

2차원의 밀폐캐비티의 비정상 임계레이놀즈수 근방의 유동특성

김진구* · 김춘식** · 이영호***

Flow Characteristics of Two - Dimensional Closed Cavity near Unsteady Critical Reynolds Numbers

J. K. Kim · C. S. Kim · Y. H. Lee

Key words : Closed Cavity(밀폐캐비티), Unsteadiness(비정상성), Critical Reynolds Number (임계레이놀즈수), Fully Developed Flow(완전히 발달한 유동), Primary Vortex (주와류), Kinetic Energy(운동에너지)

Abstract

Flow characteristics of two - dimensional closed square cavities near unsteady critical Reynolds numbers were studied numerically at four Reynolds numbers : 8×10^3 , 8.5×10^3 , 9×10^3 and 9.5×10^3 . A convection conservative difference scheme based upon SOLA to maintain the nearly 2nd - order spatial accuracy is adopted on irregular grid formation. Irregular grid number is 80×80 and its minimum size is about 1/400 of the cavity height(H) and its maximum is about 1/53 H. The result shows that the critical Reynolds number indicating the emergence of flow unsteadiness is ranging from $Re = 8 \times 10^3$ to 8.5×10^3 and their flow patterns reveal periodic fluctuation during transient and fully developed stages. But macroscopic flow behavior in terms of instantaneous and time - mean characteristics represent remarkable difference.

1. 서 론

밀폐캐비티 유동은 전형적인 내부유동으로서 취급되며 경계조건이 단순하여 특히 CFD연구자들이 벤치마크용으로서 빈번히 채택하는 대표적인 유동장이다. 그러나 지금까지의 결과를 보면 2

차원 정방형의 경우에 레이놀즈수가 10^4 이상이 되면 해의 정도가 떨어지며 무엇보다 계산기법의 안정성이 확보되지 못하고 있다. 따라서 많은 연구자들이 자신이 새롭게 개발하거나 개선한 수치기법을 비교하기 위하여 이 유동장을 인용하고 있으나 대상유동장의 레이놀즈수가 수천전후이며 수만에

* 정회원, 한국선급협회 주무검사원

** 정회원, 한국해양대학교 기관공학부

*** 정회원, 한국해양대학교, 기계 · 냉동 · 자동차공학부

이르는 고레이놀즈수에 대한 계산결과와 제시가 매우 드문 실정이다. 지금까지 이와 같은 고레이놀즈수에 대한 신뢰할 만한 결과는 두세 편으로 매우 제한되어 있다.

Huser¹⁾는 덮개구동이 아닌 전단구동에 의한 정방형 캐비티흐름을 대상으로 하여 엇갈림 격자상에서의 차분법 및 시분할법을 채택하여 완전히 발달한 유동장에서 충분히 긴 시간까지의 계산을 행하였다. 그 결과 $Re=3 \times 10^4$ 의 계산에서 다수의 작은 와류가 캐비티 모서리부의 박리영역에서 발생하였고 이들의 거동은 매우 불규칙한 비정상 난류의 유동특성을 나타내고 있음을 보고하고 있다. 그러나 이 유동장에서는 캐비티내부에 공급되는 전단응력이 덮개 구동방식에 의한 것이 아니며 레이놀즈수의 정의가 다름으로서 결과의 상호비교가 어려운 점이 있다. 또한 이 연구에서는 $Re=10^4$ 에서 정상해의 결과를 제시하고 있으나 공간해상도가 낮기 때문에 추정된다. Verstappen 등²⁾은 2차원의 정방형 캐비티 유동장에 대하여 333×333 개의 등간격 격자상에서 2차정도의 MAC-DNS기법을 적용한 결과를 발표하고 있다. 이에 의하면 $Re=1.1 \times 10^4$ 에서는 모서리의 박리영역에서 주기적인 유동특성이 나타나며 $Re=2.2 \times 10^4$ 에서는 카오스적인 유동이 지배적임을 밝히고 있다. 이 연구는 덮개구동 캐비티의 고레이놀즈수 흐름에 있어서 비정상성을 언급한 것으로서 최초의 결과로 조사되고 있다. 한편 최 등³⁾은 2차원 정방형 밀폐캐비티 유동장을 대상으로 하여 네 가지의 고레이놀즈수($Re=10^4, 3 \times 10^4, 5 \times 10^4$ 및 7.5×10^4)에서의 비정상계산을 행하여 이에 관련된 유동특성을 설명하였으며 계산결과 모든 레이놀즈수에서 유동장 전체에 걸쳐 복잡한 박리 흐름이 나타나고 있음을 보고하였다.

한편 밀폐 캐비티유동장이 비정상성을 나타내기 시작하는 임계레이놀즈수 근방에서의 체계적인 유동특성의 규명은 안정성해석의 관점에서 매우 중요한 내용으로 보여진다. 본 연구에서는 이와 같은 관점에서 10^4 이하에서의 레이놀즈수에 대하여 네 종류의 경우($Re=8 \times 10^3, 8.5 \times 10^3, 9 \times 10^3$ 및 9.5×10^3)에 대하여 수치계산을 행하였으며 그 결과 몇 가지의 새로운 유동특성을 관찰할 수 있었

다. 즉 $Re=8 \times 10^3$ 에서는 임의의 계산격자점에서의 운동에너지 및 전유동장의 운동에너지의 합에 대한 시계열변화로부터 무차원시간 $t=700 \sim 1100$ 범위에서는 발달해 가는(developing) 유동특성을 나타내고 있으며 비정상성의 특징을 찾기 어려웠다. 그러나 $Re=8.5 \times 10^3$ 에서는 무차원시간 $t=800$ 근처부터 운동에너지가 정현파의 주기를 나타내는 동시에 진폭이 시간진행에 따라서 단조 증가하는 경향을 보이고 있다. 한편 $Re=9 \times 10^3$ 에서는 $t=850$ 부근부터, $Re=9.5 \times 10^3$ 에서는 $t=650$ 근방부터 진폭이 거의 같은 정현파의 단조진동특성이 지배적임을 나타내고 있다. 이 결과로부터 2차원 밀폐캐비티의 비정상성이 나타나기 시작하는 임계레이놀즈수의 범위는 8.5×10^3 전후임을 알 수 있었다.

2. 계산방법

Euler의 직각좌표계에서 비압축성의 2차원의 무차원 운동방정식과 연속의 식을 다음과 같이 나타낸다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + g_x + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

여기에서 (g_x, g_y)는 각각 (x, y) 방향의 중력가속도이며 Re 는 레이놀즈수를 표시한다.

그럼 1과 같은 변수분포를 갖는 부등간격 격자상에서 차분근사를 행하기로 한다. 본 연구에서는 보존형의 스킴중에서 SOLA의 중심차분을 이용하기로 한다. 다음과 같이 부등간격 격자상에서 내부의 원리를 이용한 보간식³⁾을 적용하였다.

$$\partial u^2 / \partial x \approx 2(u_R^2 - u_L^2) / (A+B) \quad (4)$$

$$\partial uv / \partial y \approx (v_U u_L - v_D u_D) / D \quad (5)$$

$$\partial uv / \partial x \approx (u_U v_U - u_P v_P) / A \quad (6)$$

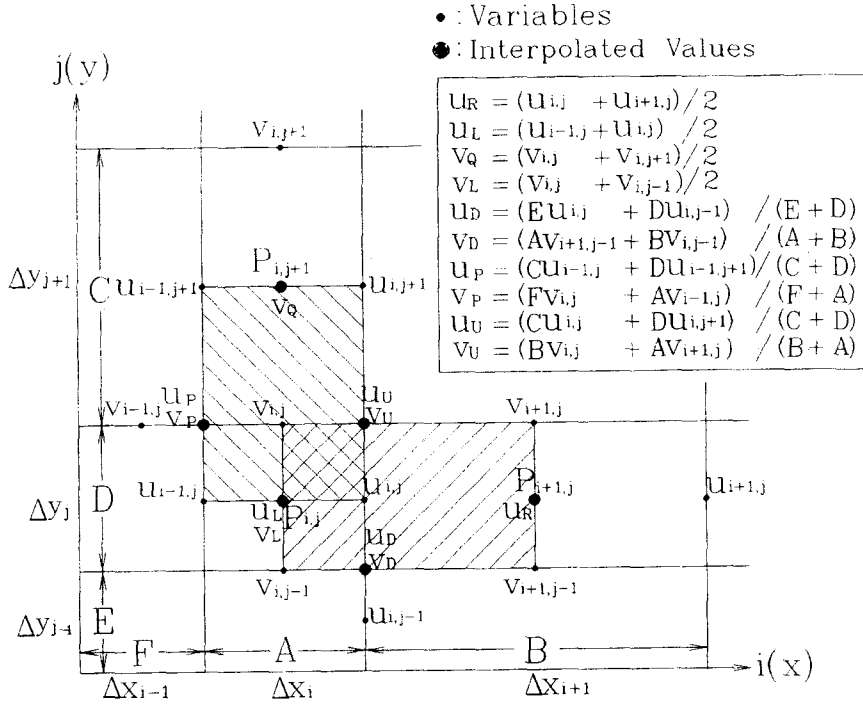


Fig. 1 Conservative Variables Allocation

$$\partial v^2 / \partial y \approx 2(v_Q^2 - v_L^2) / (C + D) \quad (7)$$

확산항은 2차정도의 중심차분을 이용하며, 다음과 같이 압력항과 함께 부등간격 격자의 보정을 행한다.

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{i,j} \approx \frac{2}{s(s+1)} \cdot \frac{u_{i+1,j} - (1+s)u_{i,j} + s u_{i-1,j}}{A^2}, \quad (8)$$

$s = B / A$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i,j} \approx \frac{2}{(A+B)} (p_{i-1,j} - p_{i,j}) \quad (9)$$

제안된 대류항의 인공점성을 알아보기 위해 최등³⁾은 Hirt에 의한 안정성해석⁴⁾을 행하였다. Hirt는 등간격상에서의 중심차분에 대하여 안정성 해석결과를 제시하고 있다. 부등간격에 대해서는 격자보간에 따른 식이 복잡하게 정리되며 자세한 내용은 문헌3에 소개되어 있다. 격자수는 경계면의 가상셀을 포함하여 80×80의 크기를 가지며(그림 2) 최소격자의 크기는 캐비티의 대표높이(H)의 약 1/400이며 최대격자크기는 약 1/53H이다. 경계조

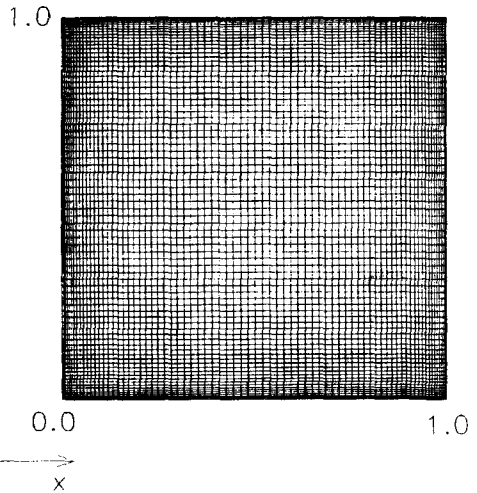


Fig. 2 Irregular Grid Formation(80×80)

건으로서 좌우 및 하부의 정지벽면에서는 점착조건을 주었으며 상부의 이동경계면의 가상격자에는 무차원의 대표속도(U=1)를 만족하도록 인접한 유동장내부의 속도값을 직선의삽하였다. 시간적분으로서는 1차정도를 갖는 양적인 오일러기법

을 적용하였다. Courant수 및 확산수를 만족시키는 값에 안정계수를 곱하여 시간간격을 정하였다. 안정계수는 레이놀즈수에 따라나 $Re=8 \times 10^3$ 및 8.5×10^3 에서는 0.8을, $Re=9 \times 10^3$ 에서는 0.4를, $Re=9.5 \times 10^3$ 에서는 0.6을 부여하였다. 계산 시간간격은 $Re=8 \times 10^3$ 과 8.5×10^3 에서는 0.002전후이며 $Re=9 \times 10^3$ 에서는 0.001, $Re=9.5 \times 10^3$ 에서는 0.0015전후이다. 속도 및 압력의 반복수렴 판정 조건으로서는 모든 격자에서의 발산의 최대값이 0.002이하가 되도록 하였다. 한 시간간격에 대한

여 평균 10회미만의 반복횟수를 나타내었다.

3. 계산결과 및 고찰

그림 3은 무차원시간 1100에서의 순시속도벡터를 각 레이놀즈수에 대하여 도시하고 있다. 우측하부의 모서리에서 보면 레이놀즈수가 증가할수록 하부 벽면에 충돌하여 반시계방향으로 회전하는 와류의 속도벡터의 크기가 커짐으로서 이 영역에서의 박리와류의 특성이 강화됨을 알 수가 있다.

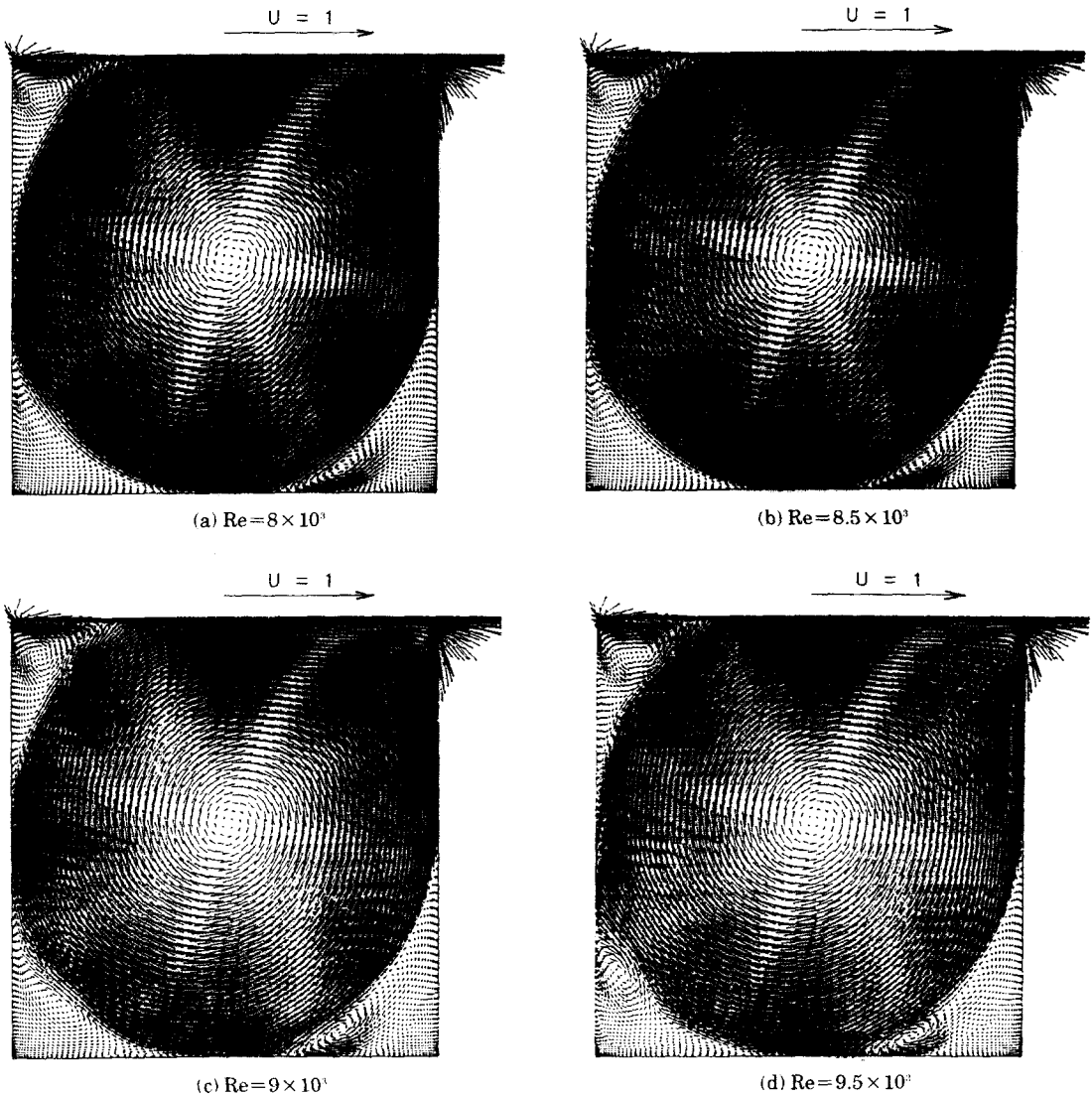


Fig. 3 Instantaneous Velocity Vectors($t=1100$)

이러한 경향은 문헌3의 $Re=10^4$ 의 경우에 더욱 크게 나타나고 있으며 강한 전단흐름이 주와류의 방향으로 회전하면서 하부의 정지벽면에 충돌할 때에 발생하는 현상이다. 이 결과로부터 주와류로부터의 운동에너지의 공급기능을 함으로서 이 모서리의 전체 영역에 걸친 재 박리의 형성구조에 기여하고 있음을 알 수가 있다. 좌측의 하부모서리에서도 대규모의 박리유동이 발생하고 있다. 여기에서도 우측의 모서리에서와 같이 주와류의 회전성분의 일부가 좌측하부의 벽면과 충돌하면서 유사한

운동에너지의 공급구조를 보여준다. 또한 레이놀즈수가 증가할수록 박리부에 유입되는 반시계방향의 2차와류의 크기가 증가함을 나타내고 있다. 상부좌측의 모서리에서는 거의 유사한 속도벡터의 분포를 나타내고 있다. 이것은 주와류의 회전성분이 갖는 큰 운동에너지의 크기가 점차 약화되면서 상부의 직선등속 덮개와 충돌하는 과정에서 모서리의 정점부근은 일종의 sink의 역할을 하기 때문으로 보여진다. 즉 상부덮개와 좌측벽면의 상부는 완전히 밀폐되어 있음으로서 이 부분으로부터

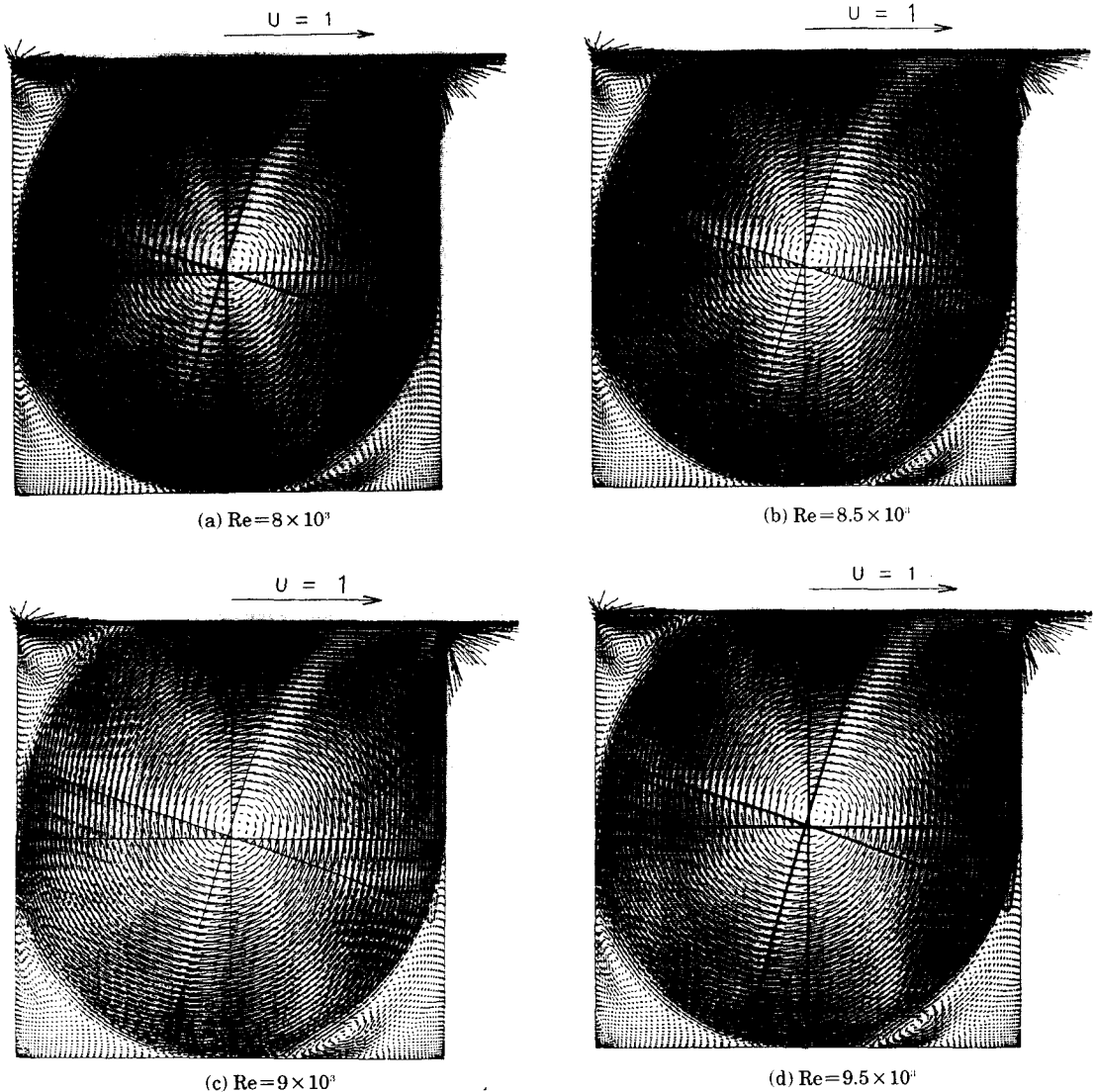


Fig. 4 Time - mean Velocity Vectors

의 유입유량이 차단되고 있다. 그러나 덮개는 연속으로 우측으로 이동함으로써 지속적인 전단응력의 발생구조를 유지하기 위하여 주위의 유동을 끌어들이며 여기에 필요한 유량은 주와류의 회전성분에 의존하고 있다. 따라서 비교적 큰 속도벡터가 모서리의 정점을 향하고 있으며 이 운동에너지가 반시계방향으로 회전하면서 단독의 2차와류를 형성하고 있다.

그림 4는 무차원시간 1000부터 1100까지의 속도벡터 데이터를 0.25간격으로 저장하여 이를 시간평균한 결과를 보여주고 있다. 또한 기하학적 중앙단면에서의 수직방향 속도성분의 크기를 곡선 근사하여 함께 도시하고 있다. 우선 우측하부의 모서리에서의 유동패턴에는 큰 차이가 발견되지 않고 있다. 이것은 본 연구에서 대상으로 하고 있는 레이놀즈수에서의 거시적인 운동에너지의 분배구조는 거의 유사함을 나타내고 있으며 이와 같은 현상은 좌측하부의 모서리에서도 발견되고 있다. 단 여기에서는 정점부근에서 형성되는 시계방향의 제3와류의 크기가 레이놀즈수가 증가함에 따라 약간씩 커지는 특성이 관찰되고 있다. 즉 레이놀즈수의 증가에 따른 운동에너지의 분배기능이 이 영역에서 강화됨을 의미한다. 이것은 최 등³⁾의 결과에서도 나타나고 있으며 고레이놀즈수 캐비티유동

장에서의 연속된 부차와류의 형성구조와 밀접한 관련이 있다. 한편 상부의 좌측모서리 영역에서는 박리와류의 형상이 거의 동일한 구조를 유지함을 알 수가 있다. 기하학적 중앙단면에서의 속도분포 형상은 레이놀즈수에 따라 큰 차이가 나타나고 있지 않고 있다. 이것은 네 가지의 레이놀즈수에 대하여 주와류의 회전성분이 갖는 운동에너지의 거시적인 분포특성이 거의 유사함을 의미한다. 따라서 극히 일부의 운동에너지가 모서리부에 공급되며 이 영역에서 레이놀즈수에 따른 점성력의 영향이 미소하게 미침을 알 수가 있다. 한편 그림 3에서의 순시속도벡터와 비교를 하여 보면 특히 $Re = 9 \times 10^3$ 이상에서 좌측하부의 모서리에서 박리와류의 형상에 약간의 차이가 있음을 알 수가 있다. 이 결과로부터 비정상성이 나타나기 시작하는 임계 레이놀즈수는 9×10^3 이하임을 예상할 수가 있다.

정방형 밀폐캐비티 유동장의 비정상성을 관찰하기 위한 방법으로서 유동장내부의 한 점에서의 운동에너지성분을 검출하여 시계열적으로 도시하였다. 검출점은 그림 2에서의 좌표정의에서 $x = 0.22, y = 0.04$ 의 위치이며 좌측하부의 박리영역에 속하고 있음으로서 이곳에서 형성되는 미소한 속도변화를 감지할 수 있을 것으로 추정하였다. 그림 5는 이 결과를 나타내고 있다. 세로축의 값이 소수

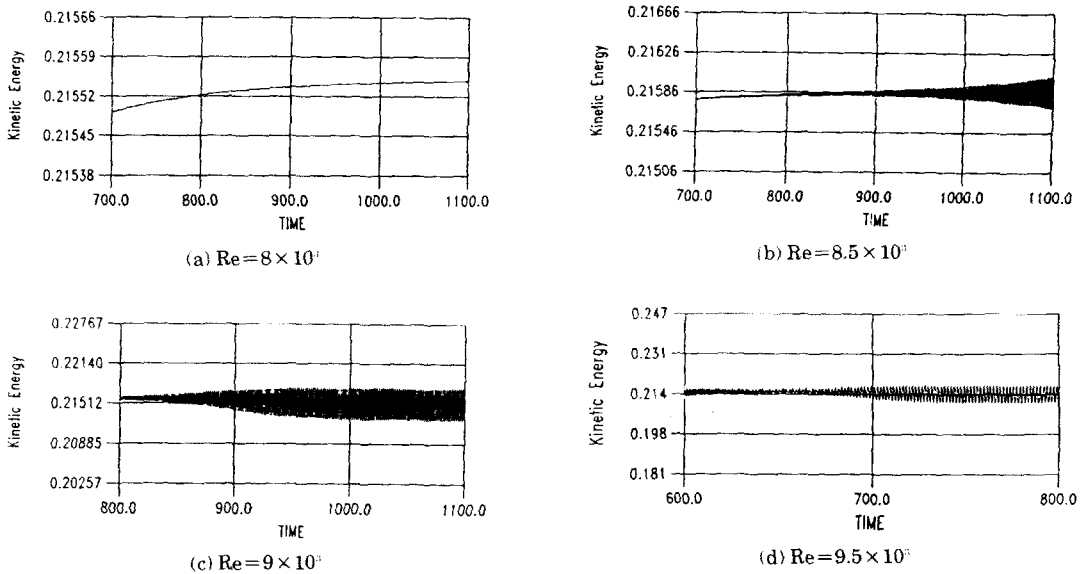
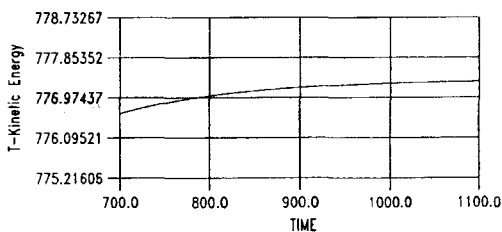


Fig. 5 Fluctuation of Kinetic Energy($x=0.22, y=0.04$)

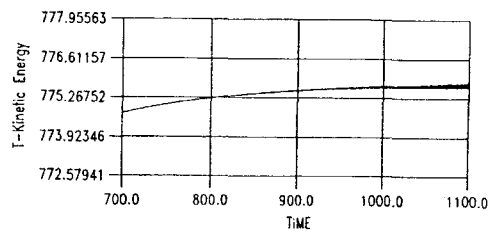
점이하 네자리수에서 바뀌고 있음으로서 매우 미소한 변동성분까지를 나타낼 수 있다. 검출시간은 각각 다르나 변동과형의 특성을 잘 보여주고 있다. $Re=8 \times 10^3$ 에서는 운동에너지가 단순증가하고 있으며 계측시간의 범위에서는 비정상적인 변동이 의견상 발견되고 있지 않다. 그러나 속도데이터를 관찰해 보면 소수점이하 6-7자리에서 약간의 변화가 나타나고 있다. 그러나 이것이 유동장 고유의 비정상성 때문인가 아니면 수치해석기법상의 문제, 예를 들어 매시간 스텝마다의 연속의 식을 만족시키는 수렴판정기준인 발산(divergence)값이 크기에 의존하는 것인가의 여부는 차후에 면밀한 검토가 필요하다. 한편 이 레이놀즈수에서는 무차원시간 1100에서도 계속 증가하는 경향을 보임으로서 발달해 가는(developing)유동장의 특성을 보이고 있는 점에 주목할 필요가 있다. 그림(b)는 $Re=8.5 \times 10^3$ 에서 무차원시간 $t=700-1100$ 의 구간에서의 결과이나 700이하에서부터 미소한 속도벡터의 진동이 있어왔음을 알 수가 있다. 그러나 진폭이 점차 증가하여 $t=1100$ 까지 계속 증가하고 있으며 특히 $t=900$ 근처에서부터 이러한 경향이 크게 나타나고 있다. 따라서 이 유동장에서는 완전히 발달된 흐름을 얻기 위하여는 계산시간이 더 필요하다. 이 결과는 또한 비정상성이 본격적으로 나

타지기 시작하는 임계레이놀즈수가 8.5×10^3 근방임을 보여주고 있다. 그림(c)는 $Re=9 \times 10^3$ 의 결과이다. $t=900$ 근방까지 진폭이 단조증가하다가 이후에는 거의 일정한 크기를 나타내고 있다. 따라서 이 레이놀즈수에서는 무차원시간 900이후부터 완전히 발달한(fully developed) 비정상유동을 나타내고 있으며 최대진폭의 변화가 거의 없음으로서 일정한 규모의 미소와류의 거동이 반복됨을 나타내고 있다. 그림(d)는 $Re=9.5 \times 10^3$ 의 결과이다. 무차원시간 $t=700$ 부터 최대진폭이 거의 일정한 특성을 보이고 있다. 따라서 이 시각부터 완전히 발달한 유동장이 지배적이며 $Re=9 \times 10^3$ 에서 보다 무차원시간으로 200정도 빠름을 알 수가 있다.

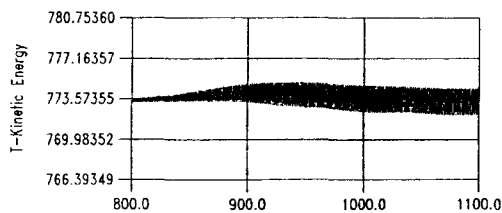
그림 6은 유동장의 비정상성을 알아보기 위한 또 다른 방법으로서 각 계산시스템마다의 모든 격자점에서의 운동에너지값을 더하고 이를 시간변화에 따라 도시하였다. 그림 6은 이와 같은 요령으로 네 가지의 레이놀즈수에 대하여 정리한 결과이다. 그림 5와 동일한 시간간격에 대하여 정리하였으며 세로축의 좌표값이 크게 나타나고 있다. 전체적인 경향은 그림 5의 결과와 유사하다. 즉 그림 5에서의 검출점은 유동장의 전체적인 비정상성을 알아 보는데 적당함을 의미한다. 또한 이 결과에서 보면 시간평균의 운동에너지값이 레이놀즈수가 증가할



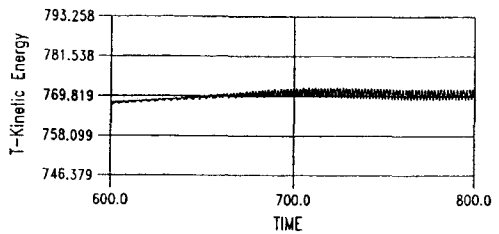
(a) $Re=8 \times 10^3$



(b) $Re=8.5 \times 10^3$



(c) $Re=9 \times 10^3$



(d) $Re=9.5 \times 10^3$

Fig.6 Fluctuation of Total Kinetic Energy

수속 작아짐을 보여준다. 이것은 상부의 밀폐이동 덮개로부터 공급된 전단운동 에너지가 내부의 유동장에 공급되면서 다른 형태의 에너지 특히 압력 구배성분에 의한 에너지로 변환됨을 나타내고 있다.

이상에서와 같이 네 가지의 레이놀즈수에 대하여 유동장의 특성을 검토하여 보았으며 비정상성이 나타나기 시작하는 임계레이놀즈수는 8.5×10^3 전후의 범위에 있음을 알 수가 있었다. 또한 비정상성은 주기적인 특성을 가지고 있으며 완전히 발달한 유동장이 형성되기 시작하는 시간이 레이놀즈수가 증가할수록 작아지며 이때부터의 유동장은 반복적인 특성을 유지함을 알 수 있다. 그러나 정확한 임계레이놀즈수의 결정에는 채택한 수치 기법 및 격자배치의 공간해상도 등에 따라서도 달라질 수가 있다. 이러한 내용에 대한 검토는 차후의 과제로 간주한다.

4. 결 론

2차원의 밀폐 캐비티 유동장에서 비정상성을 나타내기 시작하는 임계레이놀즈수를 알아보기 위하여 수치해석을 행하였다. SOLA의 대류항의 기법으로서 부등간격의 격자에서도 보존형을 유지하는 기법을 채택하여 특히 벽면근방에서 고해상도를 유지하도록 하였다. $Re = 10^4$ 이하에서의 레이놀즈수영역에서 네 종류의 경우($Re = 8 \times 10^3$, 8.5×10^3 , 9×10^3 및 9.5×10^3)에 대하여 수치계산을 행하였으며 그 결과 몇 가지의 새로운 유동특성을 관찰할 수 있었다. 즉 $Re = 8 \times 10^3$ 에서는 임의의

계산격자점에서의 운동에너지 및 전유동장의 운동에너지의 합에 대한 시계열변화로부터 무차원 시간 $t = 700 - 1100$ 범위에서는 발달해 가는 (developing) 유동특성을 나타내고 있으며 비정상성의 특징을 찾기 어려웠다. 그러나 $Re = 8.5 \times 10^3$ 에서는 무차원 시간 $t = 800$ 근처부터 운동에너지가 정현파의 주기를 나타내는 동시에 진폭이 시간 진행에 따라서 단조증가하는 경향을 보였다. 한편 $Re = 9 \times 10^3$ 에서는 $t = 850$ 부근부터, $Re = 9.5 \times 10^3$ 에서는 $t = 650$ 부근부터 진폭이 거의 같은 정현파의 단조진동특성이 지배적임을 나타내고 있다. 이 결과로부터 2차원 밀폐캐비티의 비정상성이 나타나기 시작하는 임계레이놀즈수의 범위는 8.5×10^3 전후의 범위에 있음을 알 수가 있었다.

참고문헌

- 1) A. Huser, S. Biringen, Calculation of Two - Dimensional Shear - Driven Cavity Flow at High Reynolds Numbers, Int. J. of Numerical Methods in Fluids, Vol. 14, 1992, pp. 1087 - 1109.
- 2) R. Verstappen, J. G. Wissink, A. E. P. Veldman, Direct Numerical Simulation of Driven Cavity Flows, Applied Scientific Research, Vol. 51, 1993, pp. 377 - 381.
- 3) 최민선, 송치성, 이영호, 2차원 밀폐 캐비티의 고레이놀즈수 흐름에 관한 연구, 한국박용기관학회지 제 20권3호, 1996, pp. 101 - 109.
- 4) C. W. Hirt, Heuristic Stability Theory for Finite - Difference, J. Comp. Phys. Vol. 2, 1968, pp. 339 - 355.