
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 33 卷 第 3 號 1996年 8月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 33, No. 3, August 1996

전단 좌굴을 고려한 샌드위치 평판의 최적 구조 설계에 관한 연구

장창두*, 조민수**

Optimum Structural Design of Sandwich Plates Considering the Shear Buckling

by

C. D. Jang* and M. S. Cho**

요 약

최근 재료 과학의 발달과 함께 선박의 초고속화를 추구함에 따라 높은 강도와 중량의 경량화를 동시에 만족시킬 수 있는 복합 재료에 대한 요구가 증대되고 있다.

샌드위치 구조 형식은 두껍고 약한 저밀도의 심재와 얇고 강한 고밀도의 면재가 접착된 복합 구조의 한 형태로서 두 개의 면재가 중립 축으로부터 멀리 떨어지게 됨으로써 2차 모멘트가 크게 되어 구조의 강성을 증가시킬 수 있는 가장 효과적인 경량의 구조 형식이다.

본 연구에서는 샌드위치 평판 구조가 분포 하중, 압축 하중, 전단 하중 및 이들의 복합하중을 받을 때의 응력 및 좌굴 하중을 Rayleigh-Ritz법을 이용하여 정밀 해석하였다. 그리고, 샌드위치 평판에 대한 초기 설계에 응용이 가능하도록 좌굴응력 외에 Wrinkling 응력에 관한 제한조건을 고려하여 샌드위치 평판의 최소 중량 설계를 수행하였다.

Abstract

Recently, with development of mechanics of materials, as pursuing the high speed of the ships, there has been an increasing demand on the composite construction which satisfies high strength and low weight at the same time.

A sandwich element is a type of composite construction, which is composed of thin, strong, stiff and relatively high density faces and a thick, light, and weaker core material. As the second moment is increased by faces separated from the neutral axis farther, a sandwich element is most effective light structural form.

접수일자 : 1995년 9월 4일, 재접수일자 : 1996년 5월 22일

*정회원, 서울대학교 조선해양공학과

**정회원, 대우중공업

In this study, Rayleigh-Ritz Energy Method is adopted, which can analyze sandwich plate relatively simply and exactly.

Stresses and buckling loads are analyzed exactly, when uniform lateral pressure load, inplane compression and inplane shear are acting at the sandwich plate. Including a wrinkling stress, this study can be applied to the initial design and minimum weight design of sandwich plates

1. 서 론

최근 재료 과학의 발달과 함께 선박의 초고속화를 추구하면서 높은 강도와 중량의 경량화를 동시에 만족할 수 있는 복합 재료를 요구하게 되었다. 이러한 요구를 만족할 수 있는 복합 재료 중에서 샌드위치 구조는 서로 다른 재료를 조합함으로써 각각의 재료 특성보다 기계적 성질 및 물리적 특성이 훨씬 개선된 구조다.

구조 재료용 샌드위치는 적층된 복합 재료의 특수한 형태로서 얇고 강하나 상대적으로 밀도가 큰 면재(face)와 두껍고 강도가 약하며 밀도가 작은 심재(core)로 구성되어 각자의 강성(stiffness)과 강도(strength)의 합보다 큰 강성과 강도를 갖는 경량의 고강도와 고강성의 복합 재료이다.

샌드위치 구조 형식은 두껍고 약한 저밀도의 심재와 얇고 강한 고밀도의 면재가 접착된 복합 재료의 한 형태로서 두 개의 면재가 중립축으로부터 멀리 떨어지게 함으로써 단면 2차 모멘트가 크게 되어 구조의 강성을 증가시킬 수 있는 가장 효과적인 경량의 구조 형식이다.

본 연구에서는 샌드위치 평판 구조에 대한 구조 해석을 비교적 쉽고 정확하게 예측할 수 있는 Rayleigh-Ritz Energy Method를 이용하여 membrane energy를 고려한 정밀 해석 기법을 이용하여 샌드위치 판의 분포 하중, 압축 하중, 전단 하중, 또한 이 하중들의 조합시의 응력 및 좌굴 하중을 정밀 해석하여 샌드위치 평판에 대한 초기 설계에 응용이 가능하도록 하였고 또한 wrinkling 응력을 고려하여 샌드위치 평판의 최소 중량 설계에 응용할 수 있도록 하였다.

2. 가정 및 역학적 해석 이론

2.1. 가정

샌드위치 구조 해석은 면재 자신의 중립축에 대한 굽힘 효과를 고려하기 위해 아래와 같이 가정한다.

- (1) 면재와 심재의 접착은 완벽하다.
- (2) 면재와 심재는 등방성이다.
- (3) 심재는 두께에 걸쳐서 일정한 전단력을 갖는다.
- (4) 심재는 면재에 비해 굽힘 강성이 적기 때문에 심재의 굽힘 효과는 무시하고 면재는 심재에 비해 얇기 때문에 두께 방향의 전단응력 분포 및 국부 굽힘 효과를 무시한다.
- (5) 면재의 아래 위 두께는 동일하다.
- (6) 샌드위치 판은 단순 지지되어 있다.
- (7) 모든 방향의 변위는 미소하고 z방향의 응력 (σ_z)은 무시하는 plane stress 상태이다.

2.2. 굽힘 및 전단 변형도

Fig. 1은 샌드위치 평판의 좌표계와 단면을 나타낸다. A점이 하중에 의해서 A'로 이동하였을 때 w 는 AA'의 수직 이동 거리이다. 심재는 강성이 약하고 면재의 두께가 얇다는 가정 때문에 A점으로부터 거리 z 만큼 떨어진 임의의 B점은 변형 후에 B'점으로 이동하고 A'B'는 더 이상 원래의 중립 축과 수직을 유지할 수 없다.

2.2.1. 심재의 변위와 변형도

Fig. 1에서 B점의 x, y 방향 변위는 z방향의 처짐을 w 라하면

$$u = -\lambda z \frac{\partial w}{\partial x} \left(-\frac{c}{2} \leq z \leq \frac{c}{2} \right)$$

$$v = -\mu z \frac{\partial w}{\partial y} \quad \left(-\frac{c}{2} \leq z \leq \frac{c}{2}\right) \quad (2.1)$$

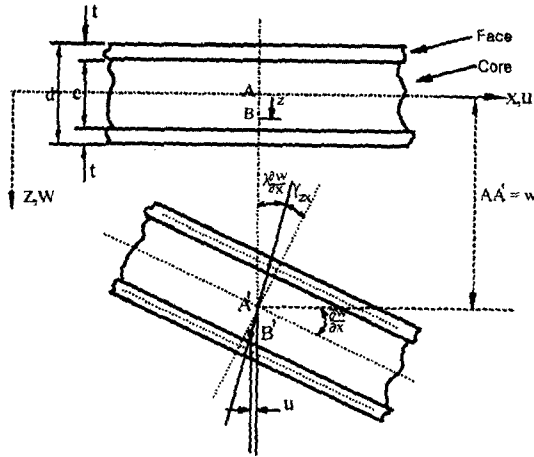


Fig. 1 샌드위치 평판의 좌표계와 단면

전단변형도는,

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} - \lambda \frac{\partial w}{\partial x} = (1-\lambda) \frac{\partial w}{\partial x},$$

$$\gamma_{yz} = (1-\mu) \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.2)$$

여기서 λ 와 μ 는 평판의 면재와 심재의 두께에 대한 구성 비율과 재료의 특성에 따르는 양이고 면재와 심재의 재료 물성치와 두께가 다르지만 기하학적 거동은 함께 하므로 이에 대한 비율을 나타내는 무차원 양이다.

2.2.2. 면재의 변위와 변형도

면재 자신의 도심축에 대한 면재의 국부 굽힘을 고려하기 위해서 Fig. 2와 같이 면재의 변위 (a)를 면재 도심 축에 대한 bending 효과에 의한 변위 (b)와 membrane 효과에 의한 변위 (c)로 나누어 생각한다. 이 가정 하에서 bending 효과에 의한 변형도를 고려하면,

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2},$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2.3)$$

$$\gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.4)$$

그리고, membrane energy에 의한 상하 면재의 변

형도는 다음식과 같다.

$$\epsilon_x = \pm \frac{\lambda c + t}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \epsilon_y = \pm \frac{\mu c + t}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2.5)$$

$$\gamma_{xy} = \pm \left(\frac{\mu c}{2} + \frac{\lambda c}{2} + t \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.6)$$

2.3. 내부 에너지

2.3.1. 심재의 내부 에너지

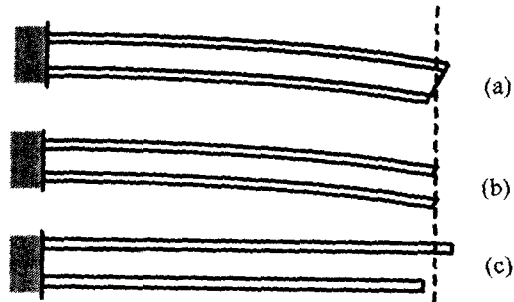


Fig. 2 면재의 변위 가정

심재의 내부 에너지는 가정에 의해 전단력만 고려하므로 식(2.7)과 같다.

$$U_c = \frac{1}{2} \int_V [\gamma_{yz} \tau_{yz} + \gamma_{xz} \tau_{xz}] dV$$

$$= \frac{G_c}{2} c \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b \left[(1-\lambda)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + (1-\mu)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (2.7)$$

2.3.2. 면재의 내부 에너지

면재의 내부 에너지는 가정에 의해 전단력을 무시하므로

$$U_f = \frac{E_f}{2(1-\nu^2)} \int_V [\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 + 2\nu\epsilon_x\epsilon_y + \frac{1-\nu}{2} \gamma_{xy}^2] dV \quad (2.8)$$

(가) Bending Moment에 의한 내부 에너지

(2.3)식, (2.4)식을 (2.8)식에 대입하여 정리하면

$$U_b = \frac{E_f t^3}{24(1-\nu^2)} \int_0^a \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) \right] dx dy \quad (2.9)$$

(나) Membrane 효과에 의한 변형 에너지

(2.5) 식, (2.6) 식을 (2.8)에 대입하여 정리하면

$$U_{fm} = \frac{E_f t}{2(1-\nu^2)} \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b \left[\left\{ \frac{\lambda c + t}{2} \right\}^2 \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right\}^2 + \left\{ \frac{\mu c + t}{2} \right\}^2 \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\}^2 + 2\nu \left(\frac{\lambda c + t}{2} \right) \left(\frac{\mu c + t}{2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\lambda c}{2} + \frac{\mu c}{2} + t \right)^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (2.10)$$

그러므로, 전체 내부 에너지 U는 아래와 같다.

$$U = U_c + 2(U_b + U_{fm}) \quad (2.11)$$

2.4. 외부 에너지

외부 에너지는 Fig. 3, 4, 5 와 같이 균일 분포 하중 (q), 압축 하중 (N_x, N_y), 전단 하중 (N_{xy})에 의한 것으로 나눌 수 있다.

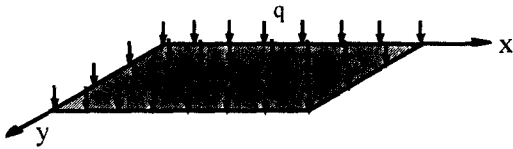


Fig. 3 균일분포하중

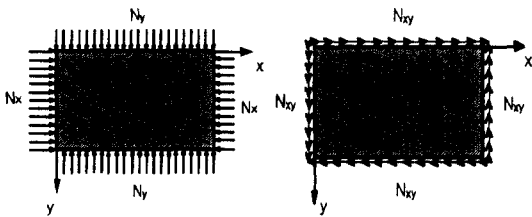


Fig. 4 압축하중

Fig. 5 전단하중

이 때의 외부 에너지는 각각 아래식과 같다.

$$V_q = -q \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b w dx dy \quad (\text{균일 분포 하중}) \quad (2.12)$$

$$V_n = \frac{N_x}{2} \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy + \frac{N_y}{2} \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 dx dy \quad (\text{압축 하중}) \quad (2.13)$$

$$V_{nxy} = N_{xy} \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} dx dy \quad (\text{전단 하중}) \quad (2.14)$$

2.5. 처짐 함수의 가정과 전체 에너지의 최소화

가정에서 샌드위치 보는 단순 지지라고 가정하였으므로 처짐량 w를 아래와 같이 가정한다.

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (a_{mn} \text{은 미지의 상수}) \quad (2.15)$$

내부 에너지 (U)는 (2.15)식을 (2.7)식에 대입하여 구한다.

$$U = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 U_{mn} \quad (2.16)$$

$$U_{mn} = A_{mn} \lambda_{mn}^2 + B_{mn} \mu_{mn}^2 + 2C_{mn} \lambda_{mn} \mu_{mn} + 2D_{mn} \lambda_{mn} + 2E_{mn} \mu_{mn} + F_{mn}$$

여기서,

$$A_{mn} = \frac{c}{2} b_{5mn} + \frac{c^2}{4} t b_{1mn} + \frac{c^2}{4} t b_{4mn}$$

$$B_{mn} = \frac{c}{2} b_{6mn} + \frac{c^2}{4} t b_{2mn} + \frac{c^2}{4} t b_{4mn}$$

$$C_{mn} = \frac{c^2 t}{4} (b_{3mn} + b_{4mn})$$

$$D_{mn} = \frac{c t^2}{4} (b_{1mn} + b_{3mn} + 2b_{4mn}) - \frac{c}{2} b_{5mn}$$

$$E_{mn} = \frac{c t^2}{4} (b_{2mn} + b_{3mn} + 2b_{4mn}) - \frac{c}{2} b_{6mn}$$

$$F_{mn} = \frac{c}{2} (b_{5mn} + b_{6mn}) + \frac{t^3}{3} (b_{1mn} + b_{2mn} + 2b_{3mn} + 4b_{4mn})$$

(2.16) 식에서 Rayleigh-Ritz Energy Method를 이용하여 최소 변형 에너지를 계산하면, 내부 에너지 U는 독립 변수 λ_{mn}, μ_{mn}에 대해 아래 식을 만족해야 하므로

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda_{mn}} = \frac{\partial U}{\partial \mu_{mn}} = 0$$

$$U_{mn \min} \text{은}$$

$$U_{mn \min} = F_{mn} + D_{mn} \lambda_{mn} + E_{mn} \mu_{mn} \quad (2.17)$$

외력에 의한 일은

$$V_q = -q \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} a_{mn} \frac{4ab}{mn\pi^2} \quad (2.18)$$

$$V_n = \frac{N_x}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \frac{ab}{4} + \frac{N_y}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \frac{ab}{4} \quad (2.19)$$

$$V_{xy} = 4N_{xy} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} a_{mn} a_{pq} \frac{mnpq}{(m^2-p^2)(q^2-n^2)}$$

(여기서 $m \pm p, n \pm q$: odd number) (2.20)

2.5.1. 균일 분포 하중 하에서의 처짐과 응력
전체 에너지 W는 (2.17) 식과 (2.18) 식을 연립하면,

$$W = U_{min} + V_q = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 U_{mnmin} - \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} qa_{mn} \frac{4ab}{mn\pi^2} \quad (2.21)$$

에서 Rayleigh-Ritz Energy Method에 의해

$$\frac{\partial W}{\partial a_{mn}} = 0 \text{ 이므로 처짐은,}$$

$$w = \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{4abq}{2mn\pi^2} U_{mnmin} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.22)$$

그리고 이 때의 응력을 구하면

(가) Membrane Stress

$$\sigma_x = \frac{\pm E_f}{(1-\nu^2)} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} a_{mn} \left[\frac{(\lambda_{mn}c+t)}{2} \left\{ \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \nu \frac{(\mu_{mn}c+t)}{2} \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \right]$$

$$\tau_{xy} = \mp \frac{E_f}{2(1+\nu)} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} a_{mn} \left(\frac{\lambda_{mn}c}{2} + \frac{\mu_{mn}c}{2} + t \right) \frac{mn\pi^2}{ab} \cdot \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (2.24)$$

(나) Bending Stress

$$\sigma_x = \frac{E_f z}{1-\nu^2} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} a_{mn} \left\{ \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \nu \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.25)$$

$$\tau_{xy} = -z \frac{E_f}{(1+\nu)} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} a_{mn} \frac{mn\pi^2}{ab}$$

$$\cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (2.26)$$

(다) 심재의 Shear Stress

$$\tau_{xz} = G_c \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} (1-\lambda_{mn}) a_{mn} \left(\frac{m\pi}{a}\right) \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.27)$$

2.5.2 면내력(N_x, N_y, N_{xy}) 작용시의 좌굴 하중
압축 하중 (N_x, N_y)이 작용할 때는 식(2.28)과 같다.

$$N_{scr mn} = - \frac{8U_{mnmin}}{ab \left\{ \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + N_r \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right\}} \quad (2.28)$$

여기서 $N_r = \frac{N_y}{N_x}$

단, 하중 (N_{xy})이 작용할 때는 식(2.29)와 같다.

$$a_{mn} U_{mnmin} + 4N_{xy} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{a_{pq} mnpq}{(m^2-p^2)(q^2-n^2)} = 0 \quad (2.29)$$

(2.29) 식을 4 개의 항 만으로 정리를 해보면

$$\begin{bmatrix} U_{11} & 0 & 0 & -\frac{16}{9} N_{xy} \\ 0 & U_{12} & \frac{16}{9} N_{xy} & 0 \\ 0 & \frac{16}{9} N_{xy} & U_{21} & 0 \\ -\frac{16}{9} N_{xy} & 0 & 0 & U_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{21} \\ a_{22} \end{bmatrix} = 0$$

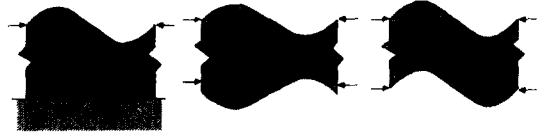
(2.29) 식에서 행렬식이 0이 되어야 하므로 N_{xy} 를 구할 수 있다.

2.6. Wrinkling 응력

샌드위치 구조 형식은 bending moment와 면내력을 감당하는 강한 두 층의 면재와 수직 전단만을 전담하는 약한 심재로 구성되어 있기 때문에 얇은 면재에 대단히 높은 응력이 걸릴 수 있으며, 또한 면내력에 의해 면재에 상당히 큰 압축 응력이 작용할 수 있다. 이때 유연한 지지대 위에 놓여 있는 일반적인 다른 형태의 평판과 유사하게 면재는 면내력들을 모두 감당해야만 한다. 즉, 수직 방향의 전단만을 감당하는 약한 심재에 의해서 분리된 채 있는 얇은 면재에는 상기한 면내력들이 작용하게 되고 허용 응력을 넘어가면 좌굴이나

wrinkling과 같은 특별한 종류의 불안정한 상태에 놓일 수 있다.

wrinkling은 파생하는 형태에 따라 Fig. 6과 같이 면재의 한면에서만 발생되는 rigid base 형태와 두 개의 면재가 같은 면내력을 감당하는 데서 오는 대칭 및 비대칭 형태로 분류할 수 있다.



(a) Rigid Base 형태 (b) 대칭형 (c) 비대칭형

Fig. 6 Wrinkling의 여러 형태

실재로는 이 wrinkling 응력의 추정이 난해하므로 본 연구에서는 DnV Rule에서 규정하고 있는 근사식을 사용하기로 한다. wrinkling 응력은

$$\sigma_{cr} = 0.5(E_f E_c G_c)^{\frac{1}{3}} (N/mm^2) \quad (2.30)$$

3. 샌드위치 평판의 구조 해석

3.1. 처짐 및 응력

처짐 및 응력은 (2.22)식을 이용하여 계산, 정리 [1]하면 아래와 같다.

$$w = \frac{qb^4}{D_2} a_1 \quad (3.1)$$

(가) Membrane stresses in lower face

$$\sigma_x = \frac{qb^2}{dt} (a_3 + \nu a_1) \quad (3.2)$$

$$\sigma_y = \frac{qb^2}{dt} (a_4 + \nu a_3) \quad (3.3)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{qb^2}{dt} (1 - \nu) a_5 \quad (3.4)$$

(나) Core shear stresses

$$\tau_{xz} = \frac{qb}{d} a_6 \quad (3.5)$$

$$\tau_{yz} = \frac{qb}{d} a_7 \quad (3.6)$$

(다) Local bending stresses in lower surface

of lower face

$$\sigma_x = \frac{3qb^2}{f^2} (a_8 + \nu a_9) \quad (3.7)$$

$$\sigma_y = \frac{3qb^2}{f^2} (a_9 + \nu a_8) \quad (3.8)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{3qb^2}{f^2} (1 - \nu) a_{10} \quad (3.9)$$

여기서,

$$a_1 = \frac{16}{\pi^6} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\zeta}{mn\Omega^2} \sin \frac{m\pi}{a} \sin \frac{n\pi}{b}$$

$$a_3 = \frac{16}{\pi^4} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\zeta}{\Omega^2(1+\rho\Omega)} \frac{m}{n} \frac{b^2}{a^2} \sin \frac{m\pi}{a} \sin \frac{n\pi}{b}$$

$$a_4 = \frac{16}{\pi^4} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\zeta}{\Omega^2(1+\rho\Omega)} \frac{n}{m} \sin \frac{m\pi}{a} \sin \frac{n\pi}{b}$$

$$a_5 = \frac{16}{\pi^4} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\zeta}{\Omega^2(1+\rho\Omega)} \frac{b}{a}$$

$$a_6 = \frac{16}{\pi^3} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\zeta}{\Omega(1+\rho\Omega)} \frac{1}{n} \frac{b}{a} \sin \frac{n\pi}{a}$$

$$a_7 = \frac{16}{\pi^3} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\zeta}{\Omega(1+\rho\Omega)} \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi}{a}$$

$$a_8 = \frac{16}{\pi^4} \frac{f^2}{3a^2} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\zeta}{\Omega^2} \frac{m}{n} \frac{b^2}{a^2} \sin \frac{m\pi}{a} \sin \frac{n\pi}{b}$$

$$a_9 = \frac{16}{\pi^4} \frac{f^2}{3a^2} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\zeta}{\Omega^2} \frac{n}{m} \sin \frac{m\pi}{a} \sin \frac{n\pi}{b}$$

$$a_{10} = \frac{16}{\pi^4} \frac{f^2}{3a^2} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\zeta}{\Omega^2} \frac{b}{a}$$

$$\rho = \frac{\pi^2}{2(1-\nu^2)} \frac{E_f}{G_c} \frac{tc}{b^2}, \quad \Omega = \frac{m^2 b^2}{a^2} + n^2$$

$$\frac{1}{\zeta} = \frac{1}{(1+\rho\Omega)} + \frac{f^2}{3a^2}, \quad D_2 = \frac{E_f t d^2}{2(1-\nu^2)}$$

3.2. 좌굴 함수의 추정

3.2.1. 압축 좌굴 함수

압축 좌굴 함수는 (2.28)식을 이용하여 계산 정리 [1]하면 다음과 같다.

$$N_{cr} = \frac{\pi^2}{b^2} D_2 K_2 \quad (3.10)$$

여기서, K_2 는 Fig. 7에서 읽을 수 있으며 ρ 는 3.1절의 경우와 같다.

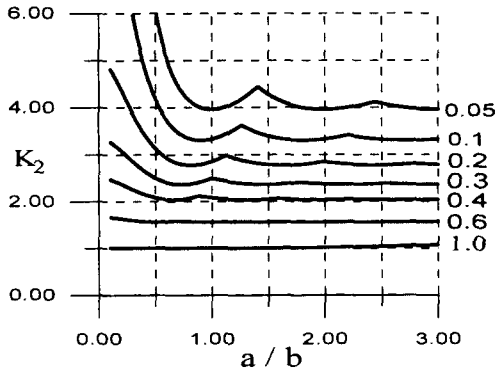


Fig. 7

그리고, $N_y = 0$ 이라고 가정한다.

3.2.2. 전단 좌굴 함수

전단 좌굴 함수는 정밀 해석을 위해 (2.29)식에서 행렬의 항을 충분히 크게 잡은 후 행렬식이 zero가 되는 좌굴 하중을 계산한 후 parametric study를 통해서 구할 수 있다. Parametric study 과정은 독립 변수 8개($E_f, G_c, \nu, a, b, c, t, N_x$)를 변화시키면서 전단 좌굴 하중을 가장 적절히 나타낼 수 있는 함수를 추정해 나가는 것이다. 그 결과 전단 좌굴 함수는 아래 식으로 정리된다. 그리고, 이 전단 좌굴식은 압축 하중(N_x)이 있을 때도 사용할 수 있다.

$$N_{xy} = 41.5A \frac{D}{b^2} \frac{r^2 + 0.99r + 1.449}{1.53r^2 + (r^2 + 0.075r + 2.4)V} \quad (MN/m) \quad (3.11)$$

여기서,

$$A = 1 + 0.366 \left(\frac{N_x}{N_{x0}} \right) - 0.369 \left(\frac{N_x}{N_{x0}} \right)^2$$

$$D = \frac{E_f(a^3 - c^3)}{12(1 - \nu^2)}, \quad V = \frac{28.8D}{b^2(c + t)G_c}$$

$$r = \frac{a}{b} \quad (1 \leq r \leq 3)$$

여기서, N_{x0} 는 압축 하중(N_x)이 없을 때의 값이다.

3.3. 해석 결과의 비교

Table 1과 같은 임의의 평판에 대해 처짐 및 압축 좌굴 하중을 계산하여 범용 구조 해석 program에 의한 결과와 비교하여 보았다. 그 결과는 Table 2와 같고 대략 오차가 5% - 10% 정도임을 알 수 있다. 이 오차는 본 논문에서는 면재에서는 전단 에너지를 무시하였고 심재에서는 굽힘 에너지를 무시하였으나, 범용 구조해석 program에서는 이들을 고려하였기 때문이다. 이러한 가정 때문에 처짐은 본 논문이 크고, 압축 좌굴 하중은 본 논문이 작게 계산되고 있다.

그리고, 여기서 사용한 범용 구조 해석 program은 ANSYS 4.4A 이며, 전단 좌굴 함수는 범용 구조해석 program으로는 해석이 불가능하여 제외하였다.

Table. 1 입력자료

E_f (MPa)	G_c (MPa)	ν_f	a (m)	b (m)	q (kN)	t (cm)	c (cm)
13950	40	0.25	$b \leq a \leq 3b$	1.8	50	0.2	10

Table 2. 본 연구와 ANSYS 결과와의 비교

a/b	w(처짐, cm)			N_x (압축좌굴하중, MN/m)		
	본계산 (A)	ANSYS S (B)	A/B	본계산 (A)	ANSYS (B)	A/B
1.0	1.664	1.57	1.060	1.538	1.647	0.934
1.2	2.253	2.14	1.053	1.636	1.728	0.947
1.4	2.778	2.64	1.052	1.589	1.769	0.898
1.6	3.222	3.05	1.056	1.536	1.730	0.888
1.8	3.585	3.39	1.058	1.522	1.689	0.901
2.0	3.877	3.66	1.059	1.538	1.680	0.915
2.2	4.108	3.87	1.061	1.566	1.706	0.918
2.4	4.289	4.03	1.064	1.536	1.756	0.875
2.6	4.430	4.16	1.065	1.523	1.719	0.886
2.8	4.540	4.25	1.068	1.525	1.697	0.899
3.0	4.625	4.33	1.068	1.538	1.694	0.908

4. 샌드위치 평판의 최적 구조 설계

샌드위치 평판은 초고속선 건조시 강도대 중량비를 크게 하기 위해 많이 채택되어 진다. 요즘 초고속 선으로 각광받고 있는 표면 효과 (SES) 은 주 선체와 선 수미 seal 에 공기를 불어넣어 선체를 부양해서 고속 운항을 해야하기 때문에 부양 및 추진 마력을 감소시키기 위해서는 구조 중량(structural weight)이 선체 전중량(경화중량 + 재화중량)에서 차지하는 비율이 대략 25-30% 정도[12]이므로 선체 전중량의 경량화가 필수적이라 하겠다.

4.1. 목적 함수 및 제한 조건

주어진 외부 하중에 대해 강도와 강성을 만족시키면서 최소한의 무게를 갖는 샌드위치 평판의 면재와 심재의 두께를 결정하기 위해 단위 면적당 최소 중량을 목적 함수로 취한다. 그러므로 목적 함수는

$$f = c\rho_c + 2t\rho_f \tag{4.1}$$

여기서 ρ_c 는 심재의 밀도이고, ρ_f 는 면재의 밀도이다.

제한 조건은 허용 굽힘 응력, 허용 전단 응력, 허용 처짐, 허용 Wrinkling 응력, 허용 좌굴 응력 등이 있는데 아래와 같다.

- (1) $w_{rule}/w \geq 1$: 허용 처짐.
- (2) $\sigma_{rule}/\sigma_{max} \geq 1$: 허용 굽힘 응력.
- (3) $\tau_{rule}/\tau_{max} \geq 1$: 허용 전단 응력.
- (4) $\sigma_{wrinkl}/\sigma_{max} \geq 1$: 허용 Wrinkling 응력.
- (5) $N_{xrule}/N_x \geq 1$: 허용 압축 좌굴 하중.
- (6) $N_{xyrule}/N_{xy} \geq 1$: 허용 전단 좌굴 하중.
- (7) $t/t_{rule} \geq 1$: 최소한의 면재 두께.

여기서, 첨자 rule은 DnV Rule에서 제한하는 양으로 본 연구에서는 Hull bottom below deepest WL에 해당되는 양을 취하면 아래와 같다.

$$w_{rule} = 0.01 b, \quad \sigma_{rule} = 0.3 \sigma_y$$

$$\tau_{rule} = 0.35 \tau_y, \quad \sigma_{wrinkl} = \sigma_{cr} : (2.30) \text{ 식 참조.}$$

$$t_{rule} = \frac{(1.5 + 0.09 L)}{\sqrt{\frac{\sigma_y}{160}}} : \text{여기서, } L = L_{of}$$

(on cushion)

N_{xrule} 과 N_{xyrule} 은 DnV Rule에서 규정되어 있지 않은 양으로 본 연구에서는 아래 식과 같이 가정한다.

$$N_{xrule} = 0.3N_{xbuckle}, \quad N_{xyrule} = 0.3N_{xybuckle}$$

($N_{xbuckle}$, $N_{xybuckle}$: 본 연구에서 계산된 값)

4.2 입력 자료 및 계산 결과 고찰

본 논문에서 사용한 재료는 실제 선박에서 많이 사용하는 것[2]을 이용하였고 그 재료들의 성질은 Table 3, 4와 같다.

Table 3 Mechanical Properties of Faces

Materials	σ_s (bendin) (MPa)	E_s (MPa)	Density (g/cm^3)	ν_s
Chopped Strand Mat /Polyester (C.S.M.)	134.00	5530.	1.54	0.32
Woven Roving /Polyester (W.R.)	268.00	13950.	2.60	0.25

Table 4 Mechanical Properties of Cores

Materials	σ_s (shear) (MPa)	E_c (MPa)	Density (g/cm^3)	G_c (MPa)
PolyVinyl Chloride (P.V.C.)	1.140	55.15	0.100	27.580
Polyurethane (P.U.)	1.050	18.61	0.096	8.135
Divinycell(H 100) (D.C.)	1.400	105.00	0.100	40.000

그리고, 본 연구에 사용된 평판 모델의 크기 및 하중은 Table 5와 같다. 여기서 사용된 하중 및 평판 모델의 크기는 참고문헌[12]에서 설계한 알루미늄을 사용한 표면효과선에서 사용한 양으로

단면 계수(section modulus)는 참고문헌[12]와 같다고 가정하였다.

전단 하중의 크기는 압축 하중의 반 정도로 가정하고 최적화를 수행하였다.

Table 5 계산된 모델의 형상 및 하중의 크기

a (m)	b (m)	q (MPa)	N_x (MN/m)	N_y (MN/m)	L_{of} (m)
1.8	0.9	0.0576	1.976	1.0	31.5

최적화 기법은 Hooke and Jeeves의 Direct Search Method를 사용하였다. 그리고, 최적화 과정은 Fig. 8 과 같고 결과는 Table 6과 같다.

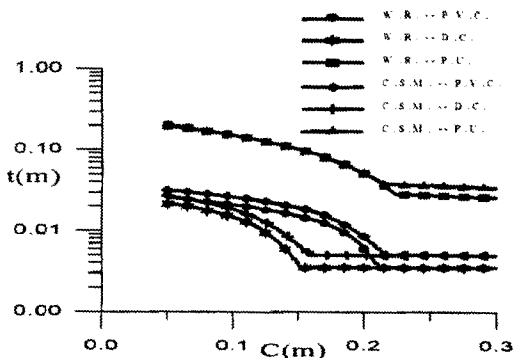


Fig. 8 심재두께의 변화에 따른 면재두께의 변화

Table 6 최적화 결과

면재	심재	C (cm)	t (cm)	전체 질량에 대한 면재의 질량비(%)
Chopped Strand mat /Polyester	PolyVinyl Chloride	21.5	0.5	42
	Polyurethane	29.5	3.4	27
	Divinycell (H100)	15.8	0.5	49
Woven Roving /Polyester	PolyVinyl Chloride	21.1	0.5	55
	Polyurethane	29.6	2.6	83
	Divinycell (H100)	15.1	0.35	55

Fig. 8에서 c(심재의 두께)가 증가함에 따라 t(면재의 두께)가 감소하다가 더이상 감소하지 않는 이유는 t의 최소치를 제한 조건 (7) 과 같이 DnV Rule에서 규정해 놓았기 때문이다. 그리고 제한 조건 (7)을 만족시키는 최소한의 심재의 두께에서 최적해가 구해짐을 알 수 있다. 그러므로 샌드위치 평판의 설계시에는 제한 조건 (7)을 만족시키는 최소한의 면재의 두께를 구한 후 심재의 두께를 결정하면 최적해가 됨을 알 수 있다.

그리고, 면재의 두께는 얇지만 전체 질량에서 차지하는 비율은 상당함을 알 수 있다.

강도 대 중량비가 가장 큰 재료는 면재에서는 WR이고, 심재에서는 D.C.인데 비해, f_{min} 은 면재에서는 C.S.M.인 이유는 면재의 밀도가 Table 3 과 같이 C.S.M. 가 WR의 약 60% 정도 밖에 안 되기 때문에 생긴 결과이다.

5. 결론

아직까지 샌드위치 평판에 대해 규정되어 있지 않은 압축좌굴 및 전단좌굴에 대한 식을 Rayleigh-Ritz Method를 이용하여 도출하였고, 이를 샌드위치 평판을 이용한 선체 설계에 이용할 수 있게 하였다.

그리고, 현재 DnV Rule에서는 $d/t \geq 5.77$ 이라는 가정 하에서 면재의 도심을 중심으로한 굽힘 효과를 무시하고 처짐 및 응력을 구하고 있는데, 본 연구에서는 면재의 내부 에너지를 membrane energy와 bending energy의 두 항으로 나누어 계산하여 d/t 에 대한 조건없이 처짐 및 응력, 좌굴 하중을 구할 수 있게 하였다.

또한, DnV Rule에 정해져 있는 처짐 제한 조건, wrinkling 제한 조건등과 본 연구에서 정한 좌굴 하중 제한조건을 적절히 이용하면 샌드위치 평판의 최적 두께를 찾을 수 있고, 이 결과를 선체 설계에 직접 사용할 수 있다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지원 '93 특정기초연구

과제의 일환으로 수행되었음을 밝히며 동 재단에 감사드린다.

참 고 문 헌

- [1] Allen, Howard G., Analysis and Design of Structural Sandwich Panels, Pergamon Press, 1969.
- [2] 김익태, " 샌드위치 평판의 구조특성과 최적 설계에 관한 연구 ", 인하 대학교 선박공학과 박사 학위 논문, 1993.
- [3] ANSYS 4.4A
- [4] 김윤영, 김익태, 김기성, " Sandwich Panel의 최적 설계에 관한 연구, " 선박구조연구회 1991년 연구 발표 논문집, Sep. 1991.
- [5] DnV, " Tentative Rules for Classification of High Speed and Light Craft. ", 1993.
- [6] 김윤영, "Sandwich Panel의 최적설계에 관한 연구. ", 인하대학교 선박공학과 석사 학위 논문, 1992년.
- [7] Ugural, A. C., " Stresses in Plates and Shells. ", McGraw-Hill. Inc. 1981.
- [8] Smith, C. S., " Design of Marine Structures in Composite Materials. ", Elsevier Applied Science, 1990.
- [9] Timoshenko, S. P. and Woinowsky-krieger, " Theory of Plates and Shells. ", McGraw-Hill. Inc. 2nd Edition. 1970.
- [10] Timoshenko, S. P. and Gere, James M., "Theory of Elastic Stability. ", McGraw-Hill. Inc. 2nd Edition.
- [11] Jones, R. M., " Mechanics of Composite Materials. ", McGraw-Hill. Inc. 1980.
- [12] 최병기, " 초고속 표면효과선의 최적 구조 설계에 관한 연구. ", 서울대학교 대학원 조선해양공학과 석사 학위 논문, 1994년.