⊠ 연구논문

대수정규분포와 간헐적 검사하에서 가속수명시험방식의 설계

서순근
동아대학교 공과대학 산업공학과
조호성
대유공업전문대학 공업경영학과

Design of Accelerated Life Test Plans for the Lognormal Failure Distribution under Intermittent Inspection

Sun-Keun Seo
Dept. of Industrial Engineering, Dong-Ah University
Ho-Sung Cho
Dept. of Industrial Engineering, Dae Yeu Technical Junior College

Abstract

This paper presents the optimal and practical constant-stress accelerated life test plans for the lognormal lifetime distribution under assumptions of intermittent inspection and Type- I censoring.

In an optimal plan, the low stress level and the proportions of test units allocated at each stress are determined under given inspection scheme and number of inspections such that the asymptotic variance of the maximum likelihood estimator of a certain quantile at use condition is minimized. Although the practical plan adopts the same design criterion, it involves three rather than two overstress levels in order to compromise the practical deficiencies of the optimal plan.

Computational experiments are conducted to choose an allocation plan and a inspection scheme of the practical plan and to compare with test plans over a range of parameter values.

* 이 논문은 1994년도 동아대학교 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음.

1. 서론

1.1 연구의 배경

제품이나 부품의 신뢰성 평가를 위해서 실시되는 수명시험은 시험 종결방법, 고장 관찰방법(검사방법), 스트레스의 가속의 유무 등에 따라 여러 형태를 갖게 된다. 우선 시험 종결방법에는 제 1종과 제 2종 종결방법(Type I censoring and Type II censoring, 정시종결과 정수종결)이 있다. 주어진 갯수의 시료(test unit)에 대한 수명시험에서, 전자의 경우는 미리 정해진 시각에 시험을 종결하지만, 후자의 경우는 미리 정해진 갯수만큼 고장이 나는 순간에 시험을 종결한다. 고장 관찰방법은 연속검사와 간헐적(intermittent)검사의 두가지로 나눌 수 있다[Meeker, 1986]. 연속검사에서는 시료의 상태를 연속적으로 관찰하여 정확한 고장시각을 기록하게 되며, 간헐적 검사의 경우에는 일정한 시각마다 검사를 행하여 어떤 구간에서 몇 개의 고장이 발생했는가를 기록하게 된다. 간헐적 검사는 시험에 소요되는 노력 및 비용을 줄일 수 있으며 관리에 편리하다는 이점이 있다. 끝으로 수명시험은 제품 또는 부품의 사용조건(use condition)에서 수행되기도 하며, 또한 사용조건보다 좀 더 가혹한 상태(overstress condition)에서 수행되기도 하는데, 후자를 가속수명시험(accelerated life test,이하 ALT)이라 부른다[5, 14].

현대의 장비나 부품과 같이 일반적으로 높은 신뢰도를 갖는 시료에 대해서는 가속수명시험이 거의 필수적으로 사용되며 가속수명시험이 적용되는 재료와 제품은 다음과 같이 다양하다[Nelson, 1990]. 주요 재료로는 금속, 플라스틱, 유전체, 절연재와 단열재, 세라믹, 접착재료, 고무와 탄성체, 의약품과 숙성 식료품, 윤활제, 콘크리트 및 시멘트가 있으며 제품으로는 전자제품을 중심으로 반도체, 회로기판, 축전기, 저항기, 전지, 램프, 베어링 등에 이용되고 있다.

요즈음 들어서 활용도가 더욱 더 높아지고 있는 가속수명시험에서는 시험자료의 통계적 분석과 시험의 설계에 관한 연구가 주로 요망된다. 즉 모든 수명시험은 경제성과 통계적 효율성을 고려하여 적절히 "설계"되어야 한다. 예를 들어 가속수명시험에서 몇 개의 스트레스를 어디에서 잡을 것인가, 각 스트레스 수준에 어떤 비율로 시료를 할당할 것인가, 시험기간은 얼마가 적절할 것인가 등의 문제는 시험 수행에 앞서 미리 정해져야 한다. 수명시험의 설계에 대한 연구중 사용조건하에서 수행되는 것은 학문적으로 어느 정도 확립되어 있으나[Lawless, 1982], 가속수명시험에 대한 연구는 그렇지 못한 실정이다. 또한, 이런 (가속)수명시험에서 발생되는 자료(lifetime data, failure time data)는 다른 자료와는 달리 정규분포를 따르지 않고 Weibull, 지수, 대수정규분포 등을 따른다.

또한, 지금까지는 연속검사에 의한 가속수명시험의 설계와 자료분석에 대한 연구가 주로 진행되어 왔다. 간헐적 검사는 노력의 절감뿐 아니라 관리의 편리함 때문에 수명시험에 자주 이용되는 방법이다. 또한 고장이나 성능저하가 서서히 진행되는 제품에 대해서는 거의 유일한 검사방식이기도 하다[19, 21].

따라서 본 연구는 수명이 대수정규분포를 따르며 스트레스와 모수의 관계가 선형일 때 간헐적 검사(연속검사 포함)와 정시종결하에서의 최적 및 이의 약점을 보완한 실용적 가속수명시험방식을 설계하고자 한다.

1.2 관련 연구 동향

가속수명시험에서 각 시험단위에 스트레스를 가하는 방법에는 크게 두가지가 있다. 즉, 스트레스를 고장이 발생할 때까지 또는 시험종결시까지 고정적으로 가하는 고정스트레스 가속수명시험(constant stress ALT)이 주로 사용되지만, 이 외에 각 시험단위에 가해지는 스트레스를 일정시간마다 바꾸거나 스트레스를 계속 증가시키는 가속수명시험(계단형과 점진형, step and progressive stress ALT) 등이 있다[1, 4, 14].

그리고 이용되는 수명분포로는 지수, Weibull(extreme value), lognormal(normal) 등이 있으며, 스트레스와 모수관계는 (대수)선형 또는 이차이상의 다항식 등으로 가정된다. 시험 종결형태는 대부분이 제 1종 종결이며 예외적으로 Escobar와 Meeker (1986)와 Menzefricke(1992)는 와이블 또는 대수정규 수명분포를 따를 때 제 2종 종결시에 근사적으로 가속수명시험의 설계와 표본크기를 결정하는 방법을 제시하였으며, 모수 추정방법으로는 최우추정법, 최소제곱법, 순서통계량을 이용한 선형추정법이 쓰이고 있다.

대수정규분포에 관련된 기존 연구로서는 고정스트레스 시험방법과 연속검사하에서 Little과 Jebe(1969)는 완전표본일 경우에 축차적으로 시험하는 경우에 가속수명시험방식의 설계를 하였으며, 연속검사와 정시종결하에서는 Kielpinski and Nelson(1975, 1976), Meeker(1984), Meeker와 Hahn(1985)의 연구결과가 있다. 그리고 계단형 스트레스 가속수명시험, 대수정규 수명분포와 연속검사하에서 Bai등(1993)은 사용조건하의 시험이 포함되는 부분 가속수명시험방식을 설계하였다.

그리고 간헐적 검사하에서 가속수명시험의 설계는 최근에 활발히 연구되고 있는데, 지수와 Weibull 수명분포를 따를 경우로 한정되고 있다. 즉, 지금까지 간헐적 검사와 정시종결하에서 설계된 고정스트레스 가속수명 시험방식으로는 지수수명분포일 경우의 최적계획[3, 21], Weibull 수명분포일 경우의 최적계획[2, 19]과 실용적 계획[Seo and Yum, 1991]이 있다.

2. 모형

2.1 가정

본 연구에서의 가속수명시험계획은 다음과 같은 가정하에서 설계되었다.

(1) 스트레스 수준 $s_1 < s_2 < \ldots < s_m\ (m \geq 2)$에서 시험이 행해진다. 사용조건 s_0와 가장 높은 스트레스수준 s_m은 알려져 있다.

(2) 스트레스 수준 s_i에서 시료의 수명 T는 다음과 같은 확률밀도함수를 갖는 대수

정규분포를 따른다.

$$\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma t}\exp\left[-\frac{(\ln t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad t>0.$$

단, μ 와 σ 는 미지의 모수이다.

즉 $Y = \ln T$ 는 정규분포를 따르는 확률밀도함수($\phi(y)$)와 분포함수($\Phi(y)$)를 가지며 σ에 따라 고장률 형태가 달라지지만 σ가 크지 않으면 고장률은 증가하다가 t가 ∞로 접근하면 감소한다[Sweet, 1993].

(3) 스트레스 s와 T의 중앙값 θ 또는 대수 중앙값(Y의 평균) μ는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\mu \equiv \ln\theta = \beta_0+\beta_1 s \tag{1}$$

단, β_0와 β_1는 미지의 모수이다.

(4) 사용 가능한 시료의 총 갯수는 N이며, 스트레스 수준 s_i에 할당되는 시료의 갯수 n_i는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$n_i = \alpha_i N, \quad \sum_{i=1}^{m}\alpha_i = 1, \quad \alpha_i>0$$

(5) 스트레스 수준 s_i에서의 가속수명시험은 다음과 같이 수행된다. 시각 0에서 n_i개의 시료에 대한 시험을 독립적으로 실시하여 미리 정해진 시각 t_{ci}에서 종결(정시종결)하며, 간헐적 검사에서는 $t_{i1}, t_{i2}, \ldots, t_{iK(i)}$ 등 $K(i)$개의 시점에서 검사가 수행된다.

위의 식 (1)에서 가정한 모수와 스트레스간의 관계식은 가속수명시험 모형에서 자주 채택된다. 잘 알려진 역거듭제곱모형(inverse power law model), 아레니우스 반응률모형(Arrhenius reaction rate model) 등은 식 (1)의 특수한 경우라 볼 수 있다[Nelson, 1990]. 그러나 식 (1)이 항상 적절한 모형이라고는 할 수 없기 때문에 가속수명시험은 식 (1)의 적합성 여부를 판단할 수 있도록 설계되어야 한다(3절 참조).

그리고 간헐적 검사하의 가속수명시험을 통해서 획득한 구간자료(group data)는 스트레스 s_i의 j번째 구간 ($t_{i,j-1}, t_{ij}$), $j=1,2,\ldots,K(i)+1$ 에서 관측된 고장난 시험제품의 갯수 x_{ij}가 되며 $t_{io}=0$, $t_{i,K(i)+1}=\infty$, $i=1,2,\cdots,m$ 으로 정의된다.

2.2 간헐적 검사방법

각 스트레스에서 수행되는 간헐적 검사방법으로는 다음과 같이 3가지 방법이 주로 이용된다. 검사시각 결정방법은 Meeker[1986]의 수명이 Welbull분포를 따를 때의 사용스트레스하의 검사방법을 기초로 하여 본 논문의 모형에 대한 검사방법으로 수정하였다.

(1) 등확률 검사 (Equal Probability Inspection Times : EP)

등확률 검사시간 (EP)은 $K(i)$ 개의 각 구간에서 고장확률이 동일하도록 선택된다.

s_i에서 단위가 고장날 확률 P_i는 식(2)에 의해 계산할 수 있다.

$$P_i = \Phi(Z_{iK(i)}) = \Phi\{(\ln t_{ci} - \beta_0 - \beta_1 s_i)/\sigma\}, \quad i = 1, \cdots, m$$

따라서 등확률 검사에 의한 검사시각 t_{ij}는 Z_{ij}에 의하여 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\Phi(Z_{ij}) = \Phi\{(\ln t_{ij} - \beta_0 - \beta_1 s_i)/\sigma\} = j \cdot P_i / K(i), \tag{2}$$

$$t_{ij} = \exp(\sigma \cdot Z_{ij} + \beta_0 + \beta_1 s_i), \quad j = 1, \cdots, K(i) \tag{3}$$

(2) 등간격 검사 (Equally Spaced Inspection Times : ES)

등간격 검사시간 (ES)은 시각결정과 이용이 편리하기 때문에 많이 활용되고 있으며, t_{ci}가 같으면 각 스트레스의 검사시각은 동일하다.

$$t_{ij} = j \cdot t_{ci} / K(i) \tag{4}$$

(3) 등대수간격 검사 (Inspection Times Equally Spaced in Log Time : ESL)

ESL검사 시각은 t_{i1}과 t_{ci}가 선택되고 난 후, t_{ij}의 결정은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\ln t_{ij} = \frac{(j-1)\ln t_{ci} + (K(i) - j)\ln t_{i1}}{K(i) - 1} \tag{5}$$

$$t_{ij} = t_{i1}(t_{ci}/t_{i1})^{(j-1)/(K(i)-1)} \tag{6}$$

본 논문에서 t_{i1}은 EP검사방법의 최초시각과 동일하게 선택하였다.

2.3 최우추정량과 점근적 분산

(1). 간헐적 검사

각 스트레스에서 구간자료 $\{x_{ij},\ j = 1, 2, \ldots, K(i)+1\}$은 모수 n_i와 $\{P_{ij},\ j = 1, 2, \ldots, K(i)+1\}$을 갖는 다항분포를 따르므로 우도함수는 다음과 같다.

$$L = \prod_{i=1}^{m} L_i = \prod_{i=1}^{m} n_i! \prod_{j=1}^{K(i)+1} P_{ij}^{x_{ij}} (x_{ij}!)^{-1} \tag{7}$$

단, P_{ij} 는 $(t_{i,j-1}, t_{ij})$에서 시험제품이 고장날 확률(스트레스 s_i에서) 대수 우도함수 $\ln L$을 β_0, β_1, σ 에 대해 편미분하여 다음과 같은 우도등식을 구할 수 있다.

$$\partial \ln L / \partial \theta_g = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{K(i)+1} x_{ij} (\partial P_{ij} / \partial \theta_g) / P_{ij} = 0 \ , \quad g=0,1,2 \tag{8}$$

여기서 $\theta_0 = \beta_0,\ \theta_1 = \beta_1,\ \theta_2 = \sigma$ 이며

$$P_{ij} = \Phi(Z_{ij}) - \Phi(Z_{i,j-1})$$

$$Z_{ij} = (y_{ij} - \beta_0 - \beta_1 s_i)/\sigma$$

$$y_{ij} = \ln t_{ij}$$

$i = 1, 2, \ldots, m$; $j = 0, 1, \ldots, K(i)+1$ 이다.

식(8)에 있는 $\partial P_{ij}/\partial \beta_0$, $\partial P_{ij}/\partial \beta_1$, $\partial P_{ij}/\partial \sigma$ 는 다음과 같다.

$$\partial P_{ij}/\partial \beta_0 = -\{\phi(Z_{ij}) - \phi(Z_{i,j-1})\}/\sigma \tag{9}$$

$$\partial P_{ij}/\partial \beta_1 = -s_i\{\phi(Z_{ij}) - \phi(Z_{i,j-1})\}/\sigma \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \partial P_{ij}/\partial \sigma &= -\{Z_{ij} \cdot \phi(Z_{ij}) - Z_{i,j-1} \cdot \phi(Z_{i,j-1})\}/\sigma \\ &= -\{\Psi(Z_{ij}) - \Psi(Z_{i,j-1})\}/\sigma \end{aligned} \tag{11}$$

여기서, $\Psi(Z_{ij}) = Z_{ij} \cdot \phi(Z_{ij})$

그리고, β_0, β_1, σ의 최우추정량(maximum likelihood estimator : MLE)은 Newton-Raphson, Schmee and Hahn(1979) 또는 Sampford-Taylor 방법([Lawless(1982)의 5장]) 등에 의해 구할 수 있으며 이를 이용한 구간추정도 가능하다[8, 18].

구간자료에 의해 한 스트레스 수준에서 하나의 제품에 대한 Fisher information의 성분 f_{gh}는 다음과 같이 구할 수 있다[19, 21].

$$f_{gh} = \sum_{j=1}^{K(i)+1} (1/P_{ij})(\partial P_{ij}/\partial \theta_g)(\partial P_{ij}/\theta_h) \ , \quad g, h = 0, 1, 2 \tag{12}$$

따라서, 한 스트레스 수준에서 한 개의 제품에 대한 Fisher information행렬의 성분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} f_{00} &= \sigma^{-2} \sum_{j=1}^{K(i)+1} [\{\phi(Z_{ij}) - \phi(Z_{i,j-1})\}^2 / P_{ij}] \\ &= A_i \cdot \sigma^{-2} \end{aligned} \tag{13}$$

단, $A_i = \sum_{j=1}^{K(i)+1} [\{\phi(Z_{ij}) - \phi(Z_{i,j-1})\}^2 / P_{ij}]$

$$\begin{aligned} f_{01} &= \sigma^{-2} s_i \sum_{j=1}^{K(i)+1} [\{\phi(Z_{ij}) - \phi(Z_{i,j-1})\}^2 / P_{ij}] \\ &= s_i \cdot f_{00} \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} f_{11} &= \sigma^{-2} s_i^2 \sum_{j=1}^{K(i)+1} [\{\phi(Z_{ij}) - \phi(Z_{i,j-1})\}^2 / P_{ij}] \\ &= s_i^2 \cdot f_{00} \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} f_{02} &= \sigma^{-2} \cdot \sum_{j=1}^{K(i)+1} [\{Z_{ij} \cdot \phi(Z_{ij}) - Z_{i,j-1} \cdot \phi(Z_{i,j-1})\} \cdot \\ &\qquad \{\phi(Z_{ij}) - \phi(Z_{i,j-1})\} / P_{ij}] \\ &= \sigma^{-2} \cdot \sum_{j=1}^{K(i)+1} [\{\Psi(Z_{ij}) - \Psi(Z_{i,j-1})\}\{\phi(Z_{ij}) - \phi(Z_{i,j-1})\} / P_{ij}] \\ &= B_i \cdot \sigma^{-2} \end{aligned} \tag{16}$$

단, $B_i = \sum_{j=1}^{K(i)+1} [\{\Psi(Z_{ij}) - \Psi(Z_{i,j-1})\}\{\phi(Z_{ij}) - \phi(Z_{i,j-1})\} / P_{ij}]$

$$\begin{aligned} f_{12} &= s_i \cdot \sigma^{-2} \cdot \sum_{j=1}^{K(i)+1} [\{\Psi(Z_{ij}) - \Psi(Z_{i,j-1})\} \cdot \\ &\qquad \{\phi(Z_{ij}) - \phi(Z_{i,j-1})\} / P_{ij}] \\ &= s_i \cdot B_i \cdot \sigma^{-2} \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} f_{22} &= \sigma^{-2} \cdot \sum_{j=1}^{K(i)+1} [\{\Psi(Z_{ij}) - \Psi(Z_{i,j-1})\}^2 / P_{ij}] \\ &= C_i \cdot \sigma^{-2} \end{aligned} \tag{18}$$

단, $C_i = \sum_{j=1}^{K(i)+1} [\{\Psi(Z_{ij}) - \Psi(Z_{i,j-1})\}^2 / P_{ij}]$

모든 시험제품에 대한 총 Fisher information은 m 스트레스 수준에 대한 각 information의 합이므로, 총 information행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있으며

$$F = N\sum_{i=1}^{m} \alpha_i F_i \tag{19}$$

F_i : i 번째 스트레스 수준에서의 Fisher information 행렬

α_i : 각 스트레스 수준에 할당되는 시험제품의 비율

점근적 분산-공분산은 총 Information 행렬의 역행렬로서 구할 수 있다.
따라서 관심있는 사용스트레스 수준에서의 백분위수는

$$y_q = \ln t_q = \beta_0 + \beta_1 \cdot s_0 + z_q \cdot \sigma \tag{20}$$

이며 z_q는 표준정규분포의 제 q백분위수이므로 y_q의 최우추정량($\widehat{y_q}$)은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\widehat{y_q} = \widehat{\beta_0} + \widehat{\beta_1} \cdot s_0 + z_q \cdot \hat{\sigma} \tag{21}$$

따라서 H를 $\left(\frac{\partial y_q}{\partial \beta_0}, \frac{\partial y_q}{\partial \beta_1}, \frac{\partial y_q}{\partial \sigma}\right)$ 로 두면 $\widehat{y_q}$의 표준화된 점근적 분산은 식 (22)와 같다.

$$v_0 = \frac{\sigma^2}{N} \cdot avar\{\widehat{y_q}(s_0)\} = \frac{\sigma^2}{N} HF^{-1}H' \tag{22}$$

단, $H = (1 \quad s_0 \quad z_q)$

avar은 점근적 분산을 나타내며, v_0은 $\{y_{ij} : i = 1, 2,\ j = 1, 2, \ldots, K(i)\}$, β_0, β_1, σ (ES인 경우만)의 함수이며 N에 의존하지 않는다.

(2) 연속검사

정시종결하에서 연속검사의 경우는 Kielpinski and Nelson(1975,1976)의 연구결과로부터 f_{gh}, $g, h = 0, 1, 2$ 를 구할 수 있으며, Fisher information 행렬과 사용 스트레스 수준에서의 제 q백분위수에 대한 최우추정량의 표준화된 점근적 분산은 간헐적 검사하에서 식(19)와 (22)의 형태와 동일하게 표현할 수 있다.

3. 가속수명시험방식의 설계

현재까지 개발되어 사용되고 있으며, 시험단위에 적용되는 스트레스를 일정하게 유지하는 고정스트레스하에서의 가속수명시험방식 또는 계획은 다음과 같다.[7, 10, 12, 15]

(1) 최적계획(optimal plan)

두 스트레스 수준에서의 시험이 요구되며 설계기준을 최소화하는 저스트레스 수준과 각 스트레스에서 할당되는 시험제품비율을 결정하고 있다.

(2) 표준계획(best standard plan)

현장에서 주로 사용되었던 시험계획으로 등간격을 가지는 두 개 이상의 스트레스 수준에서 시험되며 시험제품 할당비율은 동일하다. 따라서 본 논문에서의 최적표준계획은 세 수준의 스트레스에서 시험되며 v_0를 최소화하는 저스트레스 수준만을 결정하지만 통계적 효율성은 낮은 편으로 알려져 있다.

(3) 등기대 고장갯수계획 (best equal expected number failing plan, 이하 EENF계획)

두개 이상의 수준의 스트레스 수준에서 시험되며 할당비율은 각 스트레스의 기대고장갯수가 동일하도록 결정되는데, 본 논문에서는 세 수준의 스트레스에서 시험되면서 중간스트레스가 나머지 두 스트레스의 중간으로 설정될 경우에 v_0를 최소화하는 저스트레스 수준을 수치해석적으로 결정한다.

(4) 실용적 계획 (practical or compromise plan)

최적계획은 통계적으로 효율성은 높지만 모수와 스트레스 관계식의 적정성 여부에 대한 검토가 불가능하며 저스트레스 수준이 높아서 외삽(extrapolation in stress)의 효과가 클 경우가 있으므로 이를 보완한 세 스트레스 수준에서 시험되는 실용적 계획이 개발되었다. 특히 Meeker와 Hahn(1985)은 저, 중간, 고스트레스에 4:2:1의 비로 시험제품이 할당되는 계획을 추천하고 있으며 실용적 계획은 최적계획에 비하여 통계적 효율성이 떨어지는 약점을 가지고 있다.

본 논문에서는 상기계획들을 다음과 같은 상황에서 설계하였다.

① 최적계획은 두 스트레스(m=2), 나머지 계획은 세 스트레스에서의 부분실험 (m=3)이 수행된다.

② 모든 계획은 고스트레스의 부분시험이 수행된다.

③ 각 스트레스에서의 시험종결시각은 동일하다. 즉 $t_c = t_{ci},\ i = 1, \ldots, m$

④ 각 스트레스에서의 검사횟수도 동일하다. 즉 $k = K(i),\ i = 1, \ldots, m$

또한, $s_0 = 0$, $s_m = 1$ $t_{ci} = t_c = 1$로 표준화 할 수 있다. 따라서 원래의 모수 (' ' ') 들은 표준화된모수(' ')와 다음과 같은 관계에 의하여 상호 변환할 수 있으며 이런 변환은 문제의 성질을 변화시키지 않는다[Seo & Yum, 1990].

$$s' = s(s'_m - s'_0) + s'_0 \tag{23}$$

$$\beta'_1 = \beta_1/(s'_m - s'_0) \tag{24}$$

$$\beta'_0 = \ln t'_c - \{\beta_1 s'_0/(s'_m - s'_0)\} + \beta_0 \tag{25}$$

$$t'_{ij} = t'_c \cdot t_{ij}\ , \qquad i = 1, \cdots, m\ , \quad j = 1, \cdots, k \tag{26}$$

이런 가속수명시험계획을 결정하기 위해서는 β_0, β_1, σ에 대한 사전추정이 필요하며 Chernoff (1962)는 이런 경우의 설계를 locally optimal design이라고 명명하였다. β_0, β_1, σ에 대한 사전추정방법으로 과거자료, 유사제품의 시험자료 또는 고스트레스 수준에서의 예비시험의 결과 등을 이용할 수 있으며 β_0, β_1, σ보다는 다음 척도를 이용하는 것이 편리하다.

P_u : 사용조건하에서의 t_c까지의 고장확률

P_h : 고스트레스수준에서 t_c까지의 고장확률

따라서, β_0/σ와 β_1/σ는 다음과 같이 P_u와 P_h에 의해서 결정 될 수 있다.

$$\beta_0/\sigma \;=\; \Phi(-\beta_0/\sigma) \tag{27}$$

$$\beta_1/\sigma \;=\; \Phi[\,(-\beta_0-\beta_1)/\sigma)] \tag{28}$$

3.1 최적계획

두 스트레스(m=2)에서 시험되는 최적계획은 $(s_2), t_c, q, k, P_u, P_h,$ 선정된 간헐적 검사방법하에서 식(22)(연속검사하에서는 $k=\infty$)를 최소화하는 저스트레스수준 s_1, s_1에 할당되는 시험제품의 비율 α_1를 Powell(1964)의 conjugate direction method에 의하여 구할 수 있다.

수치실험한 결과에 따르면 등확률 검사(EP)방법에 의한 최적계획은 다른 간헐적 검사방법에 비해 대체적으로 v_0가 적은 우수한 통계적 성질을 가지며 등간격 검사(ES)방법과는 달리 σ에 의존하지 않고 계획을 도출하는 장점을 가지므로 이 검사계획하에서의 일부분의 결과를 <표 1>에 정리하였다.

간헐적 검사의 효율성의 척도로서 아래와 같이 정의된 R_1을 관찰하면 검사회수가 3~5회일 때에 1에 근사하므로 작은 횟수의 간헐적 검사를 채택하더라도 연속검사의 대용으로 충분히 사용할 수 있음을 알 수 있다.

$$R_1 = \frac{v_0(k)}{v_0(k=\infty)} \tag{29}$$

〈 표 1 〉 최적계획과 7:2:1 할당계획 및 등확률 검사방법을 채택한 실용적 계획의 비교 (P_h=0.9 일 경우)

q	P_u	k	최적 계획 s_1	최적 계획 α_1	최적 계획 v_0	최적 계획 R_1	실용적 계획 s_1	실용적 계획 v_0	실용적 계획 R_1	실용적 계획 R_2
0.001	0.0001	2	.449	.785	18.89	1.060	.417	24.85	1.079	
		3	.452	.791	18.38	1.031	.419	23.95	1.040	
		5	.454	.793	18.09	1.015	.421	23.45	1.018	
		10	.456	.794	17.93	1.006	.422	23.19	1.007	
		∞	.457	.795	17.83	1	.423	23.03	1	1.292
	0.001	2	.360	.788	14.93	1.099	.333	18.54	1.102	
		3	.367	.794	14.36	1.057	.337	17.80	1.058	
		5	.372	.798	13.99	1.029	.340	17.32	1.029	
		10	.375	.801	13.77	1.013	.342	17.04	1.013	
		∞	.377	.803	13.59	1	.343	16.83	1	1.238
0.01	0.0001	2	.491	.727	20.78	1.155	.446	28.41	1.205	
		3	.484	.751	19.33	1.074	.440	25.83	1.095	
		5	.481	.764	18.62	1.035	.438	24.62	1.044	
		10	.479	.771	18.25	1.014	.437	24.00	1.018	
		∞	.476	.776	17.99	1	.435	23.58	1	1.311
	0.001	2	.395	.790	13.66	1.087	.352	17.56	1.107	
		3	.392	.805	13.10	1.042	.352	16.67	1.051	
		5	.392	.812	12.81	1.019	.352	16.23	1.023	
		10	.391	.815	12.66	1.007	.352	16.00	1.009	
		∞	.390	.817	12.57	1	.352	15.86	1	1.262
	0.01	2	.224	.866	8.40	1.072	.207	10.15	1.075	
		3	.232	.868	8.16	1.041	.213	9.84	1.042	
		5	.238	.869	8.00	1.021	.216	9.64	1.021	
		10	.241	.870	7.91	1.009	.219	9.53	1.009	
		∞	.244	.870	7.84	1	.220	9.44	1	1.205
0.1	0.0001	2	.543	.627	29.05	1.366	.512	43.00	1.490	
		3	.530	.663	25.16	1.183	.493	35.82	1.241	
		5	.522	.684	23.20	1.091	.482	32.27	1.118	
		10	.517	.698	22.11	1.040	.475	30.35	1.051	
		∞	.512	.710	21.26	1	.469	28.87	1	1.358
	0.001	2	.473	.664	19.63	1.318	.432	27.28	1.417	
		3	.460	.698	17.29	1.160	.414	23.19	1.205	
		5	.452	.718	16.09	1.080	.404	21.18	1.100	
		10	.446	.730	15.42	1.035	.397	20.09	1.044	
		∞	.440	.741	14.90	1	.391	19.25	1	1.292
	0.01	2	.350	.739	10.69	1.230	.293	13.34	1.275	
		3	.337	.767	9.71	1.118	.280	11.88	1.136	
		5	.330	.783	9.20	1.059	.273	11.16	1.067	
		10	.325	.792	8.91	1.026	.268	10.77	1.029	
		∞	.319	.801	8.69	1	.264	10.46	1	1.205
	0.1	2	.007	.994	2.92	1.008	.001	3.69	1.029	
		3	.014	.990	2.91	1.006	.001	3.64	1.017	
		5	.018	.987	2.90	1.003	.001	3.61	1.008	
		10	.020	.986	2.90	1.002	.000	3.60	1.003	
		∞	.021	.985	2.89	1	.001	3.58	1	1.237

3.2 실용적 계획

실용적 계획은 최적계획의 고(s_3), 저(s_1) 스트레스외에 중간스트레스(s_2)에서 시험이 실시된다. 중간스트레스의 추가는 식(1)의 타당성을 검토하는 수단을 제공하며 저스트레스 수준이 사용스트레스 수준보다 높아서 발생되는 스트레스에 의한 외삽가능성을 감소시켜 준다[12, 19].

최적계획과 같이 고스트레스의 수준은 미리 정해지며 중간스트레스는 항상 다음과 같이 설정된다.

$$s_2 = \frac{(s_1+s_3)}{2} = \frac{1+s_1}{2} \tag{30}$$

세 스트레스에서의 시험제품 할당비율은 각 스트레스에서의 시험할당량 결정의 편리성과 사용스트레스에 가까울수록 많은 시험제품이 할당될 수 있도록 ($10\alpha_1 : 10\alpha_2 : 10\alpha_3$) = (5 : 3 : 2), (5 : 4 : 1), (6 : 3 : 1), (7 : 2 : 1) 할당계획이 고려되었으며 각 할당계획하에서 식(22)을 최소화하는 저스트레스 수준 s_1을 수치해석적으로 결정하였다.

가능한 검사방법, P_u, P_h, σ(ES 검사방법일 경우)에 따라 수치실험한 결과(<표 2>와 <표 3>)를 요약하면 다음과 같다.

(1) 할당방법에 의한 수치실험 결과를 검토하면 $q=0.001$, 0.01 일 때는 4가지 할당계획중에서 7:2:1 할당계획이 v_0의 측면에서 가장 우수하며 q가 클 때도 다른 할당계획에 비교하면 양호한 결과를 보여주고 있다.

(2) <표 2> 에서 $P_u=0.001$, $P_h=0.9$, $k=3$ 인 경우에 4가지 할당계획하의 실용적 계획외에 두 스트레스에서 시험되는 최적계획, 세 스트레스에서 시험되는 Meeker와 Hahn의 할당계획(4:2:1 계획), 최적 표준계획, 등기대 고장갯수(EENF) 계획의 v_0를 정리하여 비교하였다. 세 스트레스에서 시험되는 계획중에는 통계적 효율측면에서 7:2:1 할당계획을 가지는 실용적 계획이 대체적으로 우수하였다.

(3) 검사방법이 EP와 ESL 경우는 q와 할당방법에 관련없이 거의 유사한 v_0를 보여주고 있으며 ES일 경우는 σ에 따라 다른 검사방법에 비해 v_0의 차이가 크게 발생하고 있다.

(4) <표 3> 에서 7:2:1 할당계획하에서의 EP와 ESL검사방법일 경우에 실용적 계획의 s_1과 v_0를 고찰하면 거의 유사한 패턴을 보여주고 있으나 ESL검사방법은 첫번째 검사시각(t_{i1})선택의 어려움이 따르므로 실용적 계획에서도 최적계획과 동일하게 EP검사방법을 채용하였다.

〈 표 2 〉 v_0 로서 비교한 가속수명시험계획 (P_u=0.001, P_h=0.9, k=3 일 경우)

검사방법	q	두 스트레스 계획	세 스트레스 계획						
		최 적	7:2:1	6:3:1	5:4:1	5:3:2	Meeker & Hahn	표 준	EENF
EP	0.001	14.36	17.80	19.65	22.08	19.02	18.76	21.81	18.60
	0.01	13.10	16.67	18.51	20.83	17.66	17.48	20.38	17.23
	0.1	17.29	23.19	24.21	25.83	21.22	22.11	22.51	22.94
ESL	0.001	14.32	17.75	19.61	22.03	18.97	18.72	21.75	18.55
	0.01	13.11	16.68	18.52	20.84	17.66	17.48	20.37	17.25
	0.1	17.32	23.25	24.26	25.89	21.27	22.16	22.55	23.00
ES (σ= 1/3)	0.001	14.57	18.12	20.02	22.50	19.30	19.07	22.09	19.09
	0.01	13.35	17.03	18.96	21.40	18.12	17.92	20.92	17.67
	0.1	16.91	22.55	23.69	25.50	21.03	21.75	22.64	22.69
ES (σ= 1/2)	0.001	14.26	17.67	19.52	21.92	18.84	18.60	21.60	18.47
	0.01	13.08	16.63	18.50	20.86	17.71	17.50	20.44	17.17
	0.1	16.44	21.61	22.77	24.56	20.36	20.97	22.03	21.75
ES (σ= 1)	0.001	13.98	17.50	19.46	21.99	18.68	18.48	21.40	18.27
	0.01	14.39	18.23	20.02	22.43	18.89	18.86	21.36	18.96
	0.1	22.47	27.84	28.45	29.95	25.84	26.67	27.05	27.46

〈 표 3 〉 7:2:1 할당계획을 채택한 실용적 계획의 EP 와 ESL 검사방법에 따른 비교 (P_h=0.9 일 경우)

q	P_u	k	EP		ESL	
			s_1	v_0	s_1	v_0
0.001	0.0001	3	.419	23.95	.419	23.94
		5	.421	23.45	.421	23.44
	0.001	3	.337	17.80	.337	17.75
		5	.340	17.32	.340	17.30
0.01	0.0001	3	.440	25.83	.441	25.88
		5	.438	24.62	.438	24.63
	0.001	3	.352	16.67	.352	16.68
		5	.352	16.23	.352	16.23
	0.01	3	.213	9.84	.213	9.83
		5	.216	9.64	.217	9.64
0.1	0.0001	3	.493	35.82	.493	35.91
		5	.482	32.27	.482	32.28
	0.001	3	.414	23.19	.414	23.25
		5	.404	21.18	.404	21.19
	0.01	3	.280	11.88	.280	11.90
		5	.273	11.16	.273	11.16
	0.1	3	.001	3.64	.001	3.64
		5	.001	3.61	.001	3.61

따라서 본 논문에서 제시하는 실용적 계획은 EP검사방법, 7:2:1 할당계획을 선택하여 P_u, P_h, k 에 따른 s_1, v_0, R_1을 q = 0.001, 0.01, 0.1 에 대하여 <표 4>에 정리하였다.

〈 표 4(a) 〉 q=0.001 경우의 실용적 가속수명시험계획

P_u	P_h	k	s_1	v_0	R_1	P_u	P_h	k	s_1	v_0	R_1
0.0001	0.99	2	.372	19.44	1.171	0.001	0.99	2	.299	16.83	1.275
		3	.379	18.17	1.094			3	.307	15.21	1.152
		5	.384	17.37	1.046			5	.313	14.20	1.076
		10	.386	16.91	1.018			10	.317	13.62	1.032
		∞	.389	16.61	1			∞	.320	13.20	1
	0.9	2	.417	24.85	1.079		0.9	2	.333	18.54	1.102
		3	.419	23.95	1.040			3	.337	17.80	1.058
		5	.421	23.45	1.018			5	.340	17.32	1.029
		10	.422	23.19	1.007			10	.342	17.04	1.013
		∞	.423	23.03	1			∞	.343	16.83	1
	0.5	2	.461	49.40	1.092		0.5	2	.345	28.64	1.026
		3	.458	47.28	1.045			3	.347	28.35	1.015
		5	.457	46.21	1.022			5	.348	28.15	1.008
		10	.456	45.64	1.009			10	.349	28.03	1.004
		∞	.456	45.23	1			∞	.349	27.92	1
	0.1	2	.471	170.39	1.161		0.1	2	.265	63.81	1.007
		3	.461	158.97	1.083			3	.265	63.64	1.005
		5	.457	153.04	1.043			5	.266	63.51	1.003
		10	.454	149.64	1.020			10	.266	63.42	1.001
		∞	.451	146.75	1			∞	.266	63.35	1
	0.01	2	.426	821.76	1.331		0.01	2	.001	108.32	1.002
		3	.400	724.91	1.174			3	.001	108.23	1.001
		5	.384	673.65	1.091			5	.001	108.17	1.001
		10	.374	643.70	1.043			10	.001	108.12	1.000
		∞	.365	617.41	1			∞	.001	108.08	1

〈 표 4(b) 〉 q=0.01 경우의 실용적 가속수명시험계획

P_u	P_h	k	s_1	v_0	R_1	P_u	P_h	k	s_1	v_0	R_1
0.0001	0.99	2	.394	18.01	1.144	0.001	0.5	2	.385	35.42	1.187
		3	.395	16.83	1.070			3	.376	32.62	1.094
		5	.397	16.23	1.032			5	.371	31.21	1.046
		10	.398	15.92	1.012			10	.369	30.44	1.020
		∞	.399	15.73	1			∞	.367	29.83	1
	0.9	2	.446	28.41	1.205		0.1	2	.385	116.76	1.347
		3	.440	25.83	1.095			3	.359	102.48	1.183
		5	.438	24.62	1.044			5	.344	94.92	1.095
		10	.437	24.00	1.018			10	.335	90.51	1.045
		∞	.435	23.58	1	0.01		∞	.327	86.65	1
	0.5	2	.511	69.74	1.333		0.99	2	.195	9.43	1.196
		3	.495	61.08	1.167			3	.205	8.73	1.108
		5	.487	56.70	1.083			5	.212	8.31	1.054
		10	.482	54.27	1.037			10	.217	8.06	1.022
		∞	.478	52.33	1			∞	.220	7.88	1
	0.1	2	.569	301.04	1.461		0.9	2	.207	10.15	1.075
		3	.542	256.42	1.244			3	.213	9.84	1.042
		5	.526	232.50	1.128			5	.216	9.64	1.021
		10	.516	218.43	1.060			10	.219	9.53	1.009
		∞	.506	206.09	1			∞	.220	9.44	1
0.001	0.99	2	.314	12.91	1.118		0.5	2	.165	13.33	1.020
		3	.320	12.26	1.062			3	.167	13.23	1.012
		5	.324	11.88	1.029			5	.168	13.15	1.007
		10	.326	11.67	1.011			10	.169	13.10	1.003
		∞	.328	11.55	1			∞	.170	13.07	1
	0.9	2	.352	17.56	1.107		0.1	2	.001	17.34	1.006
		3	.352	16.67	1.051			3	.001	17.31	1.004
		5	.352	16.23	1.023			5	.001	17.28	1.002
		10	.352	16.00	1.009			10	.001	17.26	1.001
		∞	.352	15.86	1			∞	.001	17.25	1

〈 표 4(c) 〉 q=0.1 경우의 실용적 가속수명시험계획

P_u	P_h	k	s_1	v_0	R_1	P_u	P_h	k	s_1	v_0	R_1
		2	.453	23.66	1.339			2	.264	8.89	1.163
		3	.442	20.55	1.163			3	.260	8.26	1.080
	0.99	5	.436	19.05	1.078		0.99	5	.258	7.94	1.038
		10	.431	18.25	1.033			10	.257	7.76	1.016
		∞	.427	17.67	1			∞	.255	7.65	1
		2	.512	43.00	1.490			2	.293	13.34	1.275
		3	.493	35.82	1.241			3	.280	11.88	1.136
0.0001	0.9	5	.482	32.27	1.118	0.01	0.9	5	.273	11.16	1.067
		10	.475	30.35	1.051			10	.268	10.77	1.029
		∞	.469	28.87	1			∞	.264	10.46	1
		2	.592	117.72	1.618			2	.320	27.89	1.460
		3	.566	96.16	1.321			3	.292	23.67	1.239
	0.5	5	.549	84.81	1.165		0.5	5	.275	21.46	1.124
		10	.538	78.28	1.076			10	.265	20.19	1.057
		∞	.527	72.78	1			∞	.254	19.10	1
		2	.381	15.91	1.271			2	.028	3.67	1.062
		3	.372	14.15	1.131			3	.039	3.58	1.034
	0.99	5	.366	13.29	1.062		0.99	5	.045	3.52	1.017
		10	.363	12.84	1.026			10	.050	3.48	1.007
		∞	.360	12.51	1			∞	.053	3.46	1
		2	.432	27.28	1.417			2	.001	3.69	1.029
		3	.414	23.19	1.205			3	.001	3.64	1.017
0.001	0.9	5	.404	21.18	1.100	0.1	0.9	5	.001	3.61	1.008
		10	.397	20.09	1.044			10	.000	3.60	1.003
		∞	.391	19.25	1			∞	.001	3.58	1
		2	.501	69.13	1.576			2	.001	3.78	1.017
		3	.473	57.00	1.299			3	.001	3.76	1.011
	0.5	5	.455	50.63	1.154		0.5	5	.001	3.74	1.006
		10	.444	46.97	1.071			10	.001	3.73	1.003
		∞	.432	43.87	1			∞	.001	3.72	1

실용적 계획은 최적계획에 비해서 통계적효율성(<표 1>의 $R_2 = \dfrac{v_0(\text{실용})}{v_0(\text{최적})}$)는 떨어지나, 스트레스와 모수의 관계에 대한 적정성 검토와 스트레스에 의한 외삽효과의 감소 등으로 최적계획의 단점을 보완할 수 있다. 그리고 실용적 계획의 스트레스에 의한 외삽효과의 감소가 만족스럽지 않으면 Meeker와 Hahn(1985)의 방법처럼 통계적 효율성을 희생하여 저스트레스 수준을 강제적으로 낮출 수도 있다. 또한 실용적 계획도 <표 4>의 R_1을 조사하면 검사회수가 크지 않더라도 연속검사의 v_0 와 큰 차이가 나지 않으므로 간헐적 검사의 타당성을 보여주고있다.

3.3 수치예

어떤 제품은 Arrhenius 모형 ($s = \dfrac{-1000}{273.2 + \text{온도}}$)을 따르며 사용(130℃)및 고스트레스(220℃)하에서의 5000시간(t_c) 까지의 고장확률이 0.001과 0.9이고 사용스트레스하에서의 관심있는 분위수는 0.01이다. 시험자는 3회의 등확률 검사방법을 택하며 50개의 제품을 시험할 예정이다. 과거의 시험자료로 부터 σ는 0.7로 추정되므로 식(27)과 식(28)로 부터 $\beta_0 = 0.216$, $\beta_1 = -3.060$ 이 된다.

<표 2>와 <표 4(b)>로부터 최적계획일 때는 $s_1 = 0.392$, $\alpha_1 = 0.805$, $v_0 = 13.10$, 실용적 계획일 때는 $s_1 = 0.352$, $v_0 = 16.67$이므로 세부계획을 다음과 같이 정리할 수 있다.

〈 표 5 〉 수치예에서 제시된 가속수명시험계획

계 획		최적 계획		실용적 계획		
		저	고	저	중간	고
스트레스의 수준(℃)		161	220	158	187	220
시험제품의 수		40	10	35	10	5
검 사 시 각	t_{i1}	3443	1412	3520	2650	1412
	t_{i2}	4314	2434	4359	3788	2434
	t_{i3}	5000	5000	5000	5000	5000
$avar(\widehat{y_q})$		0.128		0.163		

4. 결론

본 논문은 수명이 대수정규분포를 따를 때 간헐적 검사하에서 고정스트레스 가속수명시험계획의 최적계획과 실용적 계획을 설계하였다. 먼저 연속검사보다 노력과 비용이 적게 드는 간헐적 검사하에서 검사방법으로는 등확률 검사를 채택한 최적계획

이 개발되었다. 그리고 두 스트레스에서 시험되는 최적계획의 단점을 보완하기 위해서 세 스트레스 수준에서 시험되는 실용적 계획에서는 수치실험 결과에 의하여 검사방법으로 등확률 검사가 채택되었으며 시험제품 할당비율이 7:2:1 계획이 추천되어 이에 따른 가속수명시험방식을 시험자가 적절히 이용할 수 있도록 표로서 제시하였으며 이의 유용성을 보여주기 위하여 수치예로서 예시하였다.

간헐적 검사하의 최적계획과 실용적 계획은 검사횟수가 크지 않더라도 연속검사와의 통계적 효율성의 차이가 크지 않으므로 노력과 비용을 절약할 수 있는 간헐적 검사의 타당성을 보여주고 있다. 앞으로 검사시각까지 최적화하는 최적계획과 시험제품의 할당비율도 결정변수에 포함시켜 설계되는 실용적 계획에 대한 연구와 대표본근사에 의한 설계기준에 따라 작성된 가속수명시험계획의 타당성을 검토할 수 있는 소표본연구가 요망된다.

참고문헌

[1] 배도선, 김명수, 이상혁(1989), "Optimum Simple Step-Stress Accelerated Life Tests under Periodic Observation," 한국통계학회지, Vol. 18, pp. 125-134.

[2] 서순근(1989), "Development of Optimal Accelerated Life Test Plans for Weibull Distribution under Intermittent Inspection," 품질관리학회지, Vol. 17, pp. 89-106

[3] 서순근, 최종덕(1991), "지수고장분포 및 단속검사하의 최적가속수명시험의 설계," 대한산업공 학회지, Vol. 17, pp. 95-108.

[4] Bai, D.S., Chung, S.W. and Chun, Y.R.(1993), "Optimal Design of Partially Accelerated Life Tests for the Lognormal Distribution under Type I Censoring," Reliability Engineering and System Safety, Vol. 40, pp. 85-92.

[5] Chernoff, H.(1962), "Optimal Accelerated Life Designs for Estimation," Technometrics, Vol. 4, pp. 381-408.

[6] Escobar, L.A and Meeker, W.Q.(1986), "Planning Accelerated Life Testing with TypeII Censoed Data," J. Statist. Comput. Simul. Vol. 23, pp. 273-297.

[7] Kielpinski, T J. and Nelson, W.(1975), "Optimum Censored Accelerated Life Tests for Normal and Lognormal Life Distributions," IEEE Trans. on Reliability, R-24, pp. 310-320.

[8] Lawless, J.F (1982), Statistical Models and Methods for Lifetime Data, John Wiley and Sons, New York.

[9] Little, R.E. and Jebe, E.H.(1969), "A Note on the Gain in Precision for Optimal Allocation in Regression as Applied to Extrapolation in S-N Fatigue Testing," Technometrics, Vol. 11, pp. 389-392.

[10] Meeker, W.Q (1984), "A Comparison of Accelerated Life Test Plans for Weibull and Lognomal Distributions and Type-I censoring," Technometrics, Vol. 26, pp. 157-171.

[11] Meeker, W.Q.(1986), "Planning Life Tests in Which Units are Inspected for

Failure," IEEE Trans. on Reliability, R-35, pp. 571-578.
[12] Meeker, W.Q. and Hahn, G.J.(1985), "How to Plan an Accelerated Life Test-Some Practical Guidelines," ASQC Basic References in Quality Control: Statistical Techniques, Vol 10.
[13] Menzefricke, U.(1992), "Designing Accelerated Life Tests When There is Type II Censoring," Commun. Statist.-Theory & Math., Vol. 21, pp. 2569-2590.
[14] Nelson, W.(1990), Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans, and Data Analysis, Wiley, New York.
[15] Nelson, W. and Kielpinski, T.J.(1976), "Theory for Optimum Censored Accelerated Life Tests for Normal and Lognormal Life Distributions," Technometrics, Vol. 18, pp. 105-114.
[16] Powell, M.J.D.(1964), "An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables Without Calculating Derivatives", The Computer Journal, Vol. 7, pp. 155-162.
[17] Schmee, J. and Hahn, G.J.(1979), "A Simple Method for Regression Analysis with Censored Data," Technometrics, Vol. 21, pp. 417-432.
[18] Schneider, H. and Weissfeld, L.(1989), "Interval Estimation for Censored Accelerated Life Tests Based on the Lognormal Model," Journal of Quality Technology, Vol. 21, pp. 24-31.
[19] Seo, S.K. and Yum, B.J.(1991), "Accelerated Life Test Plans under Intermittent Inspection and Type I Censoring: The Case of Weibull Failure Distribution," Naval Research Logistics, Vol. 38, pp. 1-22.
[20] Sweet, A.L.(1993), "On the Hazard Rate of the Lognormal Distribution," IEEE Trans. on Reliability, Vol. 39, pp. 325-328.
[21] Yum, B.J. and Choi, S.C.(1989), "Optimal Design of Accelerated Life Tests under Periodic Inspection," Naval Research Logistics, Vol. 36, pp. 779-793.