

터보기계 익렬유동해석을 위한 다중블록 격자형성법

정 희택^{*1}

Multiblock Grid Generation for Turbomachinery Cascade-Flow Analysis

H. T. Chung

A multiblock grid generation has been developed to be reliably used for a Navier-Stokes simulation of the turbomachinery flow-fields. A multiblock structure simplifies the creation of structured H-grids about complex turbomachinery geometries and facilitate the creation of a grid in the tip flow region. The numerical algorithm adopts the combination of the algebraic and elliptic method to create the internal grids efficiently and quickly. The grid refinement process is enhanced by developing strategies to utilized Bezier curves and splines along with weighted transfinite interpolation technique and by formulating the grid-embedding method for the viscous boundary-layer meshes. For purposes of illustration, the grid generator is applied to the high turning turbine rotor blades. Two different types of computational grids are provided to be compared with respect to the grid adaptation to the flow simulations. Extension to three-dimensions was done to show the possibility of its application to the tip-flow simulations. The grid quality of the multiblock structure is good in the passages, with gloval orthogonality and adequate smoothness.

Key Words: 다중블록(Multiblock), 격자 형성(Grid Generation), 익렬(Cascades), 터보기계(Turbomachinery), 대수기법(Algebraic Method)

1. 서 론

압축성 터보기계의 내부유동장은 익형의 기하학적인 형상과 유동 조건에 의해 2차원인 경우에도 복잡한 유동 특성을 나타낸다. 천음속 터빈 익렬 유동장인 경우, 터빈 익형의 끝단은 형상이 둥글고, 후류가 발생하므로 이 부분의 유동장은 모델링하기가 쉽지 않다. 이러한 유동장 특성을 수치적으로 예측하기 위해서는 압축성과 난류 모델을 고려한 유동 방정식이 사용되어야 하며, 계산 격자점은 익렬 형상과 내부 유동 특성을 모두 만족하도록 형성되어야 한다.

익렬 유동의 수치해석에 사용되는 격자계는 O-형, H-형 및 C-형의 3가지 기본 형태가 있다. 이 중 O-형은 블레이드 표면에서 격자가 형성되므로 익렬 내부의 유동해석에는 유리하나, 익렬 후류에 무관하게 격자가 분포되어 후류의 복잡한 점성유동해석에는 부적당하다. 익렬의 점성유동해석에는 H-형과 C-형이 널리 사용되고 있다. H-형은 주유동을 따라 격자가 형성되고, C-형의 격자계와 달리 주기경계가 없으므로, 격자형성과 경계조건 처리가 C-형보다 비교적 용이하다. 그러나, 터빈의 동익과 같이 선단이 둥글고, 유동굴절각이 큰 경우에는 선단 부근의 격자가 심하게 비틀리고, 선단의 branch-cut 처리가 어렵다. 이런 유동장에 H-형 격자계를 적용하면, 선단 부근에서 수치해가 불안정해지고, 오차

^{*1} 정희원, 한국기계연구원

가 크게 발생할 수 있다. C-형 격자계의 경우 익형의 표면 경계층, 특히 선단 부근의 유동 예측에 유리한 격자 구조를 가지지만, 주기경계선의 존재로 이 부근의 격자점 분포에 의해 전체의 내부격자점에 영향을 받고, 유동굴절각이 큰 터빈 로우터 익형의 경우 심한 격자 찌그러짐이 생겨서 유동 방정식의 경계조건 처리를 어렵게 하고, 수치해의 오차를 증가시킨다. 이러한 기본 격자계의 단점을 보완하기 위해서 2가지 격자구조를 복합적으로 사용하는 방법이 제안되고, 이를 수치해석에 적용하는 시도가 연구되어 오고 있다.[1-2]

본 연구에서는 블레이드의 기하학적인 형상과 내부 유동장 특성에 적합한 다단블록 H-형 격자구조를 제시하고, 유동장의 수치해석을 위한 격자 형성 기법을 개발하였다. 수치기법은 기존의 대수기법과 편미분 방정식을 혼용하여 빠른 시간에 내부격자점을 생성하도록 하였다. 격자 생성 조건이 비교적 까다로운 가스터빈의 동익 익형 유동장에 적용하여 표준 격자계와 비교하였다. 또한, 동익의 팁에서 발생하는 누설유동 해석을 위한 격자점 생성으로 활용 범위를 확장하였다.

2. 격자 생성 기법

익형 유동 해석을 위해 필요한 전처리 단계인 내부 유동장의 계산 격자점은 익형 형상과 내부 유동 특성을 모두 만족하도록 형성되어야 한다. 블레이드 및 익형의 기하학적인 주요 변수는 solidity, stagger 각, 블레이드 입출구 설계각, 선단과 끝단의 반경 및 블레이드의 곡면 형상이다. 압축성 점성유동 특성을 해석하기 위해서는, 입출구의 유동각과 천음속의 발생 위치, 후류 등을 고려해야 한다. 격자의 수직성과 완만성은 유동해의 오차와 안정성에 직접적인 영향을 준다. 블레이드 표면과 후류의 점성 유동장에 맞게 격자점이 밀집되고, 가능한 수직성을 유지하여야 한다. 국부적인 격자의 찌그러짐 등은 유동해의 발산을 초래할 수 있다.

본연구에서 채택한 다단블록 H-형 격자계는, 위에서 언급한 제반 사항을 고려하여 Fig. 1과 같이 7개의 블록으로 구성된다. 익형과 유동

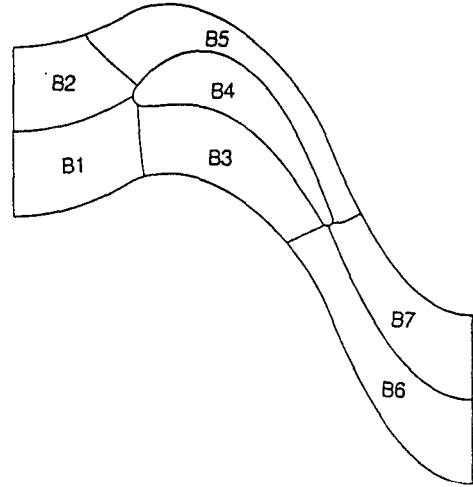


Fig. 1 Multi-block H-grid structure

조건을 고려 하여 다단 H-형 구조의 경계 격자점을 분포시키는 것과 이를 경계 조건으로 내부 격자점을 생성하는 두 단계에 의해 계산 격자점이 형성된다. 사용된 수치알고리즘을 설명하면 다음과 같다.

2.1 경계 격자점 분포

익형 유동장은 1)익형 입구에서의 유입류 조건 2)익형 표면 조건, 3)출구에서의 유출류 조건, 4)주기조건 의 4가지 경계조건을 가진다. 경계면의 형상과 격자 분포에 따라 내부 격자 구조가 결정될 뿐만 아니라, 유동해의 결과에도 큰 영향을 미친다. Figure 1과 같이 정의 되는 격자계의 내부 경계선은 다음과 같이 표현되는 Bezier곡선식을 사용하면 손쉽게 결정할 수 있다.

$$C(u) = U M_B R \quad (1)$$

여기서,

$$U = [1 \ u \ u^2 \ u^3] \quad ; \ t \in [0, 1]$$

$$M_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$R = [P_1 \ P_2 \ P_3 \ P_4]^T$$

끝점(P_1, P_2)은 익형 형상과 입.출구 유동 조건을

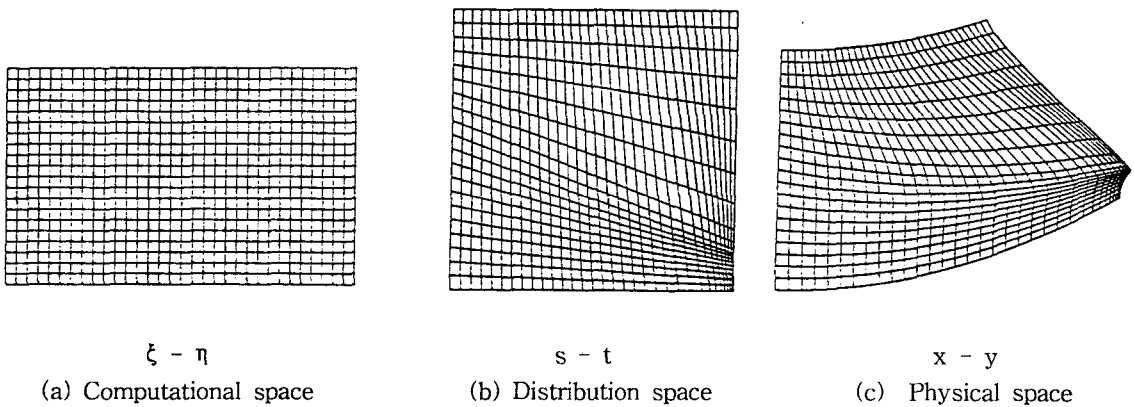


Fig. 2 Grid generation using linear TFI for block #2

고려하여 결정된다. 조정점(P_3, P_4)은 경계면의 수직성을 만족하도록 조절한다.

경계면의 격자점은 유동과 경계 형상의 변화를 고려하여 분포 시킨다. 예를 들어, 유동특성의 변화가 심하고, 곡률변화가 심한 블레이드의 선단 및 끝단은 밀집시키고, 그외는 균일 간격을 취한다. 블레이드의 수직 경계면의 경우, 경계층을 고려하면 다음과 같은 지수함수가 유용하다.

$$F_S(i) = \frac{e^{(a i)} - e^a}{e^{(a i_S)} - e^a} \quad (3)$$

2.2 내부격자점 형성

유동장 해석을 위한 내부격자점은 대수기법과 미분방정식법을 병행하면 빠른시간에 효율적으로 생성할 수 있다. 본연구에서는, 단위블록내에는 transfinite법을 사용하여 격자점을 형성하고, Poisson방정식법을 이용하여 블록간의 격자점간의 완만성을 개선하였다. 사용된 수치알고리즘을 상술하면 다음과 같다.

다단블록 격자계 내부의 각각의 블록은 형상이 단순하므로, 간단한 대수식으로도 완만성과 수직성, 격자 조밀성 등을 만족하는 격자를 생성할 수 있다. 경계면의 격자점을 이용하여, 선형 transfinite 내삽법으로 각 블록의 내부 격자점을 손쉽게, 빠른 시간에 구할 수 있다.[3]

Transfinite 내삽법에 의한 내부격자점은,

$$P(\xi, \eta) = P_\xi + P_\eta - P_{\xi\eta} \quad (4)$$

로 표현된다. 분포함수, $s(\xi, \eta), t(\xi, \eta)$ 를 사용한 면 interpolant는,

$$\begin{aligned} P_\xi &= (1-s) P(0, \eta) + s P(1, \eta) \\ P_\eta &= (1-t) P(\xi, 0) + t P(\xi, 1) \\ P_{\xi\eta} &= (1-s)(1-t)P(0, 0) + (1-s)tP(0, 1) \\ &\quad + s(1-t)P(1, 0) + stP(1, 1) \end{aligned} \quad (5)$$

이다. 경계격자점을 이용하면, 분포함수는 선형적으로 구할 수 있다. 즉, $s(\xi, \eta)$ 는,

$$s(\xi, \eta) = \frac{s(\xi, 0) + t(0, \eta) [s(\xi, 1) - s(\xi, 0)]}{1 - [s(\xi, 1) - s(\xi, 0)] [t(1, \eta) - t(0, \eta)]} \quad (6)$$

로 표현된다. $t(\xi, \eta)$ 도 이와 유사하게 구할 수 있다. Figure 2는 위 식을 2번째 블록(B2)에 적용한 결과를 보여준다.

각 블록 간에는 상관관계가 없으므로, 블록경계면의 격자의 완만성이 보장되지 않는다. 미분방정식 기법을 적용하면 이 문제를 해결할 수 있다. GRAPE 알고리즘은 Poisson 방정식에 경계조건으로 표면수직조건과 길이를 첨가하여 생성항을 자동적으로 구할 수 있게 개발된 기법으로, 널리 사용되고 있다.[4] 격자형성 방정식은,

$$\begin{aligned} \alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} &= -f^2(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) \\ \alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} &= -f^2(Py_{\xi} + Qy_{\eta}) \end{aligned} \quad (7)$$

로 표현된다. 생성항 및 조절 변수 등은 격자 특성에 의해 결정된다.

난류유동장의 경우 표면격자가 더욱 밀집되어야 한다. 예를 들어 Baldwin-Lomax[5]와 같은 대수 모델을 사용할 경우, $y^+ = 1$ 로, 블레이드 표면의 수직 격자 간격은 $\Delta S_{\eta} = 1.0 \times 10^{-4}$ 을 유지하여야 한다. 이러한 경우에는 대수식을 이용한 grid-embedding 기법을 이용하여 경계층 격자를 재구성하면 격자형성 시간을 줄이고, 안정된 격자계를 구할 수 있다.[6]

3. 적용

본 연구에서 개발된 다단블록 격자형성 시스템의 유용성을 검증하기 위하여, 가스터빈 동익 익렬 내부 유동장에 적용하였다. 모델은 캠버각이 큰 VKI선형 익렬이다.[6] 설계점의 유동조건은, 입구 Mach수가 0.268, 입구 유동각이 30° , 입구 Reynolds수가 3.33×10^5 이며, isentropic 출구 Mach수가 1.001인 천음속 영역이다. 예상출구 각은 67.8° 이다. 다단블록 H-형의 격자계를 압축성 점성 유동 특성의 관점에서 기존의 표준형과 비교하고, 3차원 누설유동(tip-flow)에 확장하였다.

Figure 3은 GRAPE알고리즘으로 생성된 표준 H-형 격자계이다. 격자는 주유동 방향과 일치하고, 블레이드 표면의 격자 수직성 및 밀집성이 양호하나, 부압면과 익형의 끝단 부근에서 내부 격자점의 skewness가 심하여 수치 오차를 증가시킬 수 있다. 또한, 주기경계면과 블레이드 선단 및 끝단이 만나는 곳에서 격자의 변화가 심하다. 미분방정식으로 격자점을 결정하므로, 소요시간이 길고, 끝단의 부압면 부근의 기하학적 특성으로 수렴된 격자점을 구하는데 시행착오와 경험의 요구된다. 천음속으로 설계된 터보기계 블레이드에서는 충격파의 거동을 예측하는 것이 중요하다. 실험 결과에 의하면, 끝단에서 발생된 충격파가 일부는 후류로 발산되고, 일부는 부

압면 중간부분에서 경계층과 상호 작용하여 반사된다고 보고되었다.[7] 표준형의 격자는 부압면 후반부 부근에서 격자의 skewness가 너무 커서 이러한 현상을 해석하는데 부적합하다. 터빈 끝단은 냉각과 응력을 고려하여 형상이 둥글고, 충격파와 재순환 유동이 상호 작용하여 매우 복잡한 특성을 나타낸다. 이 부분의 기본압력(base pressure)은 터빈 블레이드의 공력 성능의 주요 변수이고, 손실과 밀접한 관계가 있다. 표준형은 이러한 유동에 적합한 격자 구조를 보여주지 못하고 있다.

Figure 4에서 나타난 바와 같이 다단블록 격자계는 표준형의 한계와 문제점을 보완해 주고 있다. 전 계산영역의 격자가 수직형의 구조를 가지므로 부압면과 후류의 격자 찌그러짐을 개선할 수 있다. 익형 부압면의 경계층 부근에서 격자의 수직성이 보장되므로, 이 부분의 천음속 점성 유동 해석에 정확한 수치 결과를 예측할 수 있다. 이 격자계는 구조적으로 주기경계면에서 격자점의 불연속이 나타난다. 이 문제는 기존의 flux-conservation 기법이나, 준보존형 내삽기법 등으로 해결할 수 있다.[8-9] 또한, 선단과 끝단에서 블레이드 표면과 주유동에 순응하여 격자가 형성되므로 이 부근의 유동 해석에 유리하다.

본 연구의 다단블록 H-형 구조를 사용하면, 동익의 팁에서 발생하는 누설유동(tip-flow)을 위한 계산격자를 쉽게 형성할 수 있다. 앞에서 사용한 익형을 이용하여 tip-flow 유동장 격자를 생성하면 Fig. 5와 같은 결과를 얻는다. 팁간격은 인위적으로 0.04로 두고, 팁영역에는 8개의 격자점을 추가로 두었다. 벽면 경계층이나, 말뚝과 와류 등과 같은 3차원 익렬 유동장 특성에 적합한 내부 격자점이 형성되었음을 알 수 있다. 누설유동이 생성되는 면의 내부 격자 분포를 보면 Fig. 5(c)에 나타난 바와 같이 유동 변화가 큰 블레이드 주변으로 격자가 잘 밀집되어 있고, 전반적으로 완만하고, 상호 수직적인 격자 구조를 보여 준다.

4. 결론

블레이드의 기하학적인 구조와 내부의 천음속

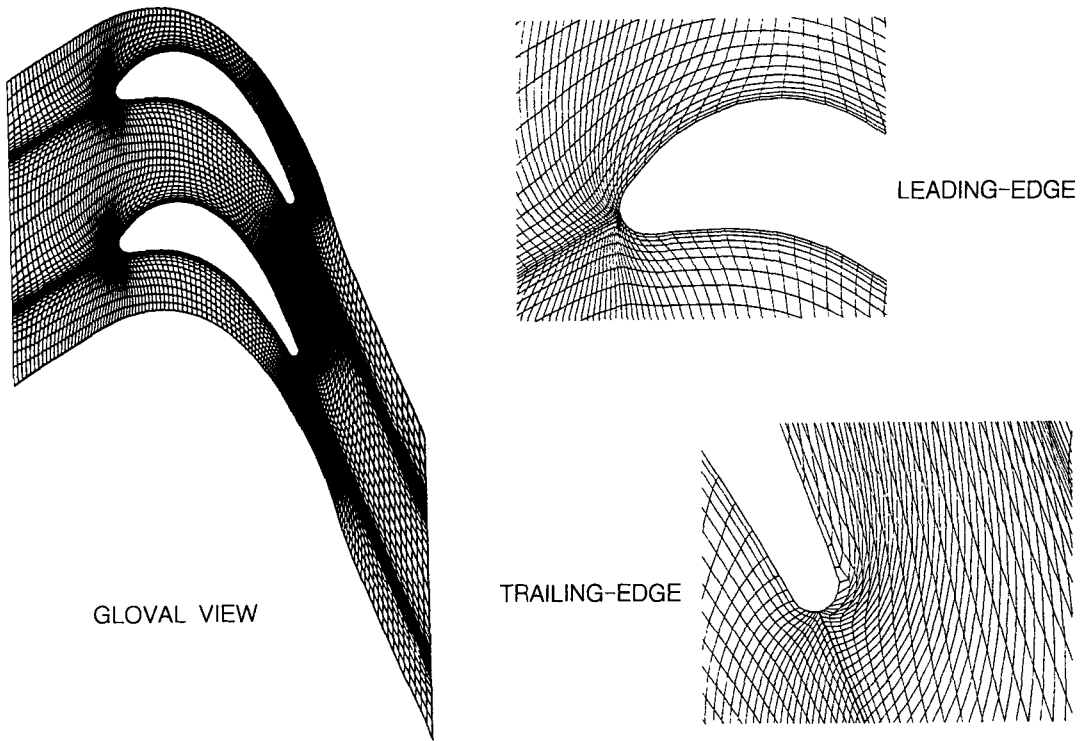


Fig. 3 Computaional meshes on the standard H-grid structure

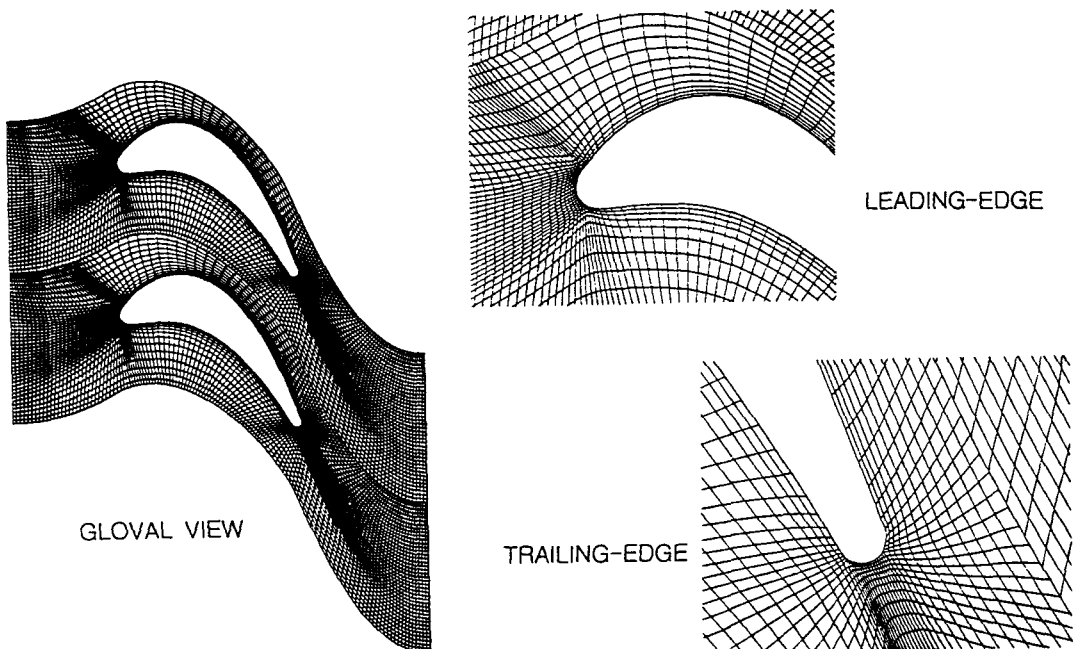
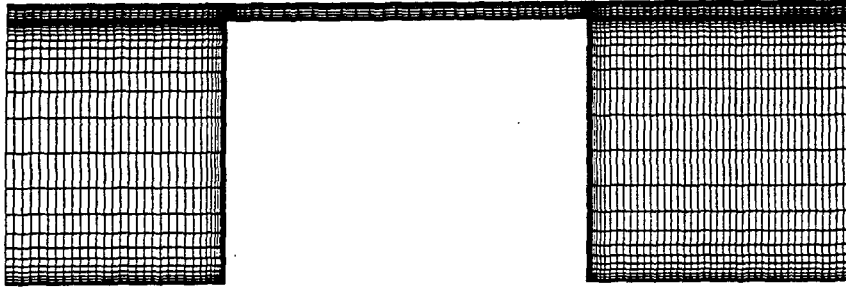
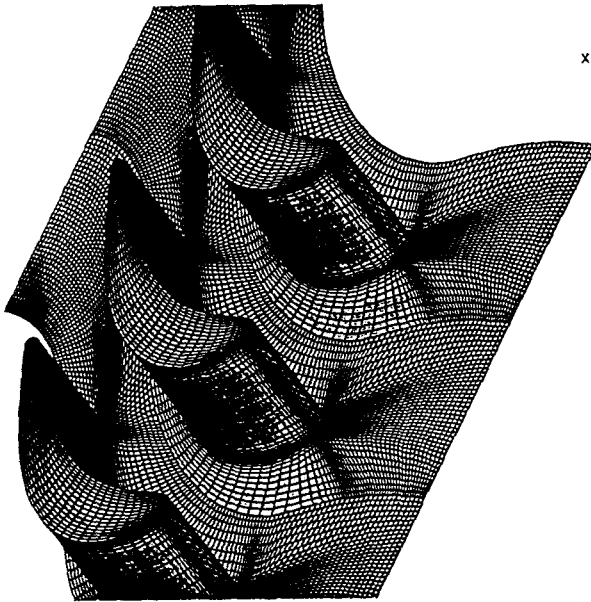


Fig. 4 Computaional meshes on the multi-block H-grid structure



(a) Meridional mesh



(b) Blade-to-blade passage view



(c) Blow-up around the leading-edge

Fig. 5 Computational grids for the rectilinear tip-flow analysis

점성 유동 특성에 적합한 다단블록 H-형의 격자점 생성 기법을 개발하고 이를 유동 굴절각이 큰 가스터빈 동익의 2차원 천음속 익렬 유동장에 적용하였다. 기존의 표준 H-형 격자에 비하여, 전영역에서 격자의 수직성이 개선되었고, 내부 격자점 생성에 소요되는 시간이 훨씬 경감되었다. 또한, 블레이드 표면과 후류의 점성경계층 뿐만아니라, 유동 방향의 압축성을 고려한 격자점의 재조정이 용이하다. 본 방법을 응용하여, 동익의 누설유동과 같은 복잡한 3차원 익렬 유동 해석에의 적용 가능성을 검증하였다.

참고문헌

- [1] Ghia, U. et al., "Hybrid C-H Grids for Turbomachinery Cascades," *Advanced in Grid Generation* (1983), p.143.
- [2] Choo, Y., et al., "Composite Grid and Finite-Volume LU Implicit Scheme for Turbine Flow Analysis," *AIAA Paper 87-1129* (1987).
- [3] Soni, B., *Grid Short Course*, POSTECH, Pohang, Korea (1994)

- [4] Steger, J. and Sorenson, R., 1979, "Automatic Mesh Point Clustering Near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Differential Equations," *J. Comput. Phys.*, **33** (1979), p.405.
- [5] Baldwin, B.S. and Lomax, H., "Thin-Layer Approximation and Algebraic Method for Separated Turbulent Flows," *AIAA Paper 78-257* (1978).
- [6] 정 희택, "3차원 터빈 익렬유동해석을 위한 격자형성법," 한국항공우주학회 춘계 학술발표회 논문집 (1994) p.396.
- [7] Kiock, R., et. al., 1986, "The Transonic Flow Through a Plane Turbine Cascade as Measured in Four European Wind Tunnels," *J. Eng. Gas Turb. Power*, **108** (1986), p.277.
- [8] Rai, M., "Unsteady Three-Dimensional Navier-Stokes Simulations of Turbine Rotor-Stator Interactions," *AIAA Paper 87-2058* (1987).
- [9] Chung, H. and Baek, J., "Influence of Trailing-Edge Grid Structures on Navier-Stokes Computation of Turbomachinery Cascade Flow," *Int. J. Numer. Methods in Fluids*, **15** (1992), p.883.