

3차원 곡면에서 삼각형 유한요소망의 자동생성

채수원* · 손창현**

Automatic Generation of Triangular Finite Element Meshes on Three-Dimensional Surfaces

Soo-Won Chae* and Chang-Hyun Son**

ABSTRACT

An automatic mesh generation scheme with triangular finite elements on three-dimensional surfaces has been developed. The surface triangulation process is performed as follows. To begin, surfaces with key nodes are transformed to two-dimensional planes and the meshes with triangular elements are constructed in these planes. Finally, the constructed meshes are transformed back to the original 3D surfaces. For the mesh generation, an irregular mesh generation scheme is employed in which local mesh densities are assigned by the user along the boundaries of the analysis domain. For this purpose a looping algorithm combined with an advancing front technique using basic operators has been developed, in which the loops are recursively subdivided into subloops with the use of the best split lines and then the basic operators generate elements. Using the split lines, the original boundaries are split recursively until each loop contains a certain number of key nodes, and then using the basic operators such as type-1 and type-2, one or two triangular elements are generated at each operation. After the triangulation process has been completed for each meshing domain, the resulting meshes are finally improved by smoothing process. Sample meshes are presented to demonstrate the versatility of the algorithm.

Key words : Finite element meshes, Triangulation, Three-dimensional Surfaces, Split line, Basic operators

1. 서 론

유한요소법(finite element method)은 1960년대 이후 토목공학에서 구조역학 문제의 해석에 사용되기 시작하여 오늘날에는 컴퓨터 하드웨어와 소프트웨어의 발달로 인하여 공학 전반에 걸쳐 가장 보편적인 문제해결의 도구가 되었다. 전통적으로 유한요소법을 포함한 해석기능은 설계된 성능을 검증하기 위하여 설계과정의 마지막 단계에 사용되어 왔다. 그러나 오늘날의 동시공학적(concurrent engineering)환경은 해석기능이 설계를 최적화하기 위한 지침으로 사용되도록 요구하고 있다. 특히 주어진 시간안에

여러가지 설계방안을 검토하기 위해서는 해석에 소요되는 시간이 매우 짧아야 한다. 이러한 관점에서 볼 때 유한요소해석에서 가장 많은 노력과 시간이 소요되는 모델링 기능을 보다 효율적으로 자동화시키는 일은 매우 중요한 일이다. 따라서 유한요소해석에서 요소망을 자동적으로 생성하는 일은 더욱 중요해지고 있다.

유한요소망의 자동생성에 관한 연구는 그간 많이 이루어져 왔으며, 많은 방법이 개발되었다¹⁾. 특히 삼각형 요소 생성의 경우 Delaunay 삼각법^{2,3,4)}과 전진경계기법(advancing front techniques)^{1),5)} 등이 가장 많이 사용되고 있다. 일반적으로 Delaunay 삼각법은 요소의 생성을 위하여 해석영역의 내부에서 절점들을 생성하게 되는데 이들을 효율적으로 생성하는 것이 어려운 문제가 있으며, 전진경계기법은 영

*종신회원, 고려대학교 기계공학과

**진영 E & C (주)

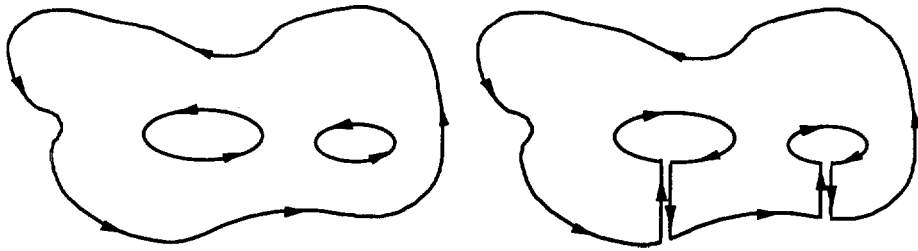


Fig. 1. Creating one continuous loop by using cut lines.

역의 경계에서는 비교적 좋은 요소망이 생성되나 내부에서 좋지 않은 요소망이 생성되기 쉬운 문제가 있다. 그러나, 아직도 복잡한 경계곡선을 가지고 있거나 비균일한 형태의 영역에 대한 요소망을 생성하는 것은 매우 어려운 일이라 할 수 있다. 또한 많은 방법들에 있어서 전반적인 생성 기법만 공개되고 구체적인 know-how 등은 공개되지 않고 있어 그 기법의 재현도 쉽지 않은 실정이다.

본 연구에서는 3차원 곡면에서 삼각형 유한요소망을 자동적으로 생성하기 위하여 분할선(split line)을 사용하는 루핑알고리즘(looping algorithm)^[6]에 기본 오퍼레이터들(basic operators)을 사용하는 전진경계 기법^[7]을 도입하여 해석영역의 내부에서도 원하는 밀도의 좋은 요소망을 생성할 수 있는 삼각분할법을 개발하였다. 삼차원 곡면에서의 요소망 생성은 기본적으로 곡면을 이차원 평면으로 변환시키고 이에 본 연구에서 개발한 삼각분할법에 의해 삼각형 요소를 구성한 후, 삼차원 곡면상으로 다시 변환시킨다. 여기서 삼차원 곡면은 평면, 실린더 곡면, B-스플라인 곡면 및 블렌딩 곡면(blending surface)을 포함한다.

평면에서 효율적인 삼각형 요소의 생성을 위한 자동삼각분할법은 다음과 같은 조건들을 가능한 한 최대한으로 만족시켜야 한다.

- 생성된 삼각형 요소의 모든 내각(interior angle)들은 가능한 한 60° 에 가까워야 한다.

- 사용자^{*)}가 해석영역의 어느 부분에서나 요소망의 밀도(mesh density)를 쉽게 조절 할 수 있어야 한다.

이를 위하여 본 연구에서는 루핑 알고리즘을 기초로 하여 요소망 밀도가 크게 변하는 영역에서 보다 좋은 삼각형 유한요소망의 구성을 위하여 기본 오퍼레이터들(basic operators)을 개발하여 사용하였다. 또한 최적분할선의 선정기준을 삼각분할법에 맞추어 수정 개선하였으며, 최종적으로 얻어진 요소망에 일반적으로 많이 사용하는 다듬질(smoothing)기법을 적용하여 효율적인 요소망을 얻게 하였다.

2. 3차원 곡면에서의 유한요소망 생성

3차원 곡면에서의 요소망 생성은 기본적으로 곡면을 2차원 평면으로 변환시키고 이에 루핑 알고리즘을 기초로 한 삼각분할법에 의해 삼각형 요소를 구성한 후, 3차원 곡면상으로 다시 변환시켜 얻는다.

2.1 평면에서의 요소망 생성

본 연구에서 사용하는 삼각분할법은 해석영역 전체를 삼각형 요소만으로 구성하는 것으로서 사용자가 해석영역의 어느 부분에서나 유한요소망의 밀도를 쉽게 조절할 수 있게 주요절점들(key nodes)의 위치를 지정할 수 있게 하였다. 이 방법은 Fig. 1에서와 같이 해석영역 전체를 절취선(cut line)을 이용하여 하나의 연속루프(continuous loop)로 구성한다. 절취선의 위치에 따라 최종 요소망은 달라지므로 사용자는 가능한 한 정삼각형 요소가 생성될 수 있도록 해석영역의 기하학적 형상을 고려하여 절취선을 정하는 것이 바람직하다. 해석영역의 경계는 직선, 원호, 3차 스플라인 등의 조합으로 정의될 수 있게 하였다. 연속루프로 구성된 해석영역은 최적 분할선(best split line)을 사용함으로써 부루프들(subloops)로 분할된다. 루프상의 모든 절점에서 절점과 이웃한 절점사이의 각으로 내각을 계산하여 모든 내각이 180° 보다 작은 경우의 루프를 볼록 루프(convex loop)라 하고 어느 한 내각이라도 180° 보다 큰 경우의 루프를 오목루프(concave loop)라 한다. 이 때 오목 루프에서는 분할선이 루프를 벗어나는 경우가 발생한다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 최초의 연속루프가 오목루프이면 먼저 분할선을 사용하여 부루프로 분할하되 부루프가 볼록루프가 되도록 영역분할을 한다.

Fig. 2에서와 같이 최적분할선은 하나의 가시절점쌍(visible nodes pair)으로 구성되며 이 연결선으로 하나의 루프가 두 개의 부루프로 분할된다. 여기서 최적분할선은 식(1)에 의해서 결정되며 식(1)은 네

개의 무차원화된 매개변수 즉, 분할 각도(α), 분할 면적(α), 분할선 길이(α), 및 절점 간격의 오차(α)들로 이루어진 값 π 를 최소로 하는 분할선을 선택한다^[1].

$$\text{Minimize } \pi = C_1\alpha + C_2\beta + C_3\gamma + C_4\epsilon \quad (1)$$

여기서 C_1, C_2, C_3, C_4 는 경험적으로 구해지는 가중치로서 상수값이며 $C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 1$ 을 만족하는 범위에서 적절한 값을 사용하였다.

일반적으로 유한요소해석에서 삼각형 요소의 최적 형태는 정삼각형이므로 최종적으로 생성된 요소망은 정삼각형에 가까워야 한다. 따라서 Fig. 2에서와 같이 실제적인 분할각도 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ 와 이론적인 분할각도 60° 와의 차이의 합을 360° 로 나누어 무차원화시킨 매개변수를 식(2)에서와 같이 α 로 정의하였다.

$$\alpha = \frac{\sum_i \left| \theta_i - \frac{\pi}{3} \right|}{2\pi} \quad (2)$$

이와 같이 최초의 연속루프를 분할선을 사용하여 분할해 가면서 부루프의 주요절점(key nodes)이

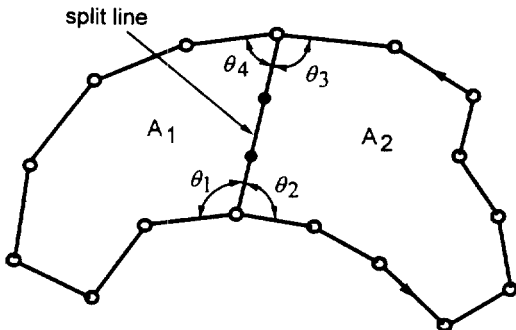


Fig. 2. An example of a candidate split line.

16개가 될 때까지 분할한다. 그 후 각 부루프에서 삼각형 요소를 생성하는데, 이를 위하여 세 가지 기본적인 오퍼레이터인 type-1, type-2 및 type-0를 사용하였다^[7]. 이 오퍼레이터들은 부루프의 경계를 구성하는 날카로운 모서리의 절점으로부터 루프의 내부로 삼각형 요소들을 생성한다. Type-1 오퍼레이터는 Fig. 3에서와 같이 하나의 type-1 절점을 제거함으로써 한 개의 요소를 생성한다. 본 연구에서는 type-1 절점 선정기준으로서 절점에서의 경계각 및 인접 모서리(edge)의 길이(l_i)와 루프경계상에서 type-1 오퍼레이터의 효과를 고려하는 방법을 사용하였다. 따라서 절점 i 에서 모서리길이(edge length) 비율(δ_i)을 식(3)과 같이 정의하고, 절점 i 에서의 경계각(ϕ_i)이 80° ($\delta_i \geq 1.8$) 또는 95° ($\delta_i < 1.8$)보다 작은 각도의 절점을 type-1 절점으로 정하였다.

$$\delta = \text{Max}(l_i/l_{i-1}, l_{i+1}/l_i) \quad (3)$$

Type-2 오퍼레이터는 Fig.3에서처럼 새로운 절점 k 를 도입함으로써 type-2절점에서 두 개의 삼각형 요소를 생성한다. Type-2절점은 경계각이 150° 보다 작거나 같으며 type-1절점이 아닌 절점으로 정하였다. Type-2오퍼레이터에서 새로 생성된 절점의 위치가 루프경계에서 병목(bottle-neck)같은 영역이나 부루프의 경계를 벗어나는 것을 피하기 위하여 적응적인(adaptive) type-2 오퍼레이터를 도입하였으며, 이는 두 단계로 이루어진다. 첫번째로, 새로 생성되는 절점은 이웃하는 절점들의 영향을 고려하여 생성되며, 그 후 새로운 절점의 위치는 루프경계에 너무 가깝거나 루프의 경계를 벗어나지 않도록 절점의 위치가 조정된다. 따라서 type-2 오퍼레이터에서는 새로 생

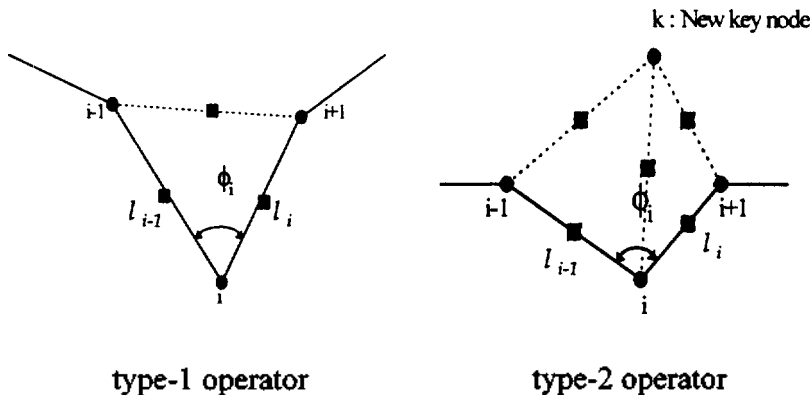


Fig. 3. Type-1 and type-2 operator.

성된 절점 k 가 Fig. 4에서와 같이 남아있는 루프경계의 모서리와 충분한 거리가 유지될 수 있도록 최소 거리(d_{min})를 검사하여 절점의 위치를 조정한다.

Fig. 5 (a)에서 절점3에 type-2 오퍼레이터 적용의 첫단계를 적용해보자. 절점 3에서 최적의 두 요소를 생성하기 위한 후보절점 A_1 이 각 Φ_1 을 이등분하는 선 상에서 길이 $l_{23}(l_{23} = \sqrt{l_2 l_3})$ 에 의해 결정된다. 절점 2나 절점 4와 같은 이웃하는 절점들의 영향은 각각

의 절점에 대한 후보절점 A_2, A_3 를 고려함으로써 이루어진다. 간단하게 Φ_2, Φ_3 가 180° 에 가까운 경우에 후보절점 A_2, A_3 를 결정하는 방법만을 설명하기로 한다. 이 경우, 후보절점 A_2 는 Φ_2 를 삼등분하는 선 상에서 길이 $l_{21}(l_{21} = \sqrt[3]{l_1 l_2^2})$ 에 의해 결정된다. 절점4에 대한 후보절점 A_3 도 마찬가지로 결정할 수 있다. 이렇게 결정된 후보절점들로부터 식(4)와 같은 가중치를 적용함으로써 최종위치 A 를 얻을 수 있다.

$$A = w_1 A_1 + w_2 A_2 + w_3 A_3 \quad (4)$$

여기에서

두번째 단계에서 새로운 절점의 위치 A 는 최소거리 검사후 필요에 따라 Fig. 6에서와 같이 A^* 로 조정된다.

Type-0 오퍼레이터는 최적분할선을 사용하여 부루프로 분할하는 과정에서 루프경계상의 절점의 수가 4개이고 그 루프가 사각형이되면 Fig. 7에서와 같이 마지막 두 개의 요소를 생성한다.

이상과 같이 최종적으로 얻은 요소망은 Laplacian smoothing 기법을 사용하여 개선하며, 이는 해석영역의 내부에서 생성된 절점의 위치를 현재 위치와 주위에 연결된 절점들의 평균 위치와의 평균값으로 재조정 하는 것이다^[8].

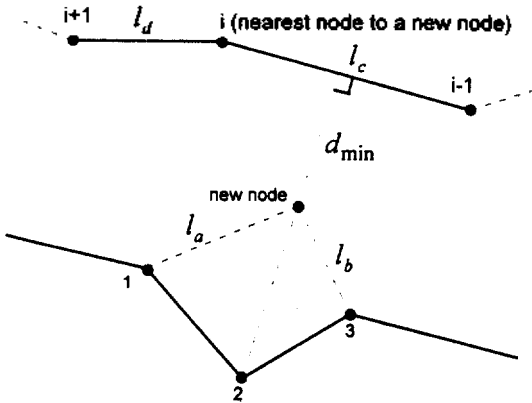


Fig. 4. Minimum distance check.

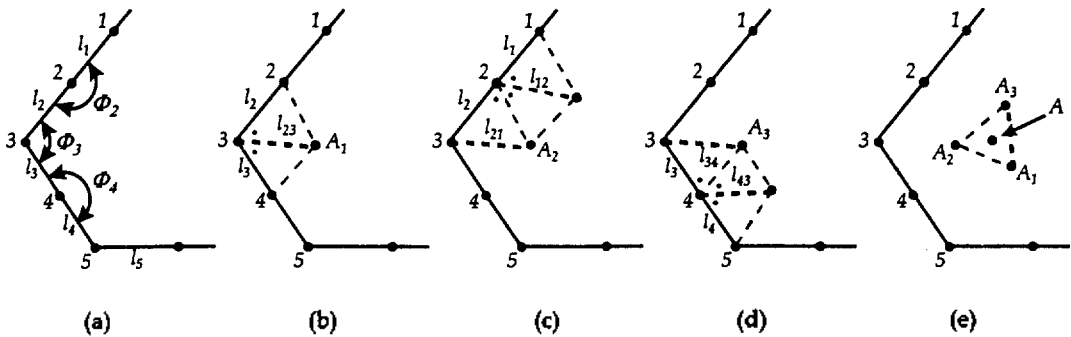


Fig. 5. Generation of a new key node.

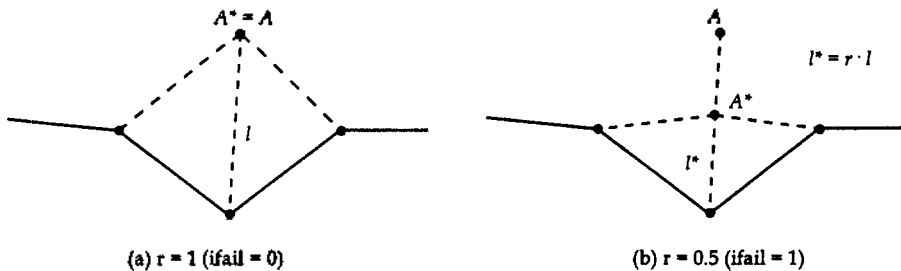


Fig. 6. Adjustment of a new key node.

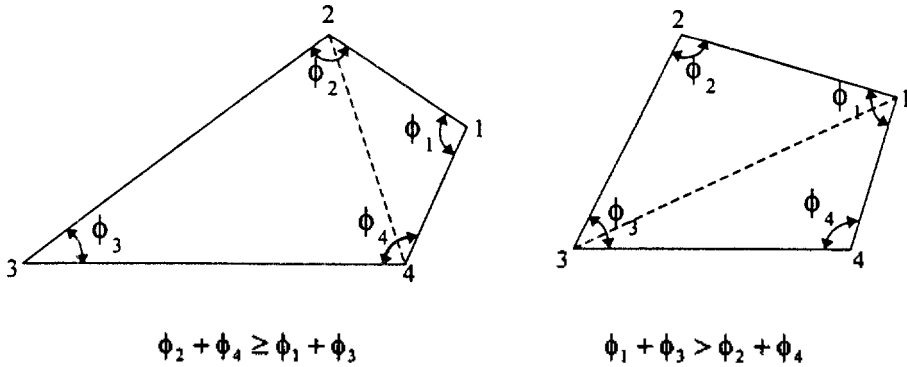


Fig. 7. Type-0 operator.

2.2 곡면에서의 요소망 생성

3차원 곡면에서의 유한요소망 생성은 Fig. 8에서와 같이 기본적으로 곡면을 2차원 평면으로 변환시키고 이에 투영 알고리즘을 기초로한 삼각분할법에 의해 요소망을 구성한 후, 3차원 곡면상으로 다시 변환시켜 얻는다¹⁶⁾. 본 연구에서 사용하는 3차원 곡면은 평면, 실린더 곡면, 블렌딩 곡면 및 B-스플라인 곡면등이다. 이밖에 CAD/CAM 시스템에서 많이 사용되는 trim처리된 곡면은 이를 블렌딩 곡면 등의 조합으로 세분화함으로써 처리할 수 있다.

2.2.1 평면 및 실린더 곡면에서의 유한요소망 생성

삼차원 평면에서의 유한요소망 생성은 평면상의 절점을 삼차원 평면에 수직하는 방향의 이차원 투영 평면으로 변환시키고 삼각분할법을 사용하여 요소망을 생성한 후 삼차원 평면으로 재변환시키는 방법을 사용하였다.

실린더 곡면에서의 요소망 생성은 평면에서의 요소망 생성과 마찬가지로 곡면상의 절점을 곡면의 법선과 일치하는 이차원 투영평면으로 변환시킨 후 삼각분할법을 사용하여 요소망을 생성하여 삼차원 곡면으로 재변환하였다. 실린더 곡면에서의 투영평면은 Fig. 9에서 보는 바와 같이 실린더 곡면을 펼친 것과 같게 만들기 위하여 비례계수를 사용하여 투영평면을 생성하였다.

2.2.2 블렌딩 곡면에서의 유한요소망 생성

본 논문에서 블렌딩 곡면이란 삼차원 곡면이 세계 또는 네개의 경계곡선이나 복합곡선으로 이루어진 경우 경계곡선 내부를 부드러운 곡면으로 생성하는 것을 말한다. 이 때 경계곡선이 네 개로 이루어진 경우를 보통 Coons곡면¹⁶⁾이라고 한다. 블렌딩 곡면에서의 요소망 생성은 앞에서와 마찬가지로 곡면을 평면으로 변환시킨 후 삼각분할법을 사용하여 요소망

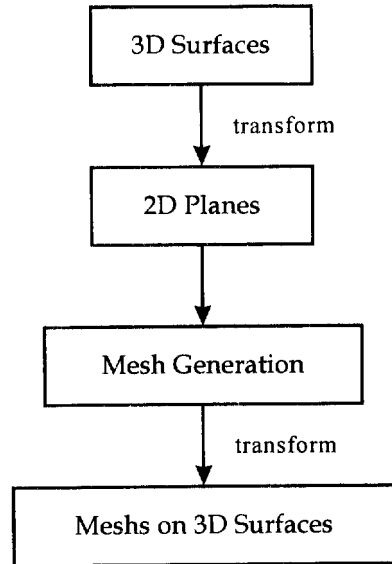


Fig. 8. An algorithm for mesh generation on 3D surfaces.

을 생성하고 다시 블렌딩 곡면상으로 변환하여 요소망을 생성하였다. 이 때 블렌딩 곡면을 구성하는 각 루프의 경계곡선은 직선, 원호 및 3차 스플라인이나 이들의 조합으로 구성되는 복합곡선(compound curve)으로 정의될 수 있다. 여기서 2차원 평면으로 변환시킬때 u-v매개변수 평면대신 투영평면을 사용하였다. 그 이유는 블렌딩곡면에서 요소망을 생성할 때 네 경계곡선의 길이가 거의 같고 이들이 3차원 공간상에서도 직사각형 또는 정사각형에 가까운 형태를 가진 경우에는 두 방법에 큰 차이가 없겠으나, 일반적으로 네 경계곡선 중에서 한 부분의 길이가 다른 부분에 비해 작거나 경계곡선 사이의 각도가 직각에서 크게 다룰때, u-v매개변수 평면에서 생성

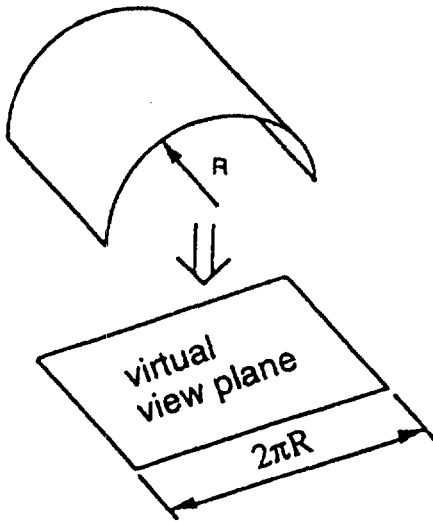


Fig. 9. Mesh generation on a cylindrical surface.

되는 요소망은 3차원 공간상으로 재 변환시켰을 때 발생하는 요소의 찌그러짐현상이 매우 크게 나타날 수 있기 때문이다.

(1) 네 개의 경계곡선으로 이루어진 블렌딩 곡면
네 개의 경계곡선으로 구성된 블렌딩 곡면을 평면으로 변환시키기 위해서는 Fig. 10에서와 같이 블렌딩 곡면의 네 꼭지점으로 네 개의 삼각형을 만든 후 가장 넓은 면적의 삼각형을 포함하는 평면을 투영평면으로 변환시킨다.

이 때 자유곡면에서의 요소망 생성을 위하여 얻은 투영평면의 면적은 블렌딩 곡면의 매개변수 u - v 평면으로 한다. 생성된 점들의 좌표값 x, y 에 대응하는 매개변수값 u, v 는 식(4)에서의 연립방정식에서 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 x(u, v) &= (1-u)(1-v)x_1 + u(1-v)x_2 + (1-u)vx_4 \\
 &\quad + uvx_3 \\
 y(u, v) &= (1-u)(1-v)y_1 + u(1-v)y_2 + (1-u)vy_4 \\
 &\quad + uv y_3 \quad (0 \leq u, v \leq 1)
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

식(4)에서 얻은 매개변수값 u, v 를 사용하여 투영평면에서 생성된 모든 점들을 식(5)의 Coons곡면 방정식에 대입하면 Fig. 11에서와 같이 블렌딩 곡면으로 변환된다.

$$\begin{aligned}
 P(u, v) &= (1-v)f_1(u) + vf_2(u) + (1-u)g_1(v) \\
 &\quad + ug_2(v) - (1-u)(1-v)P(0,0) - u(1-v)P(1,0) \\
 &\quad - (1-u)vP(0,1) - uvP(1,1) \quad (0 \leq u, v \leq 1)
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

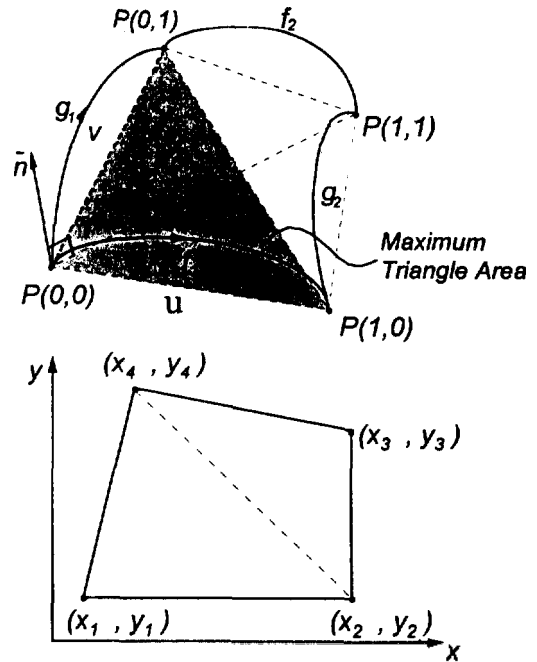


Fig. 10. Projected area of a blending surface with four boundary curves.

(2) 세 개의 경계곡선으로 이루어진 블렌딩 곡면
세 개의 경계곡선으로 이루어진 블렌딩 곡면은 Barnhill 등¹⁰⁾이 제안한 방법과 같이 식(6)에서 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P(u, v, w) &= \frac{1}{2} \left[\frac{ug(v)}{1-v} + \frac{wh(-v)}{1-v} + \frac{vh(w)}{1-w} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{uf(-w)}{1-w} + \frac{wf(u)}{1-u} + \frac{vg(1-u)}{1-u} \right. \\
 &\quad \left. - wf(0) - ug(0) - vh(0) \right] \\
 &\quad \{u + v + w = 1, (0 \leq u, v, w \leq 1)\}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

식 (6)에서 경계곡선은 각각 $f(u)$, $g(v)$ 및 $h(w)$ 로 나타내어진다. Fig. 12에서와 같이 세 개의 경계곡선으로 이루어진 블렌딩 곡면은 단지 하나의 투영평면만 가진다. 따라서 블렌딩 곡면의 세 꼭지점은 이 평면으로 투영되며 여기서 삼각분할법에 의해 요소망이 생성된다.

이 때 생성된 요소들의 절점좌표 (x, y) 에 대한 매개변수 (u, v, w) 는 투영된 삼각형의 면적좌표 (area coordinates)를 사용하여 구할 수 있다. 즉 Fig. 12에서 보는 바와 같이 절점 $P(x, y)$ 의 면적좌표 L_1, L_2, L_3 는 다음과 같이 얻어진다.

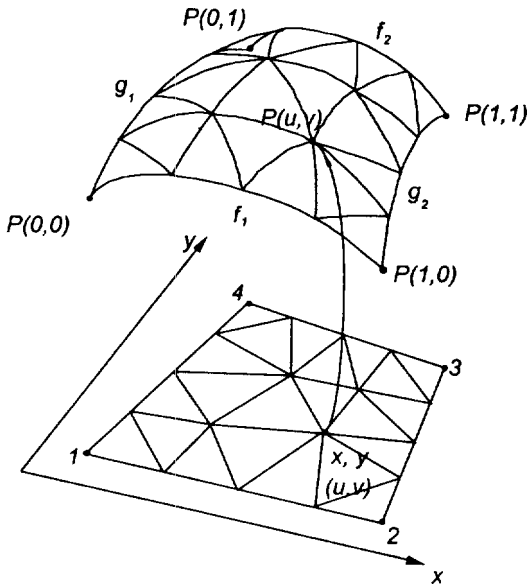


Fig. 11. Mesh generation on a blending surface with four boundary curves.

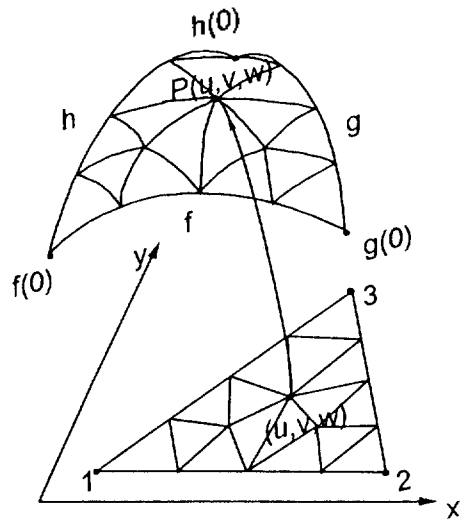


Fig. 13. Mesh generation on a blending surface with three boundary curves.

여기서 L_i 는 등변형률(constant strain) 삼각형 요소의 보간함수 h_i 와 같으므로^[11], 절점 $P(x, y)$ 에 대한 매개변수 (u, v, w) 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$u = L_2, v = L_3, w = L_1 \tag{8}$$

식 (8)에서 얻은 매개변수값 u, v, w 는 식(6)에 의하여 Fig. 13에서와 같이 본래의 블렌딩 곡면으로 변환시킬 수 있게 된다.

2.2.3 B-스플라인 곡면에서의 유한요소망 생성

B-스플라인 곡면에서의 요소망 생성은 매개변수 $u-v$ 평면에서 생성된 후 B-스플라인 곡면으로 재변환되어 얻어진다. 본 연구에서는 $u-v$ 방향으로 각각 삼차식이며 일차, 이차 미분 벡터가 연속인 양 3차 (bicubic) B-스플라인 곡면 패치(patch)를 사용하였다. 이때 양 3차 B-스플라인 곡면은 보간되는 점들의 집합(network)으로 정의된다. 따라서 B-스플라인 곡면을 생성할 조절점들은 Barsky 및 Greenberg^[12]에 의해서 제안된 연립방정식으로부터 얻을 수 있다. 각 곡면 패치의 매개변수 u, v 는 0과 1사이의 값으로 정의되므로 $u-v$ 평면에서 생성된 요소가 B-스플라인 곡면으로 역변환될 때 요소망의 찌그러짐을 방지하기 위하여 입력점들은 가능하면 같은 거리를 유지하도록 한다^[13]. 따라서 $m \times n$ 의 입력점들로 구성된 B-스플라인 곡면은 $(m-1) \times (n-1)$ 의 곡면 패치로 구성된다.

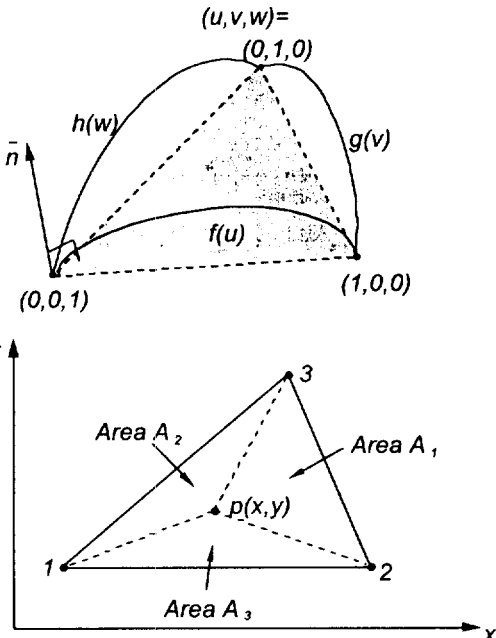


Fig. 12. Projected area of a blending surface with three boundary curves.

$$L_1 = \frac{A_1}{A}; L_2 = \frac{A_2}{A}; L_3 = \frac{A_3}{A}; \tag{7}$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = A$$

3. 적용예

본 연구에서 개발한 요소망 생성 프로그램을 3차원 곡면으로 구성된 캠코더(camcorder) 모델, 핸드폰 모델 및 브래킷 모델에 적용하여 보았다. Fig. 14는 캠코더의 형상을 모델링한 것으로서 요소망의 생성을 위하여 총 44개의 루프를 사용하였다. 이 중 렌즈와 뷰파인더(view finder)에 사용되는 블렌딩 곡면 루프가 20개, 몸체(body)의 모델링에 주로 사용되는 평면 루프가 24개로 구성되어 있다. Fig. 15는 완성된 캠코더의 형상으로 총 3118개의 6절점 삼각형 요소(6420개의 절점)로 된 삼각형 셀요소망을 얻었으며, 이는 복잡한 곡면에서도 요소가 크게 찌그러짐이 없이 잘 생성된 것임을 알 수 있다. Fig. 16은 핸드폰 모델을 나타내며 요소망 생성을 위하여 구성된 루프의 수는 총 41개로서 이 중 옆면에 사용되는 루프는 평면루프가 10개, 블렌딩 곡면 루프가 4개로 구성되어 있다. Fig. 17은 완성된 핸드폰 형상의 요소망을 보여주고 있다. 이와같이 생성된 요소망은 총 2047개의 6절점 삼각형 요소(4357개의 절점)로 이루어 졌으며, 전체적으로 요소망이 잘 생성되었음을 알 수 있다. Fig. 18-19는 브래킷 모델에 대한 요소망 생성예를 보여주고 있다. 여기서는 요소망 생성시 국부적인 요소의 밀도를 조절하는 기능을 보기 위하여, 작용하는 하중이나 경계조건에 따라 다를 수 있으나, 대략 응력집중이 예상되는 부위에서 요소의 크기를 작게 지정하였다. Fig. 18에서 총 5개의 평면 및 실린더 곡면의 루프를 사용하였으며 요소의 크기를 구멍 주위에서 작게 지정함으로써 국부적으로 요소의 밀도가 다르게 나타나도록 하였다. 그 결과 Fig.19에서 보는 바와 같이 1935개의 6절점 삼각형 요소 (4158개의 절

점)가 생성되었으며, 전체적으로 크게 찌그러진 요소 없이 요소망이 잘 생성된 것을 알 수 있다. 한편 본

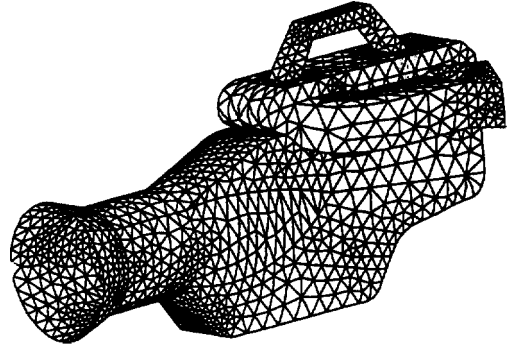


Fig. 15. Finite element mesh constructed for a camcorder model. (3118 elements, 6420 nodes).

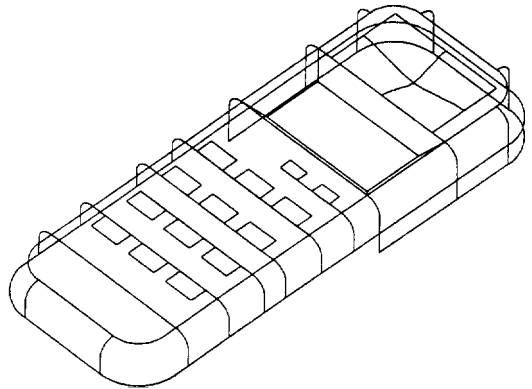


Fig. 16. A handphone model constructed with 41 loops for mesh generation. (31 blending surfaces, 10 planes).

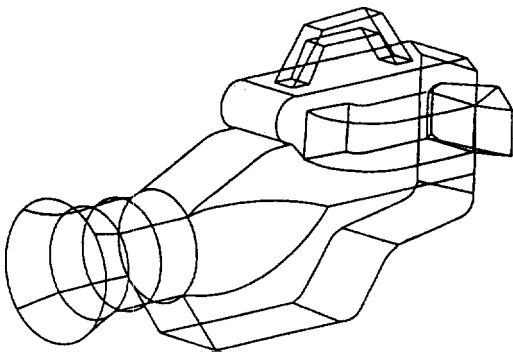


Fig. 14. A camcorder housing model constructed with 44 loops for mesh generation. (20 blending surfaces, 24 planes).

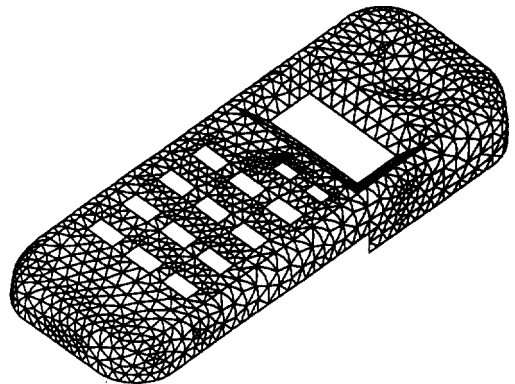


Fig. 17. Finite element mesh constructed for a handphone model. (2047 elements, 4357 nodes).

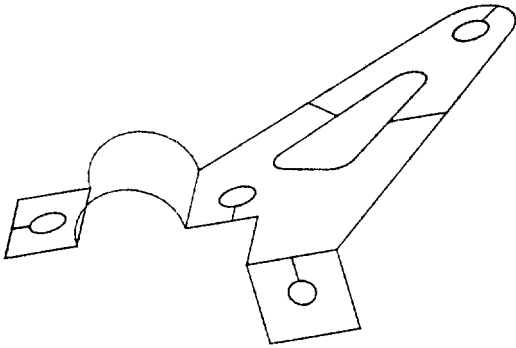


Fig. 18. A bracket model constructed with 5 loops for mesh generation. (1 cylindrical surface, 4 planes).

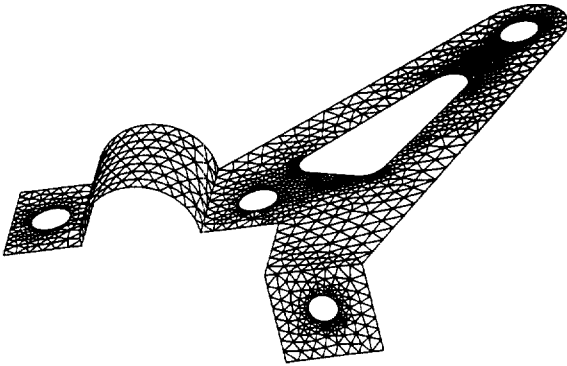


Fig. 19. Finite element mesh constructed for a bracket model. (1935 elements, 4158 nodes).

프로그램의 성능을 측정하고자 Fig. 19의 요소망 생성에 소요된 시간을 측정해 본 결과 HP 712-60 워크스테이션에서 대략 15초 정도 소요되었다. 이상과 같은 예제들에서 보는바와 같이 본 연구에서 개발한 기법에 의하면 복잡한 형상을 가진 3차원 곡면에서도 비균일한 삼각형 요소망을 잘 생성할 수 있음을 알 수 있다. 그러나 본 연구에서 사용하는 방법은 요소망 생성에 필요한 루프들을 사용자가 직접 구성해야 한다. 특히 다른 CAD시스템에서 형상을 모델링한 경우 이를 수정하여 요소망 생성에 필요한 루프들로 구성해야 하며, 이러한 작업은 추후 그래픽 편집기능이 보완되면 보다 쉽게 수행할 수 있을 것으로 생각된다.

4. 결 론

본 연구에서 개발한 삼각형 유한요소망 자동생성 기법을 평면, 실린더 곡면, 블렌딩곡면 및 B-스플라

인 곡면에 적용하여 본 결과 효율적인 요소망이 얻어짐을 알 수 있었다. 이를 위하여 본 연구에서 개발한 기법은 분할선과 기본 오퍼레이터(type-1, type-2, type-0)를 사용하여 3차원 곡면을 삼각형 요소망으로 분할하게 하였으며, 최종적으로 얻어진 요소망을 Laplacian smoothing 기법으로 개선하여 효율적인 요소망을 얻을 수 있었다.

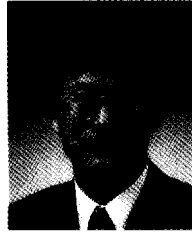
본 연구에서 사용하는 요소의 생성방법은 비균일한 요소망의 생성에 적합한 것으로 이는 응력이나 변형의 집중부위 등 역학적 특성을 아는 경우나 오차 해석을 통하여 요소망 밀도를 결정할 수 있는 경우 등에 매우 효율적으로 사용될 수 있다. 또한 삼각형 요소는 3차원 사면체 요소를 생성하기 위한 기본단계로서 사용되어지기 때문에 본 연구에서 개발한 삼각분할법은 효율적인 사면체 요소를 얻기 위하여 사용되어질 수 있다.

참고문헌

1. George, P.L., *Automatic Mesh Generation-Application to Finite Element Methods*, John Wiley, New York, 1991.
2. George, P.L. and Hermeline, F., "Delaunay's mesh of a convex polyhedron in dimension d, Application to arbitrary polyhedra", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 33, pp.975-995, 1992.
3. Ramakrishnan, C.V., Ramakrishnan, S., Kumar, A. and Bhattacharya, "An integrated approach for automated generation of two/three dimensional finite element grids using spatial occupancy enumeration and delaunay triangulation", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 34, pp.1035-1050, 1992.
4. Sloan, S.W., "A fast algorithm for constructing delaunay triangulation in the plane", *Adv. Engng. Softw.* pp.34-55, 1987.
5. George, P.L. and Seveno, E., "The Advancing-front mesh generation method revisited", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 37, pp.3605-3619, 1994.
6. 박상준, 채수원, 고병천, "자유곡면에서 사각형 셀 요소의 자동생성", 한국자동차 공학회 논문집, Vol. 3, No. 6, pp.145-153, Nov., 1995.
7. Chae, S.W. and Bathe, K.J., "On Automatic Mesh Construction and Mesh Refinement in Finite Element Analysis", *J. Computers & Structures*, Vol. 32, No. 3/4, pp.911-936, 1989.
8. Hermann, L.R., "Laplacian-Isoparametric Grid Generation Scheme", *J. of Eng. Mech., Division, ASME*, Vol. 102, pp.749-756, 1976.
9. Coons, S.A., "Surface for computer aided design of

space forms", *Technical Report MAC-TR 44*, MIT, Cambridge, MA, U.S.A., 1967.

10. Barnhill, R.E., Birkhoff, G. and Gordon, W.J., "Smooth interpolation in triangle", *J. Approx. Theory*, Vol. 8, pp.114-128, 1973.
11. Bathe, K.J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Inc., 1982.
12. Barsky, B.A. and Greenberg, D.P., "Determining a set of B-spline control vertices to generate an interpolating surface", *Computer Graphics and Image Processing* 14, pp.203-226, 1980.
13. Chae, S.W., Shin, B.S., Min, J.K. and Park, S.J., "An Automatic Mesh Generation Scheme on 3D Surfaces", *Proc. of PCCE '93*, pp.169-173, Computational Engineering, Seoul, November, 1993.



채수원

1977년 서울대학교 기계공학과 학사
 1979년 한국과학기술원 기계공학과 석사
 1988년 미국 M.I.T. 기계공학과 박사
 1979년 ~ 1991년 한국기계연구원 연구원, 선임연구원, CAD/CAM실 실장
 1991년 ~ 1996년 홍익대학교 기계공학과 조교수, 부교수
 1996년 ~ 현재 고려대학교 기계공학과 부교수
 관심분야: 유한요소해석, Mesh Generation, CAE, 충돌해석, 생체역학



손창현

1995년 홍익대학교 기계공학과 학사
 1996년 ~ 현재 고려대학교 산업대학원 기계공학과 재학
 1995년 ~ 1996년 진영테크놀로지(주) 기술연구소 연구원
 1996년 ~ 현재 진영 E & C (주)
 관심분야: Mesh Generation, 유한요소법, Graphic User Interface for CAE