화를 설정한다. 이동전화 가입자와 기지국 사이의 무선 채널은 가입자의 이동성으로 인해 가입자와 기지국과의 거리가 멀어짐에 따라 통화의 품질이 떨어지며, 이동전화 탑재 차량이 기지국으로부터 멀어지면 수신되는 전계강도가 점차적으로 줄어든다. 이 경우 적절한 통화 품질이 지속적으로 유지되도록 하기 위해 근접 기지국에서 새로운 통화 채널을 할당해 주어야 한다. 이와 같이 수신된 전계강도가 한계치 이하로 줄어들면 근접한 기지국이 지속되는 통화를 유지시키기 위해서 자신의 셀에서 설정된 무선 채널의 통화품질을 위해 새로운 통화채널을 할당해 주는 것을 가리켜 핸드오프라고 한다. 그러나, CDMA 이동전화 시스템에서는 모든 셀 들이 모든 스펙트럼을 함께 사용하므로, 셀 들간에 이동시에 주파수를 바꾸는 등의 핸드오프(이를 hard hand-off라 한다)는 필요하지 않다. 그 대신 셀 들간을 이동할 때 할당되는 코드가 바뀌게 되

는데 이를 소프트 핸드오프라고 한다.

임의의 셀에서 새로운 호가 발생했을 때, 셀에 할당된 무선채널 중에서 하나가 이동전화 호 요청자에게 할당되며, 모든 무선 채널이 사용중일 때 발생하는 새로운 호는 블러킹된다. 또한 호가 설정된 후 이동전화 이용자가 근접한 셀로 핸드오프하는 경우 인접 셀에서 핸드오프된 호에게 무선채널을 할당할 수 없다면 핸드오프된 호는 블러킹된다. 핸드오프된 호의 블러킹은 통화중인 호가 절단되는 것이므로 서비스 기준 관점에서 보면 핸드오프된 호의 호 손실을 낮추는 것은 매우 중요하다. 또한, 이동전화 교환기의 관점에서 볼 때 신규 호 요청자보다는 핸드오프된 호의 지속적인 서비스가 더 중요하다고 볼 수 있다. 신규가입자가 호가 연결이 안될 때 느끼는 불편함보다는 핸드오프된 호가 연결이 안되고 끊어질 때 느끼는 불편함이 훨씬 더 크기 때문이다.

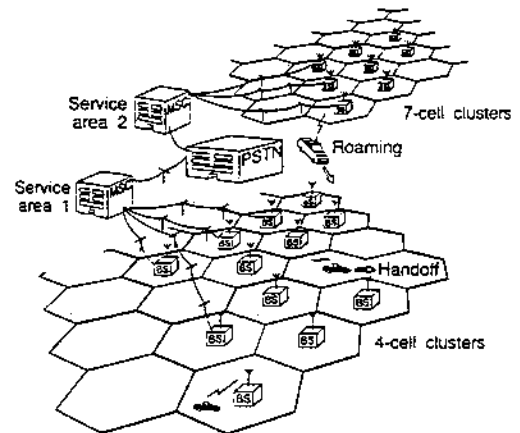


그림 1. 이동 전화 시스템의 구성도

이러한 CDMA하에서 제시된 트래픽 제어 모델 중 하나가 역치 모형(threshold model)이

다(그림 2 참조). 역치 모형 하에서 MAC (multiple access capability)라고 불리는  $K_v$ 를 기대되는 음성 트래픽 패킷 에러율이 고정된 역치값을 넘지 않는 수준에서 동시에 수용될 수 있는 음성 서비스 최대 이용자수라고 정의하자. 또한, 데이터 서비스에 대해  $K_d$ 를 허용한계 패킷 에러율 안에서 동시에 서비스될 수 있는 데이터 서비스 최대 이용자의 수라고 정의하자. 또한  $P_E^v$ 와  $P_E^d$ 를 각각 허용가능한 음성과 데이터 패킷 에러율의 최대치,  $P_E(k)$ 를  $k$ (여기서의  $k$ 는 버스트성의 음성패킷과 데이터 패킷을 모두 포함한다.)개의 패킷 전송이 동시에 존재할 때의 패킷 에러율을 나타낸다고 하면, 다음과 같은 관계가 성립할 것이다.

$$P_E(k) \leq P_E^v, \quad \forall k \leq K_v \tag{1}$$

$$P_E(k) \leq P_E^d, \quad \forall k \leq K_d \tag{2}$$

여기서, 현실적으로 음성 신호가 데이터에 비해서 더 높은 비트 에러율을 허용할 수 있으므로  $P_E^v > P_E^d$ (대략  $10^{-3}$ 과  $10^{-5}$ )가 성립하고 마찬가지로  $K_v > K_d$ 가 성립한다. 따라서, 동시에 이용자의 수가  $k \leq K_d$ 일 때는 모든  $k$ 개의 음성과 데이터 패킷이 허용 에러율 안에서 서비스될 수 있고,  $K_d < k \leq K_v$ 이면,  $k$ 개의 패킷 중에서 음성 패킷은 허용 에러율 내에서 모두 서비스될 수 있고, 데이터 패킷은 허용 에러율보다 더 높은 에러율을 가지고 서비스될 것이다. 또한  $K_d < k$ 인 경우에는 모든 음성과 데이터 패킷이 허용되는 에러율보다 더 높은 에러율 하에서 서비스될 것이다. 이러한 모델을 역치 모형(threshold model)이라 하며 동시 이용자수의 최대치로 시스템의 성능을 단

순하면서도 유효하게 설명할 수 있다는 장점이 있다.

주지하는 바와 같이 음성과 데이터는 서로 다른 트래픽 특성과 QoS (quality of service) 요구 조건을 가진다. 음성 신호는 실시간 처리를 필요로 하지만 상대적으로 높은 비트 에러율을 허용한다. 반면에 데이터는 실시간 처리를 필요로 하지는 않으나(버퍼에서 대기할 수 있으므로) 낮은 비트 에러율을 요구한다. 따라서 서비스의 처리시에 우선권을 음성에 주어야 할 필요가 있는데 역치 모형은 이러한 음성 패킷의 데이터 패킷에 대한 우위 정책을 쉽게 설명하는 데 적절한 모형이다.

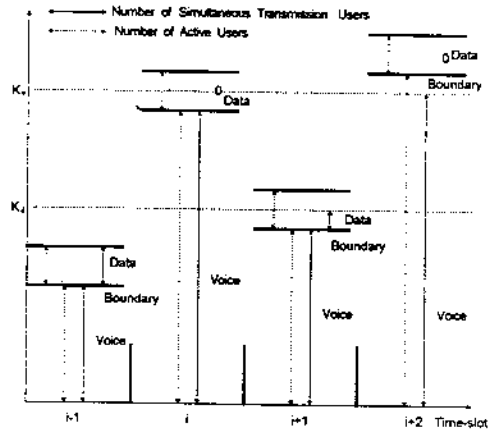


그림 2. CDMA 역치 모형

### 3. 호 제어 정책의 모델링 및 분석 방법

#### 3.1 가정 및 배경 설명

본 연구에서는 먼저 음성 패킷과 데이터 패킷 두 가지로 구성된 시스템을 고려한다.  $K_d$ 를 2장에서와 같이 음성과 데이터가 함께 공유할 수 있는 코드(채널)의 수라 하면, 음

성과 데이터의 사용자가  $K_d$ 를 넘는 경우에는  $K_v - K_d$ 만큼의 음성 패킷 사용자의 진입이 더 가능하다. 또한 데이터 패킷의 경우에는 음성과 같이 실시간 처리가 요구되지 않고 지연이 허용되므로 버퍼에서의 대기 시간을 허용하기로 한다. 시스템은 총 용량을  $K$ 로 제한하던 데이터 패킷의 버퍼의 최대 크기는  $K - K_v$ 가 될 것이다.

데이터 패킷의 경우 버퍼에서 대기할 수 있으며 만약 현재의 셀에서 서비스를 제공받지 못하고 셀을 떠날 경우에는 다음 목적지 셀의 버퍼로 옮겨질 수 있다. 또한 지연시간에 대해서 음성 패킷보다 덜 민감하고, 무선으로의 데이터 송신은 대부분 고정된 위치에서 이루어진다고 보고 데이터의 경우에는 신규와 핸드오프의 구별을 하지 않기로 한다.

음성 신규 호, 핸드오프된 호, 데이터 호의 도착과정을 각각 도착률  $\lambda_n, \lambda_h, \lambda_d$ 인 포아송 과정이라고 하고, 각 호가 셀 내에서 코드를 점유하는 시간은 각각 평균  $\frac{1}{\mu_n}, \frac{1}{\mu_h}$ 와  $\frac{1}{\mu_d}$ 인 지수 분포를 따른다고 가정한다. 모든 패킷은 도착하는 즉시 역치 모형에서 설명한 방식에 따라서 서비스를 받으며 사용 채널의 수가  $K$ 보다 적을 경우에는 음성 패킷이 데이터 패킷에 대해서 우선 순위를 갖는 것으로 볼 수 있으며,  $K$ 를 넘어설 때 발생하는 데이터 패킷에 대해서는 버퍼에서 대기할 수 있도록 한다. 또한, 큐에서 대기중인 데이터 패킷이 서비스를 받지 못하고 떠나게 될 상황을 고려할 경우에 데이터 패킷이 큐에서 대기하는 시간은 시스템의 상태뿐만 아니라 시스템의 구조, 즉 이동 전화 탑재 차량의 속도, 셀의 크기, 가용 전파 자원 등과도 관련된다. 따라서, 차량이 호를 요청한 후 셀 경

계를 넘기까지 걸리는 시간  $T_q$ 는 평균  $\frac{1}{\mu_q}$ 인 지수 분포를 따른다고 가정한다.

### 3.2 음성 호의 제어 정책

본 절에서는 신규 음성 호와 핸드오프된 음성 호에 대해서 고려할 수 있는 호 진입 제어 정책들을 검토하고 마코프 체인으로 모델링한다.

#### 3.2.1 공유정책

음성 패킷이 데이터 패킷의 개수에 무관하게 우선권을 가지면서 자원을 공유하므로 데이터를 고려하지 않고 음성 패킷만이 존재한다고 가정할 경우 즉, 데이터의 상황을 고려하지 않는 경우에는  $K$ 개의 할당 가능한 코드가 존재하고,  $K$ 개의 코드가 모두 이용될 때까지 음성의 신규 호나 핸드오프된 호가 진입 가능한 상황이다.

여기서 신규 호와 핸드오프 호의 개수가 각각  $i, j$ 일 평형상태 확률을  $P_{i,j}$ 라고 하면 이것은 그림 3의 전이도에 따라 다음과 같이

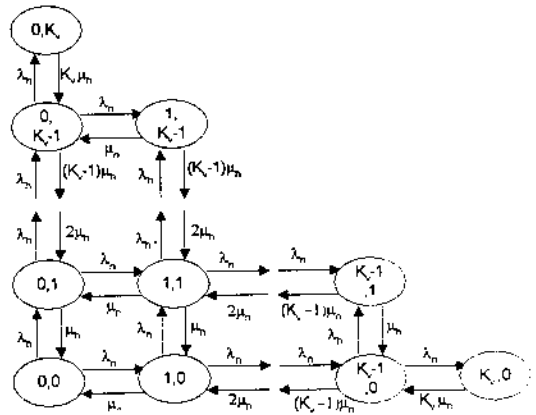


그림 3. 공유 정책하의 상태 전이도

나타낼 수 있다.

$$P_{i,j} = \frac{a^i b^j}{i!j!} P_{0,0} \quad (3)$$

단, 여기서  $P_{0,0} = [\sum_{i=0}^{K_i} \sum_{j=0}^{K_i-i} \frac{a^i b^j}{i!j!}]^{-1}$ 이며

$a$ 는  $\frac{\lambda_n}{\mu_n}$ 를 나타내고  $b$ 는  $\frac{\lambda_h}{\mu_h}$ 를 나타낸다.

### 3.2.2 임계 형식의 정책(threshold policy)

핸드오프된 호의 경우에는 여유 코드가 있으면 할당하고, 신규 호의 경우에는 진행중인 신규 호의 수가 임계치를 넘지 못하도록 제한하는 방식을 임계 형식의 정책이라고 한다. 신규호의 제어에 사용되는 임계치를  $t$ 라고 하자. 데이터의 상황을 고려하지 않는 경우에는  $K_i$ 개의 할당 가능한 코드가 존재하고,  $t$ 개의 코드가 이용될 때까지는 신규 호가 진입가능하며, 이 값을 넘어서는 경우에는 신

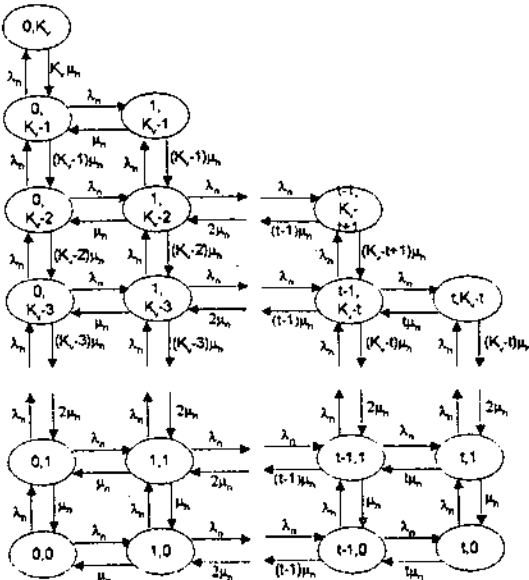


그림 4. 임계 형식의 정책하에서의 상태 전이도

규 호는 진입을 하지 못한다. 반면에 핸드오프된 호는 항상 진입가능하며, 단지 전체 할당된 코드가  $K_i$ 를 넘는 경우에만 진입할 수 없는 상황이 된다.

이 경우 그림 4의 전이도에 따라  $P_{i,j}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{i,j} = \frac{a^i b^j}{i!j!} P_{0,0} \quad (4)$$

단, 여기서  $P_{0,0} = [\sum_{i=0}^t \sum_{j=0}^{K_i-i} \frac{a^i b^j}{i!j!}]^{-1}$ .

### 3.2.3 분할 정책(partitioning)

분할 정책은 통계적인 처리에 의해서 기지국에 도달하는 신규호와 핸드오프호의 비율을 분석하여 각각의 비율대로 전체 할당 가능한  $K_i$ 개의 채널을 완전히 나누어서 서로 독립된 것으로 다루는 방법이다. 따라서  $\alpha K_i$ 를 신규 호에 할당할 경우에  $(1-\alpha)K_i$ 를 핸드오프에 할당하게 된다. 이 경우 이들은 각각  $MIMI \alpha K_i$ 와  $MIMI(1-\alpha)K_i$  형태의 독립적인 대기시스템으로 볼 수 있게 되어, 그림 5의 전이도를 보이고  $P_n^1$ 를 신규 호의 평형상태 확률 분포,  $P_n^2$ 는 핸드오프 호의 평형상태 확률 분포라고 하면

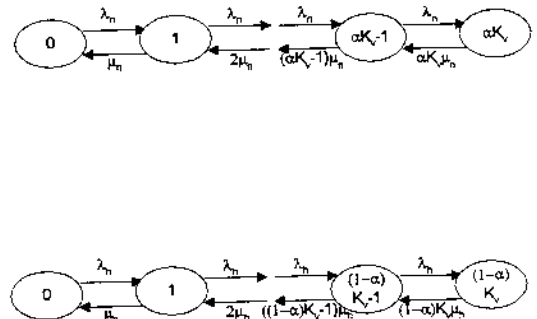


그림 5. 분할 정책하에서의 상태 전이도

$$P_i^n = \frac{a^n}{n!} \left( \sum_{i=0}^{aK} \frac{a^i}{i!} \right)^{-1}, P_i^h = \frac{b^n}{n!} \left( \sum_{i=0}^{(1-a)K} \frac{b^i}{i!} \right)^{-1}, \quad (5)$$

3.2.4 차단 우선 정책(cutoff priority)

핸드오프된 호의 경우에는 여유코드가 있으면 할당하고, 진행중인 전체 음성 호의 수가 제한된 값(cutoff value)을 넘으면 신규호는 절단되는 방식을 차단 우선 정책이라고 한다. 따라서 현재 진행중인 호가 몇 개인지가 중요한 변수가 된다. 또한 동시에 진입할 수 있는 전체 호의 개수에 대해서 가드 채널(guard channel)을 두어서(이 값을  $g$ 라고 하자) 이 값을 넘는 경우에는 신규 호는 진입이 중지되고 핸드오프된 호만 진입하는 방식이다. 따라서, 데이터의 상황을 고려하지 않는 경우에는  $K$ 개의 할당 가능한 코드가 존재하고,  $g$ 개의 코드가 이용될 때까지는 신규호와 핸드오프된 호가 진입 가능하며, 현재 사용하고 있는 코드의 수가  $g$ 를 넘는 경우에

는 핸드오프된 호만 진입이 가능하게 된다.

이 경우에는 그림 6의 전이도에서 짐작할 수 있듯이 간단한 형태의 평형상태 확률 분포가 얻어지지 않는다. 이에 따라 차단 우선 정책의 평형 상태 확률을 구하기 위해 선형 연립 방정식을 푸는 LU 분해법[8]을 이용할 수도 있지만 채널 수가 커지면 차원이 너무 커지므로 한계가 있다. 이 경우 Brandwajn (1979)에 의해 제시된 조건부 확률을 이용한 반복적인 알고리즘을 이용할 수 있다[부록 참조].

3.3 음성 트래픽의 분석

위의 네 가지 제어정책에 대해 음성 신규와 핸드오프 호의 평형 상태 확률을 구한 후 이를  $P_{ij}$ 라고 하면 차단우선 정책하에서의 음성 신규 호의 손실률(blocking probability)  $P_b^n$ 는

$$P_b^n = \sum_{i=0}^g \sum_{j=g-i}^{K-i} P_{ij} \quad (6)$$

와 같고 음성 핸드오프 호의 손실률  $P_b^h$ 는

$$P_b^h = \sum_{i=0}^g P_{i, K-i} \quad (7)$$

와 같을 것이다. 다른 정책하에서의 호 손실률도 유사하게 표현될 수 있다.

3.4 데이터 트래픽의 분석

(신규 음성호의 개수, 핸드오프 음성호의 개수, 데이터 패킷의 수)를 동시에 고려하여 3차원 마코프 모형을 분석할 수도 있으나 일반적으로 상태공간 크기의 폭증으로 인해 평형상태 확률의 계산이 매우 힘들어진다. 따

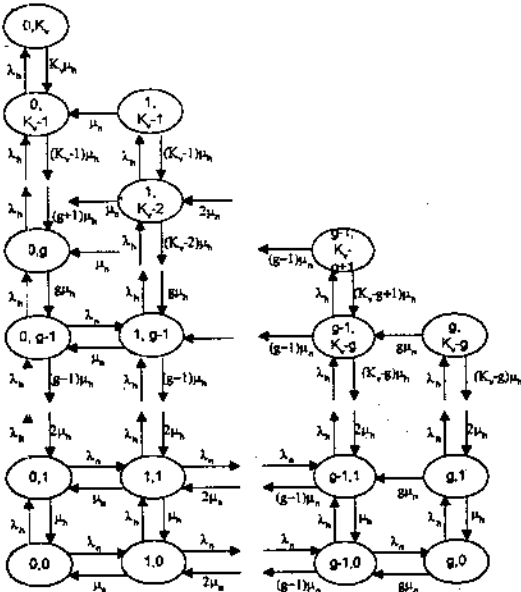


그림 6. 차단우선 정책 하에서의 상태 전이도



라서 분석이 가능하도록 단순화할 필요가 있는데 본 논문에서도 [19]에서와 같이 음성호의 개수가 주어진 상황에서 데이터 패킷에 대한 평형상태 확률을 구하는 방식으로 접근한다. 이것은 데이터 패킷이 음성 패킷에 대해 전혀 우선 순위를 갖지 못하므로, 음성 패킷의 서비스되는 개수에 의해 데이터 패킷 허용 상태가 결정된다는 사실과, 또한 음성 트래픽에 비해 데이터 트래픽이 상대적으로 비트율(bit rate)이 매우 높기 때문에 음성 트래픽의 상태가 변하기 전에도 데이터 트래픽은 이미 평형상태에 도달할 수 있을 것이라고 볼 수 있다는 사실 때문에 충분히 설득력 있는 접근 방법이라고 생각된다.

특정한 시간 슬롯에서 진행중인 음성 호의 개수를  $v$ (현재 진행중인 음성 신규 호와 핸드오프 호의 개수의 합)라고 하면, 이 조건하에서의 데이터 트래픽의 상태 방정식은 다음과 같이 나타낸다.

먼저  $v < K_d$  이고  $i < K_d - v$  일 때 균형방정식은 아래의 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\lambda_d + i\mu_d)P_i^d = \lambda_d P_{i-1}^d + (i+1)\mu_d P_{i+1}^d \quad (8)$$

또한,  $v < K_d$  이고  $i$ 가  $K_d - v \leq i < K_d - v + K - K_v$ 의 구간의 값을 가질 때 균형방정식은 아래의 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\lambda_d + (K_d - v)\mu_d + (i - K_d + v)\mu_Q)P_i^d = \lambda_d P_{i-1}^d + ((K_d - v)\mu_d + (i+1 - K_d + v)\mu_Q)P_{i+1}^d \quad (9)$$

또한,  $v < K_d$  이고  $i$ 가  $i = K_d - v + K - K_v$ 의 값을 가질 때 균형방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$((K_d - v)\mu_d + (i - K_d + v)\mu_Q)P_i^d = \lambda_d P_{i-1}^d \quad (10)$$

반면에  $v \geq K_d$  이고  $i$ 가  $i < K_d - v + K - K_v$ 의 구간의 값을 가질 때 균형방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\lambda_d + i\mu_Q)P_i^d = \lambda_d P_{i-1}^d + (i+1)\mu_Q P_{i+1}^d \quad (11)$$

마지막으로  $v \geq K_d$  이고  $i$ 가  $i = K_d - v + K - K_v$ 의 값을 가질 때 균형방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$i\mu_Q P_i^d = \lambda_d P_{i-1}^d \quad (12)$$

위의 균형방정식에서 데이터 패킷의 정상상태 확률분포  $P^d$ 는 MIMIC/K공식의 변형을 통해, 다음과 같이 구할 수 있다. 여기서,  $\rho$ 는  $\frac{\lambda}{\mu_d}$ 를 나타낸다.

$$P_i^d = \begin{cases} P_0^d \frac{\rho^i}{i!} & \text{for } v < K_d, i \leq K_d - v \\ P_0^d \frac{\rho^{K_d - v}}{(K_d - v)!} \cdot \left[ \frac{\lambda_d^{i - K_d + v}}{\prod_{n=1}^{i - K_d + v} [(K_d - v)\mu_d + n\mu_Q]} \right] & \text{for } v < K_d, K_d - v \leq i < K_d - v + K - K_v \\ \frac{\rho^{i - K_v} \rho^i}{i! \left[ \sum_{l=0}^i \frac{\rho^l}{l!} \right]^i} & \text{for } K_d < v < K_v, i \leq K_d - v + K - K_v \end{cases} \quad (13)$$

(21)에서,  $P_0^d$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$P_0^d = \left[ \sum_{i=0}^{K_d - v} \frac{\rho^i}{i!} + \sum_{i=K_d - v}^{K_d - v + K - K_v} \frac{\rho^{K_d - v}}{(K_d - v)!} \cdot \left[ \frac{\lambda_d^{i - K_d + v}}{\prod_{n=1}^{i - K_d + v} [(K_d - v)\mu_d + n\mu_Q]} \right] \right]^{-1} \quad (14)$$

### 3.5 혼합 트래픽의 분석

음성의 평형 상태 확률을 구한 다음 이 확률 값과 음성트래픽이 주어진 상황하에서의 조건부 데이터 확률의 값을 곱하여 위의 네 가지 정책에 대해서 각각의 공통 확률을 구한다. 이 값을 이용하여 데이터 패킷의 호 손율과 시스템 내부의 평균 패킷 갯수 등을 구하여 네 가지 정책의 성능을 비교해 볼 수 있다.

우선 앞에서 구한  $P_{i,j}$ 를 이용하여 평형 상태에서의 음성만의 확률분포  $P^v$ 를 구한다.

$$P_i^v = \begin{cases} \sum_{j=0}^i P_{j,i-j} & \text{for } i \leq g \\ \sum_{j=0}^g P_{j,i-j} & \text{for } g < i \leq K_v \end{cases} \quad (15)$$

여기서 구한  $P^v$ 와 앞에서 구한  $P^d$ 를 이용하여 데이터의 호 손율  $P_b^d$ 과 시스템 내부의 평균데이터 갯수  $E_d$ , 그리고 시스템 평균 체류시간  $E_s(T)$ 를 구한다. 즉 데이터의 호 손율  $P_b^d$ 는

$$P_b^d = \sum_{i=0}^{K_d-1} P_i^v \cdot P_{K-K_v+K_d-i}^d + \sum_{i=K_d}^{K_v} P_i^v \cdot P_{K-K_v}^d \quad (16)$$

시스템 내부의 평균데이터 갯수  $E_d$ 는

$$E_d = \sum_{i=0}^{K_d-1} \sum_{j=0}^{K-K_v+K_d-i} j P_{i,j}^v \cdot P_j^d + \sum_{i=K_d}^{K_v} \sum_{j=0}^{K-K_v} j P_{i,j}^v \cdot P_j^d \quad (17)$$

와 같이 계산될 수 있다.

시스템 내부의 평균데이터 갯수  $E_d$ 를 구한 후에 이 값을 데이터의 유효 도착률  $\lambda_e = (1 - P_b^d)\lambda_d$

로 나눌 경우에 다음과 같이 시스템 내에서의 데이터의 평균 체류시간  $W_d$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$W_d = \frac{E_d}{\lambda_e} \quad (18)$$

이때 데이터 패킷이 버퍼에서 대기하는 평균시간  $w_d$ 는 아래와 같을 것이다.

$$w_d = W_d - \frac{1}{\mu_d} \quad (19)$$

## 4. 호 제어 정책의 비교 분석

제시된 네 가지 제어정책 중에서 완전 공유 정책은 임계형식의 정책에서  $i$ 를  $K_v$ 와 같은 값으로 둘 경우와 같고, 또한 차단우선 정책에서  $g$ 를  $K_v$ 와 같은 값으로 둘 경우와 같으므로 이 두 가지 정책의 특수한 경우라고 볼 수 있다.

### 4.1 차단우선 정책에서의 음성 트래픽 분석

차단우선 정책에서  $\mu_v, \mu_s$ 를 1로 고정하고  $\lambda_v, \lambda_s$ 를 각각 (10, 40), (20, 30), (30, 20), 그리고 (40, 10)으로 변함에 따라서 채널의 개수와 호 손율간의 관계를 살펴본다.

그림 7을 보면  $g$ 의 값이 작아짐에 따라서, 신규 호에 할애되는 채널의 수가 작아지므로 신규호의 호 손율이 커지고, 핸드오프 호의 경우에는  $K_v - g$ 의 값이 커지므로 호 손율이 작아짐을 알 수 있다.

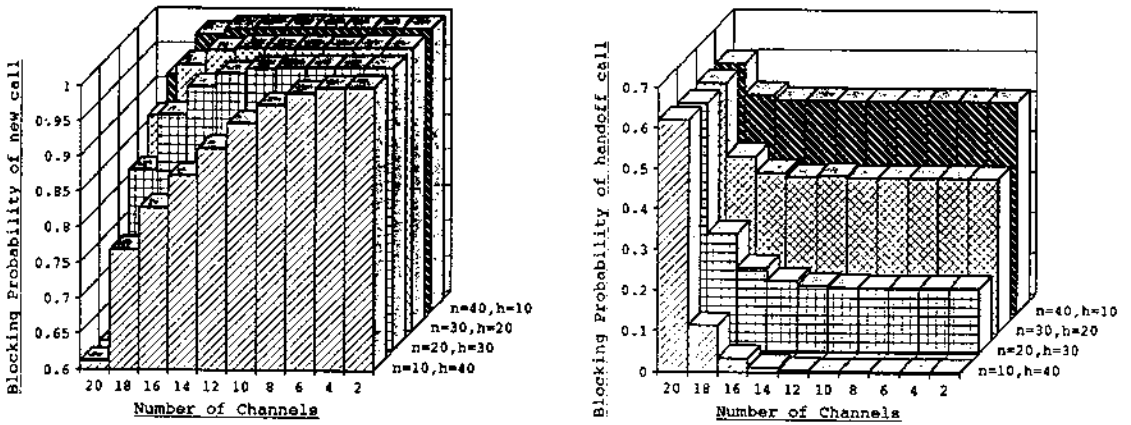


그림 7. 차단 우선 순위 정책에서의 음성 트래픽 분석

#### 4.2 음성 트래픽에서 네 가지 제어 정책 비교 분석

Jin et al.(1994)에 의하면 신규 호와 핸드오프 호의 도착률의 비율이 대략 4 : 1이라고 한다. 이러한 상황을  $\mu_n, \mu_h$ 를 1로 고정하고  $\lambda_n, \lambda_h$ 를 각각 40, 10으로 고정시키고 세 가지 정책을 채널의 개수가 변화에 따라서 호 손실간의 관계를 살펴본다.

그림 8과 같이 세 가지 정책을 비교한 결과 신규 호의 경우에는 완전 분할 정책이 더 낮은 손실을 가져오며, 핸드오프 호의 경우에는 차단 우선 정책에서 더 낮은 손실이 나타남을 볼 수 있다. 이것은 신규 호가 더 많이 발생하는데 완전 분할 정책은 할당된 채널을 모두 사용할 수 있는 반면에 차단 우선 정책은 할당된 채널을 공유하기 때문이다.

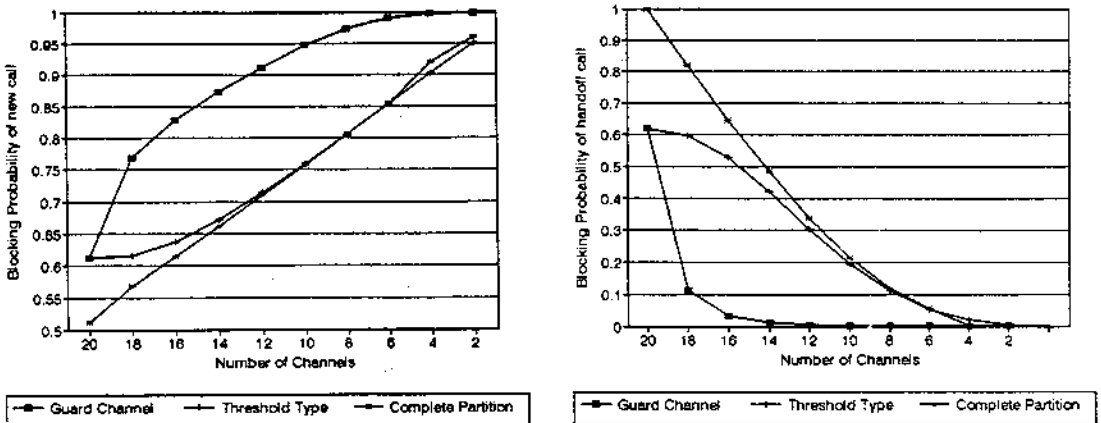


그림 8. 음성 트래픽에서 네 가지 제어 정책 비교 분석( $\lambda_n = 40, \lambda_h = 10$ )

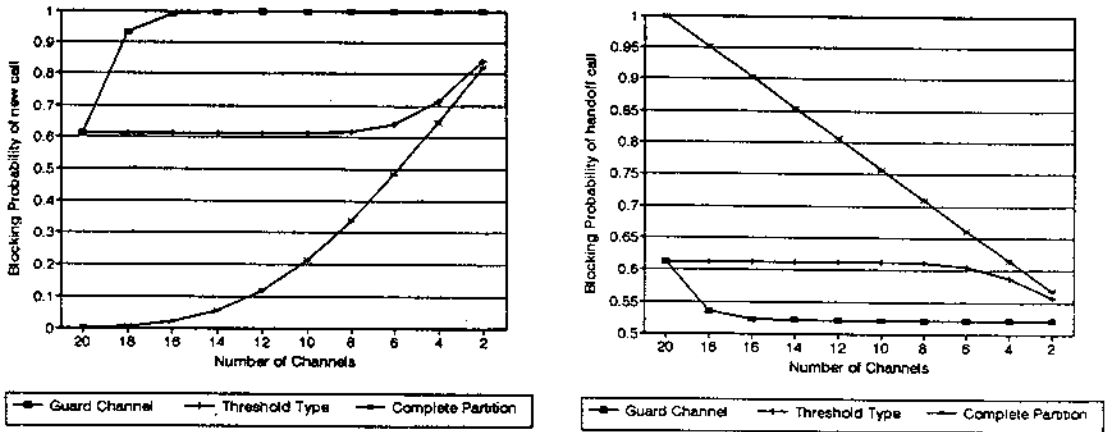


그림 9. 음성 트래픽에서 네 가지 제어 정책 비교 분석( $\lambda_n = 10, \lambda_h = 40$ )

그림 9는  $\mu_n, \mu_h$ 를 1로 고정하고, 신규 호와 핸드오프 호의 도착률의 비율을 1:4로 바꾸고 즉,  $\lambda_n, \lambda_h$ 를 각각 10, 40으로 고정시키고 살펴보았으며 이때에도 신규 호의 경우에는 완전 분할 정책이 더 낮은 호 손실을 가져오며, 핸드오프 호의 경우에는 차단 우선 정책에서 더 낮은 호 손실이 나타남을 볼 수 있다.

즉,  $\lambda_n, \lambda_h$ 가 각각 40, 10인 경우나  $\lambda_n, \lambda_h$ 가 10, 40인 경우 모두 차단 우선 정책이 핸드오프 호에 우선권을 준다는 점에서 권장할 만하다.

### 4.3 음성 트래픽에 기초한 데이터 트래픽 분석

음성 신규 호와 핸드오프 호의 평형상태

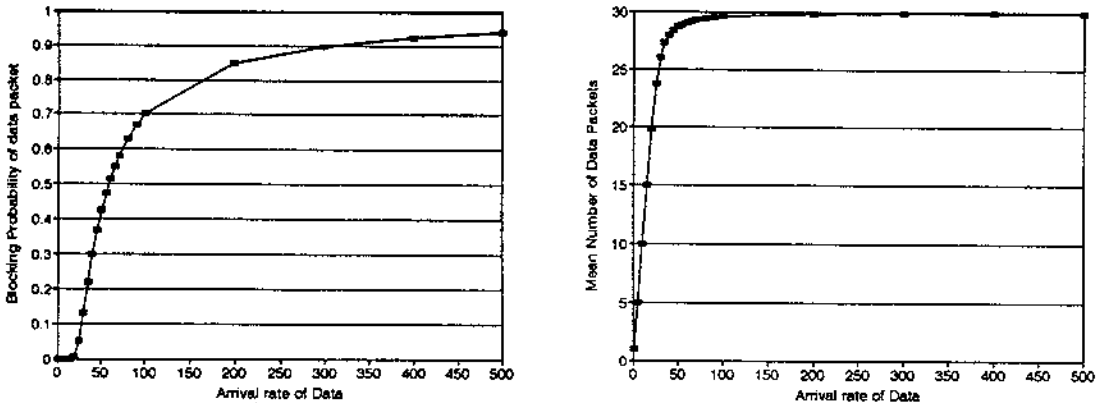


그림 10. 데이터 패킷의 도착률이 증가할 때의 데이터 호 손실률과 데이터 패킷의 수 분석

확률이 구하여졌을 때 이를 기초로 하여 음성과 데이터가 결합된 확률을 구하였다. 데이터의 도착률이 증가함에 따라 데이터 패킷의 호 손실률을 구하면 그림 10과 같고, 데이터의 도착률이 증가함에 따라 시스템내의 평균 데이터 개수가 증가하는 것을 알 수가 있다. 이 예제는 차단 정책을 사용하였을 때  $\mu_v$ ,  $\mu_d$ 를 1로 고정하고,  $\lambda_d$ 를 10으로 고정시키고  $\lambda_v$ 를 증가시킬 때의 상황이다.

#### 4.4 세 가지 정책 하에서의 데이터 트래픽 비교 분석

음성 신규 호와 핸드오프 호의 평형상태 확률이 구하여졌을 때 이를 기초로 하여 음성과 데이터가 결합된 확률을 구하였다. 그림 11을 보면 이에 따라 각 정책 하에서  $g$ 나  $t$  등의 값이 감소함에 따라서 데이터 패킷 호 손실이 각각 감소하는 것을 볼 수 있다. 따라서 시스템내부의 데이터 패킷의 수도 각각 증가하는 것을 볼 수 있다.  $g$ 나  $t$  등이 감소하면 그 남은 채널을 핸드오프 호가 이용하

고 난 다음 나머지를 데이터가 이용할 수 있기 때문이다. 그림 12의 경우를 보면 둘 다 완전 분할 정책이 가장 우수하며 차단 우선 정책이 그 다음으로 근사하며 임계형식의 정책은 가장 열세임을 알 수가 있다.

#### 4.5 통합된 호 손실에 따른 제어 정책 비교 분석

앞에서 구한 음성 신규 호, 핸드오프 호 그리고 데이터 패킷의 호 손실에 각각 가중치를 주었을 때 각각의 정책을 비교 분석한다.

그림 12의 좌측은 각각 가중치를 1:1:1로 주었을 때의 호 손실을 보여주며, 우측의 그림은 각각 가중치를 10:5:1로 주었을 때의 호 손실을 보여준다. 각각 가중치를 10:5:1로 준 이유는 앞에서 설명한 것처럼 음성 신규호가 핸드오프 호에 비해서 우선권을 가져야 하며, 음성이 데이터 패킷에 비해 더 우선권을 가져야 하기 때문이다. 보는 바와 같이 가중치를 1:1:1로 주었을 때보다 10:5:1로 주었을 경우에 차단우선 정책이 더 우위

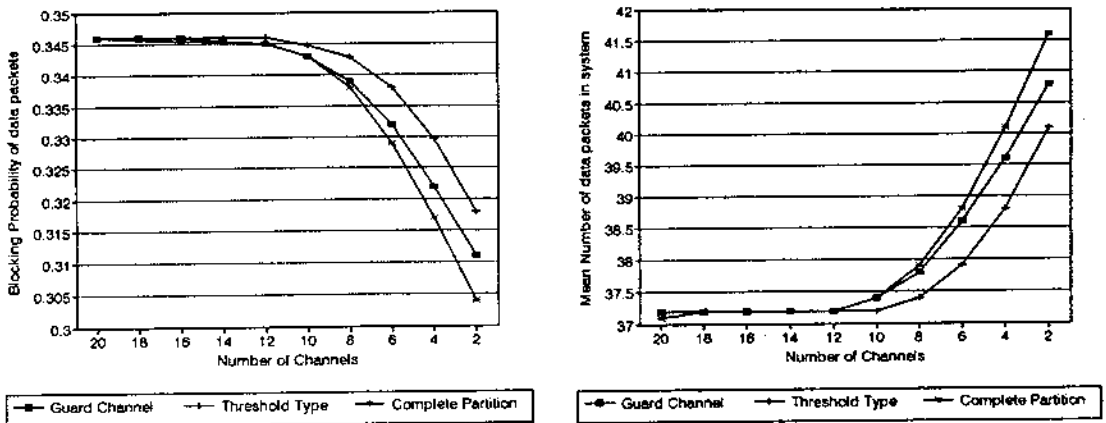
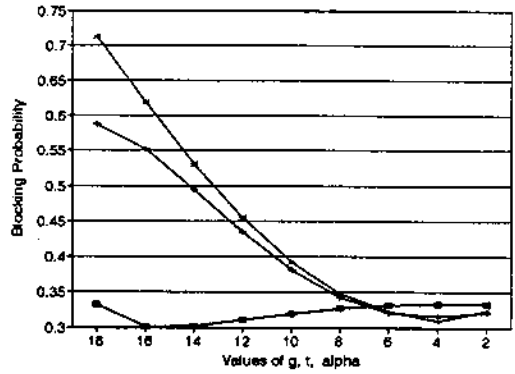
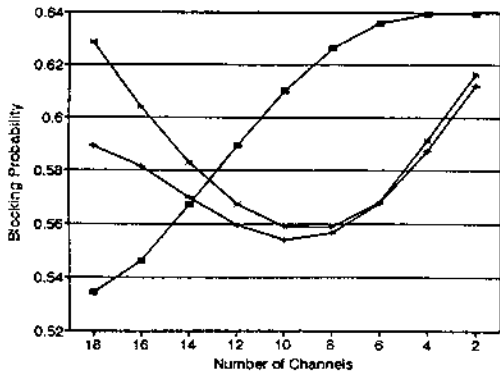


그림 11. 세 가지 정책 하에서 데이터 트래픽 호 손실과 데이터 패킷 수 비교 분석



Guard Channel    Threshold Type    Complete Partition

Guard Channel    Threshold Type    Complete Partition

그림 12. 음성 신규 호, 핸드오프 호 그리고 데이터 패킷의 호 손실에 각각 가중치 1:1:1로 주었을 때와 10:5:1로 주었을 때의 호 손실 비교 분석

를 나타내며, 신규 호와 핸드오프 호의 진입률 4:1을 고려하면 전체 채널 20개 중에서 20%인 4개까지 할당한다 하더라도 가중치가 1:1:1인 경우에도 차단우선 정책이 가장 효과적임을 알 수 있다.

### 5. 결론

본 연구에서는 음성과 데이터가 통합된 상황에서 신규 호와 핸드오프 호에 대해서 제어 정책들을 제시하고 이들을 마코프 체인으로 모델링 하여 평형 상태 확률을 구하는 방법을 제시하고 음성호의 조건에 따른 데이터 호의 평형 상태 확률을 구하여 다양한 성능 평가 척도를 구하였다. 음성에 대해서는 성능 평가 척도로서 호 손실을 구했고, 데이터에 대해서는 호 손실과 시스템 내 평균 데이터 패킷 수, 평균 체류 시간을 구하였다.

실험의 결과 차단우선 정책이 핸드오프 호에 우선권을 준다는 관점에서 가장 효과적임을 알 수 있었고 또한 차단우선 정책은 어느

한쪽이 채널을 이용하지 않을 때도 다른 쪽이 사용할 수 있도록 하는 공유 정책의 일종이라는 점에서도 가장 뛰어난 것을 알 수 있었다. 그러나 이는 반대급부를 수반하여 신규 호의 측면에서는 다른 제어 정책에 비해서 뒤떨어짐을 알 수 있었다. 즉 현재와 같이 신규 호와 핸드오프 호가 4:1의 비율을 유지할 때에는 신규 호의 측면에서는 완전 분할 정책이 조금 더 효과적임을 알 수 있었다. 데이터 호의 측면에서도 완전 분할 정책이 차단우선 정책에 비해 조금 더 효과적임을 알 수 있었으나 그 둘간의 차이는 임계형식과의 차이보다 훨씬 더 작았다. 그리고 세 가지 호 손실을 동시에 고려한 경우에도 차단우선 정책이 가장 효과적임을 알 수 있었다. 따라서 핸드오프 호에 우선권을 준다는 관점에서는 차단 우선 정책이 권장할 만 할 것이다.

본 연구는 CDMA 하에서 허용 가능한 데이터의 호 손실이 유지될 때의 적절한 버퍼의 크기를 구하는 데에도 이용될 수 있을 것이다. 추후 데이터 호에도 핸드오프를 고려

하여 모델링 하는 문제와 본 연구에서 제시된 원래의 3차원(음성 신규 호, 핸드오프 호, 데이터 호) 모형을 분석할 수 있는 기법에 관한 연구가 필요할 것이다.

#### 참 고 문 헌

- [1] A. Brandwajn, "An Iterative Solution of Two-Dimensional Birth and Death Processes", Operations Research, Vol. 27, No. 3, pp. 595-605, 1979
- [2] R. Guerin, "Queueing-Blocking System with Two Arrival Streams and Guard Channels", IEEE Trans. Commun. vol. 36, no. 2, pp.153-163, 1988.
- [3] G.W. Jin, K.W. Hong, M.H. Cho, C.H. Cho, H. Lee, "The Control Methods of radio channel for the CDMA cellular system", International Workshop on Multi-dimensional Mobile Communications, pp. 77-82, Nov. 1994
- [4] W. C. Y. Lee, Mobile Cellular Telecommunications Systems(2nd ed.), McGraw Hill, New York, 1995.
- [5] W. C. Y. Lee, Mobile Communications Design Fundamentals, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1993.
- [6] F.N. Pavlidou, "Two-Dimensional Traffic Models for Cellular Mobile Systems", IEEE Trans. Commun. vol. 42, pp.1505-1511, 1994.
- [7] K. Sriram, P. K. Varshney and J. G. Shantikumar, "Discrete-Time Analysis of Integrated Voice/Data Multiplexiers With and Without Speech Activity Detectors", IEEE J. Select. Areas Commun., vol. SAC-1, no. 6, Dec. 1983.
- [8] G. Strang, Linear algebra and its applications, Saunders College Publishing, 1988
- [9] C. Wang, "Performance Analysis of Cellular Mobile Communication Systems for Data Transmission", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 44, no 1, pp.172-179, Feb. 1995.
- [10] J. E. Wieselthier and A. Ephremides, "Fixed- and Movable- Boundary Channel Access Schemes for Integrated Voice/Data Wireless Networks", IEEE Trans. Commun., vol. 43, no. 1, pp.64-74, 1995.
- [11] G. Wu, K. Mukumoto and A. Fukuda, "An Integrated Voice and Data Transmission System with Idle Signal Multiple Access-Static Analysis", IEICE Trans. Commun., vol E76-B, no. 9, pp.1398-1407, 1993.
- [12] G. Wu, K. Mukumoto and A. Fukuda, "An Integrated Voice and Data Transmission System with Idle Signal Multiple Access-Dynamic Analysis", IEICE Trans. Commun., vol E76-B, no. 11, pp.1186-1192, 1993.
- [13] G. Wu, K. Mukumoto and A. Fukuda, "Analysis of an Integrated Voice and Data Transmission System Using Packet Reservation Multiple Access", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 43, no. 2, pp. 289-297, 1994.
- [14] G. Wu, K. Mukumoto and A. Fukuda,

“Integration of Voice and Data in Wireless Information Networks with Data Steal into Voice Multiple Access”, IEICE Trans. Commun., vol E77-B, no. 7, July 1994.

Data Traffic in CDMA Packet Radio Networks”, IEEE J. Select. Areas Commun., vol. 12, no. 4, pp.654-664, 1995.

[15] W.B. Yang, and E. Geraniotis, “Admission Policies for Integrated Voice and

96년 7월 최초 접수, 96년 10월 최종 수정

부 록

(1) 반복적인 알고리즘

2차원 마코프 체인의 정상상태 확률 분포를  $p(n_1, n_2)$ ,  $n_1 = 1, \dots, N_1$ ,  $n_2 = 1, \dots, N_2$ 라고 하고  $p_{n_1}(n_1)$ 를 첫번째 성분의 확률 변수 값이  $n_1$ 으로 주어졌을 때의 두번째 성분의 확률분포를 나타낸다고 하면,  $p(n_1, n_2)$ 는 다음을 만족할 것이다.

$$p(n_1, n_2) = p(n_1)p_{n_1}(n_2) \tag{1}$$

평형상태에서 첫 번째 성분에 조건을 주면 이차원 트래픽 모델이 일차원 트래픽 모델로 나타내어질 수 있고, 상태  $(n_1, n_2)$ 에서 각 성분에 해당하는 도착률과 서비스율을 각각  $\lambda_i(n_1, n_2)$ ,  $\mu_i(n_1, n_2)$ ,  $i = 1, 2$ 라고 하면 이때의 (조건부) 도착률  $k(n_1)$ 과 서비스율  $m(n_1)$ 은 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$k(n_1) = \sum_{n_2=0}^{N_2} p_{n_1}(n_2) \lambda_1(n_1, n_2), \quad n_1 = 0, \dots, N_1 - 1 \tag{2}$$

$$m(n_1) = \sum_{n_2=0}^{N_2} p_{n_1}(n_2) \mu_1(n_1, n_2), \quad n_1 = 1, \dots, N_1 \tag{3}$$

이들이 주어지면  $p(n_1)$ 은 다음과 같이 계산되는데, 여기서  $G$ 는 확률의 총합을 1로 정규화시키는 상수이다.

$$p(n_1) = (1/G) \prod_{i=1}^{n_1} k(i-1)/m(i), \quad n_1 = 0, \dots, N_1 \tag{4}$$

한편 원래의 이차원 트래픽 모델의 평형 상태 방정식은 일반화시키면 아래와 같이 나타내진다.

$$-[\lambda_1(n_1, n_2) + \lambda_2(n_1, n_2) + \mu_1(n_1, n_2) + \mu_2(n_1, n_2)] p(n_1, n_2)$$



$$\begin{aligned}
& + \lambda_2(n_1, n_2 - 1)p(n_1, n_2 - 1) + \mu_2(n_1, n_2 + 1)p(n_1, n_2 + 1) \\
& + \lambda_1(n_1 - 1, n_2)p(n_1 - 1, n_2) + \mu_1(n_1 + 1, n_2)p(n_1 + 1, n_2) = 0, \\
& n_1 = 0, \dots, N_1; n_2 = 0, \dots, N_2,
\end{aligned} \tag{5}$$

위의 평형 상태 방정식과 앞에서 구해진  $p(n_1)$ 을 결합시키면 아래와 같은 조건부 확률의 평형 상태 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
& -[\lambda_1(n_1, n_2) + \lambda_2(n_1, n_2) + \mu_1(n_1, n_2) + \mu_2(n_1, n_2)]p_{n_1}(n_2) \\
& + \lambda_2(n_1, n_2 - 1)p_{n_1}(n_2 - 1) + \mu_2(n_1, n_2 + 1)p_{n_1}(n_2 + 1) \\
& + m(n_1) \lambda_1(n_1 - 1, n_2)p_{n_1-1}(n_2) / l(n_1 - 1) \\
& + l(n_1) \mu_1(n_1 + 1, n_2)p_{n_1+1}(n_2) / m(n_1 + 1) = 0, \\
& n_1 = 0, \dots, N_1; n_2 = 0, \dots, N_2,
\end{aligned} \tag{6}$$

이를 구하기 위해서 아래의 식을 반복적으로 계산하여 연속적인 두 단계의 확률 오차 절대값의 최대치가 주어진 한계값을 넘지 않으면 계산을 멈춘다(여기서 윗 첨자는 반복 횟수를 나타낸다).

$$\begin{aligned}
& -[\lambda_1(n_1, n_2) + \lambda_2(n_1, n_2) + \mu_1(n_1, n_2) + \mu_2(n_1, n_2)]p_{n_1}^i(n_2) \\
& + \lambda_2(n_1, n_2 - 1)p_{n_1}^i(n_2 - 1) + \mu_2(n_1, n_2 + 1)p_{n_1}^i(n_2 + 1) \\
& + m^i(n_1) \lambda_1(n_1 - 1, n_2)p_{n_1-1}^i(n_2) / l^i(n_1 - 1) \\
& + l^i(n_1) \mu_1(n_1 + 1, n_2)p_{n_1+1}^i(n_2) / m^i(n_1 + 1) = 0, \\
& n_2 = 0, \dots, N_2; \sum_{n_2=0}^{N_2} p_{n_1}^i(n_2) = 1;
\end{aligned} \tag{7}$$

이렇게 구해진 확률분포는 매우 정확한 근사해라고 볼 수 있고  $\lim_{i \rightarrow \infty} p_{n_1}^i(n_2)$ 가 존재할 경우 이것은 정상상태분포의 유일성에 의해 당연히  $p_{n_1}(n_2)$ 이 될 것이다.

## (2) 항상 수렴하는 반복적인 알고리즘

여기에서 소개하는 방법은 정규화 상수를 쓰지 않는 방법이다. (8)식에 따라 먼저  $p(0, n_2)$ ,  $n_2 = 0, \dots, N_2$ 를 구하고  $p(1, n_2)$ 등으로 계속해서 구해 나간다. 이때 초기 확률 분포  $p^0(n_1, n_2)$ 는 임의로 정한다.  $i = 1, 2, \dots$ 로 계속해서 구해가다가 연속적인 두 단계사이의 확률 오차의 절대값중 최대치가 설정된 값보다 작아지면 즉 충분히 수렴했다고 보아 계산을 멈춘다. 이 방법은 복잡하지는 않는 대신 반복횟수가 더 많이 걸리나, 항상 수렴하는 것을 보일 수 있다.

$$\begin{aligned}
 p^i(n_1, n_2) = & 1 / \{1 + \rho[\lambda_1(n_1, n_2) + \lambda_2(n_1, n_2)]\} \cdot \{p^{i-1}(n_1, n_2)[1 - \rho[\mu_1(n_1, n_2) + \mu_2(n_1, n_2)]] \\
 & + \rho[\lambda_1(n_1 - 1, n_2)p^i(n_1 - 1, n_2) + \lambda_2(n_1, n_2 - 1)p^i(n_1, n_2 - 1) \\
 & + \mu_1(n_1 + 1, n_2)p^{i-1}(n_1 + 1, n_2) + \mu_2(n_1, n_2 + 1)p^{i-1}(n_1, n_2 + 1)]\}, \\
 & n_1 = 0, \dots, N_1; n_2 = 0, \dots, N_2,
 \end{aligned} \tag{8}$$

여기서  $\rho$ 는 양의 실수이며,  $\rho$ 의 값이 0에서  $1 / \max_{n_1, n_2} [\mu_1(n_1, n_2) + \mu_2(n_1, n_2)]$ 사이의 값을 가진다면 확률 값이 음으로 되는 경우가 발생하지 않고, 또한 자동적으로 확률의 합이 1로 정규화된대[1].