

불량률과 고장률을 통합한 마모공정의 보전모형

이도경

금오공과대학교 산업공학과

Maintenance Model for Wear-Out Process Integrated with the Percent Defective and the Failure Rate

Dou-Kyung Lee

Dept. of Industrial Eng., Kum-Oh National University of Tech.

Abstract

This paper deals with the problem of selecting optimal wear limit and initial process mean in a wear-out process. Consider a material removal processing machinery where 1) there are defective items by linear shift in the mean of the diameter of to be processed with varying process variance and 2) there can be any failure in the machine tools or to be processed. In the previous studies, the one is analyzed by 'Model of Producing Goods' in quality control area and the other, any failure, is analyzed by 'Model of Producing Services' in reliability area. We propose a new integrated maintenance model, considering the percent defective and the failure rate. A numerical example for the model is given.

1. 서론

일반적인 생산시스템에서는 제품생산이 진행되는 동안, 여러 형태의 열화현상들에 의하여 제품에서의 불량품발생과 함께 설비에서의 고장발생이 항상 병행하여 발생된다. 절삭공정의 경우, 열화현상은 가공공구의 마모(wear-out)와 휨(deflection)현상, 공구지지대와 치구등의 유격에 의한 떨림(chattering)현상 그리고 공구 혹은 작업물의 결함에 의한 고장(failure)현상의 형태로 구분되며, 이러한 열화현상이 시스템에 미치는 결과 및 관계는 다음과 같다.

- (1) 마모현상과 휨현상 -- 제품 특성치의 평균 변이
- (2) 떨림현상 ----- 제품 특성치의 산포 증가
- (3) 고장현상 ----- 제품 생산 중지

공정평균의 선형이동(linear trend or shift of the process mean)문제에 관한 지금까지의 연구들에서는 (1)의 마모현상과 휨현상, (2)의 떨림현상에 의한 공정분산에 대하여만 모델링하여 왔으며, 실제 생산시스템에서 동시에 발생하는 위의 열화현상들 중 (3)의 고장현상은 전혀 고려되지 않고 있다. 또한, (2)의 공정분산에 대하여도 마모수준에 의한 관계함수의 유도 없이 고정된 상수나 일반함수로 가정하여 왔다.

품질관리 분야에서 생산진행이나 마모로 인한 공정평균의 선형이동문제는 Manuele(1945)에 의하여 처음으로 제기되었다. 그는 보전시기의 설정에 있어서 가공 완료된 제품들의 특성치로써 \bar{X} -관리도를 이용하는 방법을 제시하였다. Gibra(1967)는 한쪽 규격만 주어진 경우에 대하여 단위 양품에 대한 전체비용을 최소화하는 최적 예방보전주기를 제품의 생산개수로 나타내었다. Kamat(1976)은 연속적인 가공 즉, 시간의 경과에 따라 공정평균의 특성이 선형으로 변화한다고 가정하고 가공되는 제품특성치의 평균은 가공공구의 변화량 만큼 이동하는 경우에 대하여 가공공구의 보전주기를 결정하였다. Golhar(1987)와 같은 Canning Problem의 연구들에서는 대상 시스템의 특성상 고장현상은 고려하지 않고, 공정평균의 선형이동문제에 초과재료비, 재가공비용 그리고 가격할인등과 같은 많은 비용항목을 설정 전개함으로써 위의 (1), (2)의 열화현상에 대하여 실제 시스템을 보다 반영한 연구들이 발표되고 있다. 이들 연구들은 대부분 사용시간 혹은 생산개수, 마모수준)에 관계없이 공정분산이 항상 일정한 값을 취한다고 가정하였으나, Sule과 Harmon(1979), Arcelus외(1982)등은 이러한 가정을 완화하여 증가하는 일반함수로 설정하였으며, Lee(1994)는 절삭공정에서 공정분산의 변이를 Pandit(1983)의 실측자료를 분석하여 마모수준에 대한 공정분산의 관계함수식을 도출하였다.

본 연구의 절삭과 같은 마모공정에서는 위의 연구들에서 전개되어온 (1), (2)의 현상에 가공공구나 피가공물에 포함된 불순물등에 의하여 발생하는 고장률 개념의 결합이 필요하게 된다. 고장률에 관한 대부분의 연구들이 충격모델에 적용시켜온 연속 마모(continuous wear-out)모델에 대하여, Giglmayr(1987)는 시간과 함께 마모수준에 의한 고장률을 동시에 선정하여 기회모델에 적용하였다. 이러한 보전시기의 기준에 대하여, Park(1988)은 마모수준이 항상 관측 가능한 경우, 시간에 의한 수명교환정책은 이와 동일 형태의 마모에 의한 마모교환정책으로 전환가능함을 보였으며, 본연구에서의 고장률에 대한 보전정책은 이 마모교환정책을 적용한다. 마모수준이 항상 관측 가능할 때, 마모에 의한 보전시기의 기준은 시간에 의한 경우에 비하여 보다 직접적인 방법이며, 현장에서 가동시간을 매번 기록하지 않는 보편적인 상황을 고려할 때 더욱 타당성을 갖게 된다.

본 연구의 목적은 위의 마모공정과 같은 생산설비에 대하여, 제품에서의 불량률과

관련된 공정분산의 관계함수식의 도입하고 이와 함께 설비에서의 고장률을 통합하여 고려함으로써 기존의 연구들에 비하여 보다 확장된 보전모형을 제시에 있다. 그러므로 Canning Problem에서와 같은 상세한 비용항목의 설정은 생략한다. 결정변수는 전체비용을 최소화하는 공구의 최적 마모한계와 이와 연관된 공구의 초기위치이며, 정비정책은 수명교환모델의 변형인 마모교환모델을 적용하였다. 의사결정 기준은 단위 마모당 총가변비용을 최소화하는 것이다.

2. 가정 및 기호 설명

2.1 가 정

- (1) 가공공구의 마모는 연속적인 관측이 가능하다.
- (2) 단위 마모당 제품 생산수는 일정하다.
- (3) 제품의 특성치는 마모수준에 의한 정규분포를 취한다.
- (4) 생산비용은 공정평균과 공정분산의 변화에 따른 불량품의 발생 비용으로 한다.
- (5) 공구의 교환은 즉시 시행된다.

2.2 기호 설명

S_L, S_U	제품에 대한 규격하한 및 상한
α, β	마모에 대한 공정분산함수 $\sigma^2(w)$ 의 척도 모수, 형상 모수
K	단위 마모당 제품 생산갯수
C_d	단위 불량품에 의한 손실비용
C_R, C_F	공구의 예방보전비용, 고장보전비용 ($C_F > C_R$)
μ_1	보전시 공구의 초기위치
W	제품생산에 소요된 총마모수준
W_m	단위 공구의 마모한계
w	예방 및 고장에 의한 보전 후 공구의 마모수준 ($0 < w \leq W_m$)
$N_R(W), N_F(W)$	W 까지의 예방교환회수, 고장교환회수
X_w	임의 마모수준 w 에서의 제품의 특성치
$\mu(w), \sigma^2(w)$	w 에서의 공정평균, 공정분산
$P(w)$	w 에서 가공 완료된 제품불량률
$f(w)$	w 에서의 고장밀도함수

$F(w), \bar{F}(w)$	w 에서의 고장분포함수, 신뢰도함수 $(1-F(w))$
$C_T(W_m, W)$	W_m 하에서의 $[0, W]$ 총구간의 장기총평균비용
$CR_T(W_m)$	단위 마모당 장기총평균비용, $\lim_{W \rightarrow \infty} C_T(W_m, W)/W$

3. 보전모형

임의 총마모수준 W 까지, 고장에 의한 교환회수를 $N_F(W)$, 예방교환 회수를 $N_R(W)$ 라고 하면, 마모한계를 W_m 으로 하는 총마모수준 W 까지의 고장 및 예방교환비용에 의한 장기평균보전비용 $C_M(W_m, W)$ 는 다음과 같다.

$$C_M(W_m, W) = C_R E[N_R(W)] + C_F E[N_F(W)]$$

마모한계 W_m 하에서의 단위 가공공구당 평균마모량 $L(W_m)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L(W_m) &= \int_0^{W_m} wf(w) dw + W_m \int_{W_m}^{\infty} f(w) dw \\ &= \int_0^{W_m} \bar{F}(w) dw \end{aligned}$$

$[0, W]$ 동안의 전체 보전회수의 기대값과 개별 예방보전회수 및 고장보전회수의 기대값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[N_R(W) + N_F(W)] &= W / L(W_m) \\ E[N_R(W)] &= \bar{F}(W_m) E[N_R(W) + N_F(W)] = \bar{F}(W_m) W / L(W_m) \\ E[N_F(W)] &= F(W_m) E[N_R(W) + N_F(W)] = F(W_m) W / L(W_m) \end{aligned}$$

위의 결과에 의하여, 장기평균보전비용은 다음과 같다.

$$C_M(W_m, W) = W [C_R \bar{F}(W_m) + C_F F(W_m)] / \int_0^{W_m} \bar{F}(w) dw \quad (1)$$

$[0, W]$ 의 장기평균불량비용 $C_D(W_m, W)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_D(W_m, W) &= [0, W]의 예방교환에서의 불량품 발생비용 C_{DR}(W_m, W) \\ &+ [0, W]의 고장교환에서의 불량품 발생비용 C_{DF}(W_m, W) \end{aligned}$$

마모수준에 따른 불량률은 Lee(1994)의 함수를 이용하며, 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X_w &= \mu(w) + \varepsilon_w \\ \mu(w) &= \mu_I + w \\ \varepsilon_w &\sim N(0, \sigma_0^2 + \alpha w^\beta), \quad (\text{단, } \alpha \geq 0, 0 \leq \beta \leq 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(w) &= 1 - P_r\{S_L \leq X_w \leq S_U\} \\ &= 1 - \int_{S_L}^{S_U} \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)}^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{(X_w - (\mu_I + w))^2}{2(\sigma_0^2 + \alpha w^\beta)}\right] dX_w \end{aligned}$$

$[0, w]$ 동안 생산된 제품들의 평균불량률은 $\frac{1}{w} \int_0^w P(u) du$ 로 부터, $[0, W_m]$ 의 1회 예방보전 마모구간의 평균불량률은 $\frac{1}{W_m} \int_0^{W_m} P(w) dw$ 이며, $[0, W_m]$ 동안 생산 제품수는 KW_m 이므로, $[0, W]$ 의 총마모구간의 예방보전구간 동안의 불량품 발생비용 $C_{DR}(W_m, W)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_{DR}(W_m, W) &= C_d KW_m \left(\frac{1}{W_m} \int_0^{W_m} P(w) dw \right) E[N_R(W)] \\ &= \frac{C_d KW \bar{F}(W_m)}{\int_0^{W_m} \bar{F}(w) dw} \int_0^{W_m} P(w) dw \end{aligned} \quad (2)$$

1회 고장보전 마모구간의 평균생산제품수는 $\frac{1}{F(W_m)} \int_0^{W_m} Kw dF(w)$, 평균불량품 수는 $\frac{1}{F(W_m)} \int_0^{W_m} \left(\int_0^u K P(u) du \right) dF(w)$ 로 부터, $[0, W]$ 의 총마모구간의 고장보전구간 동안의 불량품 발생비용 $C_{DF}(W_m, W)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 C_{DF}(W_m, W) &= C_d K \int_0^{W_m} \frac{1}{wF(W_m)} \left(\int_0^w P(u) du \right) dF(w) E[N_F(W)] \\
 &= \frac{C_d KW}{\int_0^{W_m} \bar{F}(w) dw} \int_0^{W_m} \left(\int_0^w P(u) du \right) dF(w) \quad (3)
 \end{aligned}$$

위의 식 (2)와 식 (3)으로 부터, $[0, W]$ 의 장기평균불량비용은 다음과 같다.

$$C_D(W_m, W) = \frac{C_d KW}{\int_0^{W_m} \bar{F}(w) dw} \left\{ \bar{F}(W_m) \int_0^{W_m} P(w) dw + \int_0^{W_m} \left(\int_0^w P(u) du \right) dF(w) \right\} \quad (4)$$

그러므로 식 (1), 식 (4)로부터 W_m 하에서의 $[0, W]$ 구간의 장기총평균비용과 단위 마모당 장기총평균비용 즉, 장기총평균비용을 $CR_T(W_m)$ 은 다음과 같다. 이 장기총평균비용을 $CR_T(W_m)$ 을 최소로 하는 W_m 이 최적마모한계 W_m^o 이다.

$$C_T(W_m, W) = C_M(W_m, W) + C_D(W_m, W)$$

$$CR_T(W_m) = \lim_{W \rightarrow \infty} C_T(W_m, W) / W$$

$$\begin{aligned}
 &= \left\{ C_R \bar{F}(W_m) + C_F F(W_m) \right\} / \int_0^{W_m} \bar{F}(w) dw \\
 &+ \frac{C_d K}{\int_0^{W_m} \bar{F}(w) dw} \left\{ \bar{F}(W_m) \int_0^{W_m} P(w) dw + \int_0^{W_m} \left(\int_0^w P(u) du \right) dF(w) \right\}
 \end{aligned}$$

$$\text{단, } P(u) = 1 - \Phi \left[\frac{S_U - (\mu_I + u)}{(\sigma_0^2 + \alpha u^\beta)^{1/2}} \right] + \Phi \left[\frac{S_L - (\mu_I + u)}{(\sigma_0^2 + \alpha u^\beta)^{1/2}} \right]$$

위의 $CR_T(W_m)$ 을 구성하는 여러 모수들 중에서, Schneider외(1988)와 같이 보전 후 공구의 초기위치 μ_I 를 일반적인 가공목포치 $(S_L + S_U)/2$ 로 하지않고, 그 이하의 값을 취하는 변수로 설정함으로써 목적식을 보다 최소화할 수 있다. 그러나 W_m 과 μ_I 는 서로 독립이 아니며, 또한 $CR_T(W_m)$ 은 정규분포를 포함한 삼중적분과 상

수가 아닌 공정분산등으로 인하여, $CR_T(W_m)$ 이 W_m 에 대한 단봉함수임을 증명하기는 매우 곤란하다. 그러나 $CR_T(W_m)$ 을 구성하는 두 항목중 첫번째 항은 단위마모당 장기평균보전비용이므로 W_m 에 대하여 예방보전비용 C_R 과 고장보전비용 C_F 사이에서 절속관계가 발생한다. 그리고 $CR_T(W_m)$ 의 두번째 항인 단위마모당 장기평균 불량비용도 비감소의 일반적인 고장률하에서 마모한계 W_m 의 증가로 인하여 공정평균이 가공목표치에 도달까지는 감소하며 이후부터는 증가하므로 $CR_T(W_m)$ 이 W_m 에 대한 단봉함수임은 분명하다. 목적식이 단봉함수임을 이용하여, W_m 과 μ_I 을 서로 독립으로 간주하고 이들 결정변수들의 최적해 W_m^0 와 μ_I^0 에 대하여 탐색방법을 적용할 수 있다. 아래의 예제에서는 목적식 $CR_T(W_m)$ 가 단봉함수인지를 살펴보기 위하여 W_m 의 의미있는 구간에 대하여 탐색방법들중 열거법을 사용하였다.

4. 수치예제

가공목표치가 외부직경3000 μm 의 선삭작업(turning)에서 허용공차가 상,하한에 각각 30 μm 씩 설정되어 있는 경우에 대하여, 공구의 최적 마모한계와 최적 초기위치를 선정한다. 설비의 고장형태는 고장률이 마모수준에 대하여 선형으로 증가하는 Rayleigh 분포($f(w) = 2\lambda w e^{-\lambda w^2}$)를 적용한다. 실제 상황에서는 피가공물 속에 포함된 불순물에 의해 공구가 파손되는 경우, 마모수준이 높아서 기계적으로 많이 열화된 공구는 상대적으로 마모수준이 낮은 공구에 비하여 고장률 확률이 높은 경우가 이에 해당되며, 기타 기호들의 값은 < Table 1 >과 같다.

열거법에 의한 최적 마모한계는 $W_m^0 = 21 \mu\text{m}$ 이며, 보전후 공구의 최적 초기위치는 $\mu_I^0 = 2988.4 \mu\text{m}$ 이다. 최적 마모한계 주변에서의 μ_I , $P(W_m)$, $CR_T(W_m)$ 의 값들을 < Table 2 >에 나타내었다. 그리고 단위 마모당 고장발생률 λ 의 증가에 대한, 마모한계와 μ_I 그리고 $CR_T(W_m)$ 의 관계를 < Table 3 >에 나타내었다.

< Table 1 > Value of Parameters

Parameter	Value
S_L	2970 μm
S_U	3030 μm
α	4
β	0.7
σ_0^2	50
C_d	120,000 ₩
C_R	50,000 ₩
C_F	200,000 ₩
λ	0.0005 / μm
K	1 unit/ μm

< Table 2 > Results of the Example for Example

W_m	μ_I	$P(W_m)$	$CR_T(W_m)$
09	2994.8	0.000700	6,328.529
10	2994.2	0.000919	5,861.363
11	2993.6	0.000352	5,496.262
12	2993.1	0.001581	5,208.173
13	2992.5	0.001998	4,979.862
14	2992.0	0.002587	4,799.128
15	2991.4	0.003198	4,657.106
16	2990.9	0.004051	4,547.278
17	2990.4	0.005078	4,464.789
18	2989.9	0.006302	4,405.964
19	2989.4	0.007748	4,368.021
20	2988.9	0.009443	4,348.863
* 21	2988.4	0.011413	4,346.919
22	2987.9	0.013685	4,361.035
23	2987.4	0.016289	4,390.394
24	2987.0	0.019769	4,434.429
25	2986.5	0.023191	4,492.644
26	2986.0	0.027035	4,565.026
27	2985.6	0.032088	4,651.247
28	2985.2	0.037809	4,751.534
29	2984.7	0.043263	4,865.925
30	2984.3	0.050327	4,994.413
31	2983.9	0.058173	5,137.297
32	2983.5	0.066832	5,294.742

〈 Table 3 〉 Long-Run Total Average Cost Rate $CR_T(W_m)$
as a Function of W_m and μ_I with λ

W_m	$\lambda=0.0007$		$\lambda=0.0009$		$\lambda=0.00011$		$\lambda=0.00013$	
	μ_I	$CR_T(W_m)$	μ_I	$CR_T(W_m)$	μ_I	$CR_T(W_m)$	μ_I	$CR_T(W_m)$
09	2994.8	6624.2	2994.8	6918.4	2994.8	7211.2	2994.8	7502.7
10	2994.2	6188.7	2994.2	6514.2	2994.3	6837.7	2994.3	7159.3
11	2993.7	5855.0	2993.7	6211.2	2993.7	6564.8	2993.7	6915.8
12	2993.1	5597.9	2993.1	5984.2	2993.1	6367.3	2993.2	6747.1
13	2992.5	5400.1	2992.6	6816.1	2992.6	6227.9	2992.6	6635.6
14	2992.0	5249.4	2992.0	5694.4	2992.1	6134.3	2992.1	6568.9
15	2991.5	5136.9	2991.5	5610.3	2991.5	6077.3	2991.6	6538.0
16	2990.9	5056.1	2991.0	5557.0	2991.0	6050.3	2991.1	6536.1
17	2990.4	5001.9	2990.5	5529.7	2990.5	6048.4	2990.6	6558.1
18	2989.9	4970.8	2990.0	5524.6	2990.0	6067.7	2990.1	6600.1
19	2989.4	4959.8	2989.5	5538.7	2989.6	6105.0	2986.6	6659.0
20	2988.9	4966.8	2989.0	5569.8	2989.1	6158.3	2989.2	6732.5
21	2988.5	4990.2	2988.6	5616.3	2988.7	6225.8	2988.8	6818.9
22	2988.0	5028.7	2988.1	5676.8	2988.2	6305.9	2988.3	6916.3
23	2987.5	5081.5	2987.7	5750.4	2987.8	6397.6	2987.9	7023.9
24	2987.1	5147.8	2987.2	5836.1	2987.4	6500.1	2987.5	7140.7
25	1986.7	5227.2	2986.8	5933.5	2987.0	6612.7	2987.1	7265.8
26	2986.2	5319.2	2986.4	6042.1	2986.6	6734.8	2986.7	7398.6
27	2985.8	5423.9	2986.0	6161.6	2986.2	6866.0	2986.4	7538.6
28	2985.4	5540.9	2985.6	6291.7	2985.8	7005.8	2986.0	7685.1
29	2985.0	5670.3	2985.2	6432.2	2985.4	7154.0	2985.7	7837.9
30	2984.6	5810.0	2984.8	6583.0	2985.1	7310.1	2985.3	7996.3
31	2984.2	5965.9	2984.5	6743.6	2984.7	7473.9	2985.0	8160.0

5. 결론

본 연구에서는 절삭공정에서 마모수준에 대한 긍정분산함수를 설정한 제품의 불량률과 설비의 고정률을 동시에 고려한 보전모델을 제시하였다. 장기총평균비용률이 마모한계에 대한 단봉함수임을 증명하지는 못하였으나, 수치예제들(〈 Table 2 〉, 〈 Table 3 〉)에서는 생략된 ($1 \leq W_m \leq 50$)의 구간포함)을 통하여 이를 확인할 수 있다.

그리고 감도분석을 통하여 λ 를 0.0007, 0.0009, 0.0011, 0.0013등으로 증가시키면

(W_m^0 , μ_I^0)는 각기 (19, 2989.4), (18, 2990.0), (17, 2990.5), (16, 2991.1)이 되어, 단위 마모당 고장률이 높을수록 예방교환의 빈도는 증가하며 이에 따라 공구의 최적 초기위치 μ_I^0 는 점차 목표값(3,000 μ m)에 접근하게 됨도 확인 가능하였다.

본 연구에 이어 비용항목의 설정, 마모수준이 검사에 의해서만 알수 있는 경우 그리고 대응특성에 의한 간접측정 경우등이 추후 집중 가능할 것으로 생각된다.

참고문헌

- [1] Arcelus, F. J., Banerjee, P. K., and Chandra, R.(1982), "Optimal Production Run for a Normally Distributed Quality Characteristics Exhibiting Non-Negative Shifts in Process Mean and Variance," *IIE Transactions*, Vol. 14, pp. 90-98.
- [2] Gibra, I. N.(1967), "Optimal Control Processes Subject to Linear Trends,"*The Journal of Industrial Engineering*, Vol. 18, pp. 35-41.
- [3] Giglmayr, J., "An Age-Wear Dependent Model of Failure," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 36, pp. 581-585.
- [4] Golhar, D. Y.(1987), "Determination of the Best Mean Contents for a Canning Problem,"*Journal of Quality Technology*, Vol. 19, pp. 82-84.
- [5] Kamat, S. J.(1976), "A Smoothed Bayes Control of a Variable Quality Characteristic with Linear Shift,"*Journal of Quality Technology*, Vol. 8, pp. 98-104.
- [6] Lee, Dou-Kyung(1994), "Determination of Wear Limit and the Initial Setting Position of Tool for a Machining Process,"*J. of the Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, Vol. 17, pp. 91-98.
- [7] Manuele, J.(1945), "Control Chart for Determining Tool Wear," *Industrial Quality Control*, Vol. 1, pp. 7-10.
- [8] Park, K. S.(1988), "Optimal Wear-Limit Replacement with Wear Dependent Failures," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 37, pp. 293-294.
- [9] Quesenberry, C. P.(1988), "An SPG Approach to Compensating a Tool-Wear Process," *Journal of Quality Technology*, Vol. 20, pp. 220-229.
- [10] Schneider, H., Colm O'Conneide, and Tang, K.(1988), "Optimal Production Process Subject to AOQL Constraint," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 35, pp. 383-396.
- [11] Sule, D. R. and Harmon, B.(1979), "Determination of Cordinated Maintenance Scheduling Frequencies for a Group of Machines," *AIIE Transactions*, Vol. 11, pp. 48-53.