

# 複合斷面に 있어서 不規則波에 의한 碎波變形 모델의 開發

## Development of Random Wave Deformation Model due to Breaking on Arbitrary Beach Profiles

權赫珉\* · 合田良實\*\* · 崔漢圭\*\*\*

Hyuck Min Kweon\*, Yoshimi Goda\*\* and Han Kyu Choi\*\*\*

**要 旨** : 沿岸域에 있어서 波浪變形的 豫測은 解岸·港灣構造物의 設計, 沿岸漂砂現象의 解明, 解岸保存計劃에 必需的인 項目이다. 實際의 波浪은 不規則性이 그 本質이며 不規則波浪으로써 解析이 必要하다. 波浪變形的 解明이 가장 뒤떨어진 것이 碎波의 現象이며 특히, 海底地形이 複雜하게 變化하고 있는 境遇의 碎波變形豫測모델의 構築이 期待되어 왔다. 지금까지 몇가지의 모델이 發表되었지만 碎波의 메카니즘을 充分히 考慮하지 않았거나 設計手法가 煩雜하여 實用的이지 못한 難點이 있었다. 本 研究에서 提案하는 新碎波變形모델은 各種의 斷面地形에 있어서 波高·水位를 正確하게 豫測하고 있어 汎用性이 높은 모델임이 判明되었다.

**Abstract** : Random wave breaking is one of the most important phenomena in coastal engineering. For two and half decades, various models have been proposed to predict wave height variations in the surf zone. However, some models are applicable to plane beaches only, some requires clumsy computation for a joint probability density of wave heights and periods, and some others need calibration with individual wave data. The present study aims at formulating a model simple enough but reasonably accurate. The merits of the present model are as follows: It is applicable to any shapes of bottom profiles; It requires the input data of incident wave heights and periods only without necessity of coefficient calibration with field data; and Its computation time is minimal because it deals with representative waves directly.

### 1. 머릿말

沿岸域에 있어서 波浪變形的 豫測은 構造物의 設計 및 漂砂移動의 推定등에 必需的인 項目이다. 따라서 지금까지 약 25년간 많은 碎波帶內의 不規則波에 어 떠한 모델도 物理的인 過程의 不明確性 또는 計算의 煩雜性 등 어려운 문제점이 있어 完成되었다고 할 수 없다.

本 論文은 不規則波가 깨어진 후에도 進行을 계속하여 安定한 波高 再生하는 過程을 一般化하여 에너지 減衰項의 적절한 表現式을 얻고자 함을 目的으로 한다. 이러한 碎波終了後의 波高를 여기서 安定波라고 한다. 이의 安定波高에 到達하는 에너지 減衰의 過程을

導入하여 bar型 地形을 포함한 複合斷面に 適用이 가능한 새로운 不規則 波浪變形 모델을 開發함을 目的으로 한다.

### 2. 實驗方法

#### 2.1 實驗의 條件

實驗은 길이 17m, 폭 0.5m, 깊이 0.55m의 2次元 造波水槽에서 실시했다. 먼저, 水平 step 上에서 摩擦에 의한 波高減少를 定量的으로 판단하기 위하여 非碎波 波浪을 대상으로 水平 step 上의 水深  $h_2$ 가 9cm 및 11cm로 3種類의 스펙트럼을 사용하여 波高를 週期를 바꾸면서 總18 種類를 가지고 實驗을 했다. 길이 2m

\* 株式會社 TETRA 應用水理 研究室(Applied Hydraulic Laboratory, TERA Company, Tsuchiura 300, Japan)

\*\* 橫濱國立大學校 工學部 建設學科(Department of Civil Engineering, Yokohama National University, Yokohama, Japan)

\*\*\* 江原大學校 工學大學 土木工學科(Department of Civil Engineering, Kangwon National University, Choongchun, Korca)

의 1/10 斜면에 이어서 길이 2m의 1/20 勾配斜면을 만들고 이후 길이 6m의 水平床을 設置했다. 水平床의 높이는 25cm이며 一樣水深部の 수심  $h_1$ 은 34cm 및 36cm의 2종류이다. 하나의 波浪에 대하여 波刑은 14地點에서 測定되었다. 이를 위하여 順番으로 波高計를 移動하여 8지점의 同時測定을 2회씩 했다.

波高計 #1은 造波板으로부터 3m 떨어진 地點에 설치했고, 波高計 #2의 設置를 調整하여 合田 · 鈴木(1976)에 의해 제안된 入 · 反射波分離를 試圖하였다. 斜面 1/10이 시작하는 곳으로부터 1m 떨어진 斜面으로부터 波高計를 #3, #4를 1m 間隔으로 設置하였다. 더욱이 step 또 斜面의 境界에는 波高計 #5를 設置하였다. Step 위에서는 #6부터 #14까지 9個의 波高計를 60cm 間隔으로 設置하였다. 다음으로, 碎波減衰의 基礎 data를 얻기 위하여 3種類의 스펙트럼과 2가지의 水深에 關하여 서로 다른 3가지의 週期 및 波浪을 對象으로 測定했다. Data의 sampling 時間은 0.05sec로서 1회에 8192個의 data를 取得했다.

## 2.2 實驗 data의 解析

實驗data의 解析은 먼저 入射波(#1 또는 #2)의 스펙트럼을 解析하여, 最大에너지 密度의 抵周波帶에서 에너지가 急感하는 周波數를 判別해 이것의 以下를 cut하는 필타 操作을 했다. 波高는 zerodown cross 法으로 定義했다.

入 · 反射分離는 피크 周波數의 0.6배로부터 3배까지를 對象으로 했다. Step 床上에서는 摩擦에 의한 波高減衰를 定量的으로 判定하기 위하여 非碎波實驗의 data를 對象으로 #4부터 #14까지의 波形에 대하여 Fourier 變換(FFT)法으로 전 Fourier 成分波의 振幅을 算出했다. 그리고 分解된 Fourier 成分의 振幅을 다음의 式으로 增大시켰다. 이 式은(岩恒, 1965)의 層流理論을 基礎로한 摩擦影響에 關한 評價式이다.

$$a_{b+w} = a_{mes} \exp(C_{amp} \epsilon_{b+w} x/L) \quad (1)$$

여기서,

$$\epsilon_{b+w} = (4\pi^2/\beta L) (1+1/\psi_0) (\sinh 2kd_0 + 2kd_0) \quad (2)$$

$$\beta = (\pi/\nu T)^{1/2} \quad (3)$$

$$\phi_0 = kB/\sinh 2kd_0 \quad (4)$$

式(1)의  $a_{cor}$ 은 補整한 Fourier 係數의 振幅,  $a_{mes}$ 은

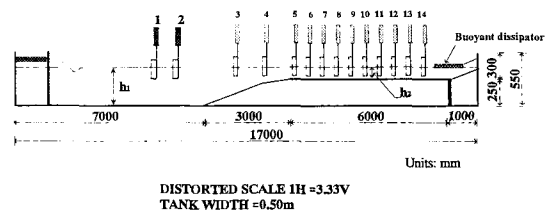


Fig. 1. Experimental setup for irregular wave.

測定值의 振幅,  $x$ 는 step이 시작하는 地點으로부터의 距離.  $L$ 는 對應地點에서의 波長,  $C_{amp} (\geq 0.1)$ 은 補整係數,  $\nu$ 는 動粘性係數,  $d_0$ 는 靜水時의 水深,  $B$ 는 水槽의 幅이다.

다음으로 補整한 各成分振幅을 逆FFT法에 의해 波形으로 되돌렸다. 단,  $f \geq 4\text{Hz}$ 에 關해서는 增大率이 過大하게 되지 않도록  $f=4\text{Hz}$ 에 相應하는  $\epsilon_{b+w}$ 의 값을 使用했다. 補整係數  $C_{amp}$ 에 關해서는 摩擦補整後의 水平 step上의 有儀波高  $H_{1/3}$ 가 式(1)에서의 距離  $x$ 에 관계없이 거의 一定值가 되는 값으로 1.48~2.19(스펙트럼에 따라 다름)를 採用했다. 碎波減衰의 實驗 data에 關해서도 摩擦減衰가 線形的으로 作用하고 있는 것으로 하여 以上의 方法을 適用하여 水面波形을 補整한 후 各波를 算出했다.

## 3. 不規則波에 의한 安定波高의 推定

權 · 合田(1994)는 規則波에 對하여 碎波變形 模型을 提案하여 安定波高의 概念을 導入하였다. 그리고, 規則波에 의한 碎波後의 安定波高는 週期 또는 水深의 函數임을 明白히 했다. 또한, 非線形淺水係數에 關해서는 다음의 近似式을 設定하였다.

$$K_s = K_{s0} + 0.0015 (d/L_0)^\alpha (H_0/L_0)^\beta \quad (5)$$

여기서  $K_{s0}$ 는 線形理論에 의한 淺水係數이며,  $\alpha=-2.87$ ,  $\beta=1.27$ 이다. 式(5)는 首藤(1974)의 有限振幅法理論에 있어서 碎波限界式을 다음과 같이 提案했다.

$$H_b/d_0 = 0.10 (d_0/L_0)^{-1} \{1 - \exp(-1.5\pi d_0/L_0)\} \quad (6)$$

이들의 식으로부터 step 地形에 있어서 規則波의 碎波變形은 減衰速度係數,  $Kd=0.15$ 를 가지고 適切히 豫測이 可能함을 보였다.

不規則波의 境遇도 Fig. 2에 보인 것과 같이 各代表波에 對하여 安定波는 週期  $T$ 와 水深  $d_0$ 의 函數임을

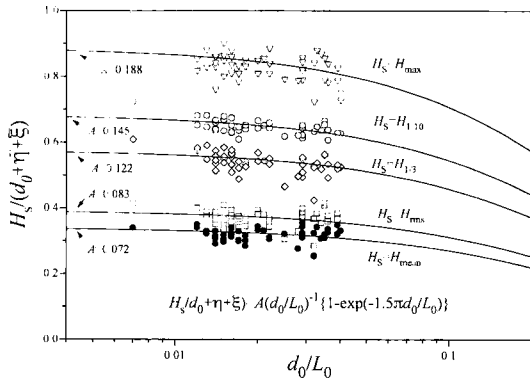


Fig. 2. The general form of stable wave heights due to breaking of random wave.

알았다. 이의 data는 水平床上的 碎波減衰過程의 波高 測定값에 對하여 各種代表波高에  $H = H_0 \exp(-ex/d) + H_s$ 의 關係를 假定하여 逐次最小 2乘法 의해 安定波高  $H_s$ 를 求한 것이다. Fig. 2의 曲線群은 이것에 의해 다음의 安定波高의 表現式을 얻었다.

$$H_s = \Gamma d \tag{7}$$

$$\Gamma = A (d_0/L_0)^{-1} \{ 1 - \exp(-1.5\pi d_0/L_0) \} \tag{8}$$

$$d = d_0 + \bar{\eta} + \bar{\xi} ; \bar{\xi} \approx \bar{\eta} \tag{9}$$

여기서, A는 安定波高係數,  $d_0$ 는 靜水深,  $\bar{\eta}$ 는 平均水位의 變化量,  $\bar{\xi}$ 는 surf beat의 代表值이다.  $\bar{\xi}$ 의 設定에 있어서는 다음과 같은 實水深의 關係式을 세웠다.

$$d_0 + \bar{\eta} + \bar{\xi} = d_0 + \chi \bar{\eta} \tag{10}$$

그리고, 水深·波長比와 碎波에 0 의한 有義波·高實水深比의 關係를  $\chi$ 을 1, 2, 3으로 바꾸면서 直線으로 fitting하여 標準偏差가 가장 작은 境遇( $\chi=2$ )를 選擇한 것이다.

Fig. 2는 代表波에 대한 安定波高를 合田(1975)의 碎波 指標와 比較하였다. 또한 深海波長  $L_0$ 는 어떠한 代表波高에 對해서도 有義波週기로 計算했다.

#### 4. 一次元 不規則 波浪變形 모델

##### 4.1 基本方程式

에너지 平均方程式에 基礎로 하여 碎波에 의한 에너지 逸散은 入射波의 에너지 flux와 差에 比例한다:

Dally 등(1985)의 생각을 採用한다. 이것에 의해 波高 試算式으로서 다음의 式을 얻는다.

$$\frac{\partial [H^2 C_g]}{\partial x} = - \frac{K_d}{d} C_g [H^2 - (H_s)^2] \tag{11}$$

$$H_s = \Gamma^2 d^2$$

여기서,  $H_s$ 는 安定波高이다. 그리고, 平均水位에 關해서는 다음식과 같이 運動量의 平衡方程式을 가지고,

$$\frac{d\bar{\eta}}{dx} = - \frac{1}{\rho g (d + \bar{\eta})} \frac{dS_{xx}}{dx} \tag{12}$$

여기서  $x$ 는 解岸方向으로의 距離,  $g$ 는 動力加速度,  $\rho$ 는 물의 密度, radiation stress  $S_{xx}$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$S_{xx} = \frac{1}{16} \rho g H_{rms}^2 \left[ 1 + \frac{4kd}{\sinh 2kd} \right] \tag{13}$$

여기서,  $H_{rms}$ 는 波高의 自乘平均平方根值이다.

##### 4.2 碎波減衰速度係數 $K_d$ 의 取扱

위의 式(11)의  $K_d$ 는 碎波減衰의 빠르기를 나타내는 係數이며, 不規則波에 對해서는 距離 LL에 거처서 漸變하는 process를 導入한다. 이것은 不規則波의 경우 規則波와 다르게 하나하나의 波의 碎波點이 다르기 때문이다. 이의  $K_d$ 의 漸變距離는 經驗的으로 水深으로 換算하여 該當深海波高( $H'_0$ )에 同一한 것으로  $LL = (H'_0/\tan\theta)$ 로 어림잡았다. 이의 經驗式은 合田의 모델과 比較를 통하여 가장 近似가 가능한 것으로서 設定한 것이다. Fig. 3은 斜面勾配가 途中에 變化하는 境遇에 碎波減衰速度係數를 취급하는 方法을 보인 것이다. 이의 係數는 最終值 0.20도 合田(1975)의 모델과 比較를 하여 가장 近似가 가능한 것으로 設定한 것이다.

##### 4.3 計算의 順序

波浪의 淺水·碎波모델은 碎波前과 碎波後로 크게 나눌 수 있다. 본모델의 入力條件은 각각의 代表波高 및 有義波의 週기를 利用하는 것이다. 波浪은 碎波帶에 到達할 때까지 淺水變形을 한다. 본모델에서는 波浪의 非線形性을 考慮하기 위하여 非線形淺水近似式(5)으로 求하는 것으로 한다. 자세한 것은 權 등(1994)

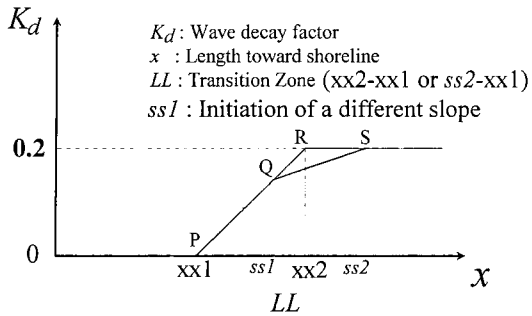


Fig. 3. Treatment of wave decay factor,  $K_d$ .

을 參考하길 바란다. 斜面의 境遇는 安定波高의 關係式에 斜面의 影響을 생각하여 다음의 式을 適用한다.

$$H_b = \Gamma_b d \tag{14}$$

$$\Gamma_b = A (d_0/L_0)^{-1} \left\{ 1 - \exp \left[ -1.5 \frac{\pi d_0}{L_0} (1 + 15 \tan^{3/4} \theta) \right] \right\} \tag{15}$$

여기서, A는 Table 1에 記入한 各代表波高의 安定波高係數이다.

碎波가 시작되면 Fig. 3에 보인 것과 같이 一定斜面의 境遇는 開始點 xx1 부터 距離 LL 만큼 進行하는 中 xx2 와의 사이에서  $K_d$ 의 값을 0으로부터 0.20까지 直線의 增加시켜 이것 以後는 0.20의 一定值로 한다. 그러나, 碎波減衰의 途中에 斜面에 傾斜가 變하는 경우는  $K_d$ 의 增加率을 바꿀 必要가 있다. 이것은  $K_d$ 의 漸變距離 LL이 斜面勾配의 函數로 되어 있기 때문이다. 具體的으로는 距離 ss1에서 斜面이 緩慢하게 된 다고 하면  $K_d$ 는 Q點부터 S點으로 향하여 緩慢하게 增大하여 距離 ss2의 地點에서 一定值 0.2에 到達한 다. 一樣勾配이면 PQR의 經路를 따라 距離 xx2에서 一定值로 되는 것에 對하여 勾配가 變化하는 斜面에서 是 PQS의 經路를 따르게 된다. 碎波減衰의 過程에서  $K_d$ 의 값이 0.20에 達하지 않아도 波浪이 安定波에 到 達한 境遇는 碎波減衰를 끝내고 淺水變形의 過程으로 들어간다.

平均水位를 算出하기 위하여는 radiation stress를 먼저 計算할 必要가 있다. 이 경우에 利用하는 波高는 自 乘平均平方根  $H_{rms}$  이기 때문에 有義波高에 關하여 計算하는 경우는 合田(1975)에 의한 다음 關係式을 가 지고 計算하였다.

$$H_{rms} = H_{1/3} / 1.416 \tag{6}$$

本 모델에서 平均水位를 計算하는 境遇, 最初의 汀線도 包含한 2回째의 計算에서 全地點의 波高·平均水位를 算出하였다.

$$\eta_i = \frac{ddx}{DX} (\bar{\eta}_{i-1} - \bar{\eta}_{i-2}) + \bar{\eta}_{i-1} \tag{17}$$

여기서, DX는 計算間隔, ddx는 汀線으로부터 計算地點까지의 距離이다.

本 모델에서의 計算은 3回째와 2回째의 平均水位를 比較하여 이의 差가 全計算地點에서 2回째의 平均水位의 2% 以下로 되므로 2回째에서 計算을 修了하는 것으로 했다.

### 5. 모델의 檢證

本 모델의 檢證은 一定斜面, 斜面에 連接한 step, 그리고 斜面勾配가 負로 되는 bar型 地形에 對하여 행하 였다. 더욱이 大型水槽에서의 測定 data 그리고 現地觀測에 의한 data와의 比較도 하여 現場에서의 適用性을 檢討하였다.

#### 5.1 一樣斜面에서의 變形

一定斜面에서의 碎波變形에 關하여는 合田(1975)의 確率모델이 있다. 이 모델은 많은 實驗 및 現場의 data 와의 比較를 통하여 實用上 거의 充分한 精度를 갖는 것으로 確認되었다. 따라서, 本 모델과의 比較에 통하여 新碎波모델의 calibration 및 이의 妥當性을 確認하 기로 했다.

Fig. 4에 보인 것과 같이 碎波點에서 本 모델이 크 며, 汀線에 가까이 가면 本 모델의 경우가 약간 작지만 全體적으로는 잘 一致하고 있는 것을 알 수 있다. Fig.

Table 1. Stable wave height values of A due to representative wave heights

H	mean	rms	1/3	1/10	max
A	0.072	0.083	0.122	0.145	0.188

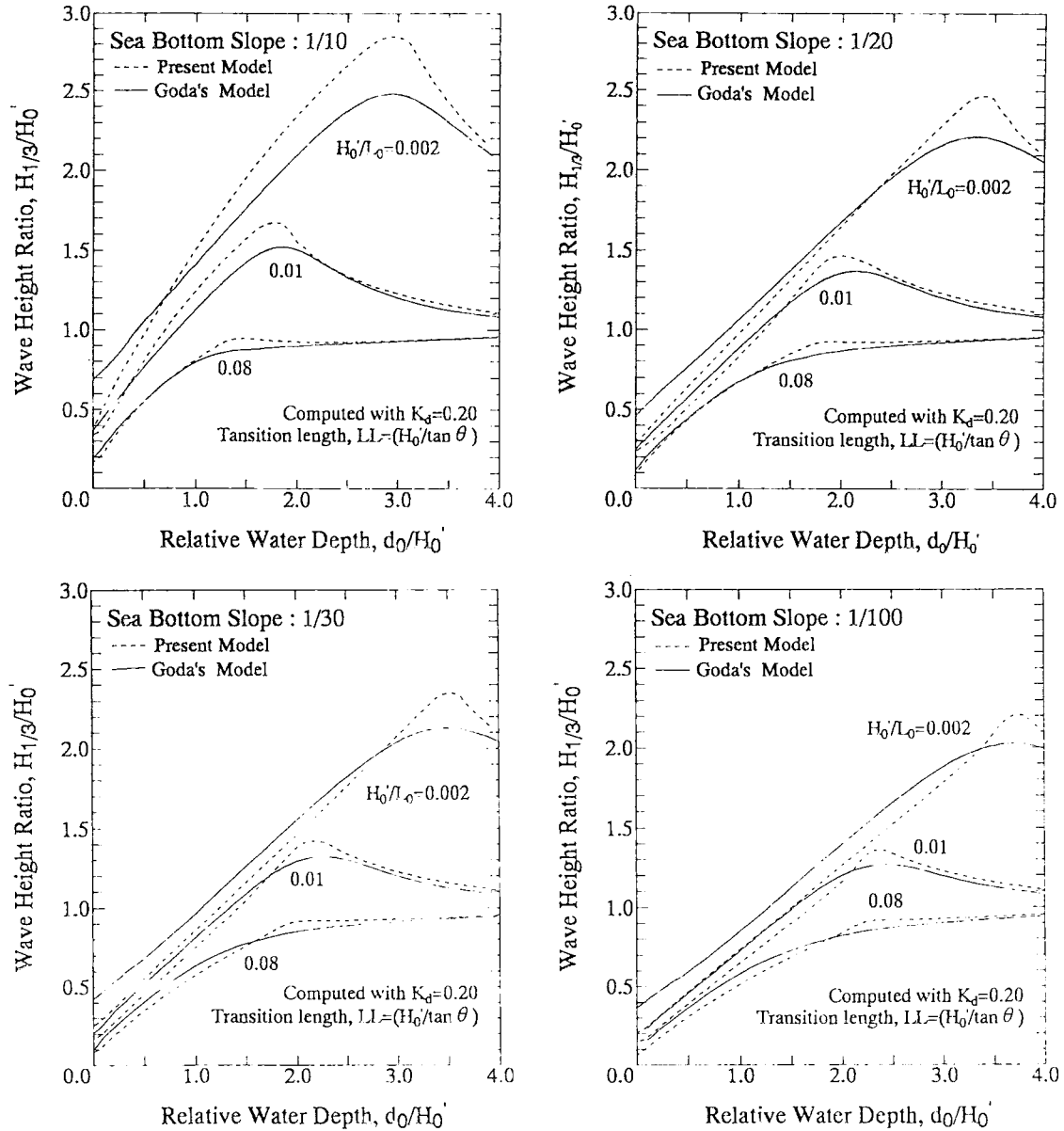


Fig. 4. Comparison of the model with Goda's on a uniform slope.

4로부터 一定斜面에서의 波浪은 安定波高에 到達하지 않는 것을 알 수 있다.

### 5.2 斜面에 連接한 step에서의 變形

다음의 Fig. 5에서 斜面에서의 實驗 data와 計算의 比較를 보인다. 計算을 할 때 距離의 間隔은 5cm로 했다. 計算과의 比較에는 JONSWAP型 스펙트럼( $\gamma=3.3$ )

을 가지고 波形分配가 거의 같은 波浪 data 중에서 水深이 다른 것을 擇하였다. Fig. 5에 보인 바와 같이 本 모델은 水平步에서의 水深이 얇은 境遇에도 的確하게 豫測하고 있는 것을 알 수 있다. 또한 水深이 極端的으로 얇은 水平 step에서의 碎波變形도 高山(1977)의 實驗式과 本研究로부터 얻은 實驗 data와의 比較를 통하여 適用性을 確認하였다.

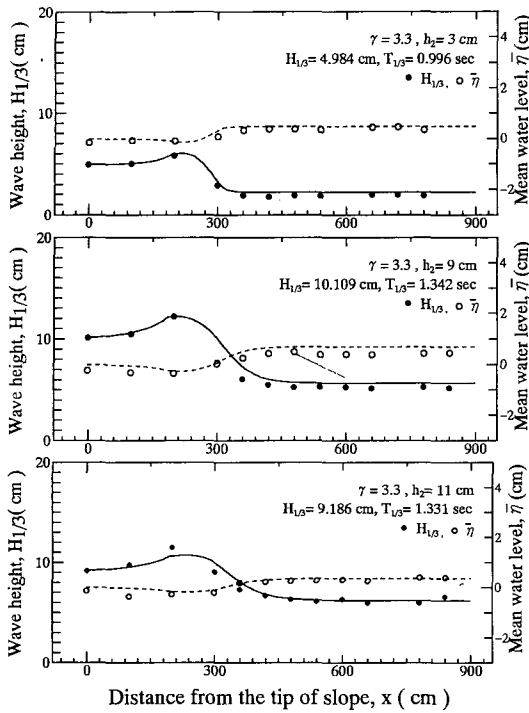


Fig. 5. Comparison of present model and 1-D experimental data on a step adjoining to slopes.

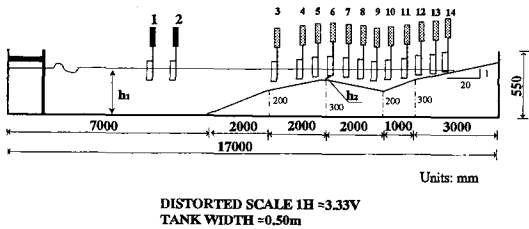


Fig. 6. Experimental setup for bar.

5.3 Bar型 地形에서의 實驗結果와 比較

Bar型 地形에서의 基礎data를 얻기 위하여 Fig. 6과 같은 斷面을 設置하여 實驗을 하였다.

斷面은 1/10과 1/20斜面을 調査하여 bar型으로 設置하였다. 波高計는 前面의 斜面에서 #3과 #14까지는 50cm 間隔으로 되어 있다. 實驗은 3種類의 스펙트럼, 2가지의 水深, 週期和 波高를 各各 3가지로 바꾸면서 全部 54種類를 가지고 실시했다.

Fig. 7에서 比較된 data는 一定水深  $h_1$ 이 36cm 그리고 Bretschneider-Mitsuyasu 스펙트럼에 의해 얻은 data이며 波形勾配가 서로 다른 것들이다.

Fig. 7에 보인 것과 같이 波形勾配가 매우 큰 境遇는

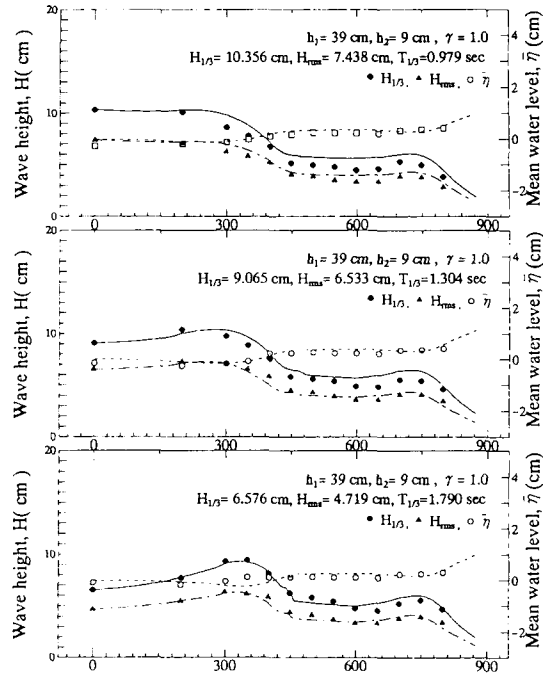


Fig. 7. Comparison of the model with the experimental data.

有義波高가 약간 크게 評價하고 있으나, 全體의으로는 잘 一致하고 있음을 알 수 있다. 특히, 自乘平均平方波高는 높은 수준으로 豫測이 可能했다. 減衰途中에 水深은 깊게 되는 地點에서 安定波高에 到達한 波浪은 다음에 淺水變形하여 다시 碎波한다. 더욱이 汀線에 가까운 곳에서도 波高는 正確하게 豫測이 되어, 波浪變形全過程에서의 平均水位의 變動도 計算値와 좋은 一致를 보이고 있다. Fig. 7에 보인 例以外에도 서로 다른 스펙트럼형을 가진 波浪의 碎波變形도 거의 差가 없는 것으로 確認되어 本 모델은 廣範圍한 스펙트럼型에 適用이 可能한 것을 알았다.

5.4 大型水槽에서의 data의 比較

1992년 Oregon大學의 大型水槽를 가지고 岸沖方向 流體力學 및 漂砂過程을 觀察하기 위한 共同研究 (SUPERTANK Project)가 實施되었다. 水槽는 길이 104m, 幅 3.7m, 깊이 4.6m이다. 本 研究에서 比較한 것은 各 case의 最後에 관측한 data이다. 比較의 對象 data는 ST10의 Case A0517A 또 A0914A 그리고 STJO와 STKO이다.

Fig. 8은 data와의 比較를 보인 것이다. Bar型 地形

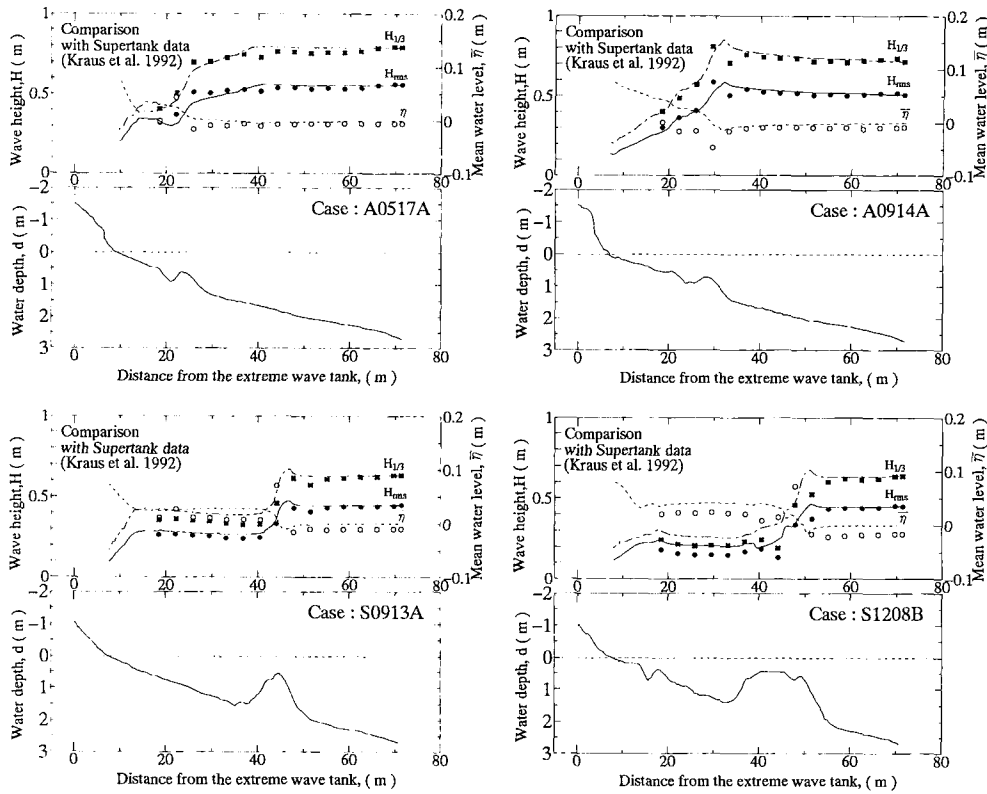


Fig. 8. Comparison of the model with supertank data.

을 가지고 있는 Case A0517A과 Case A0914A의境遇는 모두 淺水變形 및 碎波後의 減衰過程을 正確하게 豫測하고 있음을 알 수 있다. Case S0913A와 S1208B는 mound가 있는 地形이며 Case S0913A의 경우를 좁은 mound임에 비하여 S1208B는 넓은 mound를 가지고 있다. Case S0913A의 計算은 有義波高가 mound後部에서 計算의 境遇가 安定波高에 빨리 到達하고 있음을 알 수 있다. 그러나 自乘平均平方波高는 正確하게 豫測하고 있다. 全體的으로 mound를 가진 地形에서의 豫測의 精度는 약간 bar型 地形에서의 것보다 低下하고 있다.

Fig. 8로부터 碎波에 의한 波高는 縮尺效果가 그다지 나타나지 않음을 알 수 있다.

5.5 現地觀測 data와 比較

Hotta와 Mizuguchi(1980)는 60地點에 약 2m 間隔으로 pole을 設置하여 16 mm mono-motion 카메라 6대를 同時に 움직여 水位變動을 撮影하여 이의 解析으로부터 bar地形에 있어서  $H_{1/10}$ 과  $H_{1/3}$ 의 變化를 報告했다.

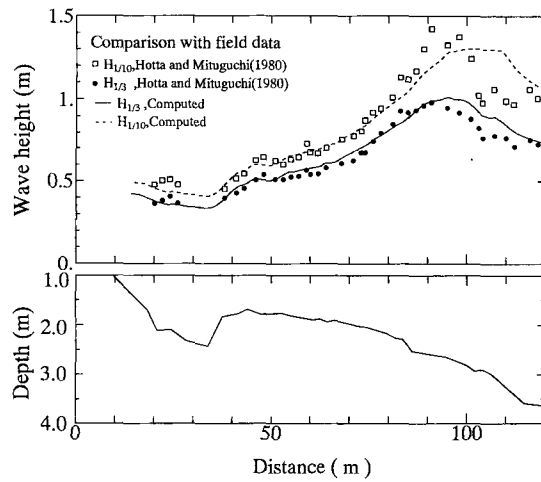


Fig. 9. Comparison of field data with present model (Hotta and Mizuguchi, 1980).

Fig. 9는 計算値와 現地觀測의 data의 比較를 보인 것이다.

現場의 data와의 比較에서 碎波前은 計算値가 크다.

그러나, 120~100 m間에서는 斜面이 급하게 變化하고 있음에도 불구하고  $H_{1/10}$ 과  $H_{1/3}$ 의 波高의 境遇는 그다지 크게 觀測되어 있지 않다. 이것은 現場의 境遇가 3次元的인 變動을 하기 때문인지도 모른다. Dally와 Dean(1986)도 이 data와의 豫測을 試圖하였으나 그 모델에서는 淺水變形을 線形理論으로 豫測하였기 때문에 碎波附近의 豫測이 現地測定値보다 작게 評價하고 있다.

## 6. 結 論

水平床上에서의 不規則波의 安定波高는 水深波長比의 函數임이 明示되었다. 不規則波의 代表波高에 대한 安定波高는 合田(1975)의 碎波指標를 가지고 係數 A를 最大波高, 1/10의 最大波高, 1/3의 最大波高, 自乘平均平方波高, 平均波高에 대하여 各各 0.188, 0.145, 0.122, 0.083, 0.072로 바꿈으로써 推定이 가능했다. 不規則波의 碎波變形은 스펙트럼형의 影響이 거의 없는 것을 알았다. 本 모델은 一定斜面, 斜面에 聯接한 step 그리고 bar 型断面에서의 波高 및 平均水位를 的確하게 豫測하고 있어 汎用性이 높은 모델이라고 할 수 있다.

## 謝 辭

本 研究에서 提案한 新碎波變形모델의 檢證에 있어서 大型水槽에서의 實驗(SUPERTANK Project)으로 부터 얻은 귀중한 data를 提供하여 주신 美工兵團沿岸工學研究센터의 Kraus博士와 Smith氏 그리고 이 Project에 參加하신 모든 분들께 깊은 감사를 드립니다.

## 參考文獻

- 高山知司, 池田直太, 平石哲也, 1991. 碎波および反射を考慮した波浪變形計算, 港灣技術研究報告, 30(1), pp. 21-67.
- 權赫珉, 1996. 複合断面にたける不規則波浪の碎波變形に關する研究, 横浜國立大學博士學位論文, pp. 143~154.
- 權赫珉, 合田良實, 1994. 複合断面地形にねける規則波の碎波減衰過程に關する研究, 海洋開發論文集, 10, pp. 31-34.
- 首藤伸夫, 1974. 非線形長波の變形, 第21回解岸工學講演會論文集, pp. 57-63.
- 岩垣雄一, 土屋義人, 陳活雄, 1965. 海底摩擦.