

문제설정에서 사고활동의 조사·분석

임 문 규 (공주교대)

I. 서 론

오늘날 수학교육의 연구에서 문제해결에 관한 학생의 **思考활동**을 **認知的** 측면에서 조사·분석하는 연구가 행하여 지고 있다. 그 중의 한 가지 방법으로 학생에게 어떤 문제 상황을 주고 그에 대한 해결과정을 비디오나 녹음테이프 로 녹화하여 그 프로토콜을 분석하는 방법을 택하고 있다.

이와 같은 연구는 학생의 문제해결에 있어서 **認知過程**과 **思考過程**을 명확히 알고, 그와 같은 학생의 활동을 기초로 교수-학습을 창조한다고 하는 점에서 **意義**가 있다고 생각된다.

오늘날까지 문제해결에 대한 프로토콜의 조사·분석에 관한 연구는 꽤 많이 행하여지고 있으나 문제설정에 대하여는 거의 행하여지고 있지 않다.

문제해결의 활동 과정과 같은 정도 또는 그 이상으로 문제설정의 과정에서는 많은 사고 활동이 활발하게 행하여진다고 생각하고 이를 **究明**하기 위하여 이 연구를 시도하게 되었다.

어떤 문제의 해결 후에 “발전적 **問題設定**”과 “임의의 **狀況**으로 부터의 **問題設定**”의 과정에 있어서 학생은 실제로 어떤 사고활동을 하며, 어떤 전략을 사용하는가를 **究明**하는 것은 보다 효과적인 문제해결 및 문제설정의 교수-학습을 위하여 가치가 있다고 생각된다.

이 연구는 “문제해결 후의 발전적 문제설정: 이하 DPP”와 “임의의 상황으로부터의 문제설정: 이하 SPP”에 있어서 학생의 문제설정에서의 활동과정을 비디오로 녹화하고 그 프로토콜을 조사·분석하였다.

II. 조사의 목적과 방법

(1) 목적

이 조사의 목적은 DPP와 SPP의 프로토콜을 조사하고, 학생의 문제설정에 있어서 **思考活動**, **認知活動**을 파악하는 것이다. 이 논문에서는 DPP와 SPP에 있어서 사고활동의 과정을 다음의 3가지 관점을 중심으로 분석하였다.

- ① 어떤 **資源**을 사용하고 있는가? (**經驗**)
- ② 어떤 **策略**을 사용하고 있는가? (**變形, 連結**)
- ③ 어떤 **活動**이 행하여 지고 있는가? (**制御**)

(2) 조사 방법

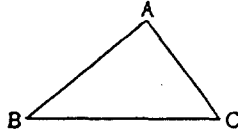
- ① 조사 대상 : 문제 설정의 학습경험이 없는 서울 시내의 K, S고교 2학년
남학생 2명 1조(이하, K群 : K_a, K_b),
여학생 2명 1조(이하, S群 : S_a, S_b)
- ② 조사기간 : 1990, 7월 31일~8월 10일
- ③ 조사시간 : 1상황 당 15분
- ④ 비디오에 의한 프로토콜의 기록(실험장에는 비디오만을 설치하고 조사자 없이 학생들의 자유로운 활동에 맡겼다)
- ⑤ 주의 사항으로 자기가 생각한 것을 될 수 있는 대로 큰 소리로 자유롭게 말하도록 하였다.

두 사람을 한 **組**로 하여 조사한 이유는 한 사람이 하는 것보다 프로토콜을 취하기 쉽고, 공동작업을 통하여 서로 자극되어 보다 **活潑**하고 **效果**적인 문제설정의 활동이 기대되었기 때문이다.

(3) 제시한 문제와 상황

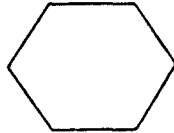
“DPP”와 “SPP”를 실시하기 **前**에 각 그룹에게 문제해결을 하도록 제시된 문제는 다음과 같다.

【K₁ 문제】 삼각형 ABC를 2배한 도형을 될 수 있는 대로 여러 가지 다른 방법으로 그려봅시다. (15분간)



※ 한 번 쓴 것은 지우개로 지우지 말고 선을 그어 지우세요.

【K₂ 문제】 6각형의 대각선은 전부 몇 개일까요? 될 수 있는 대로 여러 가지 다른 방법으로 구해 봅시다. (15분간)



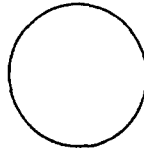
※ 한 번 쓴 것은 지우개로 지우지 말고 선을 그어 지우세요.

【문제】 100각형의 대각선의 개수는 몇 개가 될까요?

【S₁ 문제】 남자 4명, 여자 4사람이 있습니다. 남자 대표 1명과 여자 대표 1명은 선출하는 방법은 몇 가지 있을까요? 될 수 있는 대로 여러 가지 다른 방법으로 구해 봅시다. (15분간)

※ 한 번 쓴 것은 지우개로 지우지 말고 선을 그어 지우세요.

【S₂ 문제】 원의 중심을 될 수 있는 대로 여러 가지 다른 방법으로 구해 봅시다. (15분간)



※ 한 번 쓴 것은 지우개로 지우지 말고 선을 그어 지우세요.

K群 : 【K₁ 문제】 와 【K₂ 문제】 S群 : 【S₁ 문제】 와 【S₂ 문제】

<DPP의 문제상황>

【K₃ 상황】 앞의 문제를 풀어 본 경험으로부터 자기가 직접 여러 가지 산수, 수학의 문제를 자유롭게, 될 수 있는 대로 많이 만들어 봅시다. (15분간)

※ 한 번 쓴 것은 지우지 말고 선을 그으세요.

【S₃ 상황】 앞의 문제를 풀어 본 경험으로부터 자기가 직접 여러 가지 산수, 수학의 문제를 자유롭게, 될 수 있는 대로 많이 만들어 봅시다. (15분간)

※ 한 번 쓴 것은 지우지 말고 선을 그으세요.

<SPP의 상황>

【K₄ 상황】 「시계」를 생각하고 여러 가지 다른 산수, 수학의 문제를 될 수 있는 대로 많이 만들어 봅시다. (15분간)

※ 한 번 쓴 것은 지우지 말고 선을 그으세요.

【S₄ 상황】 아래 그림과 같은 시계를 생각하고 여러 가지 다른 산수, 수학의 문제를 될 수 있는 대로 많이 만들어 봅시다. (15분간)



※ 한 번 쓴 것은 지우지 말고 선을 그으세요.

K群 : 【K₃ 상황】 과 【K₄ 상황】

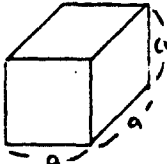
S群 : 【S₃ 상황】 < = 【K₃ 상황】 > 과 【S₄ 상황】

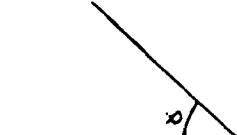
III. 학생들이 문제설정 과정의 분석

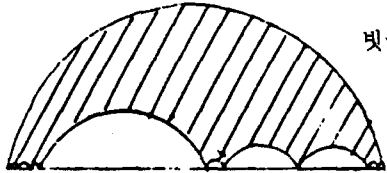
이 조사의 분석은 DPP와 SPP에 있어서 학

생들이 어떤 전략과 사고 과정을 거쳐 문제를 만들어 가는가를 가능한 상세히 분석하는 것이다. 학생들이 만든 문제는 아래와 같다.

【K₃ 상황】에서 만든 문제

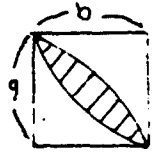
(1)  옆의 정사면체의 부피가 2배가 되는 정사면체를 만들어라.


(2)  옆의 각을 컴파스를 이용해서 2배로 늘리시오.

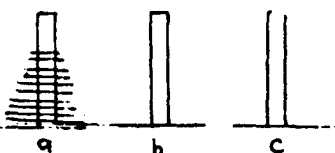
(3)  빗금 친 부분의 넓이를 구하시오.

(4) 신문지 한 장을 몇 번 접어야 달나라까지 갈 수 있나? 그때 만들어진 사각형의 넓이를 구하시오. 또, 그때 만들어진 종이 탑의 부피를 구하시오

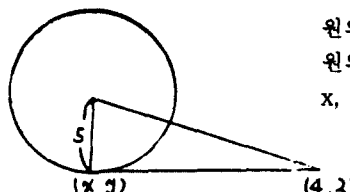
(5) 시속 500km로 가는 비행기가 A를 출발해서 B까지 가는 시간이 1시간 34분 24초이다. 그러면 이 비행기가 시속 50km로 비행할 때 걸리는 시간은?

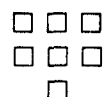
(6)  빗금 친 부분의 넓이를 구하시오.

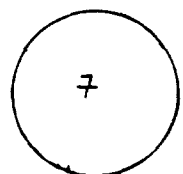
(7)  101의 병에는 101의 물이 있다. 71, 31의 병에는 물이 없음. 101의 물을 101의 병에 51, 71의 병에 51 들어 가게 하라.
(단, 측량기제는 전혀 없다.)

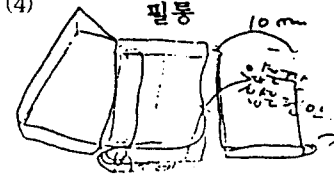
(8)  a의 막대에 쇠고리가 크기 대로 60개가 있다. 이 고리를 b와 c중 아무 한 막대로 모두 옮기려고 한다. 단, 큰 고리가 작은 고리 위로 겹쳐 질 수 없다. 걸리는 시간을 구하라.

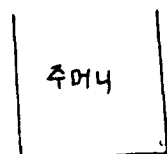
【S₃ 상황】에서 만든 문제

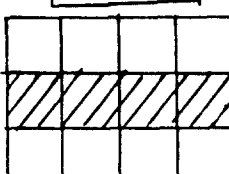
(1)  원의 중심이 (1, 1),
원의 반지름이 5
x, y의 관계식은?

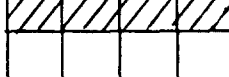
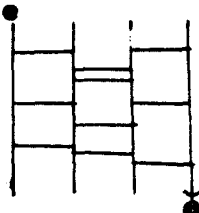
(2)  전화 걸을 때, 8 1 7 5 7 6 2
○○○ ○○○○
손가락으로 누를 수 있는 방법은?

(3)  에서 제일 큰 원으로 자를 수 있는 방법은?

(4)  얇은 펜 25개 보통인 펜 15개 두꺼운 펜 7개
펜은 등글고, 얇은 펜이 7mm,
많이 들어갈 펜의 수는?

(5)  파란 구슬 5개, 빨간 구슬 3개, 노란 구슬 2개,
7개 넣어서 2개 뽑을 때, 하나라도 파란 구슬이
나올 확률

(6)  1~12까지 숫자를 한 칸씩 대입, 색칠한 줄의 숫자의
합이 20이 될 수 있는 수들의 집합의 개수는?

(7)  어디에 하나의 선을 그으면
<만드는 도중에 끝났다.> 

【K₄ 상황】에서 만든 문제 (「시계」라는 용어만 제시)

- (1) 어느 고장난 시계 A는 0시에서 12시까지 정상 속도로 바늘이 움직이고, 12시 이후부터 24시까지 정상 속도의 반의 속도로 움직인다. 이 때, 정상적인 시계 B를 상용하여, 두 시계를 똑같이 맞추어 놓고(0시에 맞추어 놓는다.), 시계를 움직이게 했을 때 48시간 30분 후에 두 시계를 겹쳤다고 생각할 때, 두 시계의 큰 바늘들이 이루는 각을 구하시오.
- (2) 같은 회사에서 제조된 똑 같은 성능의 시계가 있다. 이 중에서 한 시계는 지상에 놓아 두고, 한 시계를 갖고 빛의 속도로 우주여행을 30일간 했다. 이 때, 두 시계의 시간차는?
- (3) A시계는 보통 시계의 반대 방향으로 바늘이 움직이고, B시계는 정상이다. 두 시계의 시간을 똑 같게 맞춘 후, 26시간 30분이 흘렀다. 이 때, 두 시계의 긴 바늘끼리 이루는 각은?
- (4) 시침과 초침을 잘못 읽은 시각이 8시 30분 25초였다.
시침과 분침을 잘못 읽은 시각이 7시 00분 29초였다.
초침과 분침을 잘못 읽은 시각이 11시 50분 39초였다. 이로부터 115° 후의 시각은?
- (5) 지금 시각이 13시 03분 45초이다. 이때 큰 바늘과 작은 바늘이 만드는 삼각형의 넓이를 구하시오.



큰바늘의 길이 1.5cm

작은 바늘의 길이 0.8cm

【S₄ 상황】에서 만든 문제 (시계 그림을 제시)

- (1) 정확하게 분침 시침이 직각이 되는 때가 있다면, 되는 때는 언제 언제 일까?
- (2) 12시간 중에서 두 바늘이 일치되는 때는 몇 번인가?
- (3) 분, 시침 똑같이 시작해서(길이가 분침 10cm, 시침 5cm) 시침 거리의 2배를 분침이 갔을 때 걸리는 시간은?
- (4) 위 시계에서 30분 후의 시침의 위치의 변화는?
- (5) 위 시계에서 간격이 5°, 반지름이 10cm, 30분의 분침의 움직임으로 인해 만들어지는 부채꼴의 면적은?
- (6) 분침과 시침을 바꾸어 보았을 때 생기는 오차가 가장 큰 때, 작은 때는?
예) 위 시계 6시 10분 → 2시 30분 { 바늘 간격 20분 차
시차 3시간 40분
- (7) 6시 10분 일 때 부채꼴의 원주의 길이가 x라면, 2시를 기준으로 x/3가 되는 때는 몇 번인가? (30분 이내에서)

이하에서는 학생의 문제설정의 과정에 있어서 프로토클을 중심으로, 전제한 3개의 관점, 문제설정에서의 자원, 책략(변형, 연결)과 활동(제어 및 수확화)의 순서로 분석을 하기로 한다.

문제해결의 과정에서의 같이 문제설정의 자원으로는 학생 개인의 여러 가지 경험, 자기가 알고 있는 지식의 기억 등이 사용되었다.

그에 대한 실례로 피험자의 프로토클의 일부를 소개하면 다음과 같다.

(1) 문제설정에서의 자원

【K₃ 상황】

Ka의 활동		Kb의 활동	
2	...앞에 경험에서, 삼각형과.	3	...생각난 게 있어.
5	삼각형의 면적을 구하는 것.		[문제 1 작성] 이것을 두배하는 것, 부피를.
6	조금 전에 우리가 푼 문제가 뭐였지? 도형을 만드는 것과 대각선의 개수를 구하는 것, 그 경험을 살리세요?	8	이 각을 콤파스를 사용하여 2배로 하자. [문제 2 작성] 너무 쉬울까?
18	종이를 몇 번 접으면 달까지 갈 수 있다고 말했잖아, 그 길이가. 이거 내어 보자. 몇 번 접으면 달까지 갈 수 있을까?	9	그 다음에 면적을 구하는 무제로 하자
		12	옛날부터 이런 문제를 내고 싶었다. 중학생이 풀어야 될 것.
		16	옛날부터 이런 문제를 싶었다.
33	산수의 문제, 이것도 되겠지? [문제 7 작성]	36	이것은 풀었는데. [문제 8 작성]
		41	어떤 굴렁쇠가 있다. ...

* 표의 숫자는 피험자의 談話의 순서이다.

【S₃ 상황】

Sa의 활동		Sb의 활동	
2	갈게 하면 되잖아. ..., 사각형의 중심을 구하시오.	2	이렇게 해서 중심을 구했잖아? 원의 중심은 (1, 1)이고, 여기가 (4, 3)이다. 너무 쉬운데? [문제 1 작성]
3	경우의 수, ...		
4	동전 두 개를 던질 때, ...		
5	말만 바꾸고 똑 같이 하면 되잖아?		
16	구에서 가장 큰 원을 자르는 방법. [문제 3 작성]		
21	중학교 땀가, 주머니에서 빨강, 파란 구슬을 꺼낸 적이 있다.		
22	문제를 바꾸자. [문제 5 작성]		

* 표의 좌우의 숫자는 피험자의 談話의 순서이다.

위의 프로토콜을 구체적으로 분석해 보면, 바로 앞의 문제해결의 경험을 바탕으로 하여 발전적 문제를 만들려고 하는 것과 이미 배운 수학의 내용과 인상에 깊이 남은 문제를 기억하는 형태를 알 수 있다.

DPP에서 K群은 바로 앞의 문제해결의 경험으로 부터의 문제와 지금까지의 수학 학습에서 어려웠던 문제와 재미있었던 문제 등 인상에 깊이 남은 문제를 기억하여 내는 문제가 많았다.

S群은 직전의 문제해결의 경험으로 부터 상황을 변형, 응용하여 새로운 문제를 만들려고 노력했다. 특히, S_a의 (2), (4), (5)의 문제를 만드는 과정에서 그러한 활동이 엿 보인다.

SPP의 문제설정의 과정에 있어서도 K群의

문제 (4)와 S群의 문제 (1), (2)등은 既習 경험의 기억, 또는 그것에 기초한 문제를 만드는 경향을 알 수 있다.

兩群 모두 예상대로 시간, 각, 면적 등의 문제를 만들었으며 원주의 문제도 만들었다.

(2) 變形의 策略

문제설정 과정에서 학생이 사용한 전략을 보면, 상황을 <變形> 하려고 하는 시도가 엿 보인다. 이 변형의 전략은 DPP와 SPP의 양쪽에서 나타났다.

특히 S_b는 지금까지의 산수·수학의 학습 경험으로 부터 문제설정의 전략으로서 상황을 바꾸려고 하는 전략을 S₃, S₄의 상황에 계속하여 사용하였다. 이러한 관점의 실제적인 프로토콜의 일부를 들면 다음과 같다.

【S₃ 상황】 <문제(5)를 만드는 과정>

	S _a 의 활동	S _b 의 활동
2	갈게 하면 되잖아. ..., 사각형의 중심을 구하시오.	
5	말만 바꾸고 똑 같이 하면 되잖아?	
21	중학교 맨가, 주머니에서 빨강, 파란 구슬을 꺼낸 적이 있다.	
22	문제를 바꾸자. [문제 5 작성] 주머니가 있다. 푸른 구슬 5개 있고, ...	

* 표의 숫자는 피험자의 談話의 순서이다.

【K₄ 상황】 <문제(3)를 만드는 과정>

	K _a 의 활동	K _b 의 활동
25	그림을 가지고 해 보자. 거꾸로 돌아가는 시계의 각을 구하는 것. 거꾸로 돌아가게 하여.	[문제 3 작성 A시계는 시계의 반대 방향으로 ...
27	시계 반대 방향? 거꾸로 돌리면 된다	

* 표의 숫자는 피험자의 談話의 순서이다.

【S4 상황】 <문제(6)를 만드는 과정>

	Sa의 활동	Sb의 활동
17	... [문제 6 작성] 반까지 가니까, 그렇게 하면, 분침과 시침을 바꾸었을 때 생기는 오차, 시간차가 가장 클 때, 작을 때. ...	

* 표의 숫자는 피험자의 談話의 순서이다.

위에서 알 수 있는 바와 같이 S_a의 S₃ 상황에서 “용어만을 바꾸어서……” 라든지 “문제를 바꾸자”, S₄상황에서 “분침과 시침을 바꾸었을 때……” 등은 변형에서 표준적인 좋은 예이며, K₄상황의 K_a의 “거꾸로 돌아 간다……” 등의 상황을 역으로 생각하는 일종의 逆思考도 나오는 것을 알 수 있다.

위의 프로토콜의 例에서 보여지는 것과 같이 학생은 문제설정에 있어서 잠재적 능력으

로 변형의 책략을 사용하고 있음을 알 수 있다.

(3) 連結의 책략

문제설정 과정에 있어서 프로토콜을 보면, 학생들은 여러 가지 다양한 지식을 관련지어 사용하고 있고 수학의 內·外的인 것들과 연결하려고 하는 것이 엿 보인다. 이에 대한 실제적인 프로토콜의 일부를 들면 다음과 같다.

【K3 상황】 <전체 과정으로 부터>

	Ka의 활동	Kb의 활동
		9 그 다음에, 면적을 구하는 문제를 하자. 24 물리와 관계있는 문제는 없을까? 33 피타고라스의 정리를 증명하라. 34 그러면, 구를 생각해 보자

* 표의 숫자는 피험자의 談話의 순서이다.

【S3 상황】 <처음 시작 부분>

	Sa의 활동	Sb의 활동
2	갈게 하면 되잖아. ..., 사각형의 중심을 구하시오.	
3	경우의 수, ...	
4	동전 두 개를 던질 때, 그 외에 또 무엇이 있을까?	

* 표의 숫자는 피험자의 談話의 순서이다.

【K₄ 상황】 <문제(5)를 만드는 과정>

K _a 의 활동		K _b 의 활동	
		30	다음에, 이번에는 그림으로 해 보자. ...
		45	시계의 면적을 구하랴를 해 볼 까?

* 표의 숫자는 피험자의 談話의 순서이다.

【K₃ 상황】에 있어서 K_b의 프로토콜 “물리와 관계 있는 문제는 없을까?”와 같은 타교과와의 연결과 “피타고라스의 정리의 증명...”과 같은 이미 배운 내용과의 연결 등, 수학 內·外와의 연결을 시도하는 것이 엿 보인다. Sa는 “사각형의 중심...”이라든지 “경우의 수..., 동전을 던져서...” 등의 수학 內의 연결을 시도하고 있다.

이와 같은 수학 內·外와의 聯想과 連結 등은 思考의 새로운 발단이 되고, 다양한 발상과 사고의 전개로 이어진다고 생각된다.

이 조사의 프로토콜 중에는 여러 가지 기억, 변형과 연결 등에 의하여 문제설정이 많이 시도되고 있지만, 문제가 완성되지 않은 것도 많았다.

문제해결의 과정에서 일어나는 제어 활동 이상으로 문제설정의 과정에서는 제어 활동이 활발하게 행하여지고 있음을 알았다.

두 사람 한 群의 문제설정 과정에서는 자기 제어와 조언 및 서로 제어를 행하면서 문제설정을 하는 활동이 엿보였다. 그 실제적인 프로토콜의 일부는 다음과 같다.

(4) 制御 및 數學化 활동

【K₃ 상황】 <문제(3), (4)를 만드는 과정>

K _a 의 활동		K _b 의 활동	
13	면적을 구하는 것?	13	[문제 3 작성] 쉽네.
14	반지름을 주지 않고서야.	14	준다. 빗금 친 부분의.
15	그거, 불가능해.	15	알고 있어.
16	아니. 작은 것에도 주지 않고, 이것도 정확하지 않고.	19	또 그때, 생긴 사각형의 면적을 구하시오. 아니, 그때 생긴 작은 사각형이잖아. 그때 생긴 사각형.
20	아니, 면적은 신문지 그거지?	20	
21	아! 작은 사각형.		
28	이거 해 볼까? 삼각형, 이런 것을 두 배 했을 때, [문제 4]		
29	전체를 두 배 하면, 최초 부피의 몇 배가 될까? 전체를 두 배 하면, 대각선의 두 배, 각도 두 배 해야 하니까, 성립하지 않나?		

* 표의 숫자는 피험자의 談話의 순서이다.

【S₃ 상황】 〈문제(1)을 만드는 과정〉

S _a 의 활동		S _b 의 활동	
11	이것들이 주어져 있으니까, 구할 수 있을 것 같애, 될 것 같다.	7	좌표까지 구하게 하는 것은 가능할까? [문제 1 작성]
12	아 -- !	8	이 길이는 구할 수 있지만.
13	나오지 않네.	9	좌표까지는 안되겠지? 길이를 구하라고 하면 쉬운 거 아니야?

* 표의 숫자는 피험자의 談話의 순서이다.

【K₃ 상황】에서 K_a의 프로토콜 14~20은 상대 학생에 대한 制御이며, 28, 29는 자신에 대한 제어를 행하고 있다. 또, 【K₃ 상황】의 S_a의 프로토콜은 자기 제어에 기초하여 상대방에 대한 제어를 하고 있는 것을 알 수 있다.

제어 활동은 자신의 신념에 기초하여 행하는 활동이다. 신념은 학습과 경험 등으로 부터 획득된 지식의 축적에 의하여 형성될 것이다. 그 자기 신념은 제어 활동의 源泉이 된다고 생각된다.

이상과 같이 문제설정에서 경험을 사용하는 것과 변형과 연결의 策略을 사용하는 것, 제어의 활동 등은 그것들 자체가 數學化의 활동이라고 생각할 수 있다.

특히 상황 등을 變形한다던가 수학의 內·外로 연결하는 활동은 수학의 문제해결 뿐만 아니라 인간이 직면하는 모든 문제의 해결에 있어서 중요한 역할을 하는 활동이라고 생각된다.

다. 또한 이 활동은 문제해결의 실마리가 되고 새로운 책략의 발견과 창조 등의 원천이 된다고도 생각할 수 있다.

어떤 임의의 상황으로 부터 하나의 수학적 인 문제를 만들어 낸다는 것은 명확한 수학적 지식이 요구되며 또한 그 상황을 적용·용용하는 문제설정은 복잡하고 다양한 사고활동과 고차적인 수학적 능력이 요구되므로 대단히 어려운 활동이다.

단지 기억에서 상기하여 내는 문제보다는 자기가 알고 있는 수학 지식을 임의의 상황에 적용하여 새로운 문제를 창조·구성해 내는 것이 보다 더 가치있는 능력으로 평가될 수 있다고 생각한다.

다음에 학생이 수학의 문제를 만들어 가는 數學化 활동에 관한 프로토콜의 일부를 들면 다음과 같다.

【K₄ 상황】 〈문제(2)를 만드는 과정〉

K _a 의 활동		K _b 의 활동	
24	어떤 것을 말하니 지금.	27	지구의 회전 속도에 의한 상대성 원리를 이용하는 거야. 자, 봐라.
		28	같은 회사에서 제조한 똑 같은 성능의 시계가 있다. 이중에서 하나는 지상에 두고 하나는 빛의 속도로 우주여행을 30일간 한다. 이때, 두 시계의 시간차는?
		45	시계의 면적을 구하랴를 해 볼까?

* 표의 숫자는 피험자의 談話의 순서이다.

【S₄ 상황】 〈문제(5)를 만드는 과정〉

	S _a 의 활동		S _b 의 활동
11	면적?	5	이것 하나의 간격이 5° 일 때, 면적을 찾으려고 한다면 어떻게 하면 좋을까?
12	몇 시간 지났을 때의 면적? 아! 좋네. 재미있겠네. 반지름을 알려 주어야지. 시계? 아! 시계가 돌지 않을 때, 4각형이거나 3각형이면, 면적이 다르다.	6	반지름을 알려 주어야 되지 응?
13	그러면, 이 상태에서 30분 후의 면적을 할까? 그것은.	7	위의 시계에서. 으-음.
14	원주도 되고.	8	그러면, 그렇게. 30분 후.
15	분침이 움직이면, 시침도 함께 움직인다.	9	부채꼴의 면적
16	면적을 구하는 거니까, 원주를 구하는 것도 해야지. 공평하게.		

위의 【K₄ 상황】에서 K_b의 문제설정 과정은 확실하지 않는 想像的인 문제를 만들고 있지만, 자기가 알고 있는 지식을 활용하여 문제를 구성해 가는 數學化的 활동을 하고 있다고 생각된다.

【S₄ 상황】에서도 S_a와 S_b의 문제설정의 과정에는 自己 調節과 상대방에 대한 제어, 조인을 하면서 공동으로 문제를 만들어 가는 수화화의 활동을 하고 있는 것이 엿보인다.

4. 결론과 示唆

이 문제설정의 프로토콜의 조사·분석을 통하여 고등학교 2학년 학생은 문제설정의 학습경험이 없더라도 문제설정에서 다양한 책략을 사용하고 있음을 알았다.

만든 문제를 보면, 지나치게 想像的인 문제, 틀린 문제, 완전하지 않은 불충분한 문제가 많았다. 그러나 여기서 끝내지 않고 자기가 만든 문제를 해결하도록 하면, 학생들 스스로도 문제를 수정하고 문제해결과 문제설정의 발전적인 자기 학습을 행할 수 있음이 예상된다.

이 조사를 통하여 兩群 모두 활발하게 자기의 의견을 발표하고, 상대방의 의견을 비판하기도 하고 받아들이기도 하면서, 또한 서로 경쟁하고 자극되어 더욱 좋은 문제를 많이 만들려고 노력하는 측면도 엿보였다.

또한 문제설정의 과정 속에서 發話한 것은 자기의 머리 속에서 생각한 것 중 일부분일 것이다. 하나의 발화에서도 여러 가지 思考의 조작과 제어, 수정이 머리 속에서 행하여 진다고 생각된다. 그것을 더욱 상세히 조사하기 위해서는 조사 후에 피험자와 실험자가 함께 비디오를 보면서 일대일의 인터뷰를 하는 것이 생각된다.

이 분야의 연구에는 같은 상황에 있어서도 다양한 제시 방법과 같은 목적을 갖는 다양한 문제설정, 각 학년 단계에서의 문제설정의 차이에 관한 것들이 생각된다. 그것에 의하여 학생의 사고활동은 여러 가지로 활동하고 그것과 함께 다양한 결과가 생산될 것으로 생각된다.

이러한 문제설정에 관한 기초적인 연구를 바탕으로 문제설정의 교수=학습 및 교재연구, 이들에 대한 총체적인 연구방향이 제시되리라 생각된다.

참 고 문 헌

- 임문규 (1989). 數學教育における問題解決學習の研究 - 問題設定のについて. 修士論文.
- 島田 茂 (1977). 算數·數學のオープンエンドアプローチ. 圖書出版.
- 竹内芳男 (1984). 澤田利夫 編著. 問題から問題へ-問題の發展的な扱いによる算數·數學科の授業改善-. 東洋館出版社.
- Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical Problem Solving. Academic Press, Inc.
- 임문규 (1992). 數學教育における問題設定と問題解決の關係に関する研究. 博士論文.

[K 群과의 인터뷰 < 조사가 끝난 뒤 >]

< I : 필자, K_a K_b : 피험자 >

I : 어땠어요, 재미있었어요?

K_a, K_b: 예.

I : 학교에서 하는 수학 수업과 이것과 차이가 있습니까?

K_b : 이런 것이 훨씬 재미있습니다.

K_a : 공식을 외우는 것보다 재미있으니까. 그리고 머리로 훨씬 많이 생각하게 되니까.

I : 이 네 개 (문제 풀이 들, 문제 만들기 들) 중에서 어느 것을 하는 것이 가장 어려웠습니까?

K_b : 문제를 만드는 것이 가장 어려웠습니다.

I : 문제를 만드는 것이 문제를 푸는 것보다 힘들었어요?

K_b : 그랬습니다.

K_a : 답을 정확하게 쓰지 않아도 되니까 그렇지만, 답까지 정확히 맞추어서 만든다면, 굉장히 어려워요. 공식에 맞게 문제를 만드는 것은 쉽지만, 이러한 상황으로부터 만드는 것은 푸는 것보다 머리로 훨씬 많이 생각하지 않으면 안되니까.

I : 이렇게 수학을 공부하면 공부가 될 것 같아요? 학교에서 하고 있는 수업과 비교해서 어때요?

K_a : 입학 시험을 생각하지 않는다면, 학교에서 하는 공식에 의존하는 것보다 이렇게, 이번에 국제 수학 경시대회에 나가서, 암기식으로 하여 성적이 좋지 않았다. 본 고사가 없어지고, 입시 중심이 되어, 학생의 사고력이 떨어지고, 암기식 교육만하여 이런 결과가 되었다고 합니다. 이런 공부를 하면, 암기식도 없어지고, 사고력도 성장한다고 생각합니다.

K_b : 우리 나라에는 맞지 않습니다. 이러한 것으로 하면 좋지만, 우리가 공식을 만들고 탐구하면 외울 필요도 없고 머리에 남기 쉽고, 스스로 문제도 만들어 내고, 보통보다 공부가 될 것 같습니다.

K_a : 너무 이런 식의 공부에 치우치지 않고, 학교에서 하고 있는 공부를 기초로 하여, 이것까지 도입한다면, 대단히 좋은 결과를 얻을 수 있다고 생각합니다.

I : 오늘 더운 날씨에 고생하였습니다. 대단히 고맙습니다.