

廣域에 適用可能한 拋物線形 波浪模型 A Parabolic Wave Model Applicable to Large Area

이 정 렬*
Jung Lyul Lee*

要 旨 : 2차 미분항을 보정하는 拋物線形 緩傾斜 方程式을 유도하여 廣域에 적용할 수 있는 새로운 접근 방법을 제시한다. 즉, 어느 주기의 파에 대해서도 충분히 큰 파의 주기로 대체되도록 하여 격자의 제약으로 인한 어려움이 제거되었다. 큰 주기의 파로 변형시키되 파속이 유지되도록 파장을 늘리고 또한 파의 군속도도 유지시켜 큰 격자에 대해서도 파의 淺水 및 屈折 現象이 제대로 반영되도록 하였고 파의 回折現象은 실제 입력조건에 의한 결과와 근사한 결과를 낳도록 시도되었다. 개발된 본 수치 모형은 파랑에너지의 집중(focus)을 유발하는 Ito and Tanimoto (1972)의 淺堆구조에 적용되어 만족할 만한 결과를 얻었다.

Abstract □ A mild slope equation of parabolic type is derived with the revision of the 2nd order differential term and a new approach for the application to large area is presented. The replacement with long waves can overcome the numerical difficulty due to small waves over the system of large grid sizes. No matter how long the replaced wave length is, the refraction and shoaling are maintained by keeping its own wave speed and group velocity, respectively. However, the diffraction effect is modified by means of Eikonal equation. The developed numerical model was applied to the shoal of Ito and Tanimoto (1972) to yield the satisfactory results.

1. 緒 論

컴퓨터의 工學適用과 더불어 淺海波의 算定은 波向線式(ray equation)에 3간을 두어 格子上에서 이를 算定하는 方法이 利用되어 왔는데 水深이 복잡하여 波向線이 서로 交叉되는 境遇, 파의 중복에 따른 영향이 반영되지 못한다. Dobson이 제시한 模型이 이러한 波向線법중에서 가장 普遍的으로 適用되어 왔다. 이러한 한계를 극복할 만한 접근이 꾸준히 전개되어, Berkhoff (1972)에 의해서 緩傾斜 方程式(mild slope equation)이 유도되기에 이르렀고 淺水, 屈折, 回折, 반사등 파랑의 제 現象을 반영할 수 있는 模型이 수립되기 시작하였다. 淺海波浪模型은 橢圓形(elliptic), 拋物線形(parabolic), 雙曲線形(hyperbolic) 등이 있으며 理想的인 海底地形에 대해서는 檢證되었으나 自然 現場에의 適用에

는 아직도 결과가 서로 상이한 실정이다. Lee and Wang (1992)은 이 緩傾斜 方程式을 이용한 대표적인 유한차분 수치모델들의 분석 결과를 제시하였는데 모든 現象에 뚜렷이 越等한 모델이 없어 경우에 따라서 모델을 선정해야 하는 비효율성을 지적한 바 있다. 사실 수치상의 接近도 용이하지 않아 緩傾斜 方程式이 제시된 후 20년이 지난 현재도 全天候 파랑 모델의 開發이 요구되고 있는 상태이다.

본 연구는 그동안 규칙파(유의파)로 천해 설계파를 추정하던 한계를 극복하고 현장에서 실제로 관측되는 불규칙파로 추정하기 위한 기초연구로서 수행되었다. 불규칙파는 다양한 주기와 파향을 갖고 있으므로 廣域에 적용가능한 규칙파 모델이 불규칙파 해석에 적용가능하다. 그동안 廣域에 즐겨 사용되어 왔던 파랑 모델로는 橢圓形 파랑 모델(Ebersole, 1985; Lee and Wang,

*성균관대학교 토목공학과 (Department of Civil Engineering, Sung Kyun Kwan University, Suwon Campus, Suwon 440-746, Korea)

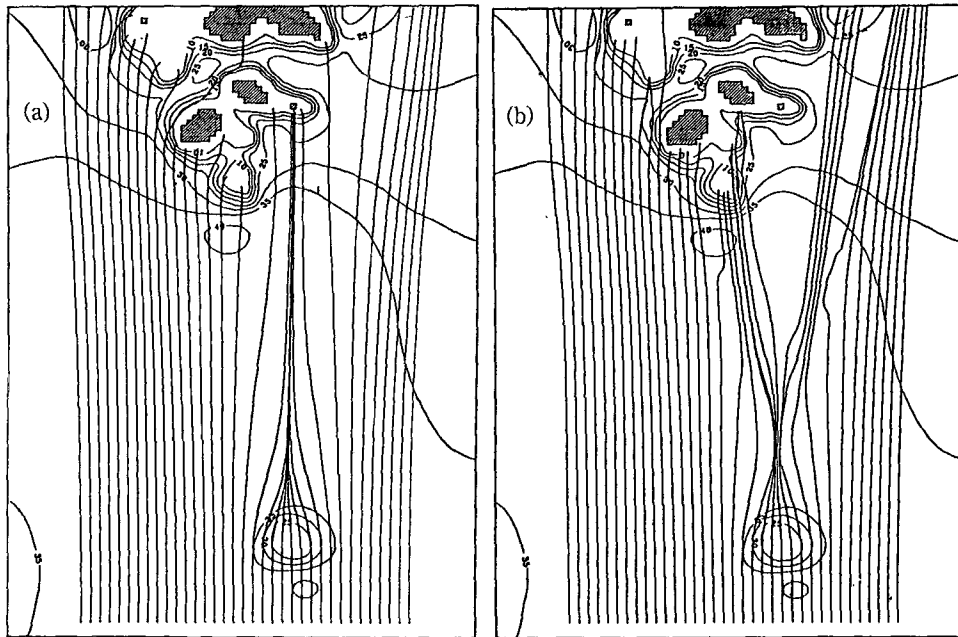


Fig. 1. Comparison of wave rays resulted from elliptic model and parabolic model over a shoal: a) Elliptic model, b) Parabolic model.

1992)과 拋物線形 모델(Radder, 1979; 서, 1990; Lee and Wang, 1992; 이와 이, 1994)이 있다. 또한 廣域에 적용하려는 최근의 시도로는 Lee and Wang(1992)에 의해서 橢圓形 식을 상미분화 하고 Gragg의 수치방법을 사용한 수치모델과 Li *et al.* (1992)에 의해서 수면 속도포텐셜에 자연 로그(log)를 취하여 개발한 모델들이 있다.

橢圓形 모델은 진행파로 가정하고 유도된 식을 사용함으로써 구조물 또는 淺堆 후면에서 파랑이 교차하는 現象을 올바르게 재현하지 못하고 교차파의 평균된 특성으로 진행하도록 하는 모순을 낳고 있다. 따라서 후면에서 상당히 떨어진 지점에서 파고의 과대 평가를 유발한다. Fig. 1a는 미조항의 淺堆에서 이러한 모순을 보이는 橢圓形 모델의 파향선 결과를 보인 것으로, Fig. 1b의 拋物線形 모델 결과와 비교되었다. 橢圓形 모델은 파의 교차를 절대 허용하지 않지만 拋物線形 모델은 淺堆으로 인하여 屈折된 파가 淺堆 후면에서 교차되는 現象을 제대로 보여주고 있다. Fig. 2는 파고의 변화를 보이는 것으로 두 모델의 결과가 상당히 다름을 알 수 있다.

그 밖에 橢圓形 모델은 수심의 변화가 큰 경우 발산의 가능성이 있고, 수치모델 결과가 평활화(smoothing)된다는 단점이 있다.

기존의 拋物線形 모델은 수치계산 진행방향으로만 未知數의 주기적인 변화를 제거하여 廣域에 적용되도록 하였다. 그러나 광각(wide angle)에 대하여는 수치계산 진행방향에 대하여 직각 방향으로 未知數의 격자당 변화가 심하게 되어 수치결과를 신뢰할 수 없게 된다. 즉, 계산 진행방향과 파의 진행방향이 이루는 각을 θ 라고 할 때 수치계산 진행방향에 대하여 직각 방향으로 나타나는 파봉간의 거리 L_y 는 다음과 같이 결정된다.

$$L_y = \frac{L}{\sin \theta}$$

여기서 L 은 파장으로 예를 들어 심해에서 10초인 파에 대하여 파장은 156 m가 되므로 $\theta=45^\circ$ 에 대하여 L_y 는 대략 180 m가 된다. 유한차분법으로 週期적인 未知數를 해석할 때는 적어도 파봉간 10개 정도의 격자가 요구된다고 볼 때 필요한 격자폭은 18 m가 되므로 결코 廣域에서의 격자체계라고 할 수 없다. 따라서 이러한 모순을 극복하고 수심의 변화가 큰 경우에도 오차없이 적용가능한 모델의 개발이 요구된다.

본 연구에서는 기존의 拋物線形 方程式을 개선하여 그 限界를 克服할 수 있는 방법을 모색함으로써 짧은 계산 시간이 요구되는 拋物線形 수치기법으로 항내 정

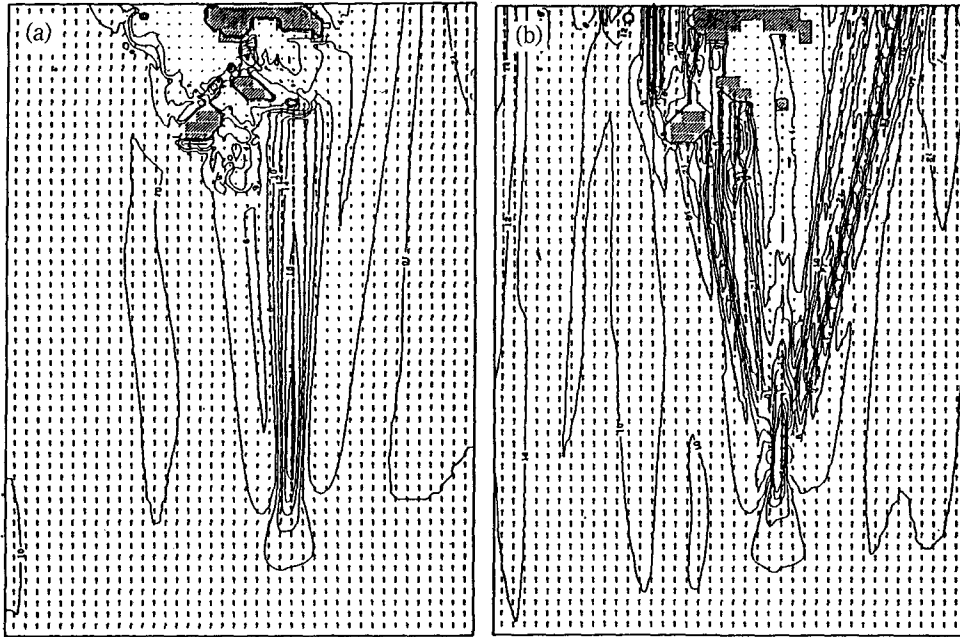


Fig. 2. Comparison of wave heights resulted from elliptic model and parabolic model over a shoal: a) Elliptic model, b) Parabolic model.

온도해석은 물론 格子 크기에도 制限이 비교적 적은 천해용 불규칙파의 모델 개발을 궁극적 目標로 한다.

2. 波浪 變形

본 연구의 목적은 파장당 격자의 수를 증가시키기 위해 수치모델 상의 파의 주기를 원래의 주기보다 확장하려는 데 있으며 이에 따른 파랑 변형 現象의 유지 여부를 검토하는 것이 필요하다. 파랑 변형 現象로는 淺水(shoaling), 屈折(refraction), 回折(diffraction), 반사(reflection) 現象 등이 있으며 비선형을 제외한 모든 現象은 緩傾斜 方程式을 이용한 모델로 재현되고 있다. Berkhoff(1972)에 의해 제시된 緩傾斜 方程式은 다음과 같이 수면 속도 포텐셜의 함수로 주어진다.

$$\nabla \cdot (CCg \nabla \phi) + k^2 CCg \phi = 0 \tag{1}$$

여기서 ϕ 는 평균수면에서의 속도 포텐셜, C 는 파속, Cg 는 군속도, k 는 파수이고 ∇ 은 수평 미분 연산자이다. 위 식은 파고와 파수 벡터의 함수로 ϕ 를 표현하여 파랑 에너지 보존식으로 다음 결과를 낳는다.

$$\nabla \cdot (Cg \frac{K}{k} H^2) = 0 \tag{2}$$

$$K^2 = k^2 + \frac{\nabla^2 H}{H} \tag{3}$$

식 (2)는 파의 에너지 (또는 H^2)가 보존되도록 하기 위해서는 군속도와 屈折로 인한 파향이 유지되어야 함을 보이고 있다. 屈折로 인한 파향에 직접 영향을 미치는 것은 파속이므로 어떠한 경우든 군속도와 파속이 유지되는 한 식 (2)는 만족될 수 있다. 식 (3)은 回折과 관계되는 식으로 Eikonal 식이라고 하며 다음과 같이 큰 오차 없이 근사적으로 표현될 수 있다 (Kirby, 1983).

$$K^2 = k^2 + \Delta k^2 \tag{4}$$

여기서 $\Delta k^2 = \nabla^2 H / H$ 로 정의 된다. 回折이란 식(4)의 제 2항이 암시하는 바와 같이 파고의 수평적 변화로 인한 보정으로 동일한 回折효과를 얻기 위하여는 이 항의 값이 동일한 값으로 유지되어야 한다. 따라서 回折은 파수의 보정으로 인한 파속의 변화로 생기는 屈折 現象의 하나이다. 따라서 식 (4)는 파속의 향으로 다음과 같이 표현하여 일반성을 갖는다.

$$\left(\frac{K}{\sigma}\right)^2 = \left(\frac{k}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{\Delta k}{\sigma}\right)^2 \tag{5}$$

여기서 σ 는 각주파수로 $\frac{2\pi}{T}$ 로 정의된다.

2.1 淺水 및 屈折

파의 屈折 現象은 파속(wave speed)의 차이로, 파의 淺水 現象은 군속도(group velocity)의 차이로부터 생기므로 파속과 군속도를 유지시켜 줌으로써 재현될 수 있는 現象들이다. 따라서 먼저 실제 파주기부터 얻은 파속과 군속도를 계산하여 식 (1)의 파속 C와 파의 군속도 Cg로 사용하면 된다. 다음으로 예정된 격자에 대해 충분한 파장이 확보되도록 파주기를 변형한다. 변형된 파주기에 대해서 개방경계에서 입력되는 파는 원래의 파속과 군속도를 확보하기 위해 수심의 변경이 있어야 한다. 그러나 그런 수심에 대한 파속과 군속도는 이미 계산되어 있으므로 그에 상응하는 수심의 변경을 요구하지는 않는다.

2.2 回折

모델에서 파가 원래 파속으로 진행하기 위해 변형된 파주기에 대해 변형되는 파수, K는 다음과 같다.

$$\tilde{k} = \frac{T}{T} k = \frac{\tilde{\sigma}}{\sigma} k \tag{6}$$

따라서 식 (1)은 변형된 주기를 갖는 입력조건에 대해서 다음과 같이 변형된다.

$$\nabla \cdot (CCg \nabla \tilde{\phi}) + \tilde{k}^2 CCg \tilde{\phi} = 0 \tag{7}$$

그 때 식 (7)이 낳는 Eikonal 식은 다음과 같다.

$$\tilde{K}^2 = \tilde{k}^2 + \Delta \tilde{k}^2 \tag{8}$$

• $\tilde{\sigma}^2$ 으로 나누어,

$$\left(\frac{\tilde{K}}{\tilde{\sigma}}\right)^2 = \left(\frac{\tilde{k}}{\tilde{\sigma}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \tilde{k}}{\tilde{\sigma}}\right)^2 \tag{9}$$

윗 식의 좌변은 回折효과에 의하여 변형된 파속의 상승을 나타낸다. 따라서 원래 주기에 대한 回折 효과와 동일한 결과를 얻도록 하기 위하여 식 (5)와 비교되어 보정된 緩傾斜 方程式은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot (CCg \nabla \tilde{\phi}) + \tilde{k}_m^2 CCg \tilde{\phi} = 0 \tag{10}$$

여기서 $\tilde{k}_m^2 = \left[\tilde{k}^2 - \left(1 - \frac{\tilde{\sigma}^2}{\sigma^2}\right) \Delta \tilde{k}^2 \right]$

식 (10)이 본 연구에서 제안되는 緩傾斜 方程式으로, 원래 입력되는 주기보다 큰 주기를 입력으로 하여 계산

영역내 파고 및 파향을 추정하는 경우에 사용된다.

3. 支配方程式의 誘導

Radder (1979)와 Booij (1981), Kirby (1986), 徐 (1990)는 Berkhoff (1972)에 의해 제시된 橢圓形 緩傾斜 方程式으로부터 파의 주진행 방향에 대한 拋物線形 근사식을 제시한 바 있다. 본 연구에서는 그들의 결과를 얻는 데 內在된 가정을 다음 일반적인 과정을 통하여 밝히고 拋物線形 근사식의 한계 및 해결방안으로써의 한 접근방법을 제시하고자 한다. Tilde를 생략하고 대체된 주기에 대하여 식 (10)은 Radder (1979)에 의해 다음과 같은 Helmholtz형의 식으로 변형될 수 있다.

$$\nabla^2 \Phi + k_c^2 \Phi = 0 \tag{11}$$

여기서 $\Phi = (CCg)^{0.5} \phi$ 이고 $k_c^2 = k_m^2 - \nabla^2 (CCg)^{0.5} / (CCg)^{0.5}$ 이다. 식 (11)은 수치해석상의 便利를 도모하기 위하여 拋物線形 성분과 비 拋物線形 성분으로 분류된다. 어떤 일반성의 損失없이 다음 식 (12)에서와 같이 表現될 수 있다.

$$\phi = A e^{i \int k_c(x) dx} \tag{12}$$

A는 복소수 변수로 진행파에 대해서는 振幅, a의 函數로 表現하면 다음과 같이 주어질 수 있다.

$$A(x, y) = \frac{ig (CCg)^{0.5} a(x, y)}{\omega} e^{i((k_x - k_c)x + k_y y)}$$

진폭, a와 각주파수 ω 는 여기서 실수로 주어지며 k_{cx} , k_{cy} 는 각각 파수벡터 k_c 의 x, y방향 성분이다. +x방향으로 주 진행하는 파에 대하여 식 (12)의 관계하에 얻어진 미지수 A의 변화는 적으리라 예상되므로 그런 미지수의 수치해석에 조밀한 격자체계가 요구되지 않는다. 식 (11)에 식 (12)을 대입하여 다음을 얻는다.

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + 2ik_c \frac{\partial A}{\partial x} + iA \frac{\partial k_c}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \tag{13}$$

언급하였듯이 식 (13)은 식 (11)의 또다른 표현으로 간주될 수 있다. 이를테면 반사파를 무시했다던지 파의 주진행방향이 x축이어야 한다든지 하는 가정이 전혀 포함되지 않았다. 그러나 만약 그런 가정이 식 (13)에 적용된다면, 첫번째 항은 무시할 만하고 다음과 같은

포물선형 近似式이 될 수 있다.

$$2ik_c \frac{\partial A}{\partial x} + iA \frac{\partial k_c}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (14)$$

이 식은 Radder (1979)에 의해 유도된 식과 같은 형태이며 Booij (1981), Kirby (1986), 徐 (1990)등의 고차 포물선형 식은 식 (13)의 첫번째 항을 무시한데 따른 오차를 만회하기 위한 간접적인 방법으로 사료된다. 즉, 식(14)를 x 로 미분하면,

$$2ik_c \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + 2i \frac{\partial k_c}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + i \left(\frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial k_c}{\partial x} + \frac{\partial^3 A}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (15)$$

x 의 2차미분항을 제거하기 위하여 식 (14)에 $2ik_c$ 를 곱하고 식 (15)의 관계를 이용하면 다음 결과를 얻는다.

$$\left(-3i \frac{\partial k_c}{\partial x} - 4k_c^2 \right) \frac{\partial A}{\partial x} - A \left(2k_c + i \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial k_c}{\partial x} + \left(2ik_c - \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (16)$$

속도 포텐셜로 표현된 고차원적 포물선형 완경사 방정식이 서(1990)에 의해서 제시된 바 있으며 다음 식(17)과 같다.

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial x} = \left(ik_c + \frac{ib}{k_c} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} - \frac{1}{4k_c^2} \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} + \frac{a}{2k_c^3} \frac{\partial k_c}{\partial x} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Phi^* \quad (17)$$

식 (12)의 관계를 대입하면,

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \left[\left(\frac{a}{2k_c^3} \frac{\partial k_c}{\partial x} + i \frac{4b-1}{4k_c} - \frac{1}{4k_c^2} \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} \right] A \quad (18)$$

식 (16)에서 첫번째 항의 파수 미분항의 展開를 위해 식 (14)의 근사 관계를 A 의 1차 미분항에 대입하고 풀면,

$$\frac{3}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} \left(2iA \frac{\partial k_c}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) - 4k_c^2 \frac{\partial A}{\partial x} - A \left(2k_c + i \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial k_c}{\partial x} + \left(2ik_c - \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (19)$$

이 되고 파수의 2차미분항이나 1차미분의 자승항을 무시하고 비교하면 식 (18)의 a 와 b 는 3/4이라는 결과를 얻는다. 서(1990)에 의하면 이 결과는 Booij(1981)와 Kirby(1986)에 의해서 얻어진 것과 같다. 따라서 지금까지 얻어진 拋物線形 緩傾斜 方程式의 주된 가정은 결론적으로 파의 주 진행 방향에 대한 A 의 2차 미분항을 무시하거나 또는 간접적으로 보정해주는 것이다. 따라서 拋物型 近似式은 散亂波浪이 주 진행 방향에 가까우면 가까울수록 그 正確度가 높아짐이 밝혀졌다 (Booij, 1981; Kirby, 1986). 식(19)는 2차 미분항을 간접 보정해주며 그 誘導過程이 特別한 가정없이 분명하다. 지금까지는 기존에 유도된 2차 拋物線形 緩傾斜 方程式과 비교하기 위한 것이고 이후 廣角에 의한 誤差를 제거할 수 있는 2차 拋物線形 緩傾斜 方程式을 유도하고 본 연구의 支配方程式로 사용한다.

어떤 一般性的 損失없이 속도포텐셜, Φ 는 또한 다음 식 (20)에서와 같이 표현될 수 있다.

$$\Phi = Ae^{ik_c x} \quad (20)$$

여기서 k_o 는 일정한 값으로 본 연구에서는 외해 경계 조건의 편리상 外海 境界에서 x 방향의 파수성분으로 한다. 자세한 언급은 경계조건을 다루는 절에서 부언한다. 수심의 변화가 비교적 작은 항내에서 식 (17)의 관계는 식 (13)의 관계와 마찬가지로 x 방향으로 주 진행하는 파에 대하여 未知數 A 의 변화는 또한 작으리라 예상되므로 수치해석상 조밀한 격자체계가 요구되지 않는다. 식 (11)에 식 (20)을 대입하여 다음을 얻는다.

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + 2ik_o \frac{\partial A}{\partial x} + (k_c^2 - k_o^2)A + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (21)$$

식 (21)은 식 (11)의 또다른 표현으로 간주될 수 있다. 즉, 반사파를 무시하거나 파의 주진행방향이 x 축이어야 한다는 등의 가정이 전혀 包含되지 않았다. 그러나 만약 그런 가정이 식 (4)에 적용된다면, 첫번째 항은 無視할 만하고 다음과 같은 拋物線形 근사식이 될 수 있다.

$$2ik_o \frac{\partial A}{\partial x} + (k_c^2 - k_o^2)A + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (22)$$

x 로 미분하면,

$$2ik_o \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + 2k_o A \frac{\partial k_c}{\partial x} + (k_c^2 - k_o^2) \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial^3 A}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (23)$$

식 (23)으로부터 식 (21)의 A의 2차 미분항을 소거하면,

$$-(k^2+3k_0^2)\frac{\partial A}{\partial x}+2ik_0(k^2-k_0^2)A-2k_cA\frac{\partial k_c}{\partial x} + \left(2ik_0-\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}=0 \quad (24)$$

위에 주어진 식 (24)가 항내 정온도를 위해 本 研究에서 수치해석되는 拋物型近似式이다.

쇄파대에서 파의 breaking은 여러 방법이 있지만 수평 2차원적인 경우 검증된 방법이 아직 없으므로 여러 면에서 무리없이 적용될 수 있는 Miche's criterion을 사용하여 다음과 같이 간단히 그 영향을 반영한다.

$$A_b = \frac{0.78h}{H}A \quad \text{if } H > 0.78h$$

여기서 하첨자 b는 breaking을 일으키는 쇄파대내에서의 값을 의미한다.

拋物型 近似式은 파의 주 진행 방향에 가까우면 가까울수록 그 正確度가 높아지는 것으로 알려졌으나 (Booij, 1981; Kirby, 1986) 本 研究에서 제안되는 바와 같이 k_0 를 x방향의 파수성분으로 사용하는 경우 광각으로 진행하는 파에 대해서도 그 正確度는 유지된다. 즉, 일정 수심에서 k_0 를 x방향의 파수성분으로 사용하는 경우 A의 x방향 미분항은 영이되므로 다음과 같이 자연 성립된다.

$$(k^2-k_0^2)A + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{k_x}{k} = \left\{ 1 - \left(\frac{k_y}{k} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (25)$$

반면에 k_0 를 그 수심에 대한 파수로 사용하는 경우 $(k^2-k_0^2)$ 항이 零이 되고 A의 x방향 미분항은 영이되지 않으므로,

$$2ik_0\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \Rightarrow 2k_0(k_x-k_0)+k_y^2=0$$

그러므로

$$\frac{k_x}{k} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{k_y}{k}\right)^2 \quad (26)$$

윗 식은 식 (25)를 최저차원 移項定理(lowest-order bin-

omial expansion)한 것으로 식 (25)의 근사치이다.

4. 數值解析 및 境界條件

4.1 數值 解析

本 研究의 支配方程式인 拋物線形 緩傾斜 方程式인 식 (24)는 Fig. 3에서와 같은 격자체계에서 角周波數 및 波向成分에 대하여 다음 Crank-Nicolson 방법으로 유한차분된다.

$$-(k^2+3k_0^2)A_{i,j} - \frac{A_{i-1,j}}{\Delta x} + \left[2ik_0(\bar{k}_c^2 - k_0^2) - 2\bar{k}_c \frac{k_{ci,j} - k_{ci-1,j}}{\Delta x} \right] \frac{A_{i,j} + A_{i-1,j}}{2} + 2ik_0 \frac{A_{i,j+1} - 2A_{i,j} + A_{i,j-1} + A_{i-1,j+1} - 2A_{i-1,j} + A_{i-1,j-1}}{2(\Delta y)^2} - \frac{A_{i,j+1} - 2A_{i,j} + A_{i,j-1} - A_{i-1,j+1} + 2A_{i-1,j} - A_{i-1,j-1}}{\Delta x(\Delta y)^2} = 0 \quad (27)$$

여기서 $\bar{k}_c = \frac{k_{ci,j} + k_{ci-1,j}}{2}$ 이다. 정리하면,

$$a_j A_{i,j-1} + b_j A_{i,j} + c_j A_{i,j+1} = d_j \quad (28)$$

여기서,

$$a_j = c_j = \frac{ik_0}{(\Delta y)^2} - \frac{1}{\Delta x(\Delta y)^2},$$

$$b_j = -\frac{\bar{k}_{ci,j}^2 + 3k_0^2}{\Delta x} + ik_0(\bar{k}_{ci,j}^2 - k_0^2) - \frac{\bar{k}_{ci,j}(k_{ci,j} - k_{ci-1,j})}{\Delta x} - \frac{2ik_0}{(\Delta y)^2} + \frac{2}{\Delta x(\Delta y)^2}$$

$$d_j = -\left[\frac{\bar{k}_{ci,j}^2 + 3k_0^2}{\Delta x} + ik_0(\bar{k}_{ci,j}^2 - k_0^2) - \frac{\bar{k}_{ci,j}(k_{ci,j} - k_{ci-1,j})}{\Delta x} - \frac{2ik_0}{(\Delta y)^2} + \frac{2}{\Delta x(\Delta y)^2} \right] A_{j-1,j} - \left[\frac{ik_0}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{\Delta x(\Delta y)^2} \right] A_{i-1,j+1} - \left[\frac{ik_0}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{\Delta x(\Delta y)^2} \right] A_{i-1,j-1}$$

식 (28)은 i번째 A에 대하여 tridiagonal matrix를 형성하여 Thomas algorithm으로 쉽게 수치해석된다.

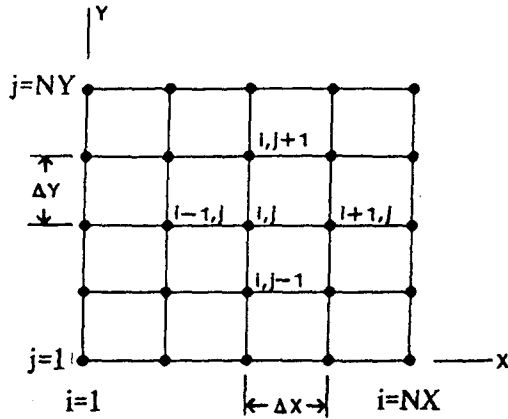


Fig. 3. Computational grid system.

4.2 境界 條件

進行波에 대한 A의 초기조건은 다음과 같이 주어진다.

$$A(0, y) = \frac{ig(CCg)^{0.5} a_0}{\omega} e^{ik_y y}$$

그리고 k_0 를 외해경계에서의 k_x , 즉, 파수의 x방향 성분을 사용하여 2차 미분항에 대한 초기조건이 깰이 되도록 하였다. 수심의 변화가 완만한 항내 정온도 문제에서 일정한 값으로 k_0 를 사용하는 데 무리가 없을 것이다.

양측에서의 경계조건은 구조물이 없을 때 Snell's law를 적용하고 구조물이 있을 때는 반사경계조건을 적용한다.

$$\frac{\partial A}{\partial y} = ik_y A$$

이 식은 다음과 같이 유한 차분될 수 있다.

$$\frac{A_{i,j+1} - A_{i,j}}{\Delta y} = ik_y \frac{(A_{i,j+1} + A_{i,j})}{2}$$

정리하여 양측 경계의 격자에서의 값은 다음과 같이 경계 바로 안쪽의 값으로 결정된다.

$$A_{i,0} = -\frac{0.5ik_y - 1/\Delta y}{0.5ik_y + 1/\Delta y} A_{i,1}, \quad A_{i,NY+1} = -\frac{0.5ik_y + 1/\Delta y}{0.5ik_y - 1/\Delta y} A_{i,NY}$$

5. 計算 結果

5.1 Ito and Tanimoto의 實驗과의 比較

Ito and Tanimoto(1972)가 실험한 淺水の 조건(Fig. 4)에서 수치실험이 수행되었다. 아래 표에 파랑 및 모델의 조건이 제시되었으며 입사파의 진행방향은 x방

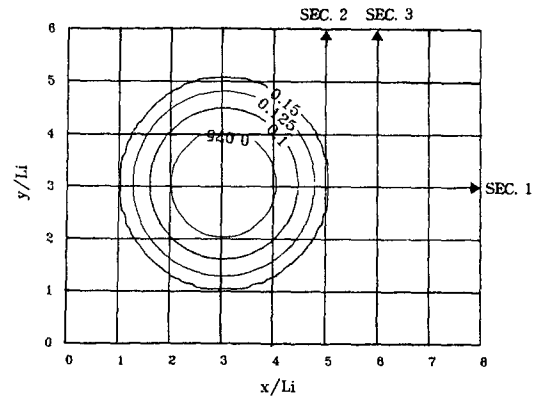


Fig. 4. Layout of Ito and Tanimoto(1972) experiment.

Table 1. Input data of numerical experiments.

주기	입사파	입사파향	NX	NY	Δx	Δy
0.511 sec	0.01 m	0°	91	91	0.08 m	0.08 m

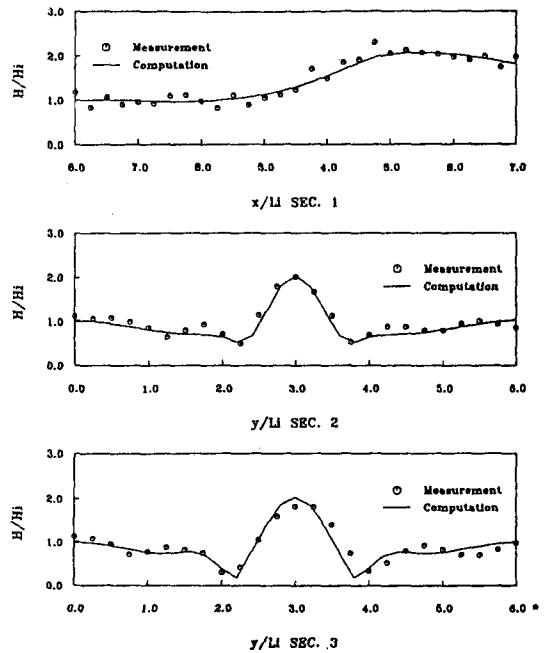


Fig. 5. Comparison of experiments (Ito and Tanimoto) and numerical results for a same wave period (T=0.511 sec).

향이다.

원래의 주기인 0.511초에 대하여 Section 1, 2, 3에서 실험자료와 본 수치모형의 결과가 Fig. 5에서 비교되었는데 상당히 만족할 만한 결과를 주고 있다. 원래의 주기보다 2배인 주기가 적용되지만 淺水, 屈折만이

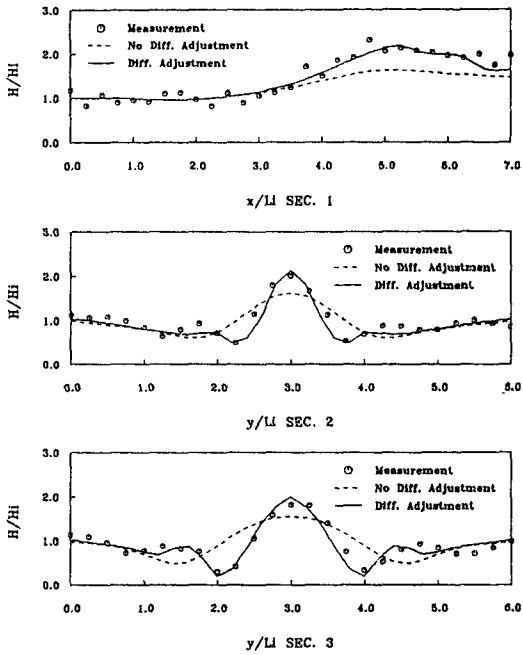


Fig. 6. Comparison of experiments (Ito and Tanimoto) and numerical results for $T=2 \times 0.511$ sec.

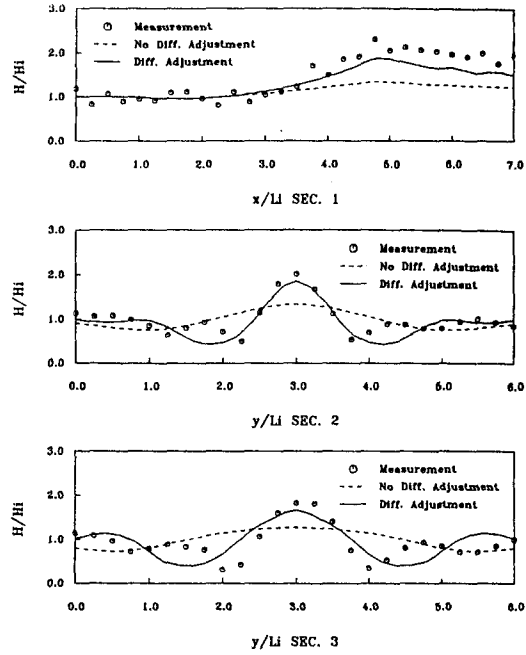


Fig. 8. Comparison of experiments (Ito and Tanimoto) and numerical results for $T=4 \times 0.511$ sec.

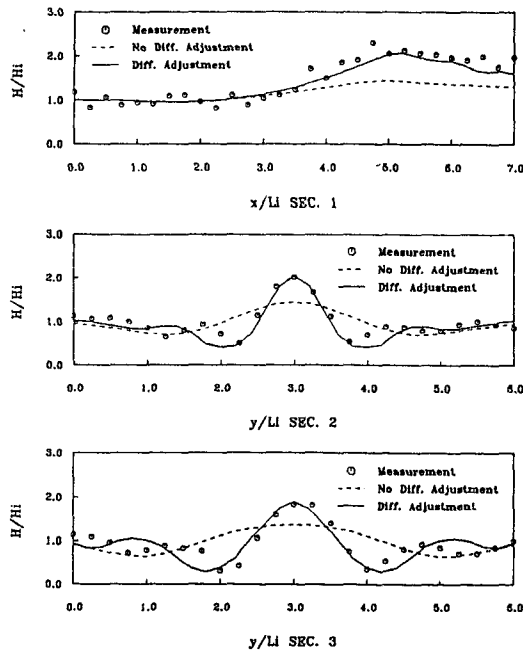


Fig. 7. Comparison of experiments (Ito and Tanimoto) and numerical results for $T=3 \times 0.511$ sec.

보정된 경우(no diffraction adjustment)와 淺水, 屈折, 回折 등 모든 現象이 유지되도록 한 경우(diffraction

adjustment)의 수치결과가 Fig. 6에서 실험자료와 비교되었다. 回折 보정이 적용되지않은 경우 淺堆 후면에서의 파의 집중이 재현되지 않지만 回折 보정이 적용된 경우는 만족할 만한 결과를 제공하고 있다. Fig. 7과 8은 원래 주기보다 각각 3배, 4배의 주기가 적용되었을 경우의 결과로 3배의 경우까지는 만족할 만한 결과를 주지만 4배인 경우 파고의 최저점이 실험결과로부터 벗어나고 있다. 이 이유는 한파장내에 淺堆이 완전히 포함되기 시작하면서 생기는 오류로 생각된다. 따라서 실제 100 m 격자망에서 본 拋物線形 모형이 적용된다면 광각에 대해서도 최소 500 m의 파장이 적용될 수 있고 5격자이내로 급격한 回折을 보이는 지형이 아니라면 본 모형의 적용에 무리가 없으리라 사료된다.

5.2 미조항에의 適用

Fig. 4에서의 拋物線形 모형의 계산결과는 미조항 前面에 위치한 海域에 적용된 것으로 120m 격자에서 수행되었다. 拋物線形은 계산 진행방향과 파의 진행방향 같은 경우라도 淺堆後面에서 파의 교차 현상으로 파향이 달라지므로 격자의 크기에 있어 緒論에서 언급한 바와 같은 제약을 받게된다. 이에 반하여 타원형은 모형의 격자가 큰 경우보다는 오히려 격자의 크기가

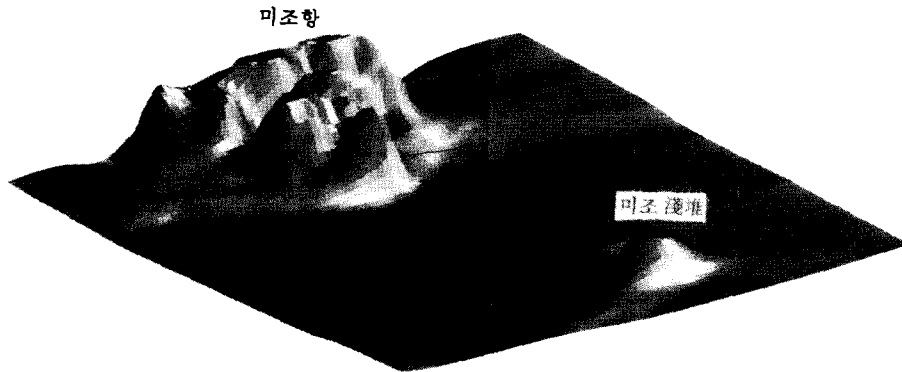


Fig. 9. Three dimensional view of water depth for front area of Mijo Harbour.

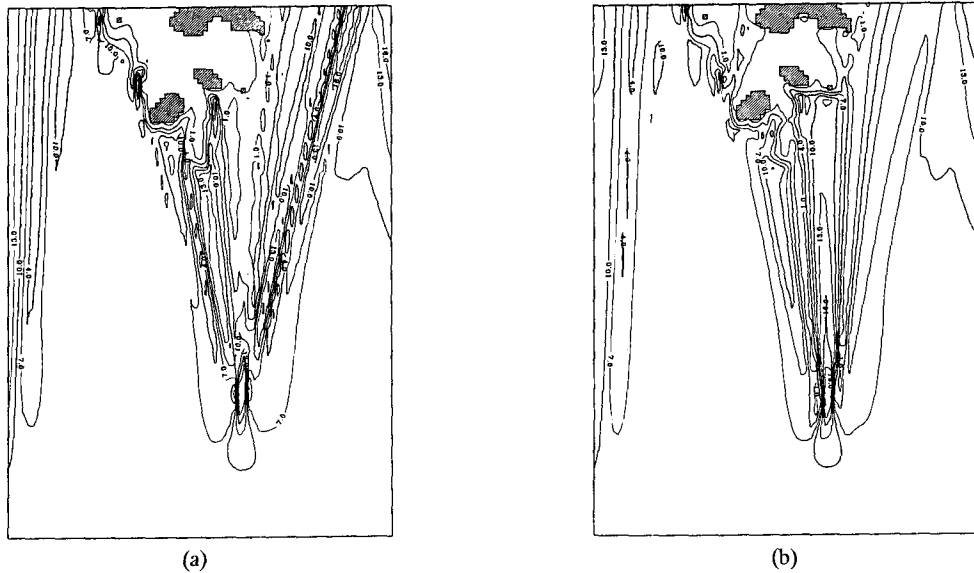


Fig. 10. Contours of wave height: a) No extension, b) Twice extension of wave period.

파장의 1/3보다 작은 경우에 제약을 받는다. 따라서 본 연구에서 樹立된 拋物線形 모델을 Fig. 9에서 보는 바와 같은 미조항 수심에 適用하여 보았다. 동일한 파랑 조건인 주기 14초, 입사파고 9.9m, 입사파향 0°에 대하여 週期擴張을 취하지 않은 결과와 2배의 週期擴張을 취한 결과가 Fig. 10a와 b에 각각 도시되었다. 波長의 擴張으로 인하여 Fig. 10a와는 달리 Fig. 10b에서는 비교적 부드러운 결과를 얻을 수 있다. 따라서 계산 진행 방향과 파의 진행방향이 같은 경우라 할지라도 屈折 및 回折 효과로 인하여 拋物線形 모델의 계산 결과는 격자의 크기에 따라 그 傾向을 달리할 수 있으므로 격자의 간격을 줄이거나 주어진 격자체계에서 본 연구에

서 樹立된 모델을 適用하여 廣域에서 격자크기로 인한 계산 결과의 부정확성을 解消시키는 것이 필요하다.

6. 結 論

파 진행방향의 2차 미분항을 보정하는 과정에서 생기는 두 계수의 값을 결정하는 새로운 형태의 포물형 緩傾斜 方程式의 유도과정을 소개하였으며 廣域 및 불규칙파의 효율적인 적용을 위한 새로운 접근을 시도하였다. 즉, 어느 주기의 파에 대해서도 충분히 큰 파의 주기로 대체되도록 하여 격자의 제약으로 인한 어려움을 제거시켰다. 큰 주기의 파로 변형시키되 파속이 유

지되도록 파장을 늘리고 또한 파의 군속도도 유지시켜 큰 격자에 대해서도 파의 淺水 및 屈折 現象이 제대로 반영되도록 하였고 파의 回折 現象은 실제 입력조건에 의한 결과와 근사한 결과를 낳도록 시도되었다. 개발된 본 수치 모형은 파랑에너지의 집중을 유발하는 Ito 와 Tanimoto(1972)의 淺堆구조에 적용되어 원래 주기보다 각각 3배의 경우까지는 만족할 만한 결과를 주지만 4배인 경우 파고의 최저점이 실험결과로부터 벗어나는 수치 결과를 얻었다. 120 m 격자간격을 갖는 미조항에 적용하여 본 연구에서 樹立된 모델의 차별성을 확인하였다.

參考文獻

- 서승남, 1990. 포물형 근사식에 의한 천해파 산정모델, 한국해양·해양공학회지, 2(3), 134-142.
- 이정렬, 이동영, 1994. 拋物線形 수치기법에 의한 항내 정온도 모델의 개발, 한국해양·해양공학회 1994년도 정기학술강연회 발표논문 초록집, pp. 58-61.
- Berkhoff, J.C.W., 1972. Computation of combined refraction-diffraction, *Proc. 13th Coastal. Engrg. Conf.*, ASCE, pp. 471-490.
- Booij, N., 1981. Gravity waves on water with non-uniform depth and current, Rep. No. 81-1, Department of Civil Engineering, Delft University of Technology.
- Ebersole, B.A., 1985. Refraction-diffraction model for linear waves, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 111(6): 939-953.
- Kirby, J.T., 1983. Propagation of weakly-nonlinear surface water waves in regions with varying depth and current, ONR Tech. Report 14, Research Rep. CE-83-37, Dept. of Civil Eng., Univ. of Delaware, Newark.
- Kirby, J.T., 1986. Higher-order approximations in the parabolic equation method for water waves, *J. Geophys. Res.*, 91: 933-952.
- Lee, J.L. and Wang, H., 1992. Evaluation of numerical models on wave-current interactions, *Proc. 23rd Coastal Engrg. Conf.*, ASCE, pp. 432-446.
- Li, B, Reeve, D.E., and Fleming, C.A., 1992. Numerical solution of the elliptic mild-slope equation for irregular wave propagation, *Coastal Eng.*, 20: 85-100.
- Radder, A.C., 1979. On the parabolic equation for water-wave propagation, *J. Fluid Mech.*, 95: 159-176.