

全地球 海洋의 M_2 潮汐 數值模型 M_2 Numerical Model of the Global Ocean Tides

徐景錫* · 崔秉昊**

Kyung Suk Suh* and Byung Ho Choi**

요 지 : 전지구 해양의 M_2 조석 특성을 파악하기 위해 1° 및 $1/3^\circ$ 의 분해능을 갖는 2차원 수치모형을 수립하였다. 특히 수립된 $1/3^\circ$ 수치모형은 현재까지 수행된 전지구 해양 수치모형중 가장 분해능이 높은 모형으로 기존 수치모형에서 낮은 분해능으로 인하여 평가하지 못하였던 천해역 및 육붕해에서의 조석현상을 평가하였다. 작성된 조석도는 기존의 수치모형 및 위성 고도계 자료로부터 작성된 조석도와 심해의 일부 지역에서 관측된 조화상수와 상호 비교하였다. 계산결과는 1° 모형에 비하여 $1/3^\circ$ 모형에서 향상되었고 $1/3^\circ$ 수치모형의 계산 결과는 국지적 수치모형 운영시 외해 개방 경계조건으로 이용될 수 있음을 제시하였다.

Abstract □ Two-dimensional numerical models with 1° and $1/3^\circ$ resolution have been established to investigate the M_2 distribution of global ocean tides. Especially, a $1/3^\circ$ numerical model in this study has the most fine resolution among the existing global tidal model and it has been applied to the computation of detailed tidal distributions in the marginal seas and the shelf seas. Tidal characteristics in shallow areas could be hardly interpreted with the existing global chart due to the low resolution. The M_2 tidal charts obtained by 1° and $1/3^\circ$ numerical model have been compared with the existing global maps and the altimetry-derived tidal charts. Also, the computed harmonic constants have been compared with the pelagic observations. The results obtained by $1/3^\circ$ numerical model show better agreement with the existing global charts and the observed data than those obtained by 1° model. The possibility has been presented that the results obtained by $1/3^\circ$ model can provide the open boundary conditions of the regional tidal numerical model.

1. 서 론

해양조석에 대한 연구는 심해 및 천해역에서 정확한 조석예보를 위해서 뿐만 아니라 신뢰성 있는 해면변위 (sea surface topography)를 추정하기 위해서 필요하다. 시간에 따라 변화하지 않는 해면변위는 위성에서 관측한 순간 해면변위에서 해양조석, 지구조석, 기상 및 장기간의 해면변화 등의 변동성분들을 제거함으로써 구할 수 있는데 이러한 정확한 해면변위 산정을 위해 육붕해를 포함하는 전지구 해양에 대한 정확한 조석특성이 파악되어야 한다.

조석의 특성은 조석도(tidal chart)를 제시함으로써

효과적으로 조석분포를 알 수 있는데 조석도를 작성하는 방법에는 경험적 방법과 수치모형에 의한 방법이 있다. 경험적 방법은 육붕, 섬 및 연안에서 관측된 조석자료를 내 외삽법에 의해 해양 조석도를 작성하는 것으로 대서양에 대해 Whewell(1833)에 의해 최초로 제시된 이후 Harris(1904), Sterneck(1920), Dietrich(1944), Villain(1952), Hendershott과 Munk(1970) 등에 의해 전지구 해양에 대해 조석도가 작성되었다. Laplace 조석 방정식이나 비선형의 동수력학적 방정식을 수치기법에 의해 해석하려는 시도가 1970년대 부터 활발히 진행되어 왔는데 Pekeris와 Accad(1969), Hendershott(1972), Accad와 Pekeris(1978), Parke와

*韓國原子力研究所 環境시스템解析室 (Department of Environmental System Analysis, Korea Atomic Energy Research Institute, P.O. Box 105, Taejeon 305-353, Korea)

**成均館大學校 工科大學 土木工學科 (Department of Civil Engineering, Sung Kyun Kwan University, Suwon Science Campus, Suwon 440-746, Korea)

Hendershott(1980), Platzman(1984), Foreman 등(1992)은 Laplace 조석 방정식을 풀어 전지구 해양의 M_2 조석도를 작성하였으며 Zahel(1970, 1977), Schwiderski(1979), Gotlib와 Kagan(1982), Krohn(1984), Le Provost 등(1994)은 수심 적분된 비선형의 동수력학적 방정식을 풀어 M_2 조석도를 작성하였다. 특히 Schwiderski(1978, 1979)는 수치해의 정확성을 향상시키기 위해 조석 관측자료를 동수력학적 내삽법에 의해 수치모형에 반영하여 M_2 조석도를 작성하였는데 관측자료와 비교하여 상당히 잘 일치하는 결과로 현재에도 심해에서의 표준 해양 조석도로 많이 이용되고 있다. 최근에는 위성 고도계에서 관측된 해수위 자료를 response 방법(Cartwright와 Ray, 1990)이나 harmonic 방법(Schrama와 Ray, 1994; Ma 등, 1994)에 의해 분석하거나 전지구 해양의 일부 지점에서 관측된 조석자료나 위성 고도계 자료에서 직접 추출한 조석자료를 수치모형에 반영하는 자료합성(data assimilation) 기법(Zahel, 1991; Egbert 등, 1994)을 이용하여 해양 조석도를 작성하려는 일련의 연구가 수치모형의 이용과 함께 진행되어 오고 있다. 위성 고도계 자료에서 해양 조석을 직접 산정하는 방법은 전지구 해양을 전부 관측할 수 있다는 장점을 갖고 있으나 관측기구의 오차, 위성궤도의 오차, cross-track 거리의 변화로 인한 오차 등의 제약점을 동시에 갖고 있다(Cartwright와 Ray, 1990). 자료 합성기법은 관측자료를 수치모형에 반영하여 수치해의 정확성을 향상시킬 수 있다는 장점을 갖고 있으나 매 시간간격마다 구성된 행렬식을 풀기 위해 많은 컴퓨터 계산시간을 필요로 한다(Foreman 등, 1992). 여러 연구자들에 의해 제시된 해양 조석도는 전반적으로 유사한 형태를 보이고 있지만 일부 해역에서는 무조점의 위치 및 수가 서로 다르게 나타나고 있다. 이는 모형에 이용된 방정식의 형태, 방정식에 고려한 기조력, 조석 에너지의 소산특성, 경계조건, 모형의 분해능 및 이용된 수심자료 등이 서로 다르기 때문이다.

본 연구는 전지구 해양에 대한 M_2 조석특성을 파악하기 위해 동수력학적 방정식을 수치기법에 의해 해석하여 보다 자세한 해양 조석도를 작성하는데 있다. 이를 위해 전지구 해양에 대해 1° 및 $1/3^\circ$ 의 격자망을 갖는 수치모형을 수립하였는데 현재까지 표준 해양 조석도로 알려져 있는 Schwiderski(1979)의 1° 해양 조석도와 많은 연구자들에 의해 작성된 해양 조석도에서 상대적으로 낮은 분해능으로 인해 명확히 제시되지 못했

던 육붕해의 조석특성을 $1/3^\circ$ 수치모형에 의해 평가하여 보았다. 특히 수립된 $1/3^\circ$ 모형은 현재까지 기 수립된 전지구 해양 수치모형중 가장 분해능이 높은 것으로 전지구 해양의 육붕해 및 천해역을 모형에 좀더 자세히 반영함으로써 세밀한 분해능을 갖는 격자망에 의해 육붕해 및 천해역에서의 조석현상을 대양조석과 동시에 평가하였다.

2. 조석 수치모형

2.1 지배 방정식

조석특성을 나타내는 지배 방정식은 구면 좌표계상에서 지구의 곡률, 위도에 따른 편향력(Coriolis force)을 고려하여 수심 적분된 2차원의 연속 및 운동방정식의 형태로 비선형 마찰항, 제 1 및 2 기조력 등을 포함하여 다음과 같다(Foreman 등, 1992).

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \phi} \left\{ \frac{\partial}{\partial \chi} (Hu) + \frac{\partial}{\partial \phi} (Hv \cos \phi) \right\} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - 2w \sin \phi v + \frac{g}{R \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \chi} (\alpha \zeta - \beta \zeta_0) \\ + \frac{k_b u \sqrt{u^2 + v^2}}{H} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + 2w \sin \phi u + \frac{g}{R} \frac{\partial}{\partial \phi} (\alpha \zeta - \beta \zeta_0) \\ + \frac{k_b v \sqrt{u^2 + v^2}}{H} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, t = 시간, χ, ϕ = 경도 및 위도, ζ = 정수면상의 수위, h = 정지해면하의 수심, $H = h + \zeta$ = 총수심, R = 지구의 곡률반경, w = 지구의 회전 각속도, g = 중력 가속도, k_b = 해저 마찰계수이며, $u, v = \chi, \phi$ 방향의 수심 평균 유속으로서 각각 다음과 같다.

$$u = \frac{1}{h + \zeta} \int_{-h}^{\zeta} u'(z) dz \quad (4)$$

$$v = \frac{1}{h + \zeta} \int_{-h}^{\zeta} v'(z) dz \quad (5)$$

여기서, α = 제 2 기조력 계수, β = 제 1 기조력 계수(= $1+k-h$, love number)이며 ζ_0 = 평형조석에 의한 기조력이다.

위의 연속 및 운동 방정식을 풀기 위한 초기조건은 전체 계산영역에서 시간이 0일때 수위 및 유속성분을 0으로 두었고 경계조건은 육지경계의 법선방향(normal)

흐름성분을 0으로 두었다. 식 (2) 및 (3)에 포함되어 있는 평형조석에 의한 기조력과 제 1 및 2 기조력 계수는 다음의 2.2에 자세히 기술하였다.

2.2 기조력

제 1 기조력(primary tide-generating force)은 Newton의 평형조석론에 의해 유도된 기조력에 고체지구의 탄성적 반응을 의미하는 것으로 평형조석에 대한 지구의 탄성적 반응은 주어진 기조력 ζ_0 에 대해 $h\zeta_0$ 의 크기로 나타나고 이때 일어나는 질량의 재분포는 중력 포텐셜을 증가시켜 이를 다시 $k\zeta_0$ 만큼 상승시킨다 (h, k 는 탄성계수). 이들 둘의 조합으로 제 1 기조력은 고체 지구상에서 평형조석 ζ_0 에 $(1+k-h)$ 의 계수를 곱한 높이로 나타난다. 제 1 기조력의 평형조석 ζ_0 는 반일분조와 일분조에 대해 각기 다음 식과 같다 (Schureman, 1976; Pingree와 Griffiths, 1987).

$$\text{반일분조: } \zeta_0 = K \cos^2 \phi \cos(\sigma t + 2\chi) \quad (6)$$

$$\text{일분조 : } \zeta_0 = K \sin 2\phi \cos(\sigma t + \chi) \quad (7)$$

M₂ 분조의 경우 계수 K 는 0.24 m이고 frequency(σ)는 $1.40519 \times 10^{-4}/\text{sec}$ 이다. 제 1 기조력에 곱해지는 계수 $1+k-h$ 를 love number라 명칭하는데(Munk와 MacDonald, 1960; Pugh, 1987) 기조력을 고려한 대부분의 조석모형에서는 $k=0.3, h=0.61$ 로 채택하고 있다.

제 2 기조력(secondary tide-generating force)은 해양조석의 부하에 따라 해양 수괴에 중력 포텐셜이 발생하고 고체지구를 물기둥의 무게에 기인하는 부하만큼 변형시키는 것으로 Farrel(1972)은 Green함수를 전개함으로써 2계의 love number로 표현할 수 있다고 하였다. Accad와 Pekeris(1978)는 Farrel(1972)이 제시한 식의 복잡성을 최소화하기 위해 고체지구와 중력장 분포는 해양조석의 부하에 따라 동시에 반응한다고 가정하여 Farrel(1972)에 의해 제시된 식을 평가한 후 이들의 영향은 약 10%에 해당한다고 설명하였다. 이후 Schwiderski(1979)는 수치실험을 통하여 Accad와 Pekeris(1978)가 제안한 값이 타당함을 입증하였고, 제 2 기조력 계수 α 를 0.9로 사용하여 해양조석 부하에 따른 제 2 기조력을 동수력학적 방정식에 반영하여 이의 영향을 충분히 평가할 수 있음을 제시하였다.

본 연구에서는 Accad와 Pekeris(1978)가 제안하고 Schwiderski(1979)에 의해 평가된 결과로부터 제 2 기조력 계수 α 를 0.9로 사용하였고 love number로 명칭

되는 제 1 기조력 계수 $\beta(=1+k-h)$ 값을 0.69로 취하였다.

2.3 수치기법

식 (1)-(3)에 제시한 연속 및 운동 방정식을 풀어 시간에 따른 수위 및 유속을 구하기 위한 수치기법으로는 양해 유한차분법을 이용하였다. 연속 및 u, v 운동 방정식의 차분화된 형태는 다음과 같다.

- 연속 방정식의 차분화된 형태

$$\frac{\zeta_i(t+\Delta t) - \zeta_i(t)}{\Delta t} + \frac{1}{R \cos \phi_m} \left[\frac{(d_i(t)u_i(t) - d_{i-1}(t)u_{i-1}(t))}{\Delta \chi} + \frac{(e_{i-n}(t) \cos \phi_{m-1} v_{i-n}(t) - e_i(t) \cos \phi_{m+1} v_i(t))}{\Delta \phi} \right] = 0 \quad (8)$$

- u 운동 방정식의 차분화된 형태

$$\frac{u_i(t+\Delta t) - u_i(t)}{\Delta t} - 2w \sin \phi_m \bar{v}_i(t) + \frac{k_b u_i(t+\Delta t) \sqrt{u_i^2(t) + v_i^2(t)}}{d_{i(t)}} + \frac{g}{R \cos \phi_m \Delta \chi} [\alpha \zeta_{i+1}(t+\Delta t) - \alpha \zeta_i(t+\Delta t) - \beta \zeta_{o(i+1)}(t+\Delta t) + \beta \zeta_{oi}(t+\Delta t)] = 0 \quad (9)$$

- v 운동 방정식의 차분화된 형태

$$\frac{v_i(t+\Delta t) - v_i(t)}{\Delta t} + 2w \sin \phi_{m+1} \bar{u}_i(t+\Delta t) + \frac{k_b v_i(t+\Delta t) \sqrt{u_i^2(t) + v_i^2(t)}}{e_{i(t)}} + \frac{g}{R \Delta \phi} [\alpha \zeta_i(t+\Delta t) - \alpha \zeta_{i+n}(t+\Delta t) - \beta \zeta_{oi}(t+\Delta t) + \beta \zeta_{o(i+n)}(t+\Delta t)] = 0 \quad (10)$$

윗식에서,

$$d_i = 0.5 (h_i + \zeta_i + h_{i+1} + \zeta_{i+1}) \quad (11)$$

$$e_i = 0.5 (h_i + \zeta_i + h_{i+n} + \zeta_{i+n}) \quad (12)$$

$$\bar{u}_i = 0.25 (u_{i-1} + u_i + u_{i+n-1} + u_{i+n}) \quad (13)$$

$$\bar{v}_i = 0.25 (v_i + v_{i+1} + v_{i-n} + v_{i-n+1}) \quad (14)$$

이와 같은 수치기법을 이용하면 계산영역에 대해 구성된 격자망에서 격자의 중앙지점에서 수위가, 또 격

자의 좌우면에서 x 방향 유속(u)과 격자의 상하면에서 y 방향 유속(v)을 계산할 수 있다.

3. 수치모형 실험

전지구 해양에 대한 수치모형 실험은 M_2 분조에 대해 등간격 격자망으로 구성된 1° 및 $1/3^\circ$ 모형을 이용하여 각각 수행되었다. 계산의 중요한 입력변수는 수심과 기조력인데 수심은 NOAA에서 제공하는 5분 간격으로 전지구 해양에 대해 작성된 DBDB5(Digital Bathymetric Data Base 5 minutes)자료를 이용하였고 기조력은 2.2에서 서술한 식 (6)에 의해 매 시간마다 변화하는 시간의 함수로 처리하여 모형에 입력하였다. 기조력은 제 1 및 2 기조력을 동시에 고려하여 제 1 기조력 계수 $\beta(=1+k-h: \text{love number})$ 는 0.69를 제 2 기조력 계수 α 는 0.9를 전 계산영역에 대해 동일하게 취하였다. 양해 유한차분법의 특성상 필요한 안정조건은 CFL(Courant-Friedrichs-Lewy)조건을 이용하여 1° 모형의 경우 Δt 를 10초로, $1/3^\circ$ 모형에 대해서는 Δt 를 6초로 취하였다. 수치모형의 운영은 시간 $t=0$ 일 때 계산의 전영역에서 수위 및 유속성분이 0인 초기정지상태로부터 출발하여 수치해가 수렴하는 시간까지 반복 계산하였다. 해저 마찰계수는 대부분의 전지구 해양 조석 수치모형에서 0.002-0.003의 범위내에서 사용하고 있는데(Zahel, 1977; Accad와 Pekeris, 1978; Gotlib와 Kagan, 1982; Krohn, 1984; Le Provost 등,

1994), 본 연구에서는 해저 마찰계수 값을 1° 및 $1/3^\circ$ 모형의 전 계산영역에 대해 동일하게 0.0025로 취하였다. 계산영역의 경도는 Greenwich 0° 에서부터 완전히 360° 회전하는 것으로, 위도는 북위 90° N에서 남위 90° S까지 전지구를 고려하였다.

3.1 1° 모형

전지구를 경·위도 1° 의 등간격으로 분할하여 360×180 의 총 64,800개의 격자망을 구성하였는데, 실제 계산에 이용된 부분은 해양 수심을 포함하는 42,425개의 격자로 전체 격자수의 약 65%에 해당한다. 모형의 운영은 Δt 를 10초로 취하여 초기 정지상태로부터 출발하여 수치해가 안정되게 수렴하는 30번째 조석주기까지 계산을 수행하였다. Δt 에 의해 한 조석 주기당 4320개 시간간격을 형성하였는데, 계산은 50 MHz PA-RISC 칩을 탑재한 HP 715 워크스테이션 상에서 수행되었다. 수치해가 수렴하는 30번째 조석주기까지 계산시간은 약 48시간 정도가 소요되었다. 수치모형에 의해 계산된 30번째 조석주기에서 조위를 출력하여 Fourier 분석을 통해 해양 조석도를 작성하였다.

Fig. 1에 제시된 M_2 분조의 조석도를 살펴보면 동아시아해의 일본 남동쪽과 오세아니아 대륙의 남쪽에 나타나는 무조점을 제외하고는 Schwiderski(1979)의 M_2 조석도와 거의 같은 지점에서 무조점들이 재현된다. Zahel(1977)의 1° 모형의 결과와 비교해 보면 Zahel(1977)의 조석도에서도 동아시아해의 일본 남동쪽과

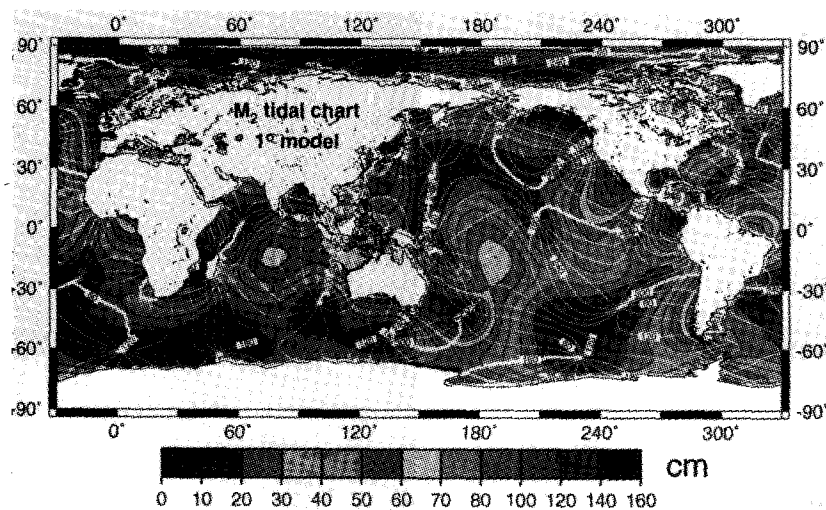


Fig. 1. Computed tidal chart of M_2 tide by 1° model (co-phase lines referred to Greenwich in degree, co-amplitude lines in cm).

오세아니아 대륙의 남쪽에 무조점이 나타나며, 전반적으로 본 연구에서 산정한 결과와 유사하다. 이는 Schwiderski(1979)의 결과는 관측자료를 수치모형에 반영하는 동수력학적 내삽법을 이용한 반면 Zahel(1977)의 결과는 본 연구의 1° 모형과 같이 입력된 자료만을 이용하였기 때문이다. 계산된 등조시선도에서 무조점의 회전방향은 전반적으로 북반구에서는 반시계 방향으로 남반구에서는 시계방향으로 회전하고 있다. 1° 모형에 의해 계산된 M_2 조석도를 Cartwright와 Ray(1990)의 위성 고도계 자료 분석을 통하여 작성한 조석도와 비교해 보면 오세아니아 대륙의 남쪽과 파푸아뉴기니섬 북쪽을 제외하고는 전반적으로 무조점의 위치가 잘 일치하고 있다. 계산된 M_2 분조의 등진폭선을 살펴보면 심해에서의 조석파가 수심이 상대적으로 얇은 천해역으로 전파되어 오면서 수심의 감소 및 복잡한 연안 경계선으로 인해 전반적으로 진폭이 커짐을 알 수 있다. 특히 황해, 남중국해, 북해, 오세아니아 대륙의 북쪽 아라프라해, 뉴질랜드섬 연안, 북미 대륙의 태평양 연안, 남미 대륙의 파타고니아 육봉해 등에서 진폭이 확대되고 있다.

Platzman(1981, 1984)은 9~15 시간의 주기를 갖는 반일분조 band에서 23개의 normal mode를 합성하여 반일분조를 해석하였는데 M_2 분조의 경우 12.8 시간의 주기를 갖는 mode에서 가장 큰 signal을 나타내었고 그 다음 크기를 갖는 mode는 12.5 시간의 주기에서 나타났다. 13.0 시간의 주기를 갖는 mode에서 북대서양에 북동 및 남서 방향의 조석파가 진동하여 2개의 무조점이 형성된다. 12.8 시간의 mode에서는 기나아만에서의 반일 조석파와 유사한 조석파가 남대서양에서 진동하여 한개의 무조점이 형성되며 조석파는 이 무조점을 중심으로 아프리카의 서쪽 연안을 따라 북쪽으로 진행한다. Platzman 등(1981)은 15.5 시간의 mode에서 태평양의 북미 대륙 캘리포니아 연안에서 Kelvin 파가 공진하여 무조점이 형성되며 M_2 조석파는 이 무조점을 중심으로 북미 대륙의 서쪽 연안을 따라 북쪽으로 진행함을 제시하였다. 또한 Platzman(1984)은 10.8 시간의 mode에서 뉴질랜드섬 부근에서 Kelvin 파가 형성되며 13.8 시간의 mode에서 중앙 태평양의 3개 무조점과 오스트레리아 서쪽 및 남쪽에 한개의 무조점이 형성됨을 나타내었다. 본 연구의 결과에서 나타나는 M_2 분조의 태평양과 대서양에서 무조점 위치 및 조석파의 전파는 normal mode를 이용하여 해석한 Platzman(1981, 1984)

의 결과와 같다.

3.2 $1/3^\circ$ 모형

1° 모형에 의해 정확히 해석되지 않는 반폐쇄 해역 및 육봉해에서의 조석특성을 평가해 보기 위해 전지구를 경 위도 $1/3^\circ$ 의 등간격으로 분할하였다. $1/3^\circ$ 모형은 1080×540 의 총 583,200개의 격자망으로 구성되었는데 실제 계산에 이용된 부분은 해양 수심을 포함하는 380,766개의 격자로 전체 격자수의 약 65%에 해당한다. 모형의 운영은 Δt 를 6초로 취하여 초기 정지상태로부터 출발하여 수치해가 안정되게 수렴하는 10번째 조석주기까지 계산을 수행하였는데 t에 의해 한 조석주기당 7200개의 시간간격을 형성하였다. 계산은 99 MHz PA-RISC 칩을 탑재한 HP 755 워크스테이션 상에서 수행되었는데 수치해가 수렴하는 10번째 조석주기까지 계산시간은 약 120시간 정도가 소요되었다. 수치모형에 의해 계산된 10번째 조석 주기에서의 조위를 출력하여 Fourier분석을 통해 해양 조석도를 작성하였다.

Fig. 2에 제시된 $1/3^\circ$ 모형의 M_2 분조의 무조점의 위치를 살펴보면 1° 모형에 의해 계산된 M_2 분조의 무조점 위치와 전반적으로 유사하지만 무조점의 정확한 위치는 약간씩 이동되어 있다. Schwiderski(1979)의 M_2 조석도와 위성 고도계 자료의 분석을 통해 작성된 조석도(Cartwright와 Ray, 1990; Schrama와 Ray, 1994)와 비교해 보면 동아시아해의 일본 남동쪽과 오세아니아 대륙의 남쪽 부분만을 제외하고는 1° 모형의 결과보다 무조점의 위치 및 위상값들이 더 잘 일치하고 있다.

산정된 $1/3^\circ$ 모형의 계산결과를 Luther와 Wunsch(1974)의 관측자료를 기준으로 작성한 중앙 태평양의 M_2 조석도와 비교해 보면 파푸아뉴기니섬 북쪽의 한개의 무조점을 제외하고는 무조점의 수, 위치, 위상값들이 잘 일치하고 있다. 인도양에서 관측자료를 기준으로 작성한 McCammon와 Wunsch(1977)의 M_2 조석도와 $1/3^\circ$ 모형의 결과와 비교해 보면 아라비아해와 뱃갈만에서 무조점의 위치가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 한편, Schwiderski(1979)의 1° 모형에서 낮은 분해능으로 인해 제시하지 못했던 황해, 동해, 북유럽의 북해, 페르시아만, 홍해, 아라프라해, 허드슨만, 베핀만, 파타고니아해 등의 육봉해에서의 무조점들이 본 연구의 $1/3^\circ$ 모형에서는 잘 재현되고 있다. $1/3^\circ$ 모형의 M_2 의 등진폭선도의 분포(Fig. 2)를 살펴보면 조석파가 황

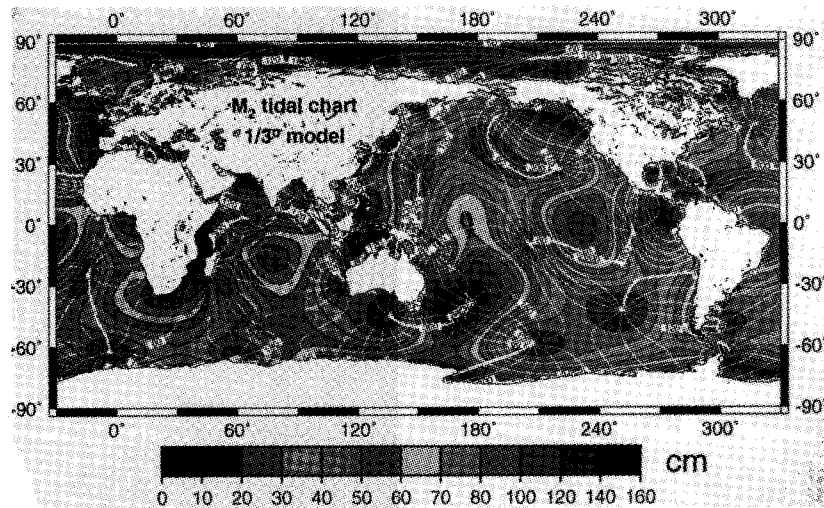


Fig. 2. Computed tidal chart of M_2 tide by $1/3^\circ$ model (co-phase lines referred to Greenwich in degree, co-amplitude lines in cm).

해, 남중국해, 오호츠크해, 아라프라해, 북해, 페르시아만, 뉴질랜드섬 연안, 허드슨만, 로렌스만, 베링해 부근, 북미 대륙의 태평양 연안, 남미 대륙의 파타고니아 육붕해 등에서 진폭이 확대되고 있는데 1° 모형의 결과(Fig. 1)보다는 진폭이 확대되는 영역이 더 넓게 분포한다.

3.3 토의

1° 및 $1/3^\circ$ 모형의 M_2 조석도(Fig. 1 및 2)에서 Schwiderski(1979)의 조석도에서 나타나지 않는 동아시아해 일본 남동쪽에 한개의 무조점이 재현되고 있는데, 이는 일차적으로 이 해역의 복잡한 수심지형에 기인하는 것으로 생각된다. 일본의 남쪽으로부터 뉴기니아섬 북쪽 연안까지는 상당히 복잡한 수심지형을 나타내는데 특히 마리아나 제도 근처에서는 약 10,000 m의 수심도 존재한다. 고(1993)는 동아시아 해역에서 국지적 조석 수치모형을 이용하여 M_2 분조의 조석도를 작성하였는데 계산영역은 경도의 경우 동경 $98.5^\circ E \sim 165^\circ E$, 위도는 북위 $63^\circ N$ 에서 0° 까지를 $1/6^\circ$ 의 등간격 격자망을 구성하였고, 외해 개방 경계에서는 Schwiderski(1979)의 1° 모형 조석도에서 진폭 및 위상값을 인용하여 수심적분된 동수력학적 방정식을 유한차분법에 의해 해석하였다. 고(1993)는 그의 수치실험에서 이 해역의 최대 수심을 500 m로 제한하였을 경우와 실제 수심을 반영하였을 경우에 대해 수치실험을 각각 수행하였는데 최대 수심을 500 m로 제한하였을

경우 본 연구의 1° 및 $1/3^\circ$ 모형의 결과와 마찬가지로 일본 남동쪽에 한개의 무조점이 나타난다. 그러나 실제 수심을 고려하였을 때는 Schwiderski(1979)의 1° 모형의 결과와 마찬가지로 무조점이 나타나지 않고 북위 $20^\circ N \sim 0^\circ$ 까지 밀집된 형태의 등조시선 형태를 보인다. 이러한 결과로부터 본 연구의 1° 및 $1/3^\circ$ 모형과 기존의 전지구 해양의 수치모형(Pekeris와 Accad, 1969; Hendershott, 1972; Zahel, 1977; Gordeev 등, 1977; Accad와 Pekeris, 1978; Gotlib와 Kagan, 1982; Zahel, 1991; Le Provost 등, 1994)에서는 이 해역의 복잡한 수심지형을 모형에 반영하기에는 상대적으로 분해능이 낮아 일본 남동쪽에 한개의 무조점이 나타난 것으로 일차적으로 추론된다. 관측자료를 기준으로 하여 이 해역에 조석도를 작성한 Luther와 Wunsch(1974)의 결과에 의하면 일본 남동쪽의 $20^\circ N$ 과 $10^\circ N$ 에서 두개의 무조점이 나타난다. 관측지점의 위치를 살펴보면 $20^\circ N$ 북쪽에 9개 지점의 자료와 $20^\circ N$ 남쪽의 캐롤라인섬 근처에 밀집된 16개 지점의 자료를 이용하여 조석도를 작성한 것으로 일본 남쪽연안과 뉴기니아섬 북쪽연안 및 $20^\circ N \sim 10^\circ N$ 사이의 관측값들이 부족하다. Schwiderski(1979)의 결과도 일본 연안 및 태평양의 일부 섬에서 관측된 자료를 이용하여 수치모형을 운영하였기에 이 해역에서 제한된 관측자료를 기준으로 작성한 Nishida(1980)의 조석도와 마찬가지로 무조점이 나타나지 않는다. Hendershott (1977)은 북서 태평양의 등조시선도가 관측을 기준으로 작성한 결과와 수치모

형에 의한 결과가 서로 다르다고 지적하였고 이에 대한 명확한 설명을 하기는 어렵다고 하였다. 이러한 결과로부터 동아시아 해역의 무조점 체계를 보다 자세히 규명하기 위해서는 위성 고도계 궤도(along satellite track)을 따라 관측된 조석자료와 이 해역의 일본 남쪽 연안과 뉴기니아섬 북쪽연안 및 20° N~10° N사이의 지점들에서 tidal gauge에 의한 보다 광범위하고도 지속적인 조석 관측이 필요하며, 이와 병행하여 복잡한 수심지형을 모형에 좀더 실제적으로 반영할 수 있는 분해능이 높은 수치모형의 운영이 필요할 것으로 생각된다.

또한 본 연구의 M₂ 조석도에서 Schwiderski(1979)의 조석도 및 위성 고도계 자료의 분석을 통해 작성한 조석도(Cartwright와 Ray, 1990; Schrama와 Ray, 1994)에서 나타나지 않는 오세아니아 대륙 남쪽에서 한개의 무조점이 재현되고 있다. 그러나 본 연구의 1° 및 1/3° 모형과 기존의 전지구 해양의 수치모형(Pekeris와 Accad, 1969; Zahel, 1977; Gordeev 등, 1977; Accad와 Pekeris, 1978; Gotlib와 Kagan, 1982; Krohn, 1984)에서는 오세아니아 대륙 남쪽에서 한개의 무조점이 나타나고 있다. 본 연구의 결과 및 기존 대부분 전지구 해양 수치모형에서 오세아니아 대륙 남쪽에서 한개의 무조점이 나타나는 이유로는 수치모형에 입력되는 외력은 기조력으로 남극 해양은 60° S 주변에서 남극 원형대의 수로의 형태를 가지며 기조력에 대해 직접 반응하여 공진(resonance)이 발생하는 것으로 일차적으로 생각된다. Platzman 등(1981)은 12.8, 12.5, 12.1 시간의 mode에서 본 연구의 결과와 동일하게 오세아니아 대륙 남쪽에 시계 방향의 무조점이 형성됨을 제시하였으며, Platzman

등(1981)은 이 해역에서 Irish와 Snodgrass(1972)가 16개 지점의 관측자료를 이용하여 작성한 조석도로는 남극 Kelvin 파를 해석하기에는 어렵다고 지적하였다. 이러한 결과로부터 오세아니아 대륙 남쪽의 무조점 존재 유무는 위성 고도계 궤도(along satellite track)을 따라 관측된 조석자료와 이 해역에서 오세아니아 대륙 남쪽 연안과, 남극 연안 및 이들 대륙사이의 심해에서 tidal gauge에 의한 보다 광범위하고도 지속적인 조석 관측을 통해 규명해야 할 것으로 생각된다.

3.4 심해 관측 조화상수의 비교

1° 및 1/3° 모형의 계산결과를 검증하기 위해 전지구 해양의 일부 지점에서 관측된 조화상수와 상호 비교하였다. 관측값은 Cartwright와 Ray(1990)가 위성 고도계 자료 해석의 정확성을 평가하기 위해 사용한 심해 관측자료로 이들 관측지점의 위치를 Fig. 3에 나타내었다. 계산 및 관측 조화상수의 비교를 Table 1 및 Fig. 4에 나타내었는데 전반적으로 1° 모형의 결과보다 1/3° 모형에 의해 계산된 진폭 및 위상값이 관측값과 비교하여 더 향상되었음을 알 수 있다. 특히 위상값은 1° 모형보다 1/3° 모형의 계산결과에서 관측값과 더 잘 일치함을 알 수 있다. M₂ 분조의 관측값과 계산값 간의 차의 분포를 Fig. 5에 제시하였는데 x축은 관측값과 계산값과의 차이이고 y축은 이들 차의 백분율을 나타낸다.

Table 1에 제시한 관측값과 1° 및 1/3° 모형의 계산값의 조화상수에 대해 Root Mean Square(RMS)를 구하여 다른 연구결과(Schwiderski, 1979; Cartwright와 Ray, 1991; Schrama와 Ray, 1994; Ma 등, 1994; Egbert 등, 1994)에서

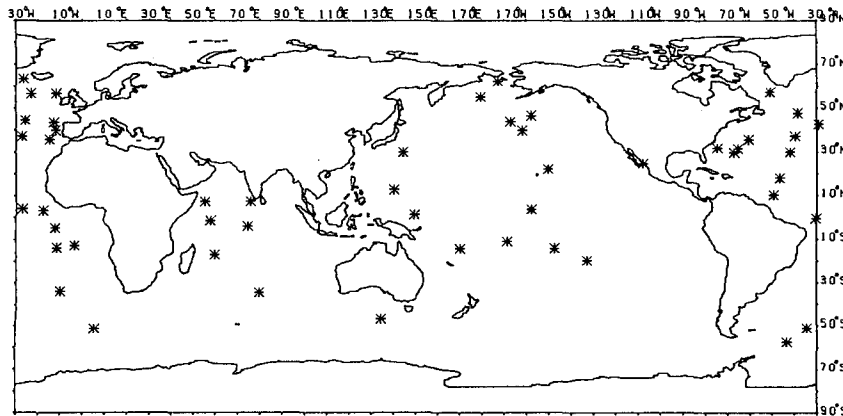


Fig. 3. Positions of pelagic tide gauges (Cartwright and Ray, 1990).

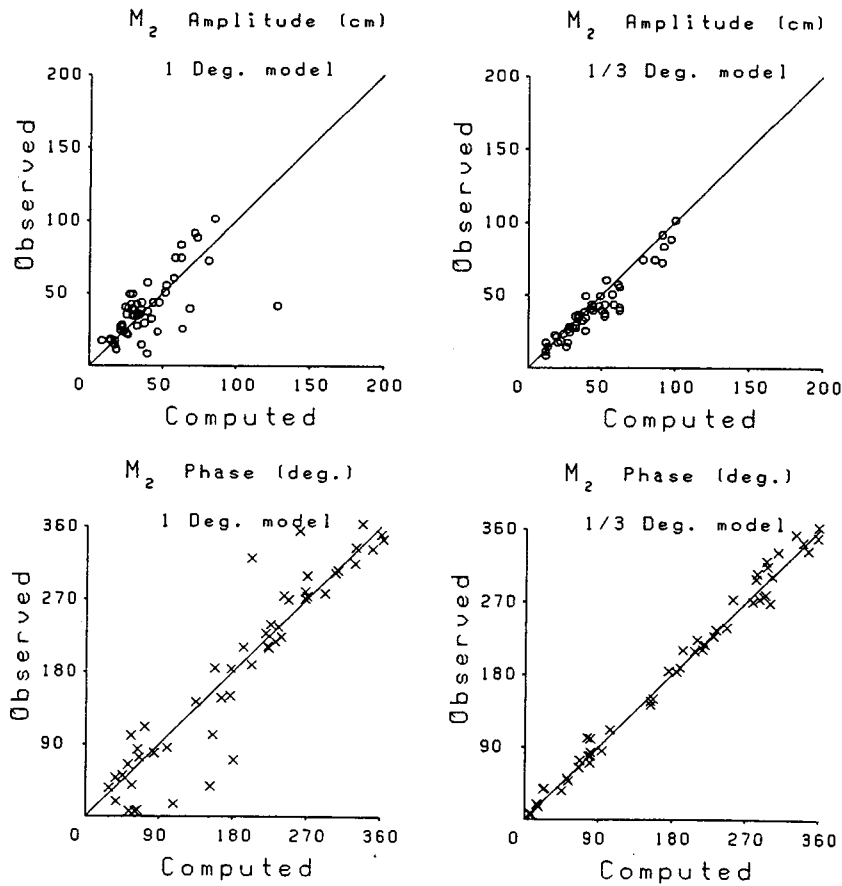


Fig. 4. Comparison of computed and observed amplitudes and phases of M_2 tide.

구한 RMS와 비교하여 Table 2에 나타내었다. RMS는 관측값과 계산값의 오차 정도를 표시하는 것으로 Cartwright와 Ray(1991)는 Geosat의 분석자료의 검증에 위하여 RMS를 다음과 같은 방법으로 계산하였다. 즉 진폭과 위상을 $h_1 = H \cos g$, $h_2 = H \sin g$ (여기서 H 는 진폭, g 는 Greenwich 위상)의 두개의 식으로 분리하여 $RMS = \sqrt{\sum (h_{1\text{관측}} - h_{1\text{계산}})^2 + \sum (h_{2\text{관측}} - h_{2\text{계산}})^2} / (\text{비교지점수})$ 로 계산하였다. M_2 분조의 RMS 값은 1° 모형보다는 $1/3^\circ$ 모형의 결과가 관측값에 더 근접해 있음을 알 수 있다. 또한 Table 2에서 TP 고도계 자료를 이용하여 전지구 해양의 조석도를 작성한 Schrama와 Ray(1994), Ma 등(1994)의 RMS값이 가장 작아 이들의 분석결과가 관측값에 상당히 근접한 결과로 생각된다.

비록 Table 2에서 $1/3^\circ$ 모형의 RMS가 다소 큰 값을 나타내지만 다른 결과(Schwiderski, 1979; Cartwright와 Ray, 1991; Schrama와 Ray, 1994; Ma 등, 1994; Egbert 등, 1994)들은 위성 고도계의 관측값을 기준으

로 하여 작성한 조석도이거나 관측값을 수치모형에 반영하는 기법을 이용한 모형이고, 본 연구의 $1/3^\circ$ 모형은 순수히 수치모형에 의한 결과이다. 따라서 순수히 수치모형만을 이용하여 조석도를 작성한 본 연구의 $1/3^\circ$ 모형의 결과는 다른 수치모형(Zahel, 1977; Accad와 Pekeris, 1978; Gotlib와 Kagan, 1982; Krohn, 1984; Foreman 등, 1992)의 결과에 비하여 어느 정도 좋은 결과를 갖는 것으로 생각된다.

3.5 조류 타원도

M_2 조석의 유속분포를 살펴보기 위해 전지구 해양에 대해 1° 및 $1/3^\circ$ 모형에 의해 계산된 M_2 조석의 조류타원도를 Fig. 6과 7에 나타내었다. 이 조류타원도의 반장축과 반단축은 최강 및 최저 유속의 크기를 나타내며, 조류타원도의 시작점과 끝점에 공간이 있는데 이는 $t=0$ 시간에서 $t=10.8$ 시간까지만 선을 연결하여 조류의 회전방향을 나타내고 있다. Fig. 6 및 7의 1° 및 $1/3^\circ$

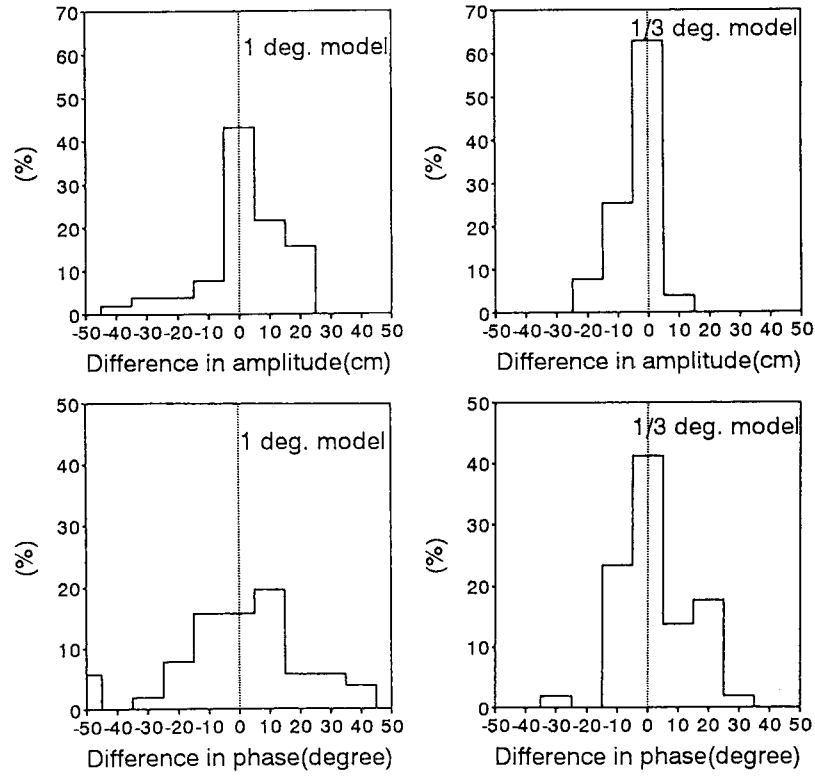


Fig. 5. Distribution of discrepancy between computed and observed amplitudes and phases of M₂ tide.

Table 1. Comparison of computed and observed harmonic constants of M₂ tide (H: amplitude in cm, g: phase in degree)

Lati.	Long.	Observed		Computed		Computed	
		H	g	H (1° model)	g	H (1/3° model)	g
60.2	331.2	70.	183.	79.	197.	89.	184.
59.1	184.9	23.	106.	61.	67.	37.	99.
54.0	307.1	40.	297.	30.	299.	46.	296.
53.6	346.2	99.	142.	83.	160.	98.	148.
53.5	334.9	53.	145.	50.	171.	60.	151.
52.0	177.5	21.	78.	44.	58.	22.	75.
44.5	319.5	15.	31.	6.	337.	10.	40.
43.3	199.9	35.	300.	37.	302.	50.	278.
41.4	332.0	47.	73.	27.	78.	47.	73.
40.7	190.7	19.	327.	24.	344.	17.	303.
40.3	345.0	89.	74.	69.	78.	89.	75.
39.4	328.9	38.	59.	22.	46.	40.	61.
36.7	345.8	86.	68.	71.	60.	95.	62.
36.5	196.0	21.	309.	21.	323.	22.	290.
34.0	330.6	38.	43.	27.	31.	42.	48.
33.9	318.2	26.	10.	20.	102.	26.	12.
32.6	343.1	72.	46.	60.	40.	84.	47.
32.4	297.3	36.	358.	33.	28.	36.	353.

Table 1. Continued

Lati.	Long.	Observed		Computed		Computed	
		H	g	H	g	H	g
				(1° model)		(1/3° model)	
28.5	283.2	41.	2.	45.	58.	41.	2.
28.2	292.5	34.	1.	30.	48.	32.	4.
28.2	142.2	30.	268.	40.	264.	35.	248.
26.6	316.0	15.	329.	12.	324.	18.	340.
26.6	290.7	32.	1.	30.	55.	32.	1.
26.5	250.1	39.	95.	126.	50.	60.	75.
21.5	207.5	25.	33.	19.	147.	30.	18.
18.9	311.2	33.	233.	32.	220.	30.	241.
14.7	138.1	41.	294.	41.	264.	56.	276.
9.5	308.5	58.	222.	55.	214.	51.	225.
7.0	52.9	32.	34.	28.	51.	32.	19.
4.2	73.5	20.	218.	23.	233.	16.	205.
4.2	330.7	72.	212.	56.	226.	76.	214.
0.9	200.0	25.	96.	30.	150.	28.	71.
0.4	340.0	55.	204.	37.	218.	59.	202.
0.0	147.3	9.	272.	16.	286.	10.	286.
-2.0	327.6	81.	206.	60.	217.	90.	211.
-3.8	55.5	40.	13.	26.	32.	42.	10.
-4.6	72.4	48.	265.	49.	262.	55.	273.
-7.3	345.6	33.	178.	23.	172.	50.	180.
-14.3	189.3	37.	179.	66.	152.	60.	170.
-15.9	354.3	32.	80.	27.	94.	37.	89.
-17.1	346.3	16.	137.	12.	129.	20.	148.
-17.5	210.5	6.	316.	37.	196.	10.	289.
-17.7	168.2	37.	205.	24.	187.	48.	187.
-20.2	57.5	12.	269.	33.	236.	24.	281.
-23.1	225.1	27.	349.	35.	255.	30.	325.
-37.1	347.7	22.	15.	19.	5.	26.	8.
-37.8	77.5	41.	230.	33.	230.	50.	228.
-50.0	132.2	12.	65.	15.	175.	11.	74.
-54.3	323.5	24.	274.	20.	262.	25.	288.
-54.5	3.3	15.	21.	15.	357.	25.	26.
-60.7	314.4	47.	264.	25.	242.	37.	294.

3° 모형의 조류타원로부터 태평양의 중앙부, 인도양의 남서쪽, 남대서양 및 북미 대륙의 서쪽연안에서는 반시계방향의 왕복성 조류의 형태를 보이고 있으며, 남미 대륙의 북서연안에서는 시계방향의 왕복성 조류의 형태를 또, 아프리카 대륙의 동쪽 및 마다카스카르섬 동남쪽에서는 반시계방향의 회전성 조류의 형태를 보이고 있다. 전반적으로 1/3° 모형에 비하여 1° 모형의 조류타원이 연안 및 육붕해에서 큰 흐름을 보이고 있는데 이는 상대적으로 낮은 분해능을 갖는 1° 모형이

Table 2. Root Mean Square (RMS) differences between observed and computed tidal constants of M₂ tide

Tide	model
Schwiderski (1979)	4.10
Cartwright and Ray (1991)	3.86
Schrama and Ray (1994)	2.63
Ma et. al. (1994)	2/7
Egbert et. al. (1994)	3.01
1° model in this study	18.2
1/3° model in this study	7.8

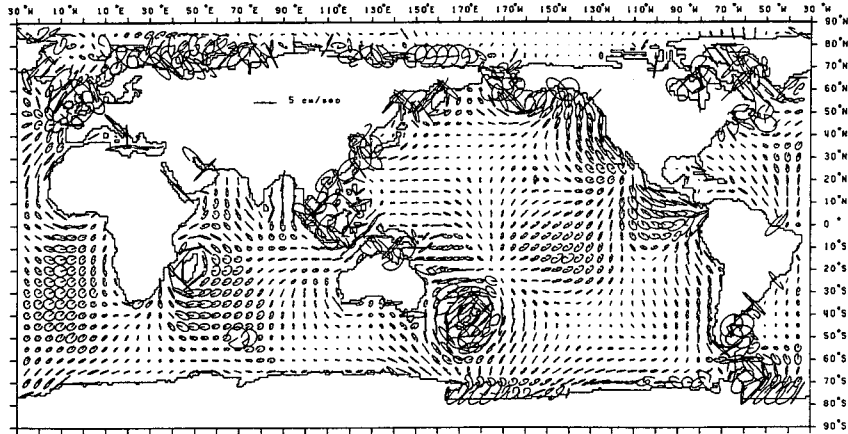


Fig. 6. Tidal current ellipses of M_2 tide by 1° model.

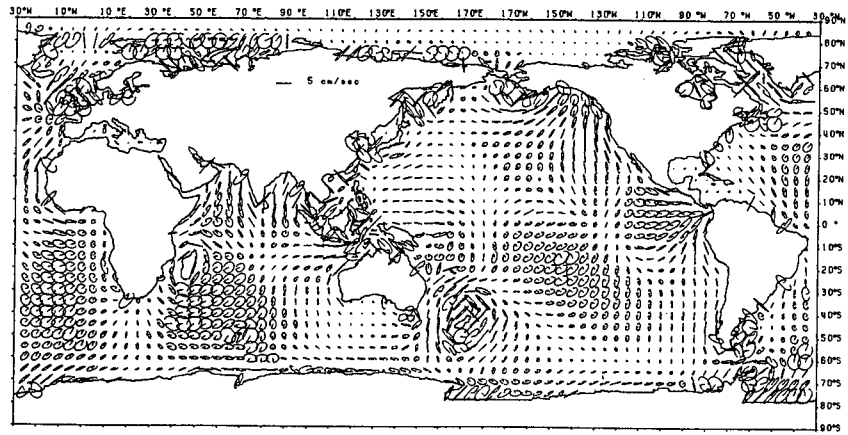


Fig. 7. Tidal current ellipses of M_2 tide by $1/3^\circ$ model.

연안역 및 육봉해의 특성을 잘 반영하지 못하여 이들 해역에서 흐름이 커지는 것으로 생각된다.

4. 결 론

전지구 해양의 조석특성을 파악하기 위해 북위 90° N에서 남위 90° S까지의 전지구 해양을 포함하는 1° 및 $1/3^\circ$ 의 분해능을 갖는 조석 수치모형을 수립하여 M_2 분조의 조석도를 작성하였다. 1° 및 $1/3^\circ$ 모형의 수치실험 결과를 Schwiderski(1979)의 해양 조석도, 위성 고도계 자료의 분석을 통해 작성된 조석도(Cartwright와 Ray, 1990; Schrama와 Ray, 1994) 및 일부 해역에서의 관측 조석도와 비교해 본 바 $1/3^\circ$ 모형의 결과가 1° 모형의 결과보다 더 향상되었다. 또한 해양의 일부 지점에서 관측된 심해 조화상수와 비교한 바 진폭 및

위상값은 1° 모형에 비하여 $1/3^\circ$ 모형에서 계산값이 향상되었다. 특히 본 연구의 1° 모형 및 기존 수치모형에서 낮은 분해능으로 인하여 충분히 재현하지 못했던 천해역과 육봉해에서의 조석특성이 $1/3^\circ$ 모형에서 무조점 위치와 진폭의 확대 등 뚜렷한 육봉해의 조석특성으로 제시되었으며, $1/3^\circ$ 수치모형으로 심해 및 천해역의 조석현상을 동시에 평가할 수 있음을 제시하였다. 따라서 $1/3^\circ$ 수치모형에 의해 계산된 결과들은 국지적 수치모형 운영시 외해 개방 경계에서 관측자료가 부족할 경우 국지적 수치모형의 외해 개방 경계의 자료로 제공될 수 있을 것으로 생각된다. 앞으로 수치해의 정확도 향상을 위해 신뢰성 있는 수심자료의 이용과 일부 천해역 및 육봉해에서 적절한 마찰계수의 선정 및 컴퓨팅 파워가 좀더 향상되면 조석 관측자료를 수치모형에 반영하면서 질량보존을 만족하는 자료 합

성기법의 도입이 필요할 것으로 생각된다.

참고문헌

- 고진석, 1993. 동아시아 해역의 조석모형, 성균관대학교 토목공학과 석사학위 논문.
- Accad, Y. and Pekeris, C.L., 1978. Solution of the tidal equations for the M_2 and S_2 tides in the world ocean from a knowledge of the tidal potential alone, *Phil. Trans. R. Soc. London, Ser., A*(290): 235-266.
- Cartwright, D.E. and Ray, R.D., 1990. Ocean tides from geosat altimetry, *Jour. Geophys. Res.*, **95**(C3): 3069-3090.
- Cartwright, D.E. and Ray, R.D., 1991. Energetics of global ocean tides from geosat altimetry, *Jour. Geophys. Res.*, **96**(C9): 16897-16912.
- Dietrich, G., 1944. Die schwingungssysteme der haib-und eintagigen tiden in den ozeanen, Veroffentl. Inst. Meerekunde Univ. Berlin, **A41**: 7-68.
- Egbert, G.D., Bennett, A.F. and Foreman, M.G.G., 1994. TOPEX/POSEIDON Tides estimated using global inverse model, *Jour. of Geophys. Res.*, **99**(C12): 24821-24852.
- Farrell, W.E., 1972. Deformation of the earth by surface loads, *Rev. Geophys.*, **10**: 761-797.
- Foreman, M.G.G., Benett, A.F., Egbert, G.D. and Hagelberg, C., 1992. The removal of tidal elevations from satellite altimeter measurements, *Proceedings of IX international Conference on Computational Methods in Water Resources*, Denver, Colorado, USA.
- Gordeev, R.G., Kagan, B.A. and Polykov, E.V., 1977. The effects of loading and self attraction on global ocean tides: The model and its results of a numerical experiment, *Jour. Phys. Oceanogr.*, **7**(2): 161-170.
- Gotlib, V.Y. and Kagan, B.A., 1982. Numerical simulation of tides in the world oceans: 2. Experiments of the sensitivity of the solution to choice of the shelf effect parameterization and to variations in shelf parameters, *Dtsh. Hydro. Zeit.*, (35): 1-14.
- Harris, R.A., 1904. Manual of tides, Part IV b. U.S.Coast Geod. Sur. Rep.
- Hendershott, M.C. and Munk, W., 1970. Tides, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **2**: 205-224.
- Hendershott, M.C., 1972. The effects of solid-earth deformation on global ocean tides, *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.*, **29**: 389-402.
- Hendershott, M.C., 1977. Numerical models of oceans tides, *The Sea*, **6**: 47-95.
- Irish, J.D. and Snodgrass, F.E., 1972. Australian-Antartic tides. Antarctic Oceanology II: The Australian-New Zealand Sector, *Antartic Res. Ser.*, **19**: 101-116.
- Krohn, J., 1984. A global ocean tide model for the M_2 -tide with refined grid-resolution in shelf-areas, Erschienen im Eigenverlag des Instituts fur Meereskunde, Hamburg Univ., 79-209.
- Le Provost, C., Genco, M.L. and Lyard, F., 1994. Spectroscopy of the World Ocean tides from a finite element hydrodynamic model, *Jour. of Geophys. Res.*, **99**(C12): 24777-24797.
- Luther, D.S. and Wunsch, C., 1974. Tidal charts of the Central Pacific Ocean, *Jour. of Physical Oceanography*, **5**: 222-230.
- Ma, X.C., Shum, C.K., Eanes, R.J. and Tapley, B.D., 1994. Determination of ocean tides from the first year of TOPEX/POSEIDON altimetry measurements, *Jour. of Geophys. Res.*, **99**(C12): 24809-24820.
- McCammon, C. and Wunsch, C., 1977. Tidal charts of the Indian Ocean North of 15°S, *Jour. of Geophys. Res.*, **82**(37): 5993-5998.
- Munk, W.H. and MacDonald, G.J.F., 1960. The Rotation of the Earth, (ed) G.K.Batchelor and S.Goldstein, Cambridge Uni. Press.
- Nishida, H., 1980. Improved tidal charts for the western part of the North Pacific Ocean, Rep. of Hydro. Res., **15**: 55-70.
- Parke, M.E. and Hendershott, M.C., 1980. M_2 , S_2 , K_1 models of the global ocean tide on elastic earth, *Marine Geodesy*, **3**: 379-408.
- Pekeris, C.L. and Accad, Y., 1969. Solution of Laplace's equations for the M_2 tide in the World Oceans, *Phil. Trans. R. Soc.*, **A265**: 413-436.
- Pingree, R.D. and Griffiths, D.K., 1987. Tidal friction for semidiurnal tides, *Continental Shelf Research*, **7**(10): 1181-1209.
- Platzman, G.W., Curtis, G.A., Hansen, K.S. and Slater, R. D., 1981. Normal modes of the World Ocean. Part II: Description of modes in the period range 8 to 80 hours, *Jour. of Phys. Oceano.*, **11**: 579- 603.
- Platzman, G.W., 1984. Normal modes of the World Ocean. Part IV: Synthesis of diurnal and semidiurnal tides,

- Jour. of Phys. Oceano.*, **14**: 1532-1550.
- Pugh, D.T., 1987. Tides, surges and mean sea-level, John Wiley & Sons.
- Schrama, E.J.O. and Ray, R.D., 1994. A preliminary tidal analysis of TOPEX/ POSEIDON altimetry, *Jour. of Geophys. Res.*, **99**(C12): 24799-24808.
- Schureman, P., 1976. Manual of harmonic analysis and prediction of tides, U.S. Dept. of Commerce Coast and Geodetic Survey, **98**.
- Schwiderski, E.W., 1978. Global ocean tides, Part I: A detailed hydrodynamical interpolation model, Naval Surface Weapon Center, NSWC/DL TR-3866.
- Schwiderski, E.W., 1979. Global ocean tides, Part II: The semidiurnal principal lunar tide (M_2), Atlas of Tidal Charts and Maps, Naval Surface Weapon Center, NSWC TR 79-414.
- Sterneck, R., 1920. Die Gezeiten der Ozeane. Sitz. ber. d. Akad. d. Wiss. Wien, *Math.-Phys. Klasse*, **129**: 131-150.
- Villain, G., 1952. Les lignes cotidales dans les oceans, d'apres le Dr.Gunter Dietrich. Bull. d'Inform. C.O.E.C. **4**.
- Whewell, W., 1833. Essay towards a first approximation to a map of cotidal lines, *Phil. Trans.*, **1**: 1-147.
- Zahel, W., 1970. Die Reproduktion Gezeitenbedingter Bewegungsvorgänge im Weltozean Mittels des Hydrodynamisch-Numerischen Verfahrens, Mitt. Inst. Meereskd. Univ. Hamburg, **17**: 1-50.
- Zahel, W., 1977. A global hydrodynamical-numerical 1° -model of the ocean tides: The oscillation system of the M_2 -tide and its distribution of energy dissipation, *Ann. Geophys.*, **33**: 31-40.
- Zahel, W., 1991. Modeling ocean tides with and without assimilating data, *Jour. Geophys. Res.*, **96**: 20379-20391.