

## 급경사에서 크노이드파의 처오름 Run-up of Cnoidal Waves on Steep Slopes

조용식\* · 윤태훈\*

Yong Sik Cho\* and Tae Hoon Yoon\*

**요 지 :** 해안선에서 장파의 처오름높이의 정확한 산정은 공학적인 측면에서 매우 중요하다. 본 논문에서는 크노이드파 이론을 이용하여 장파의 처오름높이에 관한 연구를 하였다. 크노이드파는 파형이 복잡하여 발생과 처오름높이 산정이 매우 어렵다. 본 연구에서는 경계요소법을 이용하여 급경사 지형에서 크노이드파의 처오름높이를 계산한다. 일반적으로 크노이드파의 처오름높이는 동일한 파고를 갖는 고립파의 처오름높이보다는 작지만, 동일한 파고와 파장을 갖는 정현파의 것보다는 항상 크다. 크노이드파의 처오름높이는 또한 파장이 상대적으로 짧은 경우에는 파장에 따라 단순히 증가하지 않으며, 파장이 매우 커지면 고립파의 처오름높이에 점근적으로 접근한다. 경계요소법에 의해 계산된 크노이드파의 처오름높이는 기존의 수리실험 결과와 대체로 일치한다.

**Abstract**□The accurate calculation of run-up heights of long waves along the coastline is important in the view of engineering. In this paper the run-up heights of long waves are estimated by using the cnoidal wave theory which also covers both sinusoidal and solitary waves. However, the generation and the calculation of run-up heights of cnoidal waves are difficult both in laboratory and numerical experiments. In this study, the maximum run-up heights of cnoidal waves on steep slopes are computed by using the boundary integral equation model. It has been shown that the run-up heights of cnoidal waves are less than those of solitary waves, while they are larger than those of sinusoidal waves having the same wavelengths and heights. The variation of run-up heights of cnoidal waves is not a monotonic function of the wavelength. However, the run-up heights of cnoidal waves asymptotically approach that of a solitary wave as the wavelength approaches infinity. The calculated run-up heights agreed reasonably with experimental data.

### 1. 서 론

해안선에서 지진해일 또는 조석 등과 같은 장파의 처오름높이의 산정은 공학적인 측면에서 매우 중요하다. 특히, 해안선 근처에서 장파에 의한 범람구역 설정, 임해 발전소의 취수구 높이 결정, 방파제의 높이 결정 및 연안 구조물에 작용하는 파력을 계산하기 위해서는 최대 처오름높이를 산정해야 한다(Herbich, 1990). 장파의 처오름높이 산정에 관한 연구는 고립파를 입사파로 이용하여 수리실험(Hall과 Watts, 1953; Synolakis, 1987), 해석적 방법(Synolakis, 1987)과 수치 모형(Kim 등, 1983; Pedersen과 Gjevik, 1983; Zelt, 1991; Liu와 Cho, 1994) 등을 통하여 오랫동안 연구되

어 왔다. 반면에, 크노이드파(cnoidal wave)를 입사파로 이용한 장파의 처오름높이에 관한 연구는 상대적으로 매우 드문 편이다.

Ohyama(1987)는 수리모형실험을 통하여 경사각이  $30^{\circ} \sim 60^{\circ}$ 인 지형에서 크노이드파의 최대 처오름높이를 측정하였다. 발표된 처오름높이는 진행에 따른 파형변화의 영향을 최소화하기 위해 두번째부터 다섯번째까지의 처오름높이를 평균한 것이다. 그러나 실험에 이용된 수로의 길이가 입사파의 파장의 1.5배인 관계로 파장에 비하여 상대적으로 짧았기 때문에 해안경사에서 반사된 파가 조파기에서 다시 재반사하여 처오름높이는 다소 크게 측정되었다. Ohyama(1987)는 또한 동일한 조건하에서 경계요소법을 이용하여 처오름높이

\*한양대학교 공과대학교 토목공학과 (Department of Civil Engineering, Hanyang University, Seoul, Korea)

를 계산했으나 해안으로부터 되돌아오는 반사파 처리를 위한 방사경계조건을 설정하지 않아 수치실험에서와 마찬가지로 조파기에 의한 재반사의 영향으로 모든 처오름높이가 과대하게 계산되었다. Synolakis 등(1988)은 45°의 경사를 갖는 해안에서 파장의 변화에 따른 크노이드파의 최대 처오름높이를 측정하여 처오름높이는 파장에 단순히 비례하지 않음을 밝혔다. 그러나, Ohyama(1987)의 실험에서는 사용된 크노이드파의 파장의 범위가 작았기 때문에 이와 같은 특성을 밝혀지지 못했다. Synolakis 등(1988)은 또한 처오름높이에 관한 근사 해석해를 구했으며, 해석해는 다소 크기는 했지만 대체로 실험결과와 비슷한 경향을 나타냈다. Liu와 Cho(1994)는 2차원 경계요소법을 이용하여 크노이드파의 처오름높이를 산정한 후 Ohyama (1987)의 실험결과와 Synolakis 등(1988)의 해석해 및 실험결과 등과 비교하였다.

일반적으로 고립파는 수심과 파고가 주어지면 파형을 결정할 수 있으나, 크노이드파는 수심 및 파고와 더불어 파장 또는 주기 또는 타원형 매개변수(elliptic parameter)  $m$ 이 주어져야 파형을 결정할 수 있다. 따라서, 수치실험 또는 수치해석에서 크노이드파를 발생시키는 것은 매우 어렵고 복잡하다. 크노이드파의 파형은 타원형 매개변수  $m$ 이 0에 접근하면 정현파의 파형으로 접근하며,  $m$ 이 1에 접근하면 고립파의 파형으로 접근하므로, 크노이드파에 관한 이론은 정현파와 고립파의 이론을 모두 포함한다. 크노이드파는 고립파와 함께 KdV 방정식의 정확해중의 하나로 약비선형 성분과 약분산 성분의 적절한 균형으로 수심의 변화가 없으면 오랫동안 파형의 변화없이 진행이 가능한 영구파(permanent wave)이다. 고립파가 하나의 파봉으로 이루어진 단일파(single wave)인 반면에 크노이드파는 일정한 주기를 갖는 주기파이다.

본 연구에서는 Liu와 Cho(1994)의 연구를 확장하여 급경사를 갖는 해안에서 크노이드파의 처오름높이에 대해 더욱 상세히 고찰하고자 한다. 고립파의 경우와는 달리 크노이드파는 주기파이므로 해안경사에서 반사한 파가 조파기와 어떠한 간섭없이 영역밖으로 빠져나가기 위해서는 방사경계조건을 설정해야 한다. 따라서, 본 연구에서는 방사경계조건에 대하여 보다 상세히 설명하며, 크노이드파의 처오름높이를 계산하여 Ohyama(1987)의 실험결과와 비교한다. 아울러, 입사파가 해안경사를 치오름 때의 속도벡터를 구하여 처오

름높이와의 관계를 규명한다.

다음 장에서는 입사파의 진행과정과 처오름을 수치적으로 모의하기 위한 경계요소법의 적분방정식과 방사경계조건에 대하여 간략히 서술한다. 제3장에서는 크노이드파의 발생기법과 수치해석에 대해서 기술한다. 제4장에서는 경계요소법을 이용하여 크노이드파의 최대 처오름높이를 계산하여 기존의 수치실험에 의한 결과와 비교하며, 또한 정현파 및 고립파의 처오름높이와도 비교한다. 끝으로 제 5장에서는 결론을 기술한다.

## 2. 경계요소법과 경계조건

경계요소법은 Laplace 방정식을 지배방정식으로 하는 흐름문제, 예를 들어, 피압대수층에서 지하수의 거동과 장파의 발생, 진행 및 처오름 등의 수치해석에서 양호한 수치해를 제공하며, 유한차분법 또는 유한요소법과 비교하여 요소의 크기를 조절하기가 쉬울뿐만 아니라 모든 수치오차는 영역의 경계에 제한할 수 있어 매우 효율적이다(Liggett과 Liu, 1983).

2차원 Laplace 방정식을 해석하기 위한 경계요소법에서는 속도포텐셜 함수 및 속도포텐셜 함수의 1차 도함수에 관한 다음과 같은 적분방정식을 해석하여야 한다.

$$\alpha\Phi_p = \int_{\partial\Gamma} \left[ \Phi_q \frac{\partial}{\partial n} (\ln\gamma) - \ln\gamma \frac{\partial \Phi_q}{\partial n} \right] ds \quad (1)$$

식 (1)에서 아래첨자  $p$ 와  $q$ 는 각각 기저점과 목표점을 나타내며,  $\Phi_p$ 는 점  $p$ 에서의 속도포텐셜함수를 의미한다. 또한,  $\partial\Gamma$ 는 영역  $\Gamma$ 의 경계,  $\gamma$ 은 두 점  $p$ 와  $q$ 사이의 직선거리를 나타내며,  $\alpha$ 는  $p$ 에서의 각도를 나타낸다. 따라서, 점  $p$ 가 영역의 내부에 존재하면  $\alpha$ 는  $\pi$ , 점  $p$ 가 영역의 경계상에 존재하면  $\alpha$ 는  $\pi/2$ , 점  $p$ 가 영역의 외부에 존재하면  $\alpha$ 는 0이 된다. 식 (1)의 우변항에서  $n$ 은 영역으로부터 외부로 향하는 단위수직 벡터  $\vec{n}$ 의 크기를 나타내며,  $\ln\gamma$ 은 2차원 Laplace 방정식의 free space Green 함수이다. 적분방정식 (1)은 Green의 제 2차 등식(Green's second identity)을 이용하여 유도할 수 있다.

적분방정식 (1)을 영역의 경계를 따라 설정된 경계조건을 이용하여 적분을 수행한 후 속도포텐셜 함수와

속도포텐셜 함수의 1차 도함수에 관한 일련의 선형방정식을 해석하면 모든 경계에서 속도포텐셜 함수와 속도포텐셜 함수의 1차 도함수를 결정할 수 있다. 그러나, 경계를 제외한 유체내부에서 속도포텐셜 함수와 속도포텐셜 함수의 1차 도함수, 즉 유체입자의 유속을 계산하기 위해서는 별도의 계산이 필요하다. 유체내부의 속도포텐셜 함수를 결정하기 위해서는 식 (1)을 직접 이용할 수 있으나, 유체입자의 유속은 식 (1)을 각각  $x$ 와  $z$ 에 관해서 편미분하여 결정할 수 있다. 즉,

$$u_p = \frac{\partial \Phi_p}{\partial x} = \frac{1}{2\pi} \int_{\partial r} \left[ \Phi_q \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial n} (\ln \gamma) \right\} - \frac{\partial}{\partial x} (\ln \gamma) \frac{\partial \Phi_q}{\partial n} \right] ds \quad (2)$$

$$w_p = \frac{\partial \Phi_p}{\partial z} = \frac{1}{2\pi} \int_{\partial r} \left[ \Phi_q \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial}{\partial n} (\ln \gamma) \right\} - \frac{\partial}{\partial z} (\ln \gamma) \frac{\partial \Phi_q}{\partial n} \right] ds \quad (3)$$

식 (2)와 (3)에서  $u_p$ 와  $w_p$ 는 각각 점  $p$ 에서 유체입자의 수평과 연직방향 유속성분이며,  $\Phi_q$ 와  $\partial \Phi_q / \partial n$ 는 경계상의 한 점  $q$ 에서 구한 값이므로 점  $p$ 에서  $x$ 와  $z$ 에 관해서 편미분하여도 영향을 받지 않는다.

고립파와는 달리 크노이드파는 주기파이므로 방사 경계조건의 역할이 매우 중요하다. 본 연구에서는 조파기에서 생성된 입사파가 해안에서 반사한 후에 조파기에서 재반사하지 않고 수치영역 밖으로 빠져 나갈 수 있도록 조파기의 위치에 방사경계조건을 설정한다. 따라서, 조파기에서는 입사파를 발생시키는 동시에 방사경계조건이 작동해야 한다. 조파기에서 속도포텐셜 함수는 입사파와 반사파의 속도포텐셜 함수의 합이므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi = \Phi_i + \Phi_o \quad (4)$$

식 (4)에서 하부첨자  $i$ 와  $o$ 는 각각 영역내로 들어오는 입사파와 영역밖으로 빠져나가는 반사파를 의미한다. 파동방정식으로부터 입사파와 반사파의 진행속도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = -c \frac{\partial \Phi_i}{\partial x}, \quad \frac{\partial \Phi_o}{\partial t} = c \frac{\partial \Phi_o}{\partial x} \quad (5)$$

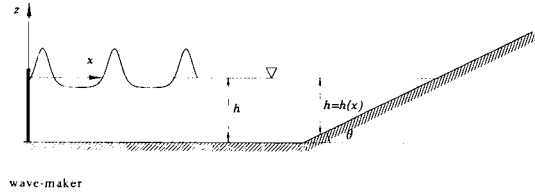


Fig. 1. The schematic of the wave channel and the wave-maker.

식 (5)에서  $c$ 는 크노이드파의 파속이며, 식 (4)와 (5)를 이용하여 다음과 같은 방사경계조건을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = c \frac{\partial \Phi}{\partial x} - 2c \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \quad (6)$$

식 (6)은 Kim 등(1983)에 의해 처음 유도되었으나 입사파가 고립파로 한정되었기 때문에 조파기에서 발생한 고립파가 해안에서 반사한 뒤에 다시 조파기에 도착하기 전까지만 계산을 수행한 관계로 실제로 사용되지는 않았다. 식 (6)의 유도과정에서 선형 장파이론이 사용되었으므로 입사파의 파고가 큰 경우 또는 파장이 짧은 경우에는 정확도가 감소될 수 있으므로 주의해야 한다.

Fig. 1과 같은 수치모형을 위한 조파수로에서 자유수면에는 운동학적 경계조건과 동력학적 경계조건이 설정되며, 해안선을 따라 최대 처오름높이를 결정하기 위해 경사부분의 격자점은 경사를 따라서 이동하도록 한다. 초기조건은 조파기의 이동으로 인해 발생하는 수평성분유속으로 주어진다. 수치모형에서 수심이 일정한 부분의 자유수면 격자는 연직방향으로만 이동하도록 하였으며, 경사부분의 자유수면 및 바닥의 격자는 경사각  $\theta$ 의 크기에 따라 미리 지정된 방향으로 이동이 가능하도록 설정되었다. 격자의 크기와 이동에 관한 상세한 설명은 Kim 등(1983)을 참조할 수 있다.

### 3. 수치해석

본 장에서는 제2장에서 언급한 경계요소법을 이용하여 급경사 해안에서 크노이드파의 처오름높이를 수치해석한다. Fig. 1에 도시된 것과 같이 조파기는 피스톤식이며, 수심은 조파기에서 경사가 시작되는 곳까지는 일정하고, 경사부분에서는 경사각  $\gamma$ 에 따라 수심이 일정하게 변한다. 본 연구에서 최대 처오름높이는 평균해수면으로부터 파가 도달한 최고지점까지의 수직

거리로 정의되며,  $P$ 로 표시한다.

크노이드파의 자유수면변위  $\xi$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\xi(x, t) = z_1 - h + A \operatorname{cn}^2 \left[ 2K \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \right] \quad (7)$$

식 (7)에서  $z_1$ 는 수로바닥에서 파곡까지의 연직거리,  $h$ 는 수심,  $A$ 는 입사파의 파고이다. 또한,  $\operatorname{cn}$ 은 Jacobian 타원형 함수(Jacobian elliptic function),  $K$ 는 제1종 완전 타원형 적분(the complete elliptic integral of the first kind)을 나타내며,  $L$ 과  $T$ 는 각각 파장과 주기이다. 크노이드파의 전파속도  $c$ 는 다음과 같이 계산한다.

$$c = \left[ gh \left\{ 1 + \frac{A}{h} \frac{1}{m} \left( 2 - m - 3 \frac{E}{K} \right) \right\} \right]^{1/2} \quad (8)$$

식 (8)에서  $m$ 은 타원형 매개변수이며,  $E$ 는 제 2종 완전 타원형 적분(the complete elliptic integral of the second kind)이다. 타원형 함수 및 관련되는 적분에 관한 상세한 설명과 산정방법은 Abramowitz와 Stegun (1972) 또는 조(1995)를 참조할 수 있다. 타원형 매개변수가 주어지면 크노이드파 파형 및 관련되는 모든 적분의 산정이 상대적으로 쉽지만 실용적이지 못하기 때문에 수치실험과 수리모형에서는 주로 파장 또는 주기가 주어진다. 식 (7)과 (8)에서  $K$ 와  $E$ 는 모두 타원형 매개변수  $m$ 의 음함수이므로 Newton-Raphson 방법 또는 시행착오법과 같은 반복적인 수치기법을 사용하여 계산해야 한다. 계산된  $K$ 와  $E$ 를 이용하여 크노이드파의 파형을 계산할 수 있으며, 크노이드파의 발생과 변수산정에 관한 상세한 설명은 조(1995)를 참조할 수 있다. 제 1장에서 언급한 것과 같이 크노이드파는 타원형 매개변수  $m$ 이 두 극한치에 접근할 때 다음과 같이 정현파와 고립파에 접근적으로 접근한다. 즉,  $m$ 이 0으로 접근하면

$$\begin{aligned} \xi(x, t) &= \lim_{m \rightarrow 0} \left[ z_1 - h + A \operatorname{cn}^2 \left\{ 2K \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \right\} \right] \\ &= \frac{A}{2} \cos^2 \left[ 2\pi \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

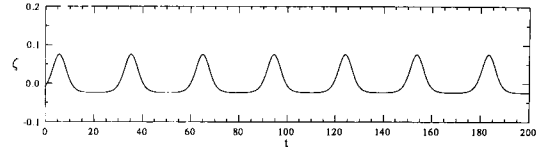


Fig. 2. Time series of free surface displacements ( $A=0.1h$ ,  $L=30h$ ).

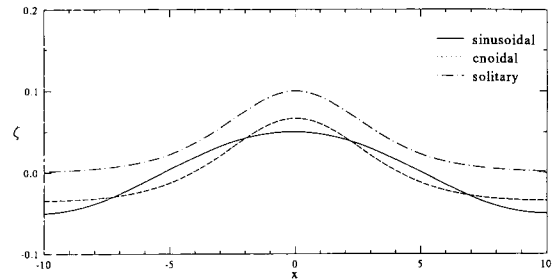


Fig. 3. Time series of free surface displacements:  $A=0.1h$ ,  $L=20h$ .

이 되며,  $m$ 이 1로 접근하면

$$\begin{aligned} \xi(x, t) &= \lim_{m \rightarrow 1} \left[ z_1 - h + A \operatorname{cn}^2 \left\{ 2K \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \right\} \right] \\ &= A \operatorname{sech}^2 \left[ \sqrt{\frac{3A}{4h^3}} (x - ct) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

이 된다. 식 (7)과 (8)을 다음의 식 (11)에 대입하면 장파의 발생식을 유도할 수 있으며, 장파의 발생식을 이용하여 조파기의 수평성분 유속, 즉 크노이드파의 수평성분 유속을 산정할 수 있으므로 크노이드파를 발생시킬 수 있다(Goring, 1978). 즉,

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{c\xi}{h+\xi} = -u \quad (11)$$

식 (11)은 장파의 연속방정식을 의미하며  $\xi$ 는 조파기의 수평변위,  $u$ 는 조파기의 수평성분 유속 또는 유체 입자의 수평성분 유속을 나타낸다.

본 연구에서 파고  $A$ , 파장  $L$ 과 최대 처오름높이  $R$ 은 수심  $h$ 로, 시간  $t$ 와 주기  $T$ 는  $(h/g)^{1/2}$ 으로 각각 무차원화하였다. Fig. 2는 식 (11)을 이용하여 조파기에서 발생시킨  $A=0.1$ ,  $L=30$ 인 크노이드파를 도시한 것으로, 수치실험에서는 기술적인 어려움으로 Fig. 2의 형태로 크노이드파를 발생시킨다. 따라서, 첫번째 파는 파곡

부분이 일부만 있는 불완전한 형태의 크노이드파이므로 초오름높이를 결정하는 수리실험에서는 제외시킨다. 본 연구에서도 수리실험의 경우와 동일한 조건으로 크노이드파를 발생시키며, 첫번째 파의 초오름높이는 역시 제외시킨다.

Fig. 3은  $A = 0.1, L = 20$ 인 정현파, 크노이드파 및 고립파의 파형을 비교하여 도시한 것이다. 그림에서와 같이 고립파의 파형은 평균해수면 위에 위치하는 반면에 크노이드파와 정현파의 파형은 평균해수면 위의 면적과 아래의 면적이 같다. 따라서, 정현파와 크노이드파와 같은 주기파를 발생시킬 때는 영역내의 질량이 변화하지 않는 반면에 고립파의 경우에는 고립파의 질량 만큼 영역내의 질량이 증가하여 정현파나 크노이드파에 비해 상대적으로 큰 초오름높이를 제공한다.

**4. 수치해석 결과**

경계요소법에서는 수치영역 전체를 이산화할 필요 없이 영역의 경계만을 따라 이산화하여 문제를 해석하므로 본 연구에서와 같은 장파의 초오름높이 산정에 관한 문제를 수치해석하는데 매우 효과적이다. 본 연구에서 조파수로의 길이는 입사파 파장의 1.5배로 설정하였으며, Fig. 1의 수심이 일정한 부분에서 요소의 크기는  $\Delta x = 0.5$ , 조파기에서는  $\Delta x = 0.2$ 로 고정하였으며, 경사부분에서 요소의 크기는 경사각  $\theta$ 의 크기에 따라 변화도록 하였다. 또 시간격자의 크기는  $\Delta t = 0.5$ 로 고정하였다.

먼저 표 1-3은 본 연구에서 계산한 초오름높이와 Ohyama(1987)의 수리실험에 의한 결과를 비교한 것으로 입사파의 주기는  $T = 16$ , 해안의 경사는  $\theta = 30^\circ, 45^\circ$  및  $60^\circ$ 의 세 경우로 고정되었다. 표에서 평균은 두번째부터 다섯번째까지의 초오름높이를 평균한 것을 의미하며, 수리실험으로 표시한 것은 Ohyama(1987)의 수리실험에 의한 초오름높이로써 두번째부터 다섯번째까지의 관측치를 평균한 것이다. 전체적으로 첫번째 초오름높이는 뒤따르는 것들에 비해 그 크기가 작음을 알 수 있는데, 이는 Fig. 2에 도시된 것과 같이 수치모형의 조파기에서 발생한 첫번째 크노이드파는 완전한 형태가 아니기 때문이다. Ohyama(1987)의 실험에서는 해안경사에서 반사되어 오는 파를 흡수하는 장치가 완전하지 못한 관계로 조파기로부터의 재반사에 의해 초오름높이는 다소 크게 관측되었기 때문에 대부분의 경우에서 실험결과와는 수치해석에 의한 초오름높이에 비해 크다. 표에서 수치해석에 의한 두번째부터 다섯번째까지 초오름높이의 변화가 매우 적은 것은 사용된 방사경계조건이 매우 잘 작동하고 있음을 보여주는 것이다. 또한, 표 1-3에서 파고 A가 커질수록 두번째부터 다섯번째까지의 초오름높이의 변화가 다소 증가하는데 이는 제 2장에서 언급한 것과 같이 방사경계조건을 유도할 때 파동방정식을 이용했기 때문인 것으로 판단된다. 즉, 파고가 커질수록 비선형효과의 증가로 인해 방사경계조건의 정확도가 다소 감소하기 때문이다.

Fig. 4는 해안경사  $\theta = 30^\circ$ , 파고  $A = 0.05$ 일 때, 파장

표 1. 크노이드파의 최대 초오름높이 비교 ( $\theta = 30^\circ, T = 16$ )

A	1st	2nd	3rd	4th	5th	평균	수리실험
0.05	0.0554	0.745	0.0767	0.751	0.0746	0.0752	0.08
0.10	0.1209	0.1694	0.1756	0.1734	0.1719	0.1726	0.18
0.15	0.1961	0.2844	0.2983	0.2945	0.2894	0.2917	0.32
0.20	0.2806	0.4160	0.4409	0.4345	0.4226	0.4285	0.46

표 2. 크노이드파의 최대 초오름높이 비교 ( $\theta = 45^\circ, T = 16$ )

A	1st	2nd	3rd	4th	5th	평균	수리실험
0.05	0.0505	0.0667	0.0668	0.0647	0.0638	0.0655	0.07
0.10	0.1093	0.1498	0.1527	0.1480	0.1462	0.1492	0.16
0.15	0.1765	0.2464	0.2566	0.2502	0.2495	0.2507	0.26
0.20	0.2514	0.3600	0.3762	0.3651	0.3652	0.3666	0.37
0.25	0.3333	0.4830	0.5043	0.4935	0.4886	0.4924	0.50

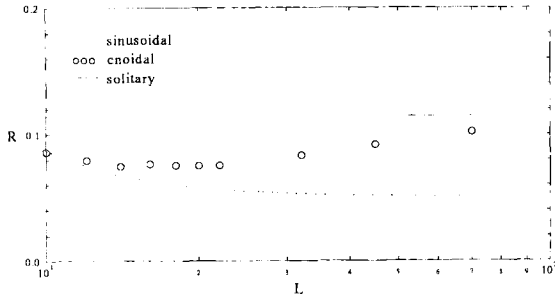


Fig. 4. Comparison of maximum run-up heights:  $A = 0.05$ ,  $\theta = 30^\circ$ .

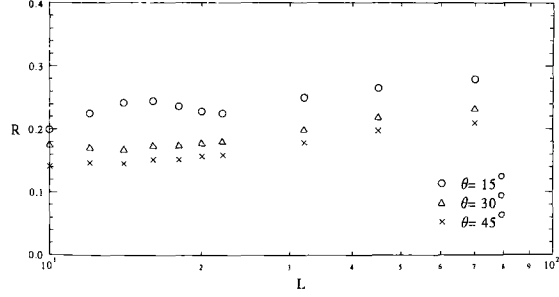


Fig. 5. Comparison of maximum run-up heights of cnoidal waves:  $A = 0.1$ .

의 변화에 따른 최대 처오름높이를 도시한 것이다. Synalakis 등(1988)이 지적한 것과 같이 파장이 짧을 때는 처오름높이는 단순히 파장에 비례하지 않음을 알 수 있다. 그러나, 처오름높이는 파장이 증가에 따라 증가하며, 파장이 매우 커지면 점근적으로 고립파의 처오름높이에 근사해짐을 알 수 있다. Fig. 4에서는 비교를 위해 정현파와 고립파의 처오름높이도 함께 도시하였다. 전체적으로 크노이드파의 처오름높이는 정현파의 것보다는 큰 반면에 고립파의 것보다는 항상 작음을 알 수 있다. 크노이드파와 정현파의 처오름높이의 차이는 파장이 커질수록 증가하는데 이는 크노이드파는 고립파에 접근하는 반면에 정현파는 파장이 길어질수록 처오름높이가 작아지는 선형이론에 따르기 때문이다. 정현파의 처오름높이는 다음과 같이 계산하였다 (Shuto와 Goto, 1983).

$$R = A[J_0^2(\beta) + J_1^2(\beta)]^{-1/2} \quad (12)$$

식 (12)에서  $J_0$ 와  $J_1$ 은 각각 제 1종 0차와 1차 Bessel 함수,  $\beta = 4\pi \cot \theta / L$ 이며,  $L$ 은 입사파의 파장을 나타낸다.

Fig. 5는  $\theta = 15^\circ, 30^\circ$  및  $45^\circ$  일 때  $A = 0.1$ 인 크노이드파에 대한 파장의 변화에 따른 최대 처오름높이를 도시한 것이다. Fig. 4에서와 마찬가지로 파장이 짧을 때는 처오름높이는 단순히 파장에 비례하지 않으며,

파장이 매우 커지면 처오름높이는 파장에 비례하여 증가한다. 처오름높이는 또한 해안경사각  $\theta$ 가 증가하면 감소한다.

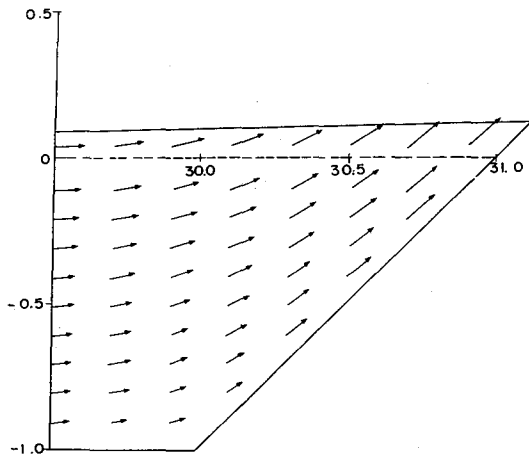
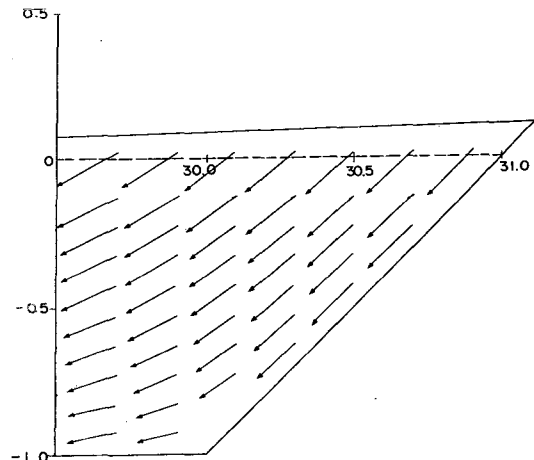
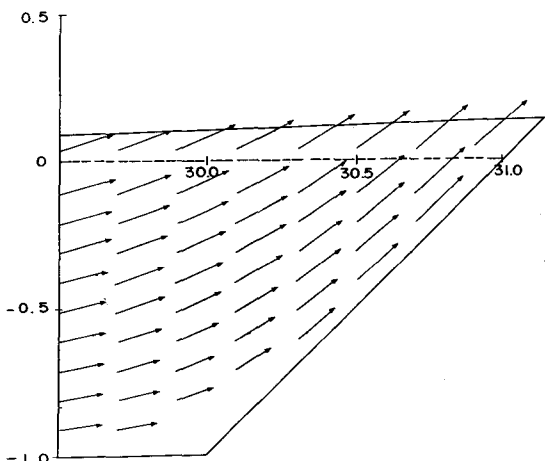
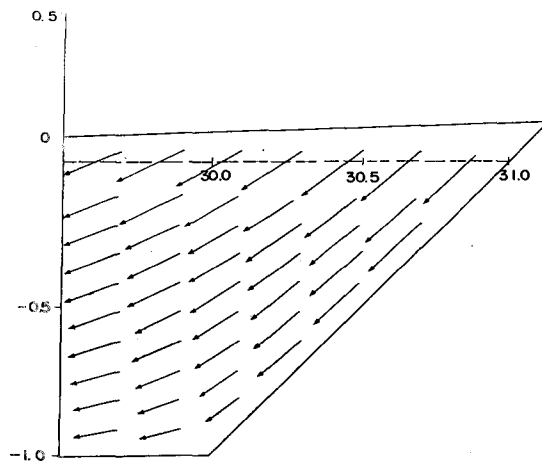
끝으로 Fig. 6은  $\theta = 45^\circ, A = 0.1, L = 20$ 일 경우, 입사한 크노이드파가 경사부에서 처오르내릴 때의 속도 벡터를 도시한 것으로 (a)와 (b)는 첫번째 파에 관한 것으로 각각  $t = 35.0$ 와  $37.0$ 일 때이며, (c)와 (d)는 두번째 파에 관한 것으로 각각  $t = 54.5$ 와  $56.5$ 일 때이다. 크노이드파가 해안을 따라 처오를 때와 내릴 때 모두 두번째 파의 속도가 첫번째 것에 비해 큰 것을 알 수 있다. 이는 Fig. 2에 도시한 것과 같이 첫번째 발생된 파는 완전한 크노이드파를 형성하지 못한 관계로 처오르내릴 때의 속도가 작기때문에 운동량 또한 작아져 표 1-3에 나타난 것과 같이 처오름높이가 작아지게 된다. 따라서 수리실험 또는 수치모형에서 크노이드파의 처오름높이를 관측 또는 계산할 경우에는 주의해야 한다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 경계요소법을 이용하여 급경사에서 크노이드파의 처오름높이를 계산하였다. 크노이드파의 처오름높이는 동일한 파장과 파고를 갖는 정현파의 처오름높이보다는 크지만, 동일한 파고를 갖는 고립파

표 3. 크노이드파의 최대 처오름높이 비교 ( $\theta = 60^\circ, T = 16$ )

A	1st	2nd	3rd	4th	5th	평균	수리실험
0.05	0.0482	0.0623	0.0626	0.0610	0.0597	0.0614	0.06
0.10	0.1043	0.1380	0.1413	0.1377	0.1351	0.1380	0.14
0.15	0.1675	0.2289	0.2365	0.2307	0.2267	0.2307	0.24
0.20	0.2376	0.3301	0.3463	0.3380	0.3387	0.3383	0.34
0.25	0.3144	0.4433	0.4716	0.4601	0.4753	0.4626	0.43

Fig. 6. (a) Snapshot of velocity vector( $t=35.0$ ).Fig. 6. (b) Snapshot of velocity vector( $t=37.0$ ).Fig. 6. (c) Snapshot of velocity vector( $t=54.5$ ).Fig. 6. (d) Snapshot of velocity vector( $t=56.5$ ).

의 처오름높이보다는 항상 작음을 밝혔다. 크노이드파의 처오름높이는 또한 파장이 증가함에 따라 단순히 증가하지는 않지만, 파장이 매우 커지면 고립파의 처오름높이에 점근적으로 접근한다. 수치해석에 의해 계산된 크노이드파의 최대 처오름높이는 실험 결과와 대체로 잘 일치한다.

본 연구에서 사용된 경계요소법을 이용하면 방파제에 작용하는 파력을 계산할 수 있을뿐만 아니라 방파제의 제원 결정 및 임해 발전소의 취수구 높이 결정 등과 같은 공학적인 문제를 해석할 수 있다. 해안선 근처에서는 수심이 매우 작아지게 되어 바닥마찰저항이 중요한 역할을 할 수 있다. 현재 바닥마찰을 고려한 경계요소법을 이용한 장파의 처오름높이에 관한 연구가 진

행중이며 결과는 추후 발표될 예정이다.

## 謝 辭

본 연구는 한국과학재단의 국내 Post-Doc. 연수지원비에 의해 수행되었다.

## 참고문헌

- Abramowitz, M. and Stegun, I.A., 1972. *Handbook of Mathematical Functions*. Nat. Bur. Stands., USA.
- Cho, Y.S., 1995. Note on calculation of cnoidal wave parameters, *J. of Korean Society of Coastal and*

- Ocean Engrs.* 7(3), pp. 227-232.
- Goring, D.G., 1978. Tsunamis: The propagation of long waves onto a shelf, *Rep. No. KH-R-38*, W.M. Keck Laboratory of Hydrodynamics and Water Resources, California Institute of Technology, USA. Hall, J.V. and Watts, J.W., 1953.
- Herbich, J.B., 1990. Wave run-up and overtopping, *Handbook of Coastal and Ocean Engineering*, J.B. Herbich, ed., Gulf Publishing Company, USA, pp. 727-834.
- Kim, S.-K., Liu, P.L.-F. and Liggett, J.A., 1983. Boundary integral equation solutions for solitary wave generation, propagation and runup, *Coastal Eng.*, 7, pp. 299-317.
- Liggett, J.A. and Liu, P.L.-F., 1983. *Boundary Integral Equation Method for Porous Media Flow*, George Allen and Unwin, UK.
- Liu, P.L.-F. and Cho, Y.-S., 1994. Integral equation model for wave propagation with bottom frictions, *J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng.*, ASCE, **120**, pp. 594-608.
- Ohyama, T., 1987. A boundary element analysis for cnoidal wave runup, *Proc. of the Japan Society of Civil Engineers*, **381**, pp. 189-198 (in Japanese).
- Pedersen, G. and Gjevik, B., 1983. Run-up of solitary waves, *J. of Fluid Mech.*, **135**, pp. 283-299.
- Shuto, N. and Goto, C., 1983. Numerical simulation of tsunami propagations and run-up, *Tsunamis-Their Science and Engineering*, K. Iida and T. Iwasaki, ed., Terra Scientific Publishing Co., Japan, pp. 439-451.
- Synolakis, C.E., 1987. The runup of solitary waves, *J. of Fluid Mech.*, **185**, pp. 523-545.
- Synolakis, C.E., Deb, M.K. and Skjelbreia, J.E., 1988. The anomalous behavior of the runup of cnoidal waves, *Physics of Fluid A*, **31**, pp. 3-5.
- Zelt, J.A., 1991. The run-up of nonbreaking and breaking solitary waves, *Coastal Eng.*, **15**, pp. 205-246.