

파향선 추적기법을 이용한 파랑예측에 관한 연구 Numerical Study of Wave Prediction Using a Ray Tracing Technique

조 원 철*
Won Chul Cho*

요 旨 : 심해파가 천이수역 또는 천해로 이동하여 올 때 수심의 변화에 의해 발생하는 파의 굴절을 울산만 해역에서 수치모델을 이용하여 분석하여 보았다. 또한 이 모델은 해안 또는 연안의 어느 특정한 지점에서 풍향 및 풍속 자료를 이용하여 파랑스펙트럼을 계산할 수 있으며, 이로부터 그 지점에서의 유의파고를 구할 수 있다. 본 연구에서는 임의의 일정한 풍향과 풍속을 토대로 파랑스펙트럼을 계산하였으며, 그 결과를 PNJ(Pierson, Newmann and James) 계산도표 및 Bretschneider 계산도표와 비교하여 보았다. 이러한 굴절과 파랑스펙트럼은 항만 선정이나 각종 해안구조물 설계 등에 있어 기초자료로 유용하게 쓰일 수 있을 것이다.

Abstract □ A wave prediction model is used to estimate the wave spectrum at Ulsan Bay. The Wave model includes the refraction of wave rays according to water depth changes in transient and shallow waters. The calculation of wave refraction is performed from three wave directions : east, southeast and south. Three target locations are selected and the wave spectrum at each location is computed for several uniform wind speeds and directions. The computation results of wave spectrum are compared with PNJ(Pierson, Newmann and James) nomogram and Bretschneider nomogram as well. The model could be used in selection of proper harbor site and in construction of coastal facilities, providing fundamental data in design.

1. 서 론

심해에서 발달되어 연안으로 진행하는 파의 파봉선 모양은 일반적으로 굴절, 회절 및 반사에 의하여 변형된다. 굴절은 파랑이 심해에서 천이수역 또는 천해로 이동해 올 때 수심의 감소에 따라 파속이 감소됨으로써 발생하게 되며, 그 결과 파봉선이 굽게되고 등수심선의 방향에 접근하게 된다. 이에 따라 파향도 역시 굴절하게 되고, 이들의 수렴이나 발산은 국부적인 파랑 에너지의 증감을 가져오게 된다.

파의 굴절에 대한 연구는 과거부터 현재까지 지속적으로 수행되어 왔으며, 크게 Johnson *et al.*(1948)에 의한 파봉선법(wave crest method)과 Arthur *et al.*(1952)에 의한 파향선법(orthogonal method)으로 구분할 수 있다. 이 중 파향선법이 파봉선법보다 정확하고 오차의 범위도 작아 일반적으로 많이 선호되고 있다.

본 연구에서 이용되는 파향선 추적기법(ray tracing technique)은 영국의 해양학자 Elliott(1987)에 의해 연구·개발되었으며, 굴절도 작성방법중 파향선법에 의거하고 있고, 파의 굴절 계산단계와 파랑스펙트럼 계산단계로 나누어져 있다. Elliott의 파랑예측 모델은 1987년 북해(North sea)에서 실제 바람자료를 토대로 적용되어 정확한 결과를 보임으로써 그 신뢰도를 인정받았으며, 그 후 Jo(1992)에 의해 New York Bight에 적용된 바 있다.

파의 굴절은 파의 굴절이 일반적으로 발생하지 않는 어느 한 심해에서부터 임의의 주기를 가진 파를 출발시켜, 파가 해안으로 이동해 오는 과정에서 수심자료를 이용하여 파의 굴절을 파악할 수 있다(line source). 또한 관심이 있는 해안 또는 연안 어느 한 지점(target point)을 설정하고, 그 지점에서 여러 각도의 파향선과 여러 가지 파 주기에 대한, 모델 경계면으로의 이동경로를

*중앙대학교 토목공학과 (Department of Civil Engineering, Chung-Ang University, Seoul 156-756, Korea)

파악함으로써 파의 굴절 정도를 알 수 있다(point source). 파랑스펙트럼은 point source에서 계산된 파향선 이동경로를 이용하여 경계면에서부터 target point로 진입되어 오는 파향선의 이동경로를 따라 바람 자료를 토대로 성장하는 에너지를 파랑성장공식(wave growth formula)으로부터 계산할 수 있고, 이로부터 유의파고가 계산된다.

2. 지배방정식

Elliott의 파향선 추적기법은 설정된 지점(target point)으로 진입하는 파향선을 따라 파의 성장을 계산하는 Cavaleri and Rizzoli(1981)의 기법을 따르고 있으나, 파랑성장공식은 Darbyshire의 식을 사용하여 그들과 달리하고 있다.

수심, $d < 0.5L$ (L : 파장)인 해역에서 파속은 수심의 변화에 따라 변하고, 이로부터 파의 굴절이 발생하게 되며, 일반적으로 수심이 깊은 곳에서 얇은 곳으로 굴절이 발생한다.

어느 특정 해역에서 파의 이동경로는 파의 초기진행 방향, α_0 과 파의 주기(또는 주파수), T (또는 f)를 토대로 하여 그 해역의 수심분포를 이용해서 계산할 수 있다. 일단 파가 시발점에서 출발한 다음 수심의 영향을 받아 굴절하는 각도, α 는 다음 식으로부터 구할 수 있다(Griswold, 1963).

$$\frac{d\alpha}{ds} = -\frac{1}{C} \frac{dC}{dn} \quad (1)$$

여기서, s 는 파향선의 이동거리이고, n 은 파향선에 대한 수직성분, 즉 파봉선의 길이이며, C 는 파속 $C = [(g/k) \tanh kd]^{1/2}$ 으로 수심의 변화에 따라 변화한다. 심해파의 주기가 천이수역 또는 천해에서 일정하다고 가정한다면, 수심의 변화에 따른 파속의 변화로부터 파장, L 이나 파수, k 가 변하여야 한다. 파랑에너지의 이동은 파의 군속도, C_g 에 의존하며, 파의 군속도 또한 다음 식에 나타난 것과 같이 수심의 변화에 따라 달라진다.

$$C_g = \frac{C}{2} \left(1 + \frac{2kd}{\sinh 2kd} \right) \quad (2)$$

이 모델에서의 파랑스펙트럼 계산절차는 위에서 언

급된 바와 같이, 첫째, 파랑스펙트럼을 얻고자 하는 위치(tagret point)를 정하고, 파의 주기(또는 주파수) 및 설정된 위치에서 파향선이 경계면으로 방사되어 나가는 각도, α 를 결정하면(본 연구에서는 방사각도, α 로 18° 를 사용하였으며, 20개의 파향선이 target point에서 북쪽을 기준으로하여 $0^\circ, 18^\circ, 36^\circ, \dots, 342^\circ$ 로 방사되어 나간다.), 파향선이 경계면으로 방사되어 이동하는 궤적을 식 (1)로부터 구할 수 있다. 이 과정에서 파향선 이동 궤적에 따른 파장, 파속, 파의 군속도 등을 구할 수 있다. 둘째, 경계면으로 방사되어 나간 파향선을 경계면에서부터 설정된 위치로 역이동시키는 과정에서 바람 자료를 토대로 하여 풍파의 성장을 계산할 수 있다. 이 모델에서 이용된 풍파 성장식은 다음과 같다.

$$E_f(F) = a [\exp \beta F - 1] \quad (3)$$

$$a = 0.13 \text{ m}^2/(\text{Hz} \cdot \text{rad}) \quad (4)$$

$$\beta = (0.055 \frac{W^2}{g^3} \cos \theta) f^3 \quad (5)$$

여기서, $E_f(F)$ 는 파의 빈도에 대한 파랑스펙트럼 에너지밀도(directional wave spectral density)이며, F 는 취송거리(m) 이고, W 는 파향선에 대하여 θ 각도로 작용하는 풍속(m/sec) 이다. 식 (5)는 경험에 의한 공식으로 파의 주기가 8초 이상일 때 사용되며, 8초 미만의 파의 주기에서는 식 (5) 대신에 다음의 식이 사용된다.

$$\beta = 0.23 \frac{W^2}{g^3} \cos \theta \left[\frac{1}{\frac{200}{f} + \frac{1}{f^3}} \right] \quad (6)$$

취송기간이 충분하지 않아 취송거리가 짧을 경우(또는 취송기간이 작을 경우)에는 식 (3)의 $\exp \beta F \approx 1 + \beta F$ 가 되며, 결국에는 $E_f(F) = \alpha \beta F$ 가 되어 Phillips(1957)가 예측한 것과 유사한 형태의 취송거리 또는 취송기간에 따른 선형성장을 보이게 된다. 그리고 취송거리가 큰 경우에는 Miles(1957)가 제시한 것과 같은 지수성장을 보이게 된다. 일반적으로 약 90% 이상의 파랑에너지는 바람이 부는 방향의 $\pm \pi/4$ 사이에 집중되어 있으므로, θ 가 $-\pi/4$ 와 $\pi/4$ 사이인 경우, β 에 관한 공식은 위에서 언급된 공식과 같으나, θ 가 이 범위 밖인 경우에는 $W^2 \cos \theta$ 대신 $W^2 \cos \theta |\cos \theta|$ 를 사용하여 파랑에너지의 성장을 적절하게 조절한다. $|\theta| > \pi/2$ 인 경

우에는, $\cos \theta$ 의 값이 음수로 파가 진행하는 반대 방향으로 바람이 부는 결과가 되어 파랑에너지의 감소를 초래한다.

실제 해상에 있어서는 파가 바람의 작용에 의하여 무한하게 지속적으로 성장하는 것이 아니라, 어느 정도 성장한 다음 파의 경사가 쇄파발생 조건에 도달하였을 때에는, 쇄파가 발생하게 되고 이에 따라 파랑에너지도 분산하게 된다. Phillips(1958)는 파랑스펙트럼의 저주기(또는 고주파수)파에 대하여 식 (7)과 같은 제한을 두었으며, 이것은 본 모델에서 각 파향선을 따른 에너지성장 제한치로 식 (8)과 같이 사용되었다.

$$\Phi(f) = 1.3 \times 10^{-2} \frac{g^2}{(2\pi)^4} f^{-5} \quad (7)$$

$$E_f(F) \leq 2.2 \times 10^{-4} f^{-5} \text{ m}^2/(\text{Hz} \cdot \text{rad}) \quad (8)$$

파랑스펙트럼(one-dimensional wave spectrum)과 저주기(또는 고주파수)파에 대한 파랑스펙트럼의 수정공식은 다음과 같다.

$$\Phi(f) = \int_{-\pi}^{\pi} E_f(F) d\alpha \quad (9)$$

$$\Phi(f) |_{corrected} = \Phi(f) \left(\frac{f_p}{f}\right)^2 \text{ for } f \geq f_p \quad (10)$$

여기서, f_p 는 파랑스펙트럼, $\Phi(f)$ 의 우세파 주파수(dominant wave frequency)이며, η 의 평균자승치(mean square value), $\bar{\eta}^2$ 는 $\Phi(f) |_{corrected}$ 의 전 주파수에 대한 적분으로 구할 수 있으며, 이로부터 유의파고, H_s 를 구할 수 있다.

$$\int_0^{\infty} \Phi(f) |_{corrected} df = \bar{\eta}^2 \quad (11)$$

$$H_s = 4\sqrt{\bar{\eta}^2} \quad (12)$$

이 모델에서는 바닥마찰에 대한 영향은 고려하지 않았으며 Cavaleri and Rizzoli(1981)에 의하면 바닥마찰을 고려하였을 때의 결과와 고려하지 않았을 때의 결과는 거의 차이가 없다고 한다.

3. 모델의 적용 및 계산 결과

본 연구는 울산만 부근 해역의 수심자료를 이용하여 수행되었으며, 울산만 해역의 등수심선은 Fig. 1과 같다. 모델 영역은 울산만 해안선에서 수심 약 95 m 등수

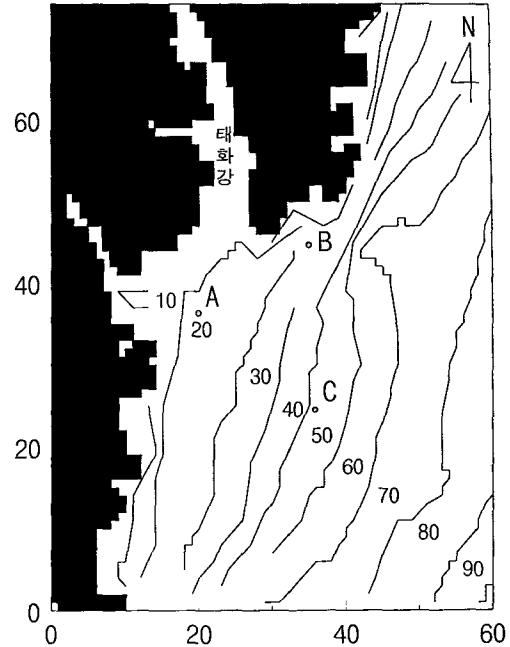


Fig. 1. Bottom topography of the Ulsan Bay and target points.

심선 일부까지 걸쳐 있으며, 원점에서 동쪽(x축)으로 15 km, 북쪽(y축)으로 18 km 이다(위도 35° 22' N~35° 32' N, 경도 129° 20' E~129° 30' E). 격자의 수는 x축 60개, y축 74개 이며, 격자의 간격은 $\Delta x = \Delta y = \Delta s = 250$ m 이고, 파향선의 진행시간 간격, $\Delta t = 10$ 초 이다. Line source에 대한 파랑의 굴절은 파가 동쪽, 동남쪽, 그리고 남쪽에서 해안선으로 진입하여 오는 세가지 경우를 적용시켰으며, 파의 주기는 4초, 12초와 20초를 각각 사용하였다. Point source에 대한 파의 굴절과 파랑스펙트럼 계산을 위해 세 지점의 target point를 설정하였으며, A 지점은 처용리와 방도리 앞 방파제 부근 해역(좌표 (20, 35)), B 지점은 방어진항 앞 부근 해역(좌표 (35, 45)), 그리고 C 지점은 모델중앙 연안의 어느 한 지점(좌표 (35, 25))이다. 파의 굴절에 대해서는 line source와 같이 주기 4초, 12초와 20초의 파를 사용하였고, 파랑스펙트럼 계산에 있어서는 주기 2초~12초의 파를 사용하였다. 바람은 모델 영역안에서 일정한 풍속(5, 10, 15, 20 m/sec)과 풍향을 가진 이상적인 경우를 적용하였다.

수심변화의 영향으로 인한 파의 굴절도는 Figs. 2~19에 나타나 있다. Figs. 2~10은 line source에 대한 파의 굴절도로, 동쪽, 동남쪽, 남쪽에서 입사되어 오는

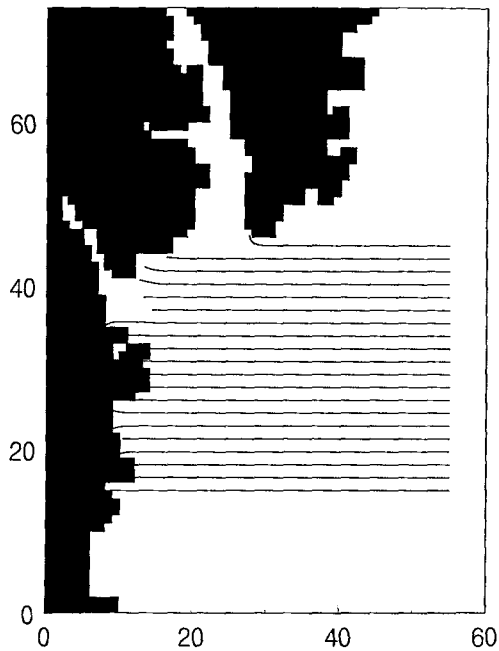


Fig. 2. Wave refraction diagram (4-sec wave from east).

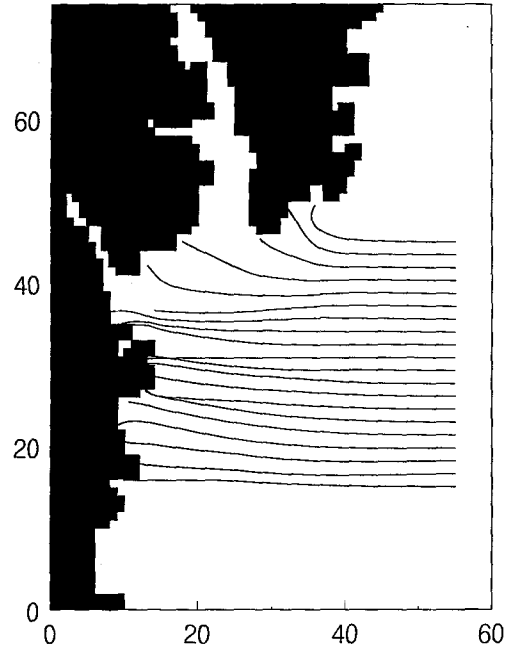


Fig. 4. Wave refraction diagram (20-sec wave from east).

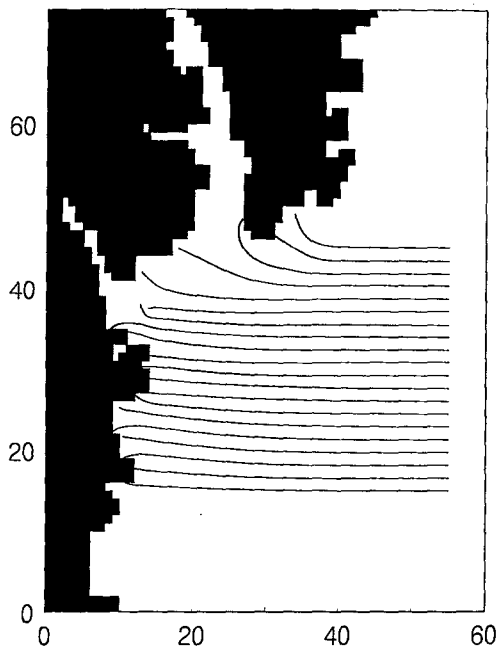


Fig. 3. Wave refraction diagram (12-sec wave from east).

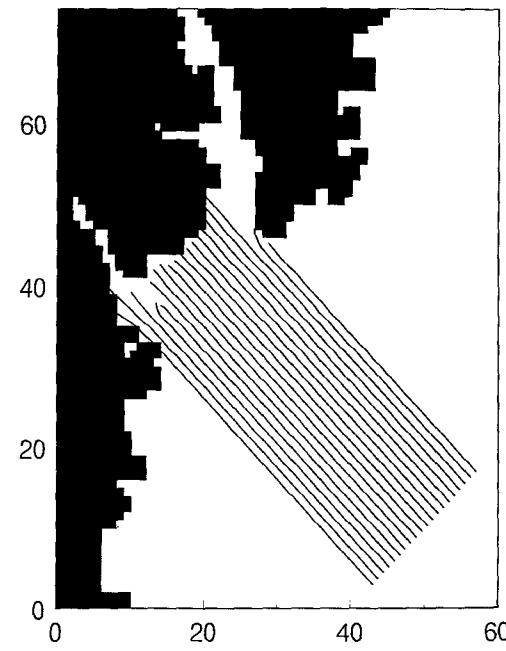


Fig. 5. Wave refraction diagram (4-sec wave from southeast).

주기 4초의 파는(Figs. 2, 5 and 8) 굴절현상을 거의 보이지 않고 직선으로 해안선에 진입한다. 주기 12초의 파에(Figs. 3, 6 and 9) 있어서는, 동쪽과 동남쪽에

서 입사되어 오는 파는(Figs. 3 and 6) 해안선 가까이에서 수심이 깊은 곳에서부터 얇은 곳으로 약간의 굴절을 보이나, 남쪽에서 입사되어 오는 파는(Fig. 9) 보

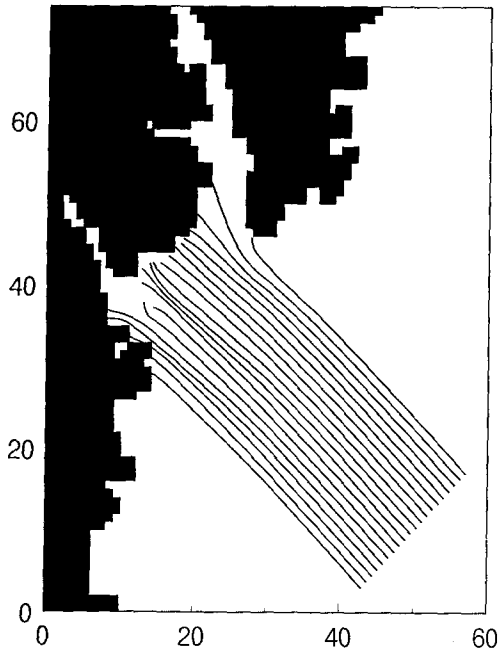


Fig. 6. Wave refraction diagram (12-sec wave from southeast).

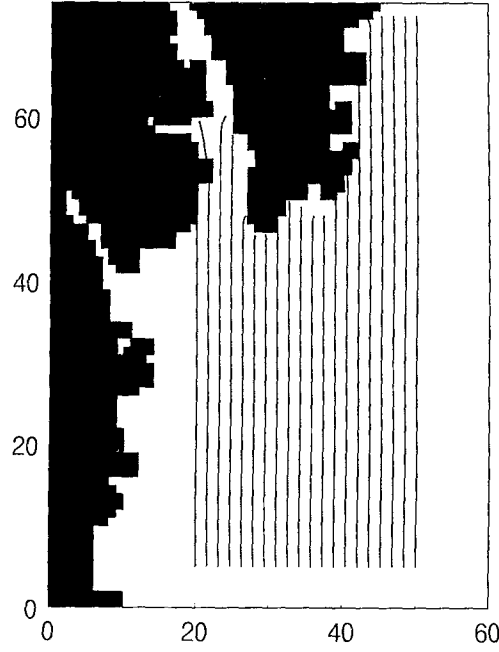


Fig. 8. Wave refraction diagram (4-sec wave from south).

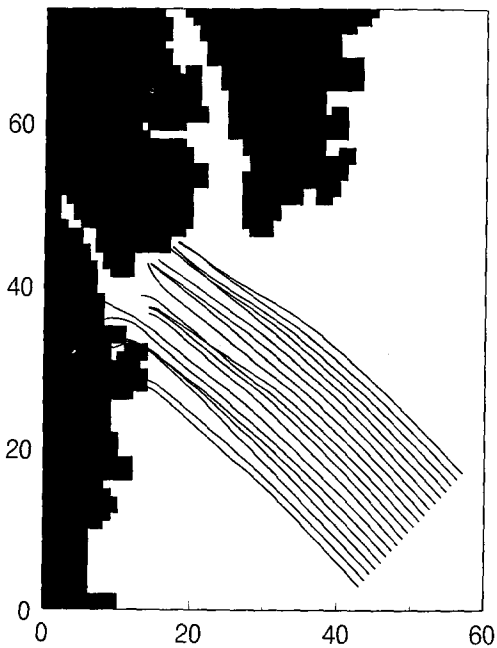


Fig. 7. Wave refraction diagram (20-sec wave from southeast).

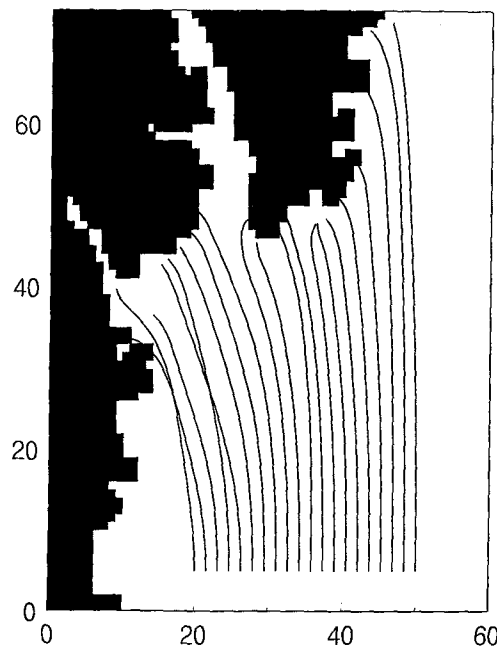


Fig. 9. Wave refraction diagram (12-sec wave from south).

다 큰 굴절을 보인다. 특히, 수심이 얇은 곳에서 진입하는 파는 파향선이 서로 교차되면서 현저한 굴절을 보이고 있다. 주기 20초의 파는 주기 12초의 파보다

굴절이 많이 되며, 파의 주기가 커질수록, 즉 파장의 증가에 따라 파속이 증가할수록 굴절이 커지는 것으로 나타난다. 여기에서도 역시 동쪽과 동남쪽에서 입

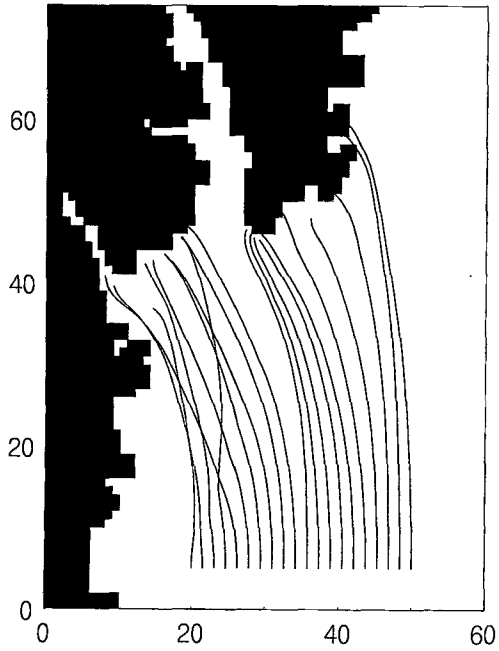


Fig. 10. Wave refraction diagram (20-sec wave from south).

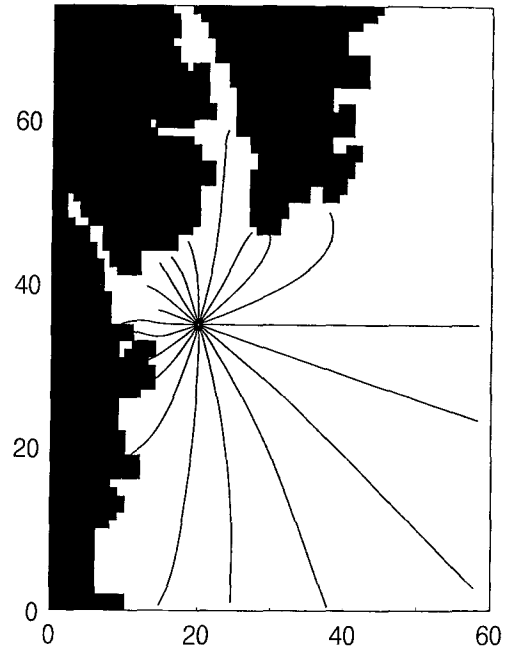


Fig. 12. Paths of wave ray movement (wave period : 12 sec, target point : (20, 35)).

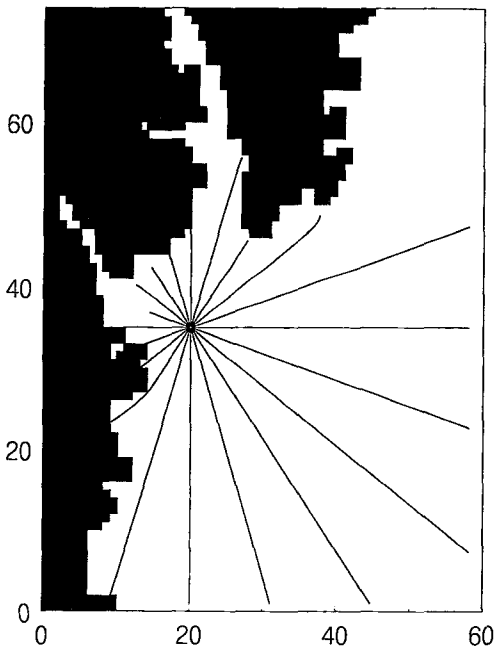


Fig. 11. Paths of wave ray movement. (wave period : 4 sec, target point : (20, 35)).

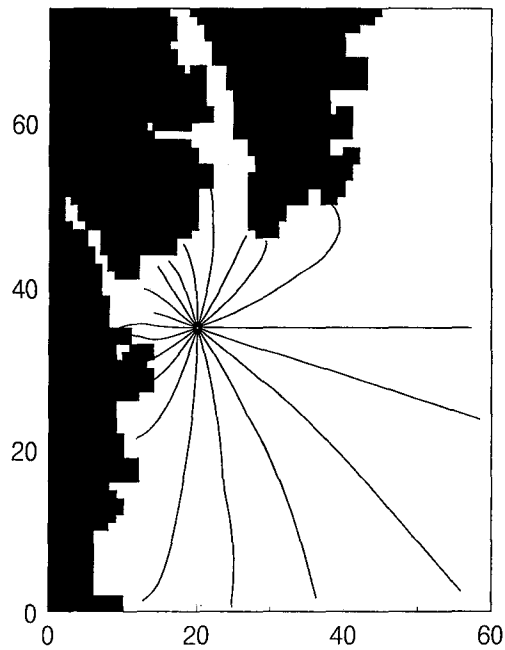


Fig. 13. Paths of wave ray movement (wave period : 20 sec, target point : (20, 35)).

사되어 오는 파보다 남쪽에서 입사되어 오는 파의 굴절이 현저하게 나타나고 있다. 그림에서 나타난 것과 같이, 등수심선에 대하여 파봉선이 비교적 평행한 동

쪽과 동남쪽에서 입사되어 오는 파는(Figs. 2, 3, 4, 5, 6 and 7) 심한 굴절을 보이지 않으나, 등수심선과 파봉선 사이의 각도가 큰 남쪽에서 입사되어 오는 파는

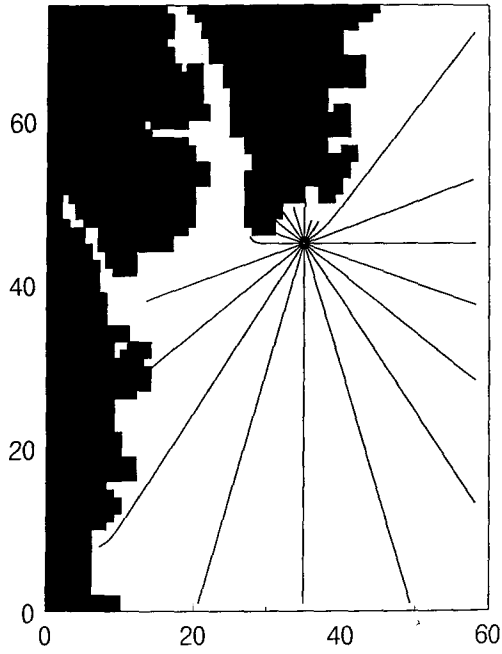


Fig. 14. Paths of wave ray movement (wave period : 4 sec, target point : (35, 45)).

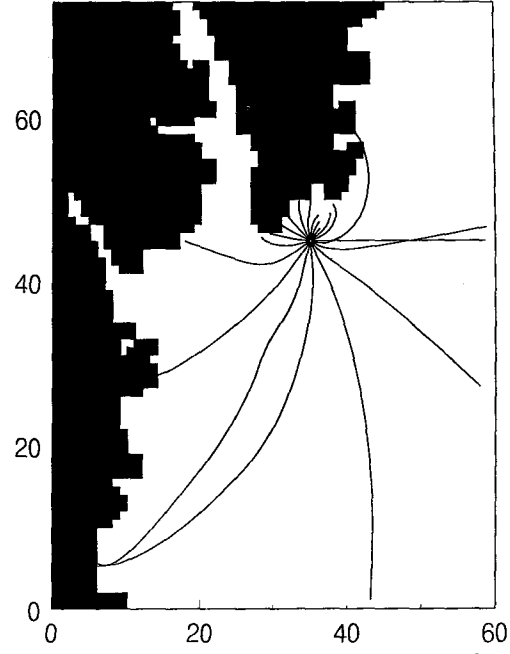


Fig. 16. Paths of wave ray movement (wave period : 20 sec, target point : (35, 45)).

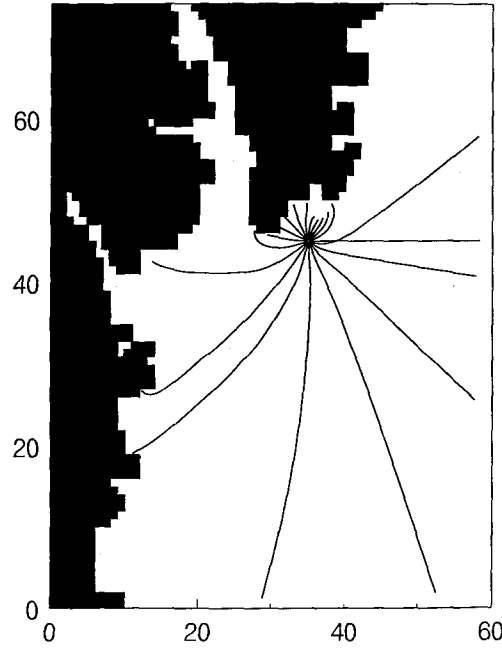


Fig. 15. Paths of wave ray movement (wave period : 12 sec, target point : (35, 45)).

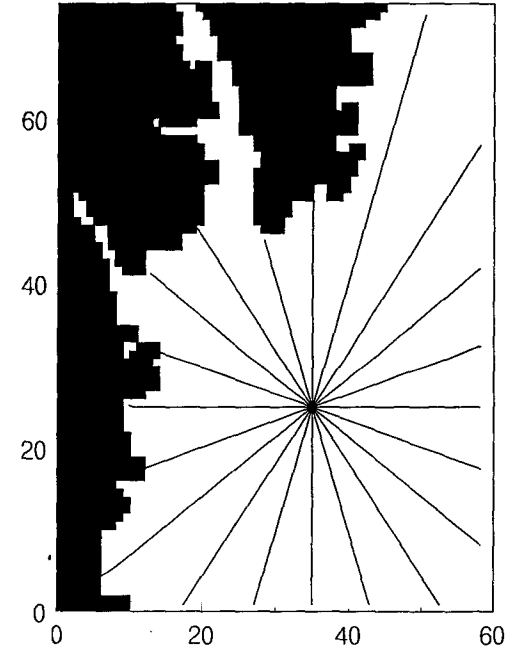


Fig. 17. Paths of wave ray movement (wave period : 4 sec, target point : (35, 25)).

(Figs. 8, 9 and 10) 파가 해안선으로 진입되어 움에 따라 파봉선이 등수심선과 평행하게 되기 위하여 보

다 크게 굴절된다. Point source에 대한 굴절도는 Figs. 11~19에 나타나 있다. 앞에서 언급된 line source에 대한

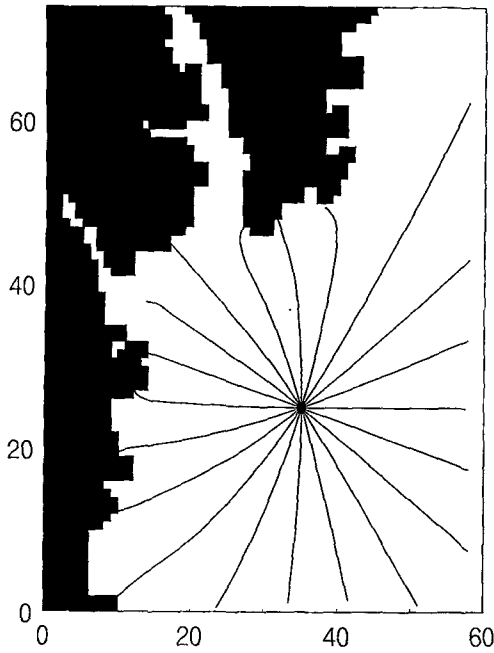


Fig. 18. Paths of wave ray movement (wave period : 12 sec, target point : (35, 25)).

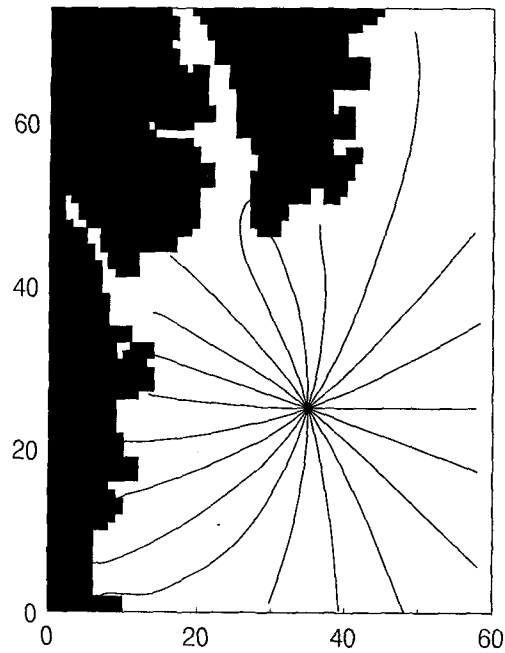


Fig. 19. Paths of wave ray movement (wave period : 20 sec, target point : (35, 25)).

경우와 같이, 주기 4초의 파에(Figs. 11, 14 and 17)있어서는 설정된 지점(target point)으로 진입되어 오는 파향선이 비교적 직선으로 뚜렷한 굴절을 보이지 않으나, 파의 주기가 커질수록 현저한 굴절을 보인다(주기 12초: Figs. 12, 15 and 18, 주기 20초: Figs. 13, 16 and 19).

Target point로 설정된 A, B 두지점에 대하여는 일정한 풍속 5, 10, 15, 20 m/sec의 동풍과 남풍을, 그리고 C 지점에 대하여는 일정한 풍속의 5, 10, 15, 20 m/sec의 북풍, 동풍, 남풍, 서풍을 적용하였으며, 수치모델로부터 계산된 유의파고가 Pierson, Newmann and James(PNJ) 계산도표와 Bretschneider 계산도표와 비교해서 Table 1에 나타나 있다. 여기서 H_s 는 유의파고, H_{sc} 는 수정된 유의파고, T_p 는 우세파 주기이다. Table 1에서 나타나 있는 것과 같이, 짧은 취송거리로 인하여 모든 유의파고가 아주 작은 값을 보이고 있으며, 수치모델에서 계산된 유의파고를 PNJ 계산도표의 결과와 비교해 볼 때, A, B 지점에 있어서는, 풍속이 작은 경우(5, 10 m/sec)에는 오차의 범위가 4%~18% 정도로 작게 나타나나, 풍속이 커질수록 오차의 범위가 20% 이상으로 크게 나타나고 있다. C 지점에 있어서는 오차의 범위는 모든 풍속에 대해 0%~20% 정도로

비교적 수용할 만한 결과를 보이고 있다. 우세파 주기는 유의파고의 계산결과와는 반대로 풍속이 커질수록 오차의 범위가 줄어드는 경향을 보인다. 이러한 결과들은 파가 충분히 발달하여 성장할 수 있는 취송거리가 적용되지 않은 데에서 기인된 것으로 판단되며, 충분한 취송거리가 적용된다면 보다 정확한 결과가 산출될 것으로 생각된다. 수치모델에서 계산된 유의파고를 Bretschneider 계산도표와 비교해 볼 때, PNJ 계산도표와의 비교결과보다 큰 15%~38%의 오차를 보이며, 우세파 주기는 PNJ 계산도표와의 비교결과와 유사하나, 풍속이 커질수록 PNJ 계산도표와의 비교결과보다 오차가 적은 결과를 보이고 있다.

4. 결 론

본 연구의 결과로써, 파랑의 굴절에 있어서는 주기가 긴 파가 주기가 짧은 파보다 그리고 파봉선과 등수심선과의 각도가 큰 파 일수록 굴절의 정도가 크게 되는 것으로 나타났다. 유의파고 계산에 있어서는 취송거리가 짧아 유의파고와 우세파 주기가 PNJ 계산도표와 Bretschneider 계산도표와 비교했을 때 부분적으로 잘 일치되지 않는 결과를 보이고 있으나, 취송거

Table 1. Significant wave height and dominant wave period from Elliott wave model compared with PNJ and Bretschneider's results

Location	Wind direction	Fetch (km)	Wind speed (m/sec)	$H_s(m)$ (Elliott)	$H_{sc}(m)$ (Elliott)	$H_s(m)$ (PNJ)	$H_s(m)$ (Bret.)	$T_p(sec)$ (Elliott)	$T_p(sec)$ (PNJ)	$T_p(sec)$ (Bret.)
A(20, 35)	East	10.0	5	0.25	0.25	0.27	N/A	4	2.3	2.2
			10	0.52	0.52	0.62	0.67	4	3.1	2.9
			15	0.82	0.82	1.02	1.10	4	3.7	4.1
			20	1.02	0.95	1.40	1.52	5	4.1	4.6
	South	8.75	5	0.23	0.23	0.24	N/A	4	2.2	2.1
			10	0.47	0.47	0.57	0.61	4	3.0	2.8
			15	0.74	0.74	0.95	1.04	4	3.5	3.6
			20	0.95	0.88	1.32	1.40	5	3.9	4.4
B(35.45)	East	6.25	5	0.20	0.20	0.21	N/A	4	2.0	1.8
			10	0.41	0.41	0.50	0.55	4	2.7	2.7
			15	0.63	0.63	0.80	0.88	4	3.2	3.2
			20	0.86	0.86	1.13	1.23	4	3.5	4.2
	South	11.25	5	0.26	0.26	0.27	N/A	4	2.4	2.3
			10	0.54	0.54	0.65	0.70	4	3.2	2.9
			15	0.83	0.83	1.10	1.16	4	3.8	4.1
			20	1.06	0.99	1.50	1.60	5	4.3	4.8
C(35, 25)	North	6.25	5	0.23	0.23	0.21	N/A	4	2.0	1.8
			10	0.47	0.47	0.50	0.55	4	2.7	2.7
			15	0.73	0.73	0.80	0.88	4	3.2	3.2
			20	0.97	0.90	1.13	1.23	5	3.5	4.2
	East	6.25	5	0.22	0.22	0.21	N/A	4	2.0	1.8
			10	0.44	0.44	0.50	0.55	4	2.7	2.7
			15	0.68	0.68	0.80	0.88	4	3.2	3.2
			20	0.94	0.94	1.13	1.23	4	3.5	4.2
South	6.25	5	0.21	0.21	0.21	N/A	4	2.0	1.8	
		10	0.44	0.44	0.50	0.55	4	2.7	2.7	
		15	0.68	0.68	0.80	0.88	4	3.2	3.2	
		20	0.92	0.92	1.13	1.23	4	3.5	4.2	
West	6.25	5	0.21	0.21	0.21	N/A	4	2.0	1.8	
		10	0.44	0.44	0.50	0.55	4	2.7	2.7	
		15	0.68	0.68	0.80	0.88	4	3.2	3.2	
		20	0.92	0.92	1.13	1.23	4	3.5	4.2	

리를 충분히 길게 적용시킨다면 만족할 만한 결과가 나타날 것으로 생각된다. 또한, 본 연구에서는 일정한 풍향과 풍속을 이용하여 유의파고와 우세파 주기를 계산하였지만, 차후에는 일정한 풍향과 풍속이 아닌 실제 바람자료를 이용하고 충분한 취송거리를 적용시켜 유의파고와 우세파 주기를 계산한 다음 현장관측된 파랑자료와 비교 검토해 보는 것이 필요할 것으로 생각된다.

참고문헌

- Athur, R.S., Munk, W.H. and Isaacs, J.D., 1952. The direct construction of wave rays, *Transactions, American Geophysical Union*, **33**, pp. 855-865.
- Cavaleri, L. and Rizzoli, P.M., 1981. Wind wave prediction in shallow water wave theory and applications, *J. Geophy. Res.*, **86**, pp. 10961-10973.

- Elliott, A.J., 1987. Wave prediction by an empirical ray tracing model, *Advances in Underwater Technology*, pp. 117-131.
- Griswold, G.M., 1963. Numerical calculation of wave refraction, *J. Geophys. Res.*, **68**(6), pp. 1715-1723.
- Jo, H.T., 1992. A wave/current model for prediction of pollutant tracking in the New York Bight, Ph. D. thesis, Stevens Institute of Technology, Hoboken, New Jersey, U.S.A.
- Johnson, J.W., O'Brien, M.P. and Issacs, J.D., 1948. Graphical construction of wave refraction diagrams, *Navy Hydrographic Office Pub. No. 605*, Washington, D.C., U.S.A.
- Miles, J.W., 1957. On the generation of surface waves by shear flow, *J. Fluid Mech.*, **3**, pp. 185-204.
- Phillips, O.M., 1957. On the generation of waves by turbulent wind, *J. Fluid Mech.*, **2**, pp. 417-445.
- Phillips, O.M., 1958. The equilibrium range in the spectrum of wind generated ocean waves, *J. Fluid Mech.*, **4**, pp. 426-434.