論文 96-21-2-7

2차 통계값과 절대평균을 이용한 비최소 위상 FIR 시스템의 미상 식별

正會員 박 양 수*, 박 강 민*, 송 익 호*, 김 형 명*

Blind Identification of Nonminimum Phase FIR Systems from Second-Order Statistics and Absolute Mean

Yangsoo Park*, Kang Min Park*, Iickho Song*, Hyung-Myung Kim* *Regular Members*

요 약

이 논문에서는, 고차통계값을 쓰지 않고 비최소 위상 FIR 시스템을 미상 식별(blind identification)할 수 있는 새로운 방법을 제안한다. 제안하는 방법은 2차 백색 신호의 절대평균으로 그 신호의 고차 백색성 여부를 판단할 수 있다는 관찰에서 얻어진다. 제안한 방법은 고차통계값을 쓰는 방법의 새로운 대안이 될 수 있다. 컴퓨터 모의실험을 통해서, 절대평균이 정확히 추정됨을 알 수 있었고 제안한 방법이 고차통계값을 쓰는 방법의 여러 단점을 해결할 수 있음을 보였다.

ABSTRACT

This paper presents a new blind identification method of nonminimum phase FIR systems without employing higher-order statistics. It is based on the observation that the absolute mean of a second-order white sequence can measure the higher-order whiteness of the sequence. The proposed method may be a new alternative way to the higher-order statistics approaches. Some computer simulations show that the absolute mean is exactly estimated and the proposed method can overcome the disadvantages of the higher-order statistics approaches.

I. 서 론

최근들어, 2차보다 큰 고차통계값(higher-order statistics)을 이용한 신호처리에 많은 관심이 모아지고 있다[1]. 특히, 비정규분포(non-Gaussian)를 갖는 수신신호의 고차통계값를 바탕으로 하는 시스템의 미상 식별(blind identification)에 관한 연구가 가장 활발하게 이루어지고 있다[1-6]. 시스템의 미상식별이란 시스템을 통해서 얻어지는 신호로 부터 시스템의 모델, 차

*한국과학기술원 전기 및 전자공학과
Department of Electrical Engineering Korea Advanced Institute of Science and Technology
論文番號:95406-1124
接受日字:1995년 11월 24일

수(order), 및 계수(coefficient) 등을 결정하는 것을 말한다. 이러한 미상식별은 지질학, 천문학, 디지탈 통신 등에서 쓰이고 있고, 특히 디지탈 통신에 있어서 미상식별은 수신신호만으로 채널의 상태를 추정함으로써 복조기의 성능을 향상시킬 수 있다.

고차 통계값을 미상식별에 있어서 주로 이용하는 이유는 2차통계값(second-order statistics), 즉 상관값(correlations)은 시스템의 진폭특성만에 나타낼 수 없지만, 고차통계값은 진폭은 물론 위상특성까지 나타낼 수 있다는 데에서 비롯된다. 그러나, 이러한 고차통계값 접근 방법이 많은 응용에서 활용되고는 있지만, 이들 방법에서 쓰이는 고차통계값의 추정(estimation)이 실제적으로 부정확하여, 효과적인 적용에는 해결되어야 할 문제점이 많다[1,6]. 따라서 이러한 고차통계값 접근 방법의 문제점을 해결할 수 있는 대안이 필요하게 된다.

이 논문의 주요 목적은 미상식별에 있어서 고차통계값 접근 방법의 문제점을 해결할 수 있는 새로운 대안을 제공하는 것이다. 제 2 절에서는, 2차 백색(second-order white) 신호의 절대평균(absolute mean)이 그 신호의 고차 백색성(higher-order whiteness) 여부를 추정할 수 있음을 보인다. 이러한 관찰로부터, 비최소 위상(nonminimum phase) 유한 임펄스 응답(finite impulse response, FIR) 시스템의 미상 식별에 있어서 고차통계값을 쓰지 않는 새로운 방법을 제 3 절에서 제안한다. 제 4 절에서는 제안된 방법의 성능을 컴퓨터 모의 실험을 통하여 보인다.

Ⅱ. 절대 평균에 관한 관찰

다음과 같이 주어지는 비최소 위상 FIR 시스템

$$H(z)=h(0)+h(1)z^{-1}+\cdots+h(n)z^{-n} \tag{1}$$

를 고려하자. 여기서 z^{-1}는 단위 지연(delay)이고, n은 시스템의 차수 (order)이다. 시스템의 차수는 여러 방법[7-9]에 의해 결정할 수 있는데, 이 논문에서는 n이 사전에 알려졌다고 가정한다. 시스템 $H(z)$로부터 얻어지는 출력 신호 x_k는

$$x_k=\sum_{i=0}^{n} h(i)\,a_{k-i}+w_k \tag{2}$$

로 주어지며, 여기서 a_k는 고차 백색이고, 독립이며 동시에 같은 분포를 갖고(independent and identically distributed, IID), 그리고 비정규분포인 입력 신호이다. 또한 w_k는 가산성 백색 정규 잡음 (additive white Gaussian noise, AWGN)이다. 평균이 0인 신호의 q차($q\geq 2$) 백색성(qth-order whiteness)이란 다음과 같이 정의 된다[1].

$$E\{a_k a_{k-l_1}\cdots a_{k-l_{q-1}}\}=E\{a_k^q\}\,\delta(l_1,\cdots,l_{q-1}), \tag{3}$$

여기서 $E\{\cdot\}$는 통계학적 기대치를 말하며 $\delta(\cdot)$는 Dirac 델타 함수를 말한다. 미상 식별의 목적은 (2)의 신호 x_k로부터 시스템의 계수 (parameters) $\{h(i),\ 0\leq i\leq n\}$를 알아내는 것이다.

차수가 n인 $H(z)$가 n_1개의 실근(real zero)과 n_2개의 켤레복소수 쌍근(complex conjugate zero pair)을 갖는다고 가정하자. 그러면, 독립적인 근의 위치는 $N=n_1+n_2\leq n(=n_1+2n_2)$가 된다. $H(z)$의 근의 상호 대칭성을 고려하면, $H(z)$와 스펙트럼이 같은 2^N개의 스펙트럼 등가(spectrally equivalent, SE)인 시스템을 얻을 수 있다. 이 SE 시스템을 $H_s(z)$라 표시하도록 한다. 여기서 $s=0,1,\cdots,2^N-1$이다. 이 SE 시스템 가운데에서 최소 위상(minimum phase)인 시스템을 $H_{mp}(z)$라 표시하도록 한다. $H_{mp}(z)$의 추정은 상관값을 이용한 다양한 방법으로 이루어질 수 있다[10]. $H_{mp}(z)$의 추정자 (estimate)를 $\hat{H}_{mp}(z)$라 할 때, $\hat{H}_{mp}(z)$와 관련된 2^N개의 $\hat{H}_s(z)$를 얻을 수 있다. 이제, 미상 식별의 문제는 각 근의 위치가 최소 위상인지 최대 위상(maximum phase)인지를 결정하는 것으로 귀결된다[2]. 스펙트럼 등가인 시스템 $\hat{H}_s(z)$가 올바르게 추정되면,

$$T_s(z)=\frac{H(z)}{\hat{H}_s(z)} \tag{4}$$

는 전역통과(allpass) 시스템이 된다. 모든 전역통과 시스템은 $T_s(z)T_s(z^{-1})=1$, 또는 등가적으로 $\sum_{i=-\infty}^{\infty} t_s(i)\,t_s(i-l)=\delta(l)$를 만족하며, 여기서 $\{t_s(\cdot)\}$는 $T_s(z)$의 임펄스 응답을 나타낸다[11]. 그래서 모든 2^N개의 후보들 가운데에서, $H(z)=\pm z^{-\tau}\hat{H}_s(z)$ 또는 $T_s(z)=\pm z^{-\tau}$인 $\hat{H}_s(z)$를 찾는 것이 식별의 목적이 된다. 여기서 τ는 임의의 상수(constant) 지연이다. 참고로, $T_s(z)=\pm z^{-\tau}$는 임펄스 응답이 $t_s(i)=\pm\delta(i-\tau)$로 주어지나, $T_s(z)$

$\neq \pm z^{-\tau}$는 자기회귀 이동평균(autoregressive moving-average, ARMA) 시스템 즉, 무한 임펄스 응답(infinite impulse response, IIR) 시스템이 된다.

우선, AWGN이 없다고($w_k=0$) 가정하자. $y_{k,s}$는 수신 신호 x_k를 추정 SE 시스템인 $\hat{H}_s(z)$의 역(inverse) 필터링으로 얻은 신호라 하자. 즉, $y_{k,s}$는 $\sum_{i=0}^{l} t_s(i) a_{k-i}$이다. 이때 a_k의 백색성과 $\sum_i t_s(i) t_s(i-l) = \delta(l)$로부터,

$$E\{y_{k,s}\, y_{k-l,s}\} = E\{a_k^2\}\,\delta(l) \tag{5}$$

이 얻어지므로, $y_{k,s}$가 2차 백색이라는 사실을 쉽게 알 수 있다. 또한, $T_s(z)=\pm z^{-\tau}$인 경우에는 $y_{k,s}=\pm a_{k-\tau}$이고 a_k는 고차 백색이므로, ($y_{k,s}$는 2차 백색일 뿐만 아니라) 고차 백색이다. 그러나, $T_s(z) \neq \pm z^{-\tau}$인 경우에는 $y_{k,s}$가 단지 2차 백색임을 기억할 필요가 있다. 결과적으로, $T_s(z)=\pm z^{-\tau}$인 $\hat{H}_s(z)$를 찾는다는 것은 $y_{k,s}$의 고차 백색성 여부를 판별하는 것과 같게 된다. 다음의 성질들은 $y_{k,s}$의 절대평균(absolute mean) $E\{|y_{k,s}|\}$과 전역통과 시스템 $T_s(z)$와의 관계를 보이며, 이는 제 3 절에서 제안하는 새로운 미상 식별 방법의 기본이 된다.

성 질 1: 고차 백색이고, IID이며 비정규분포인 신호 a_k를 입력으로 하여 시스템 $T_s(z) \neq \pm z^{-\tau}$의 출력 신호 $y_{k,s}$가 주어져 있을 때, $y_{k,s}$는 점근적으로 (asymptotically) 평균이 0이고 분산이 $E\{a_k^2\}$인 정규분포 $N(0, E\{a_k^2\})$를 갖는다.

증 명: $T_s(z) \neq \pm z^{-\tau}$는 IIR 시스템이고 $y_{k,s}=\sum_{i=0}^{l} t_s(i) a_{k-i}$이므로, $y_{k,s}$는 무한히 많은 IID인 입력신호 $\{a_k\}$의 가중합 (weighted sum)이 된다. 그래서 $y_{k,s}$는 중앙극한 정리 (central limit theorem)[11]에 따라 점근적으로 정규분포를 갖는다. a_k의 평균이 0이므로, $y_{k,s}$의 평균도 0이다. 또한 (5)로 부터, $y_{k,s}$의 분산은 $E\{y_{k,s}^2\}=E\{a_k^2\}$이다. 결국 $y_{k,s}$는 $N(0, E\{a_k^2\})$가 된다.

성 질 2: 정규분포인 $y_{k,s}$인 경우, $E\{|y_{k,s}|\}=\sqrt{\dfrac{2E\{y_{k,s}^2\}}{\pi}}=\sqrt{\dfrac{2E\{a_k^2\}}{\pi}}$ 로 주어진다.

성질 2의 증명은 [11]과 성질 1로부터 쉽게 얻어지므로 생략한다. $T_s(z) \neq \pm z^{-\tau}$를 만족하는 값 s를 r이라 정의하면, 위의 두 성질로부터 다음 사항을 얻을 수 있다.

$$E\{y_{k,s}^2\} = E\{a_k^2\} \qquad \text{for all } s$$

$$E\{|y_{k,s_1}|\} = E\{|y_{k,s_2}|\} = \sqrt{\frac{2E\{a_k^2\}}{\pi}} \qquad \text{for } s_1, s_2 \neq r \tag{6}$$

$$E\{|y_{k,s}|\} = E\{|a_k|\} \qquad \text{for } s=r.$$

참 조: 성질 1과 2는 $y_{k,s}$가 $T_s(z) \neq \pm z^{-\tau}$의 출력이고 2차 백색신호이면, 그 신호는 항상 정규분포임을 말한다. 따라서 $y_{k,s}$의 비정규성(non-Gaussianity)이라 함은 그 신호가 $T_s(z)=\pm z^{-\tau}$의 출력이며 동시에 고차 백색임을 의미한다. 참고로, 표준편차(standard deviation)와 절대평균의 비, 즉 $\dfrac{E\{|y_{k,s}|\}}{\sqrt{E\{y_{k,s}^2\}}}$는 커토시스(kurtosis)의 변화량을 감지하는 하나의 기준이 된다[12]. 여기서 커토시스는 $\gamma_{y,4}=E\{y_{k,s}^4\}-3(E\{y_{k,s}^2\})^2$로 주어지며, 정규성을 시험하는 대표적 기준이다. 결과적으로, 모든 s에 대해서 $E\{y_{k,s}^2\}=E\{a_k^2\}$이므로, [5]에서 미상 식별을 위해 쓰인 $E\{y_{k,s}^4\}$ 뿐만 아니라 $E\{|y_{k,s}|\}$를 이용하여 $y_{k,s}$의 비정규성 또는 고차 백색성을 점검할 수 있다. 이런 성질은 고차통계값을 쓰지 않고도 미상 식별이 가능함을 말한다.

Ⅲ. 미상 식별

입력 신호 a_k가

$$E\{|a_k|\} \neq \sqrt{\frac{2E\{a_k^2\}}{\pi}} \tag{7}$$

의 조건을 만족한다고 하자. (7)의 조건은 백색이고, IID이며 비정규분포인 a_k에 대해서 일반적으로 성립한다. 첫번째 예로서, a_k가 백색인 균일(uniform) 분포 $U(-\beta, \beta)$를 갖는다면, $E\{|a_k|\}=\dfrac{\beta}{2}$ 이고 $E\{a_k^2\}=\dfrac{\beta^2}{3}$ 이다. 그러므로 $E\{|a_k|\} > \sqrt{\dfrac{2E\{a_k^2\}}{\pi}}$ 가 성립한다. 또 다른

예로서, 분산이 $2\lambda^2$이고 백색인 라플라스(Laplacian) 분포를 갖는 a_k에 대해서는, (7)의 조건은 $E\{|a_k|\} = \frac{1}{\lambda^3} < \sqrt{\frac{2E\{a_k^2\}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4\lambda^2}{\pi}}$ 가 된다. 그러나, 비정규분포이면서도 (7)의 조건을 만족하는 특별한 반례도 존재한다. a_k가 세 개의 값 $(-\beta, 0, \beta)$ 가운데 하나이며, 그 확률이 각각 $(\alpha, 1-2\alpha, \alpha)$인 확률변수라 하자. 이 경우 $\alpha = \frac{1}{\pi}$ 이면 $E\{|a_k|\} = \sqrt{\frac{2E\{a_k^2\}}{\pi}} = \frac{2\beta}{\pi}$ 가 된다는 것을 알 수 있다. 따라서 (7)의 조건은 이런 비정규분포의 a_k에서는 성립하지 않는다. 본 논문에서는 (7)의 조건을 만족하는 입력 신호 a_k에 대해서만 고려한다. 또한 $\alpha = \frac{1}{6}$ 이면, $\gamma_{a,4} = 0$이 되므로, 4차 통계값을 쓰는 많은 미상 식별 방법이 이런 입력 신호에 대해서는 성립될 수 없음을 알 수 있다.

3.1 방법 1 : Off-line 알고리즘

입력 신호 a_k에 관한 (7)의 조건이 성립할 때, 성질 1과 2로부터 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$E\{|a_k|\} \neq \sqrt{\frac{2E\{a_k^2\}}{\pi}}$$

$$E\{a_k^2\} = E\{y_{k,s}^2\}, \qquad \text{for all } s \tag{8}$$

$$E\{|y_{k,s}|\} = \begin{cases} E\{|a_k|\}, & \text{for } s = r \\ \sqrt{\frac{2E\{a_k^2\}}{\pi}}, & \text{for } s \neq r. \end{cases}$$

그러므로 $E\{|y_{k,s}|\}$ 값과 $\sqrt{\frac{2E\{y_{k,s}^2\}}{\pi}}$ 값이 같은 지를 판별하면, $y_{k,s}$가 $T_s(z) \neq \pm z^{-\tau}$의 출력 신호인지 아닌지를 판단할 수 있다. 결국, $T_s(z) = \pm z^{-\tau}$를 찾는다는 것은 다음의 판별식

$$J_s = \left| E\{|y_{k,s}|\} - \sqrt{\frac{2E\{y_{k,s}^2\}}{\pi}} \right| \tag{9}$$

이 최대가 되는 s를 찾는 것과 동일하다. 이 판별식에서, $s = r$이면 $J_s \neq 0$이고, $s \neq r$이면 $J_s = 0$이 된다. 새로운 식별 방법은 아래와 같이 두단계로 이루어 진다.

(i) 상관값을 바탕으로 $H(z)$의 SE 시스템을 구한다.

(ii) $s = 0, 1, \cdots, 2^N - 1$에 대해서 J_s를 최대로 하는 s를 구한다.

그림 1에 제안한 알고리즘의 구조를 나타내었다.

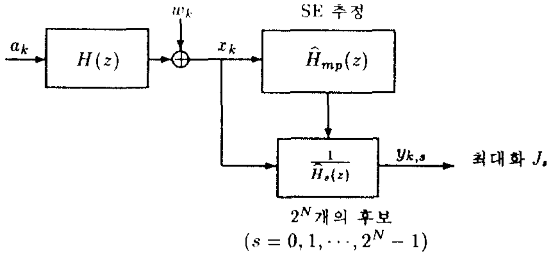


그림 1. 절대평균을 이용한 FIR 시스템 미상 식별
Fig. 1 An FIR system identification using the absolute mean alone

이와 유사한 방법들이 [2], [3], [5]에서도 제안되었으나, 이 방법들은 첫단계는 위 단계(i)과 같고, 두번째 단계에서는 모든 s에 대해서 $y_{k,s}$의 고차통계값을 쓰는 적절히 정의된 판별식에 의해 해를 구한다. 새로이 제안된 방법을 포함한 다른 유사 방법들이 정확한 해를 구하기 위해서는 2^N개의 $y_{k,s}$에 대한(고차) 통계값의 계산을 반드시 필요로 하는데, 이를 전체 조사 방법(exhaustive search method, ESM)이라 한다. 앞에서 설명한 바와 같이 $y_{k,s}$를 얻기 위해서는 x_k를 $\hat{H}_s(z)$로 역필터링하여야 하고, $y_{k,s}$에 대한 통계값을 얻기 위해서는 많은 계산적 부담이 생긴다. 따라서 이와 같은 형태의 방법들에서 ESM은 해결해야 할 과제의 하나이다. 그 해결책으로 3.2절에서 적응형 미상 식별 알고리즘을 제안한다.

고차통계값을 바탕으로 하는 많은 미상 식별과는 달리, 제안된 방법은 2차 백색인 신호의 절대평균만을 사용하여 비정규분포의 수신신호로 부터 FIR 시스템을 식별할 수 있다. 이는 고차통계값 접근 방법에 대한 새로운 대안이 될 수 있으며, 고차통계값 접근 방법의 문제점 즉, 고차 통계값의 추정에 있어서의 많은 샘플의 필요, 계산량의 부담, 큰 추정 오차 등을[1,6] 극복할 수 있다. [13]에서도 고차통계값의 접근 방법의 대안을 제시하기는 했지만, 입력 신호의 확률

밀도함수가 사전에 알려져야 식별이 가능하므로, 일반적인 미상 식별 개념으로는 부적합하다.

3.2 방법 2 : 적응형 알고리즘

차수가 m인 FIR 필터, 그의 계수 벡터, 그리고 그의 출력신호를 각각 $\Theta_k(z)=\sum_{i=0}^{m}\theta_k(i)z^{-i}$, $\Theta_k=[\theta_k(0), \theta_k(1), \cdots, \theta_k(m)]'$, 그리고 y_k라 하자. 여기서 Θ_k'는 Θ_k의 전치벡터이다. 최대화 시킬 비용함수(cost function)가 아래와 같이

$$J(\Theta_k)=|E\{|y_k|\}-A| \tag{10}$$

subject to $E\{y_k y_{k-l}^*\}=E\{|a_k|^2\}\delta(l)$

로 주어져 있다. 여기서 A는 비용함수의 제한식(constraint)에 의해서 항상 상수이며 $\sqrt{\frac{2E\{|y_k|^2\}}{\pi}}=\sqrt{\frac{2E\{|a_k|^2\}}{\pi}}$ 로 주어지고, y_k^*는 y_k의 켤레복소수이다. 이 비용함수는 3.1절에서 보인 판별식의 한 변형이다.

제안된 적응형 미상 식별의 구조를 그림 2에 나타내었다.

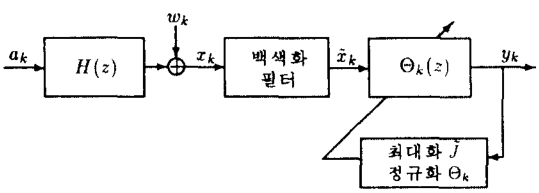


그림 2. 적응형 미상 식별
Fig. 2 Adaptive blind identification

비용함수의 제한식을 만족시키기 위해서, [14]에서와 같이 백색화(whitening)과 정규화(normalization)를 한다. 먼저 수신 신호 x_k의 백색화 필터링으로 얻은 $\tilde{x}_k$를 FIR 필터 $\Theta_k(z)$에 입력하여 출력으로 y_k를 얻는다. 그러므로 y_k는 $\tilde{X}_k'\Theta_k$로 정의된다. 여기서 $\tilde{X}_k=[\tilde{x}_k, \tilde{x}_{k-1}, \cdots, \tilde{x}_{k-m}]'$이다. 샘플의 수 L이 무한히 많아질 때, $\frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L-1}|\tilde{X}_{k-l}'\Theta_k|$는 $E\{|y_k|\}$가 되므로, 블럭단위의 비용함수는

$$\tilde{J}(\Theta_k)=\left|\sum_{l=0}^{L-1}|\tilde{X}_{k-l}'\Theta_k|-A\right| \tag{11}$$

로 적을 수 있다. 여기서 $L(\geq 1)$은 블럭의 길이이다. 두번째 단계에서는 각 L개의 샘플마다, gradient-search 알고리즘을 이용하여 계수 벡터를 보강하는 것이다.

$$\Theta_{k+L}=\Theta_k+\mu\,\mathrm{sgn}\left(\sum_{l=0}^{L-1}|y_{k-l}|-A\right)\sum_{l=0}^{L-1}\tilde{X}_{k-l}^*, \tag{12}$$

여기서 μ는 step size이고, $\tilde{X}_k^*$는 $\tilde{X}_k$의 켤레복소수 벡터이다. 마지막으로, 평균 전력의 제한 $E\{|y_k|^2\}=E\{|a_k|^2\}$를 만족하기 위해서, 계수 벡터를 다음과 같이

$$\Theta_{k+L}=\frac{\Theta_{k+L}}{\|\Theta_{k+L}\|} \tag{13}$$

정규화 한다. 여기서 $\|\Theta_k\|=\sqrt{\sum_{i=0}^{m}|\theta_k(i)|^2}$ 이다.

예측 오차 필터(prediction error filter)[10]를 백색화 필터로 사용하면, 백색화 필터는 $\frac{1}{\hat{H}_{mp}(z)}$ 로 나타낼 수 있다. 채널과 백색화 필터의 직렬조합인 $T_{mp}(z)$는 $\frac{H(z)}{\hat{H}_{mp}(z)}$ 가 되며, pole-zero 삭제에 의해서 $T_{mp}(z)$는 causal이고 안정된(stable) 전역통과 ARMA 시스템이 된다. 즉, $T_{mp}(z)$의 분모는 최소위상이고, 분자는 최대위상이며, pole과 zero는 켤레복소수의 역쌍(reciprocal pair)이 된다. 이제 $T_{mp}(z)$를 순수한 AR 시스템으로 표시하자. 최대위상 MA 시스템은 anticausal이고 안정된 AR 시스템으로 근사할 수 있다[4]. 그래서 $T_{mp}(z)$는 noncausal이고 안정된 AR$(m_{ac}+m_c)$ 시스템으로 근사시킬 수 있다. 여기서 m_{ac}는 $T_{mp}(z)$의 분자를 근사화한 anticausal AR 시스템의 차수이며, m_c는 분모인 causal AR 시스템의 차수이다. 앞 절에서 보인 바와 같이 $y_k=\pm a_{k-\tau}$ 또는 $T_{mp}(z)\Theta_k(z)=\pm z^{-\tau}$이면 미상 식별은 이루어 진다. 그러므로 FIR 필터 $\Theta_k(z)$가 $T_{mp}(z)$의 역 즉, AR$(m_{ac}+m_c)$ 시스템의 분모로 수렴하면 적응형 미상 식별이 가능하다.

$\Theta_k(z)$가 $T_{mp}(z)$의 역으로 수렴하였을 때, $H(z)\frac{1}{\hat{H}_{mp}(z)}\Theta_k(z)=\pm z^{-\tau}$가 얻어진다. $z^{-\tau}\frac{\hat{H}_{mp}(z)}{\hat{H}_s(z)}$ 가 차수 m인 FIR 필터 $F_s(z)=\sum_{i=0}^{m}f_s(i)z^{-i}$로 근사화 될 때, 그 계수벡터를 $F_s=[f_s(0), f_s(1), \cdots, f_s(m)]'$라 하

자. 이때 $\hat{H}(z)$는 모든 $s=0, 1, \cdots, 2^N-1$에 대해서 $\|\Theta_k - F_s\|$를 최소화 시키는 $\hat{H}_s(z)$로 주어진다. 이 방법은 3.1절에서 설명한 여러 방법과는 달리, 온라인에 의한 적응형 알고리즘이며 2^N개의 $y_{k,s}$나 그 통계값을 직접 계산할 필요가 없다. 따라서 3.1절에서 설명한 두 단계 알고리즘의 ESM의 필요없게 된다.

Ⅳ. 모의 실험

실험예 1: 백색이고 IID한 신호 a_k에 대하여, 절대평균 $E\{|a_k|\}$와 다른 4차 통계값 보다 추정 오차가 작다고 알려진 커토시스 $\gamma_{a,4}$의 추정을 고려하자. 추정자로서는 샘플평균을 쓰기로 한다. 이들의 계산량은 $E\{|a_k|\}$의 경우 K번의 비교와 $\gamma_{a,4}=E\{a_k^4\}-3(E\{a_k^2\})^2$의 경우 $4K$번의 곱셈이 필요하다. 여기서 K는 샘플의 갯수이다. 따라서 $E\{|a_k|\}$의 계산량이 $\gamma_{a,4}$보다 훨씬 적음을 알 수 있다. 균일 분포 $U(-0.5, 0.5)$로부터 발생되는 $K=100$개의 a_k 샘플에 대해서 100번의 독립적인 실험을 실시하였다. 이들 두 개의 통계값의 추정자의 평균(v)과 표준편차(σ)를 표 1에 나타내었다.

표 1. $a_k \sim U(-0.5, 0.5)$에 대한 $E\{|a_k|\}$와 $\gamma_{a,4}$의 추정
($K=100$, 100번 독립 실험, T: 참값, v, σ: 추정값의 평균과 표준편차)

Table 1. Estimation of Absolute Mean and Kurtosis of $a_k \sim U(-0.5, 0.5)$
($K=100$, 100 Independent Trials T: True Value of Statistics, v: Mean of Estimate, σ: Standard Deviation of Estimate)

통계값	T	$v \pm \sigma$	$\left\lvert \frac{T-v}{T} \right\rvert$	$\left\lvert \frac{\sigma}{T} \right\rvert$
$E\{|a_k|\}$	0.2500	0.2520 ± 0.0139	0.0081	0.0555
$\gamma_{a,4}$	-0.0083	-0.0088 ± 0.0021	0.0562	0.2549

표의 $\left\lvert \frac{T-v}{T} \right\rvert$과 $\left\lvert \frac{\sigma}{T} \right\rvert$에서, $E\{|a_k|\}$가 $\gamma_{a,4}$보다 정확하게 추정됨을 알 수 있다. 결국, 절대 평균은 고차통계값의 추정에 있어서 들어나는 단점 즉, 계산량의 과다, 정확성의 부족 등을 해결할 수 있다.

실험예 2: 차수가 $n=2$인 FIR 시스템

$$H(z)=(1-0.7z^{-1})(0.4+z^{-1}) \tag{14}$$

를 고려하자. 이 시스템의 근은 0.7과 $-1/0.4$에 위치하므로, 이 시스템은 분명 비최소위상 시스템이다. 두 개의 백색이고 IID인 입력 신호 a_k와 b_k를 고려하자. 여기서 a_k는 균일 분포 $U(-0.5, 0.5)$를 갖고 b_k는 평균이 0이고 분산이 1인 라플라스 분포를 갖는다. 전체 수신된 샘플의 수는 $K=2048$이고, 신호대 잡음비 (signal-to-noise ratio, SNR)는 30dB로 가정한다. 여기서 SNR는 $E\{a_k^2\}$(또는 $E\{b_k^2\}$)과 $E\{w_k^2\}$의 비율로 정한다. 이 실험예에서는 3.1절에서 제안한 off-line 알고리즘의 성능을 평가하도록 한다. 스펙트럼 등가 최소위상 시스템 $\hat{H}_{mp}(z)$을 추정하기 위해서 회귀적 예측 오차(recursive prediction error) 방법[10]이 사용되었다. 입력 신호 a_k에 대해 30번의 독립 실험을 통하

표 2. $a_k \sim U(-0.5, 0.5)$에 대한 $y_{k,s}$의 통계값 ($K=2048$, SNR = 30dB, 30번 독립실험)

Table 2. Statistics of $y_{k,s}$ for $a_k \sim U(-0.5, 0.5)$ ($K=2048$, SNR = 30dB, 30 Independent Trials)

s	$T_s(z)=\frac{H(z)}{\hat{H}_s(z)}$	추정값($v \pm \sigma$)		
		$E\{|y_{k,s}|\}$	$E\{y_{k,s}^2\}$	J_s
0	$\frac{(1-0.7z^{-1})(0.4+z^{-1})}{(1-0.7z^{-1})(1+0.4z^{-1})}$	0.2411 ± 0.0037	0.0848 ± 0.0025	0.0086 ± 0.0022
1	$\frac{(1-0.7z^{-1})(0.4+z^{-1})}{(1-0.7z^{-1})(0.4+z^{-1})}$	0.2499 ± 0.0035	0.0839 ± 0.0023	0.0188 ± 0.0011
2	$\frac{(1-0.7z^{-1})(0.4+z^{-1})}{(-0.7+z^{-1})(1+0.4z^{-1})}$	0.2360 ± 0.0036	0.0844 ± 0.0024	0.0042 ± 0.0012
3	$\frac{(1-0.7z^{-1})(0.4+z^{-1})}{(-0.7+z^{-1})(0.4+z^{-1})}$	0.2363 ± 0.0036	0.0846 ± 0.0023	0.0042 ± 0.0013

여, $E\{|y_{k,s}|\}$, $E\{|y_{k,s}^2|\}$ 그리고, (9)에 있는 J_s의 평균(ν)과 표준편차(σ)를 표 2에 나타내었다.

$E\{|y_{k,s}|\}$, $E\{|y_{k,s}^2|\}$ 그리고 J_s의 참값들은 $s=1$인 경우에 0.2500, 0.0833, 0.0197이고, $s \neq 1$인 경우는 0.2303, 0.0833, 0.0000이다. J_s가 최대인 $\hat{H}_s(z)$가 $H(z)$의 추정자이므로, 이 표로부터 $\hat{H}_1(z)$가 $H(z)$의 추정자임을 알 수 있다. 또한, 표 3은 두 입력 신호 a_k와 b_k에 대해, $H_{mp}(z)$과 $H(z)$의 추정값의 평균(ν)과 표준편차(σ)를 나타내었다.

표 3. 두 입력 신호 a_k과 b_k에 대한 FIR 시스템 미상 식별
Table 3. Identification of an FIR System for Two Inputs a_k and b_k

참값		추정값($\nu \pm \sigma$)	
		Uniform a_k	Laplace b_k
$h_{mp}(0)$	1.00	1.0000 ± 0.0000	1.0000 ± 0.0000
$h_{mp}(1)$	−0.30	-0.2926 ± 0.1139	-0.2973 ± 0.1224
$h_{mp}(2)$	−0.28	-0.2729 ± 0.0407	-0.2756 ± 0.0362
$h(0)$	0.40	0.3983 ± 0.0753	0.3988 ± 0.0716
$h(1)$	0.72	0.7271 ± 0.0407	0.7244 ± 0.0362
$h(2)$	−0.70	-0.6909 ± 0.0503	-0.6971 ± 0.0593

실험예 3: 입력 신호 a_k가 4-PAM 신호 (−3, −1, +1, +3)일 때, 다음과 같은

$$H(z) = -0.6 + 0.73z^{-1} + 0.45z^{-2} \tag{15}$$

FIR 시스템을 3.2절에서 제안한 방법으로 적응 미상 식별하는 것에 대해 알아보자. Step size, 블럭 길이, 그리고 SNR를 각각 $\mu = 10^{-3}$, $L=2$, 30dB로 정했다. 계수 벡터 Θ_k는 차수가 $m=5$이고 $\Theta_0 = [0, 0, 0, 0, 1, 0]'$로 초기화 되었다. 예측 오차 필터가 백색화 필터로 사용되었고, 30번 독립 실험의 결과를 표 4에 수록하였다. 제안된 적응 미상 식별 방법도 적은 오차로서 비최소 위상 FIR 시스템을 식별할 수 있음을 알 수 있다.

표 4. FIR 시스템의 적응 미상 식별, 30번 독립 실험(ν: 추정값의 평균, σ: 추정값의 표준편차)
Table 4. Adaptive Identification of FIR System, 30 Independent Trials(ν: Mean of Estimate, σ: Standard Deviation of Estimate)

	참값	$\nu \pm \sigma$
$h(0)$	−0.6	-0.5561 ± 0.0501
$h(1)$	0.73	0.7556 ± 0.0563
$h(2)$	0.45	0.4369 ± 0.0461

V. 결 론

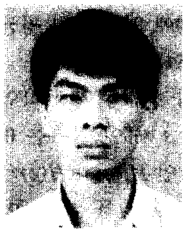
2차 백색 신호의 절대평균을 이용하여 그 신호의 고차 백색성 여부를 측정할 수 있음을 보였다. 이 관찰은 고차통계값을 쓰지 않고도 비최소위상 유한 임펄스 응답 시스템의 미상 식별의 가능성을 제시한다. 본 논문에서는 2차 백색 신호의 절대평균만을 쓰는 off-line과 적응형 미상 식별 알고리즘을 제안하였고, 컴퓨터 모의실험을 통하여 그 성능을 평가하였다. 모의실험 결과 절대평균의 추정은 고차통계값의 추정시 필요한 계산량의 최소 75% 이상을 감축할 수 있으며, 그 정확도를 평균과 표준편차를 통해 비교하면, 약 4.6배 에서 6.9배 정도 절대평균의 추정이 유리함을 알 수 있다. 또한 제안된 알고리즘은 비최소 위상 FIR 시스템의 미상 식별에 있어서 비교적 우수한 성능을 보였다. 그래서 제안된 알고리즘은 기존의 고차 통계값 접근 방법의 단점 즉, 고차 통계값의 추정에 있어서의 많은 샘플의 필요, 계산량의 부담, 큰 추정 오차 등을 어느 정도 해결할 수 있고, 고차통계값 접근 방법의 새로운 대안이 될 수 있다.

참 고 문 헌

1. J. M. Mendel, "Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processing and system theory: Theoretical results and some applications," *Proc. IEEE*, vol. 79, no. 3, pp. 278-305, Mar. 1991.
2. K. S. Lii and M. Rosenblatt, "Deconvolution and estimation of transfer function phase and coefficient for nonGaussian linear processes," *Ann. Statist.*, vol. 10, no. 4, pp. 1195-1208, 1982.
3. J. K. Tugnait, "Identification of non-minimum phase linear stochastic systems," *Automatica*, vol. 22, no. 4, pp. 457-464, 1986.
4. C. L. Nikias and H.-H. Chiang, "Higher-order spectrum estimation via noncausal autoregressive modeling and deconvolution," *IEEE Trans.*

Acoust., Speech, Signal Proc., vol. 36, no. 12, pp. 1911-1913, Dec. 1988.

5. C.-Y. Chi and J.-Y. Kung, "A phase determination method for nonminimum phase ARMA systems by a single cumulant sample," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 41, no. 2, pp. 981-985, Feb. 1993.
6. J. A. R. Fonollosa, "Sample cumulants of stationary processes:Asymptotic results," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 43, no. 4, pp. 967-977, Apr. 1995.
7. G. B. Giannakis and J. M. Mendel, "Cumulant-based order determination of non-Gaussian ARMA models," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 38, no. 8, pp. 1411-1423, Aug. 1990.
8. X.-D. Zhang and Y.-S. Zhang, "Singular value decomposition-based MA order determination of non-Gaussian ARMA models," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 41, no. 6, pp. 2657-2664, June 1993.
9. S. A. ALshebeili, "Order determination of MA models using fourth-order statistics," *IEEE Signal Proc. Letters*, vol. 2, no. 6, pp. 120-122, June 1995.
10. L. Ljung and T. Söderström, *Theory and practice of recursive identification*, The MIT Press, MA, 1983.
11. A. Papoulis, *Probability, random variables, and stochastic processes*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1991.
12. R. C. Geary, "Moments of the ratio of the mean deviation to the standard deviation for normal samples", *Biometrika*, vol. 28, pp. 295-305, 1936.
13. K. B. Rasmussen, "Maximum likelihood estimation of the parameters of nonminimum phase and noncausal ARMA models," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 42, no. 1, pp. 209-211, Jan. 1994.
14. A. Benveniste, M. Goursat, and G. Ruget, "Robust identification of a nonminimum phase system :Blind adjustment of a linear equalizer in data communications," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. 25, no. 3, pp. 385-399, June 1980.



朴 洋 守(Yangsoo Park) 정회원

1965년 10월 22일생

1988년 2월 : 한국항공대학 항공전자공학과(공학사)

1990년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사)

1990년 3월~1992년 8월 : 한국통신 서울전자교환운용연구단 전임연구원

1992년 9월~현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정

※주관심분야 : 디지탈 신호처리, 최적신호처리, 이동통신 시스템

朴 剛 民(Kang Min Park) 정회원

1967년 1월 11일생

1990년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학사)

1991년 11월 : Univ. of Surrey 영국 위성통신공학과(공학석사)

1992년 8월~현재 : 한국과학기술원 인공위성연구센터 연구원

1994년 3월~현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정

※주관심분야 : 디지탈 신호처리, 이동통신 신호처리, 위성통신 시스템

宋 翊 鎬(Iick Ho Song) 정회원

현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 부교수

한국통신학회 논문지 제21권 제1호 참조

金 炯 明(Hyung Myung Kim) 정회원

현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 부교수

한국통신학회 논문지 제21권 제1호 참조