

# 퍼지최적 부하분배에 의한 다중협력 로보트 매니퓰레이터의 최적시간 제어

Time-Optimal Control for Cooperative Multi-Robot Manipulators  
Based on Fuzzy Optimal Load Distribution.

조현찬\*, 김용호\*\*, 전홍태\*\*  
Hyun-Chan Cho\*, Yong-Ho Kim\*\*, Hong-Tae Jeon\*\*

※ 이 논문은 1994년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음.

## 요약

협력 작업을 수행하는 다중 로보트 시스템의 최적시간 제어를 위해 구해야 하는 다중 로보트 각 조인트의 토오크는 작업 대상인 물체와 다중 로보트간에 상호 작용하는 힘으로 인해 유일해를 갖지 않는다. 따라서 주어진 최대 조인트 토오크의 범위에서 부하 분배를 고려한 최적 토오크를 구해야만 한다. 기존의 수치 해석적인 방법에 의해서는 정확한 해를 구하기 어렵고 의사 해(pseudo solution)를 구하는 정도이다.

본 논문에서는 퍼지최적화 이론을 다중 협력로보트의 동적방정식의 파라메터화 단계에서 부하분배 문제에 적용하여 해를 얻은 후 이를 토대로 최대 입력 제한조건과 위상평면 기법을 이용해 출발점과 도착점 사이에서 파라미터의 미분들로 표시된 최적시간 궤적을 결정하는 방법을 제시한다.

## ABSTRACT

In this paper, we propose time-optimal trajectory planning algorithms for cooperative multi-robot manipulators system considering optimal load distribution. Internal forces essentially effect on time optimal trajectory planning and if they are omitted, the time optimal scheme is not no longer true. Therefore, we try to find the internal force factors of cooperative robot manipulators system in a time-optimal aspect. In this approach, a specific generalized inverse is used and is fuzzified for the purpose. In this optimal method, the fuzzy logic concept is used and selected for diminishing computation time, for finding the load distribution factors.

## I. 서론

최근 다중 로보트 매니퓰레이터(multiple robot manipulators)의 협력 작업에 대한 연구가 활발해지면서 기존의 단독 로보트로 수행이 불가능한 많은 작업들이 가능하게 되었다. 즉, 부피나 무게가 커서 단독 로보트에 의해서는 이동시킬 수 없는 물체를 공동으로

\* 한국기술교육대학교 전자공학과  
\*\* 중앙대학교 전자공학과

이동시키는 경우 등에 효과적으로 대처할 수 있게 되었다[2, 14]. 이러한 다중 협력 작업 로보트 시스템에 대한 대다수의 연구는 최적 부하분배(load distribution)에 대해 이루어지고 있는데 주로 기계적 긴장도(mechanical stress) 최소화, 저크(jerk) 최소화, 에너지 최소화, 시간 최소화 등을 고려한 것이었다. 이중 시간 최소화(time-optimal)를 고려한 부하 분배에 관한 연구는 생산성 극대화라는 측면에서 매우 중요하다고 할 수 있다[4][8].

일반적으로 협력 작업을 하는 다중 로보트들의 최적 시간해는 작업 공간에서 장애물과의 충돌을 막기 위해 매니퓰레이터의 주행 경로가 미리 선정된 경우 오프-라인(off-line) 궤적 계획(trajectory planning) 단계에서 얻을 수 있으나 이 역시 기본적으로 부하분배가 이루어진 후 이어야 한다. 그러나 기존의 시간 최소화를 고려한 부하 분배에 관한 연구들은 부하분배 요소중 내력(internal force)이 시간 최소화에 미치는 영향을 무시하고 있으며[8], 다중 로보트들과 이송 물체와의 기구학적 특성이 부하분배에 있어서 수학적으로 유일해를 제공하지 않아 특해에 한정하여 최적 시간해를 얻는 정도이다[4].

본 논문에서는 이러한 문제를 해결하기 위해 다음과 같은 가정하에서 내력이 시간최소화에 관여한다는 사실을 밝히고 또한 내력의 결정을 퍼지 이론을 적용함으로써 진정한 의미의 시간 최소화를 달성한다. 즉, 퍼지 최적화 이론을 다중 협력로보트의 동적 방정식의 파라메타화(parameterized) 단계에서 부하분배 문제에 적용하여 최적해를 얻은 후 이를 토대로 최대 입력 제한 조건과 위상 평면(phase plane) 기법을 이용해[1, 11] 출발점과 도착점 사이에서 파라미터의 미분들로 표시된 최적시간 궤적을 결정하는 방법을 제시한다.

가정(1) 다중 로보트들에 의한 협력 작업 중 가장 기본적인 3자유도를 갖는 동일한 두 대의 로보트에 의한 협력 작업을 최적 제어 대상으로 삼는다.

가정(2) 협력 작업은 카르테시안 공간상에서 단단한(rigid) 운반 물체의 무게 중심에 주어진 파라미터화(parameterization)된 경로의 주행을 의미한다(참조 그림 1.).

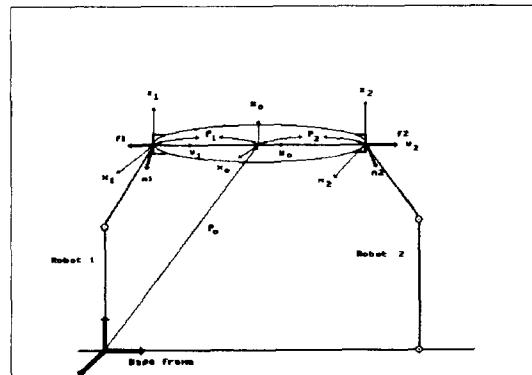


그림 1. 이송 물체와 두 매니퓰레이터의 핸드들 사 사이의 힘과 모멘트 변환

Fig. 1 Transformation of the force and moments between the object and two manipulator end-effectors.

## II. 협력 작업시의 상호 연관 관계

### 2.1 기구학 측면

두 대의 매니퓰레이터가 하나의 단단한 물체(rigid body)를 잡고 있고, 카르테시안 공간상에서 그 물체 중심에 주행 경로가 주어진다고 가정할 때 물체 중심의 경로  $X_O(s)(\in \mathbb{R}^6)$ 와 i번째 매니퓰레이터의 경로  $X_i(s)(\in \mathbb{R}^6)$ 는 다음과 같이 표현된다(참조 그림 1.).

$$X_O(s) = [P_O(s) \ R_O(s)]^T, \quad X_i(s) = [P_i(s) \ R_i(s)]^T \quad (1)$$

여기에서  $P_i(s) = P_o(s) + {}^o\text{Rot}(s)P_{oi}$ ,  $R_i(s) = [\delta_{xi}(s) \ \delta_{yi}(s) \ \delta_{zi}(s)]^T$  for  $i = 1, 2$ . 이다.  $s(0 \leq s \leq s_f)$ 는 정규화된(normalized) 거리(distance) 파라미터이며,  $P_o(s)(=[P_{ox}(s) \ P_{oy}(s) \ P_{oz}(s)]^T)$ 는 카르테시안 공간상에서의 위치 벡터이다. 그리고  $R_o(s)(=[\delta_{xo}(s) \ \delta_{yo}(s) \ \delta_{zo}(s)]^T)$ 는 Euler-각(angle)으로 표현된 방위 벡터이다. 또한  $P_{oi}(\in \mathbb{R}^3)$ 와  $R_{oi}(\in \mathbb{R}^{3 \times 3})(i=1, 2)$ 들은 각각 물체 중심에 대한 두 협력 매니퓰레이터들의 상대적인 위치와 방위이다.  ${}^o\text{Rot}(s)(\in \mathbb{R}^{3 \times 3})$ 는 기준 좌표계에 대한 물체의 방위행렬이고,  $R_i(s)(\in \mathbb{R}^3)$ 는 행렬  $[{}^o\text{Rot}(s) \ R_{oi}]$ 로부터 얻은 Euler 각으로 표현된 i번째 매니퓰레이터의 방위 벡터이다.

한편 연쇄(chain) 규칙에 의한 i번째 매니퓰레이터의 카르테시안 속도와 가속도는 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{X}}_i(s) = \frac{d\mathbf{X}_i(s)}{ds} \dot{s}, \quad \ddot{\mathbf{X}}_i(s) = \frac{d\mathbf{X}_i(s)}{ds} \ddot{s} + \frac{d^2\mathbf{X}_i(s)}{ds^2} \dot{s}^2 \quad (2)$$

또한 상기 식을 i번째 매니퓰레이터의 조인트 가속도에 대한 관계식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\ddot{\theta}_i \equiv \phi_i^i(s) \ddot{s} + [\phi_2^i(s) + \phi_3^i(s)] s^2, \quad \text{for } i=1, 2. \quad (3)$$

여기에서  $\phi_i^i(s) \equiv J^{-1}(\theta_i) \frac{d\mathbf{X}_i(s)}{ds}$ ,  $\phi_2^i(s) \equiv J^{-1}(\theta_i) \frac{d^2\mathbf{X}_i(s)}{ds^2}$ ,  $\phi_3^i(s) \equiv J^{-1}(\theta_i) \frac{dJ(\theta_i)}{ds} J^{-1}(\theta_i) \frac{d\mathbf{X}_i(s)}{ds}$ 이며  $\theta_i(s) (\in \mathbb{R}^6)$ ,  $\theta_i(s) (\in \mathbb{R}^6)$ ,  $\ddot{\theta}_i (\in \mathbb{R}^6)$ 은 각각 i번째 매니퓰레이터의 조인트 위치, 속도 및 가속도 벡터이다.  $J(\cdot) (\in \mathbb{R}^{6 \times 6})$ 는 자코비안 행렬이다. (이후  $\theta_i$ 의 변수 s는 생략함.)

## 2.2 동력학 측면

### 2.2.1 동적 방정식의 파라미터화

두 매니퓰레이터들의 동적 특성은 동일하므로 i번째 매니퓰레이터의 파라미터화된 동적 방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{U}_j^i(s) \equiv M_j^i(s) \ddot{s} + Q_j^i(s) \dot{s}^2 + R_j^i(s) \dot{s} + G_j^i(s) \quad \text{for } i=1, 2, \dots, 6. \quad (4)$$

여기서,

$$M_j^i(s) \equiv \sum_{k=1}^3 D_{jk}^i(\theta_i) \phi_{ik}^i(s), \quad R_j^i(s) \equiv \sum_{k=1}^3 R_{jk}^i \phi_{ik}^i(s),$$

$$G_j^i(s) \equiv g_j^i(\theta_i)$$

$$Q_j^i(s) \equiv \sum_{k=1}^3 D_{jk}^i(\theta_i) [\phi_{2k}^i(s) + \phi_{3k}^i(s)] + \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{jkl}^i(\theta_i) \phi_{ik}^i(s) \phi_{il}^i(s)$$

단,  $\phi_{nk}^i(s) (i=1, 2. \text{ and } n=1, 2, 3.)$ 는 벡터  $\phi_n^i(s)$ 의 k번째 성분이다.  $U_j$ 는 조인트 j에 인가되는 입력 토모크(torque),  $D_{jk}(\theta)$ 는 조인트 j와 k 사이의 관성,  $C_{jkl}(\theta)$ 는 조인트 k와 l의 속도에 의한 조인트 j의 코리올리(Coriolis) 효과(단,  $l=k$  일 때는 조인트 k의 속도에 의한 조인트 j의 원심력),  $R_{jk}$ 는 마찰력 그리고  $g_j(\theta)$ 는 조인트 j의 중력이다.

### 2.2.2 상호 작용 힘을 고려한 동적 방정식

두 매니퓰레이터들의 협력 작업시 고려 해야될 중요한 문제는 이송되는 물체와 두 매니퓰레이터들 상호간의 상호 작용 힘(interactive force) 관계이다. 일반적으로 두 매니퓰레이터들의 협조 운동을 통해 물체가 주어진 궤적을 주행하기 위해 필요한 힘과 모멘트 벡터  $\mathbf{F}_o(s) (\in \mathbb{R}^6)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_o &= \left[ \begin{array}{c} m \frac{d\mathbf{P}_o(s)}{ds} \\ \mathbf{D}_o \frac{d\mathbf{R}_o(s)}{ds} \end{array} \right] \cdot \ddot{\mathbf{s}} + \left[ \begin{array}{c} m \mathbf{g}_o \\ 0 \end{array} \right] \\ &+ \left[ \begin{array}{c} m \frac{d^2\mathbf{P}_o(s)}{ds^2} \\ \mathbf{D}_o \frac{d^2\mathbf{R}_o(s)}{ds^2} + \frac{d\mathbf{R}_o(s)}{ds} \times \frac{d\mathbf{R}_o(s)}{ds} \end{array} \right] \cdot \dot{\mathbf{s}}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

여기에서  $m$ ,  $\mathbf{D}_o (\in \mathbb{R}^{3 \times 3})$  및  $\mathbf{g}_o (\in \mathbb{R}^3)$ 은 각각 물체의 질량, 관성 행렬 그리고 중력 가속도이다.

운반 물체가 주어진 경로를 정확히 주행하기 위해 식(5)의  $\mathbf{F}_o(s)$ 는 두 매니퓰레이터들이 물체에 인가하는 힘( $\mathbf{f}_i(s) \in \mathbb{R}^3$ )과 모멘트( $\mathbf{n}_i(s) \in \mathbb{R}^3$ ) ( $i=1, 2$ )들 사이에 다음과 같은 관계를 가져야한다.

$$\mathbf{F}_o(s) \equiv \mathbf{W} \cdot \mathbf{F}(s) \quad (6)$$

여기에서  $\mathbf{F}(s) = [\mathbf{f}_1(s)^T \ \mathbf{n}_1(s)^T \ \mathbf{f}_2(s)^T \ \mathbf{n}_2(s)^T]^T$ 이고,  $\mathbf{W} (\in \mathbb{R}^{6 \times 12})$ 는 물체와 두 매니퓰레이터들 상호간의 상호 작용 힘을 연관짓는 상수 변환 행렬이다[4, 13].

식(6)으로부터 요구되는 힘과 모멘트( $\mathbf{F}_o(s)$ )가 주어졌을 때 물체를 이송시키기 위해 i번째 매니퓰레이터의 핸드가 인가해야 하는 힘과 모멘트  $\mathbf{F}_i(s) (= [\mathbf{f}_i(s)^T \ \mathbf{n}_i(s)^T]^T)$  ( $i=1, 2$ )는 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_i(s) = \mathbf{W}_i^{-1} \cdot \mathbf{F}_o(s) + (\mathbf{I} - \mathbf{W}^+ \mathbf{W})_i \xi \quad \text{for } i=1, 2. \quad (7)$$

여기에서  $\mathbf{W}^+ (\in \mathbb{R}^{12 \times 6})$ 은 변환 행렬  $\mathbf{W}$ 의 의사(pseudo-do) 역행렬로써  $\mathbf{W}^+ = (\mathbf{W}^T \cdot \mathbf{W})^{-1} \cdot \mathbf{W}^T$ 로 정의된다. 식(8)에서 첫번째 항  $\mathbf{W}^+ \cdot \mathbf{F}_o(s)$ 은 물체를 움직이는데 필요한 힘이고, 두번째 항  $(\mathbf{I} - \mathbf{W}^+ \mathbf{W}) \xi$ 는 물체의 이동에 영향을 주지 않는 내력이다.  $\xi (\in \mathbb{R}^{12 \times 1})$ 는 임의의 벡

터이다.

상기 식으로부터 이를 힘과 모멘트에 대응되는 i번 째 매니퓰레이터의 조인트 토오크  $\hat{u}_i(s)(\in \mathbb{R}^6)(i=1, 2)$ 는 다음과 같이 얻는다.

$$\begin{aligned}\hat{u}_i(s) &= J^T(\theta_i) F_i(s) = \varphi_1^i(s) \ddot{s} + \varphi_2^i(s) \dot{s}^2 + \varphi_3^i(s) \\ \text{for } i &= 1, 2\end{aligned}\quad (8)$$

따라서 식(8)을 i번째 매니퓰레이터의 동적 방정식에 고려하면 다음과 같은 새로운 동적 방정식을 얻을 수 있다.

$$U_j^i(s) = \hat{M}_j^i(s) \ddot{s} + \hat{Q}_j^i(s) \dot{s}^2 + R_j^i(s) \dot{s} + \hat{G}_j^i(s) \quad \text{for } i=1, 2 \text{ and } j=1, 2, 3 \quad (9)$$

여기에서  $\hat{M}_j^i(s) \equiv M_j^i(s) \varphi_{ij}^i(s)$ ,  $\hat{Q}_j^i(s) \equiv Q_j^i(s) + \varphi_{2j}^i(s)$ ,  $\hat{G}_j^i(s) \equiv G_j^i(s) + \varphi_{3j}^i(s)$

단,  $\varphi_{nj}^i(s)$ 는 벡터  $\varphi_n^i(s)(i=1, 2, \text{ and } n=1, 2, 3)$ 의 j 번째 성분이다.

### 2.2.3 입력 제한 조건

동적 특성 외에 또 하나의 문제로써 입력 제한 조건을 고려한다. 실제로  $-U_j^{\max}(\theta, \theta)$ 와  $U_j^{\max}(\theta, \theta)$ 는 추정이 어렵기 때문에 본 논문에서는 다음과 같이 두 매니퓰레이터 모두 일정한 값을 갖는다고 가정한다.

$$-U_{ij}^{\max} \leq U_j^i(s) \leq U_{ij}^{\max} \quad \text{for } i=1, 2, \text{ and } j=1, 2, \dots, 6. \quad (10)$$

## III. 퍼지최적 부하분배

### 3.1 부하분배 문제 서술

각각의 로보트에 분배되는 힘  $F_i(s)$ 는 식(7)로 부터 구해야 하는데, 분배 행렬  $W_i$ 가 정방행렬이 아니므로 의사 역행렬(pseudo inverse matrix)을 취해 구해야 한다. 이때 식(7)의 우변의 둘째 항은 물체의 움직임을 유발하지 않는 물체 내부에서 상쇄되는 내력이며 무수히 많은 값이 존재한다. 그러나 각 로보트 매니퓰레이터는 내력에 의해 구동 가능한 최대 토오크의 범위가 축소될 수 있으므로 최대 속도값 역시 저하될 수 있다. 따라서 최소시간 측면에서의 최적의 부하분

배는 매우 중요하다.

본 논문에서는 로보트의 정적·동적 정보를 바탕으로 퍼지최적화논리를 이용하여 최적시간을 위한 부하 분배를 결정한다. 즉, 식(7) 우변의 두번째 항에 있는 임의의 벡터  $\xi$ 의 최적값을 퍼지 최적화 논리에 의해 구한다.

### 3.2 퍼지 최적화논리 규칙

#### (1) 정적 정보에 의한 퍼지 규칙

두 로보트의 위치와 방향에 따른 퍼지규칙은 다음 식(11)과 같다. 식(12)에서 group 1, 2는 위치의 영향에 따른 규칙이고 group 3, 4는 물체를 잡고 있는 두 로보트의 방향에 따른 규칙이다.

*rule : If  $P_{x1}$  is  $A_1$  and  $P_{y1}$  is  $A_2$  and  $P_{z1}$  is  $A_3$  Then  $\xi_1$  is  $C_1$  and  $\xi_2$  is  $C_2$  and  $\xi_3$  is  $C_3$*

*rule : If  $P_{x2}$  is  $B_1$  and  $P_{y2}$  is  $B_2$  and  $P_{z2}$  is  $B_3$  Then  $\xi_7$  is  $C_1$  and  $\xi_8$  is  $C_2$  and  $\xi_9$  is  $C_3$*

*rule : If  $P_{x1}$  is  $A_1$  and  $P_{y1}$  is  $A_2$  and  $P_{z1}$  is  $A_3$  and If  $\delta x_1$  is  $B_1$  and  $\delta y_1$  is  $B_2$  and  $\delta z_1$  is  $B_3$  Then  $\xi_4$  is  $C_1$  and  $\xi_5$  is  $C_2$  and  $\xi_6$  is  $C_3$*

*rule : If  $P_{x2}$  is  $A_1$  and  $P_{y2}$  is  $A_2$  and  $P_{z2}$  is  $A_3$  and If  $\delta x_2$  is  $B_1$  and  $\delta y_2$  is  $B_2$  and  $\delta z_2$  is  $B_3$  Then  $\xi_{10}$  is  $C_1$  and  $\xi_{11}$  is  $C_2$  and  $\xi_{12}$  is  $C_3$*

(11)

여기서 A, B, C는 각각 퍼지 멤버쉽(membership) 함수의 개수와 형태에 의해 결정된다(그림 2 참조).

#### (2) 속도 경계 곡선에 대한 퍼지 규칙

*If E is  $A_1$  and DE is  $A_2$  Then  $\xi$  is C* (12)

#### (3) 동적 정보에 의한 퍼지 규칙

물체의 경로에 의해 각 로보트의 경로가 결정되므로 물체의 경로 및 가속 방향과 감속 방향을 고려하여 각 로보트의 관성에 대한 부하분배를 한다.(단, n은 거리 파라미터를 양자화한 수)

*rule 1 : If  $P_0$  is A and  $R_0$  is B Then  $\xi$  is C*

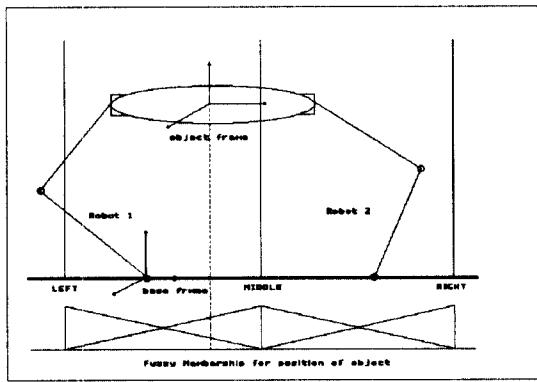


그림 2-a. 퍼지분배규칙 결정 I (기구학적 위치 정보)  
Fig. 2-a Decision I of Fuzzy distribution rule (Kinematic position inform.)

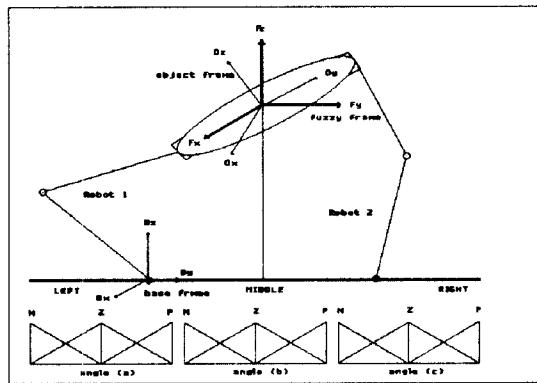


그림 2-b. 퍼지분배규칙 결정 II (기구학적 방위 정보)  
Fig. 2-b Decision II of Fuzzy distribution rule (Kinematic rotation inform.)

rule 2: If  $\triangle X_1$  is A and  $\triangle X_2$  is B Then  $\xi$  is C,

$$\text{where } \begin{aligned} \triangle X_1 &\equiv \frac{dX_1}{dS_n} - \frac{dX_1}{dS_{n-1}} \\ \triangle X_2 &\equiv \frac{dX_2}{dS_n} - \frac{dX_2}{dS_{n-1}} \end{aligned} \quad (n=0, 1, 2, \dots, f)$$

rule 3: starting, stoping의 rule

여기서 A, B, C는 각각 퍼지 멤버쉽(membership)

함수의 개수와 형태에 의해 결정된다.

### 3.3 퍼지최적 부하분배 알고리듬

따라서 3.2절의 퍼지최적화 논리 기법에 의한 최적 부하분배 알고리듬은 다음과 같은 몇 가지 단계로 정리된다.

#### \* 알고리듬 1: 퍼지 최적논리 부하분배 \*

- [단계 1] 물체와 두 로보트간의 위치 및 방위 관계 설정
- [단계 2]  $S_n = S_f$ 면 [단계 14]로
- [단계 3] 물체의 경로(path)  $X_o(s)$  및 두 로보트의 경로  $X_i(s)$  설정
- [단계 4] 물체의 동적 방정식  $F_o(s)$  결정 및 두 로보트의 동적 방정식  $U_i(s)$  결정
- [단계 5] [단계 4]의  $F_o(s)$ 와 [단계 1]의 관계로부터  $F_i(s)$ 를 의사 역행렬을 통해 구함
- [단계 6] 두 로보트의 동적 방정식  $U_i(s)$ 에 [단계 5]의 식을 대입하여 부하분배를 고려한 두 로보트의 새로운 동적 방정식 구성
- [단계 7] [단계 6]의 식으로부터  $\zeta = 0$ 으로 한후 위상 평면 기법에 의해 두 로보트의 속도 경계곡선 구성
- [단계 8] 두 로보트의  $\dot{s}$ 의 최대 허용이  $E = \dot{s}_1 - \dot{s}_2 = 0$  인가를 판단하여 같으면 이것을 두 로보트의 공통적 최대 경계곡선(common maximum boundary curve: CMBC)으로 결정한 후 [단계 2]로, 만일 같지 않으면 [단계 9]로
- [단계 9]  $\frac{dX_i(s)}{dS_n} - \frac{dX_i(s)}{dS_{n-1}}$ 의 값에 의한 path의 가/감 속 진행 방향 결정후 동적(dynamic) 퍼지 규칙(fuzzy rule) 결정 (단,  $n=1, 2, \dots, f$ )
- [단계 10] 물체 대 두 로보트간의 자세와 경로에 따른 정적/동적 정보에 의한 퍼지규칙 결정
- [단계 11] 두 로보트 속도 경계곡선의 오차 E에 의한 퍼지규칙 결정
- [단계 12] 퍼지 최적논리 기법에 의한  $\zeta$  값 결정
- [단계 13] [단계 12]의  $\zeta$ 를 [단계 7]로
- [단계 14] 새로운  $\dot{s}$ 의 CMBC하에서 알고리듬 2로

## IV. 최적시간해 결정

#### 4.1 최적시간 문제서술

최적화 문제에 있어서 두 매니퓰레이터들에 대한 모든 정보가 파라미터  $s$ 와  $\dot{s}$ 에 의해 결정됨을 알 수 있다. 그러므로  $Z = (s, \dot{s})$ 라 할 때  $Z(t_0)$ 에서  $Z(t_f)$  (여기에서  $t=t_0$ 는 파라미터 공간에서  $s=0$ ,  $t=t_f$ 는 파라미터 공간에서  $s=s_f$ 를 의미함)까지 두 협력 매니퓰레이터들이 주행할 때 제한 조건을 고려한 최적시간 제어 문제는 다음과 같이 요약된다.

##### (1) 문제 설정

다음과 같은 제한 조건과 경계 조건하에서 실행 지수 식(14)를 최소화 할 수 있는  $Z^* = (s^*, \dot{s}^*)$ 와  $U_j^{*i}$  ( $i=1, 2$ . and  $j=1, 2, 3$ )를 구한다.

$$\text{최소화 : } J = \int_0^{s_f} \frac{1}{s} ds \quad (14)$$

$$\text{제한조건 : } -U_{ij}^{\max} \leq U_j^i(s) \leq U_{ij}^{\max}$$

$$\text{경계조건 : } Z(t_0) = (0, \dot{s}_0), Z(t_f) = (s_f, \dot{s}_f)$$

본 논문에서는 두 매니퓰레이터들이 각기 지정된 카르테시안 경로를 주행하는 경우이므로 위의 문제를 풀기 위하여 실행지수 식(14)와 같이 주행경로 상의 모든 지점에서 최대속도를 구해 전체 주행 시간의 최소화를 얻는 방법을 택한다. 이를 위해 카르테시안 공간상에서 위상 평면 기법을 상기 협력 작업에 적용한다[14].

#### 4.2 위상 평면 기법을 이용한 최적 시간해 결정

알고리듬 1에 의해 상호 작용함을 고려한  $i$ 번째 매니퓰레이터의 동적 방정식과 입력 제한 조건식(식(10))은 다음과 같이 가속도 영역의 제한 조건 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$-\dot{U}_{ij}^{\max} - \mu_j^i(s, \dot{s}) \leq \hat{M}_j^i(s) \ddot{s} \leq U_{ij}^{\max} - \mu_j^i(s, \dot{s}) \\ \text{for } i=1, 2 \text{ and } j=1, 2, \dots, 6. \quad (15)$$

여기에서  $\mu_j^i(s, \dot{s}) = \hat{Q}_j^i(s) \ddot{s}^2 + R_j^i(s) \dot{s} + \hat{G}_j^i(s)$   
만약  $\hat{M}_j^i(s) \neq 0$  ( $i=1, 2$  and  $j=1, 2, \dots, 6$ )라면 식(15)로 부터 가속도  $\ddot{s}$ 에 관한 관계식을 유도할 수 있다.

$$L_j^i(s, \dot{s}) \leq \ddot{s} \leq H_j^i(s, \dot{s}) \quad \text{for } i=1, 2 \text{ and } j=1, 2, \dots, 6. \quad (16)$$

여기서,

$$L_j^i(s, \dot{s}) = \begin{cases} |\hat{M}_j^i(s) \ddot{s}|^{-1} [-U_{ij}^{\max} - \mu_j^i(s, \dot{s})], & \hat{M}_j^i(s) > 0 \\ |\hat{M}_j^i(s) \ddot{s}|^{-1} [U_{ij}^{\max} - \mu_j^i(s, \dot{s})], & \hat{M}_j^i(s) < 0 \end{cases}$$

$$H_j^i(s, \dot{s}) = \begin{cases} |\hat{M}_j^i(s) \ddot{s}|^{-1} [U_{ij}^{\max} - \mu_j^i(s, \dot{s})], & \hat{M}_j^i(s) > 0 \\ |\hat{M}_j^i(s) \ddot{s}|^{-1} [-U_{ij}^{\max} - \mu_j^i(s, \dot{s})], & \hat{M}_j^i(s) < 0 \end{cases}$$

식(16)은 어느  $s$  지점에서 한정된 토오크 범위 내에  $i$ 번째 매니퓰레이터가 얻을 수 있는 가속도의 범위를 결정한다. 그러나 두 매니퓰레이터들이 주어진 경로의 올바른 주행을 위해서는 다음 관계식들이 만족되어야 한다.

$$H_j^i(s, \dot{s}) - L_j^i(s, \dot{s}) \geq 0 \quad \text{for } i=1, 2 \text{ and } j=1, 2, \dots, 6. \quad (17)$$

모든 조인트에 상기 식을 적용하면 어느 지점  $s$ 에서 두 매니퓰레이터들의 공통된 허용 최대 속도  $s$ 는 쉽게 구할 수 있다.

한편 식(17)의 허용 속도 범위내 어느 지점  $s$ 에서 최적 시간제어를 위해 두 매니퓰레이터가 낼 수 있는 최대 가속도  $\alpha(s, s)$ 와 최대 감속도  $\beta(s, s)$ 는 다음 식들에 의해 결정된다.

$$\alpha(s, \dot{s}) \equiv \max_i [\max_j \{H_j^i(s, \dot{s})\} \cap \min_k \{H_k^2(s, \dot{s})\}] \\ \text{for } j, k = 1, 2, \dots, 6. \quad (18)$$

$$\beta(s, \dot{s}) \equiv \min_j [\max_k \{L_j^i(s, \dot{s})\} \cap \max_k \{L_k^2(s, \dot{s})\}] \\ \text{for } j, k = 1, 2, \dots, 6. \quad (19)$$

식(18)과 식(19)는 어느 지점  $s$ 에서 속도가 주어졌을 때 그 지점에서 얻을 수 있는 최대 가속도와 감속도를 결정한다. 즉, 어느  $s$  지점에서 한정된 토오크 범위내의 최대 가속도 혹은 감속도의 결정은 다음 지점에서의 최대 속도의 선정을 의미하며, 이는 전체 주행 시간의 최소화를 뜻한다. 따라서 이들 결과들과 앞서

의 최적부하 분배 알고리듬으로부터 두 협력 로보트 매니퓰레이터들의 최적시간 제어 문제를 해결하기 위한 방법은 다음의 알고리듬에서 정리된다.

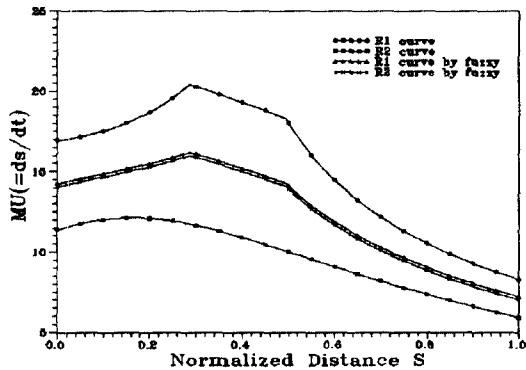


그림 3. 퍼지규칙에 의해 내력을 조정한 경계곡선  
Fig. 3 Boundary curves by fuzzy rules on internal force

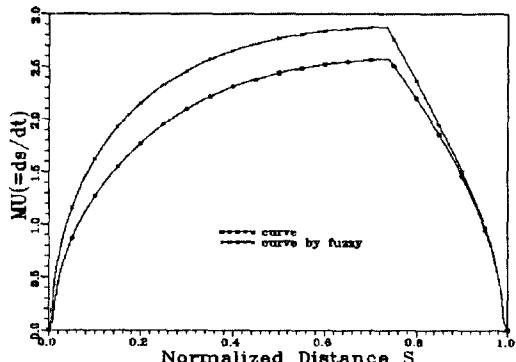


그림 4. 두 경계곡선에 의한 가감속 곡선  
Fig. 4 Accel./decel. curves by each boundary curves

#### \* 알고리듬 2: 최적시간 제어 \*

[단계 1] 알고리듬 1의 [단계 14]로 부터.

[단계 2] 주어진 경계 조건 ( $Z(t_0) = (0, s_i)$ ,  $Z(t_f) = (s_f, s_f)$ ) 하에서 각각 식(19)와 식(20)을 이용해 초기 최대 가속도와 최종 최대 감속도를 결정하고, 이들은 각각 다음 지점  $s_i$ 과  $s_{f-1}$ 에서의 최대 속도를 결정한다. 이들 과정을 모든  $s$ 지점에서

반복하여  $s_0$ 에서 정 방향으로 가속 곡선을 구성하고  $s_f$ 에서 역 방향으로 감속 곡선을 구성

[단계 3] 만약, [단계 2]의 가속 곡선과 감속 곡선이 CMBC 아래에서 교차하면 그 점은 변환점(switching point)이 되고 탐색 과정은 여기서 끝남

[단계 4] [단계 2]의 가속 곡선과 감속 곡선이 서로 CMBC 아래에서 교차하지 않는다면 이들은 각기 CMBC 와 교차하게 된다. 그러면 가속 곡선의 교차 점에서 정 방향으로  $s$ 에 대한 CMBC의 변위  $d(CMBC)/ds$ 와  $s$ 의 변위  $d(s)/ds$ 가 같은 변환 점을 CMBC상에서 탐색

[단계 5] [단계 4]의 변환점으로부터 기존의 가속 곡선과 교차할 때까지 역 방향으로 식(19)를 이용해 새로운 감속 곡선을 구성하고, 정 방향으로 최종 감속 곡선과 교차할 때까지 식(18)을 이용해 새로운 가속 곡선을 구성

[단계 6] 만약, [단계 5]의 새로운 감속 곡선과 가속 곡선이 각각 기존의 가속 곡선 및 감속 곡선과 교차한다면 이때의 교차점이 그 다음 변환점이 되고 탐색 과정은 여기서 끝남

[단계 7] [단계 6]에서의 새로운 가속 곡선이나 감속 곡선이 CMBC를 벗어나면 [단계 4]로

## V. 컴퓨터 시뮬레이션 및 결과 고찰

제안된 알고리듬의 효용성을 입증하기 위해 표 1과 같은 제원의 3자유도 평면 로보트 매니퓰레이터를 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 행하였다. 직교 좌표 상에서 물체의 주행경로를 다음과 같이 선정하였다.

$$x = 1.0, \quad y = 1.0 + s, \quad \theta = \pi/2 * s \quad (20)$$

표 1. 3-자유도 로보트 매니퓰레이터의 링크 파라미터

Table 1. The link parameters of the 3-d.o.f.-robot manipulator

param.	link	Link 1	Link 2	Link 3
Length		1.6 m	1.4 m	0.25m
Mass		7 kg	5 kg	3 kg
Maximum Torque		130Nm	70Nm	20Nm

시뮬레이션의 수행결과는 그림 3과 4에 보이고 있다. 그림 3은 내력의 영향을 고려치 않은 것과 퍼지논리 규칙에 의한 내력의 영향을 조절한 것을 함께 나타낸 것이다. 퍼지논리 규칙에 의해 두 로보트의 최대 경계곡선이 거의 같게 설정되어 CMBC의 범위가 커졌음을 알 수 있다. 그림4는 새로운 CMBC하에서 얻은 속도 궤적과 내력의 영향을 고려치 않은 경우의 공통 최대속도 경계곡선(LBC[4])하에서의 속도 궤적을 보이고 있다. CMBC하에서 더 큰 속도를 가져 식(14)의 최소화를 더 이를 수 있음을 알 수 있다.

## VI. 결 론

본 논문에서는 다중 협력 로보트의 최적시간 제어를 얻기 위한 효율적인 해결 방법으로써 협력 매니퓰레이터들 사이에서의 기구학/동력학적 상호 관계식들을 규명하였고, 협력 작업시 물체와 두 매니퓰레이터들 상호간의 힘에 의한 각 매니퓰레이터들의 동적 특성 변화까지 고려하였다. 특히 다중 협력 로보트의 최적 시간 계획에 내력의 영향을 밝혔으며 아울러 내력을 로보트의 기구학적, 동력학적 정보로부터 퍼지논리를 이용하여 선택하여 최적 부하분배를 이루었다. 이는 최소시간 측면에서 다중 로보트 매니퓰레이터의 힘분배 결정 문제를 해결한 것이며 이 결과와 위상 평면 기법을 이용해 다중 로보트들의 협력 작업시의 진정한 의미의 최적 시간제를 구하는 방법을 제시하였다.

## 참 고 문 헌

1. J.E.Bobrow, S.Dubowsky and J.S.Gibson, "Time Optimal control of robot manipulators along specified paths," Int. Journal of Robotics Research, vol. 4, no.3, pp.3-17, 1985.
2. J. E. Bobrow, J. M. McCarthy, and V. K. Chu, "Minimum-Time Trajectory for Two Robots Holding the Workpiece," in Proc. 29th IEEE Conf. Decision and Control, pp.3102-3107, Dec. 1990.
3. Yaobin Chen, Stanlly Y.-P.Chien and Alan A. Desrochers, "General structure of time-optimal control of robotic manipulators moving along prescribed paths," Int. Journal of Control, vol.56, no.4, pp. 767-782, 1992.
4. 조현찬, 전홍태, "두 대의 산업용 로보트를 이용한 협력 작업의 최적 시간 제어," 전자공학회 논문지. 제26권 제10호, pp.10-18, 1989년 10월
5. Abraham Kandel, Fuzzy Mathematical Techniques with Applications, Addison-Wesley Publishing Company, 1986.
6. G. J. Klir and T. A. Folger, Fuzzy sets, Uncertainty, and Information, Prentice Hall, 1988.
7. C. C. Lee, "Fuzzy Logic in Control Systems:Fuzzy Logic Controller-Part I, II," IEEE Trans. on System Man and Cybernetics, vol.20, no.2, pp. 404-435, Mar./Apr. 1990.
8. S. B. Moon and Shaheen Ahmad, "Time optimal Trajectories for cooperative multi-robot systems," in Proc. 29th IEEE Conf. Decision and Control, pp.1126-1127, Dec. 1990.
9. Witold Pedrycz, Fuzzy Control and Fuzzy Systems, Research Studies Press LTD., 1989.
10. K. G Shin and N. D. Mckay, "Minimum time control of robotic manipulators with geometric constraints," IEEE Trans. on Automatic Control, vol.ac-30, no.6, pp.531-541, June 1985.
11. Ian D. Walker, Robert A. Freeman, and Steven I. Marcus, "Dynamic Task Distribution for Multiple Cooperating Robot Manipulators," IEEE Conf. of Robotics and Automation, pp.1288-1290, 1988.
12. Y. Zheng, J. Luh, "Optimal Load Distribution for Two Industrial Robots Handling a Single Object," in IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, 1988.



조 현 찬(Hyun-Chan Cho) 정회원  
1983년: 광운대학교 전자공학과  
(공학사)  
1985년: 중앙대학교 전자공학과  
(공학석사)  
1991년: 중앙대학교 전자공학과  
(공학박사)  
1991년~현재: 한국기술교육대학  
교 전자공학과 조  
교수

김 용 호(Yong-Ho Kim) 정회원  
한국퍼지 및 지능시스템학회 논문지, 제5권 제1호 참조

조 현 찬(Hong-Tae Jeon) 정회원  
한국퍼지 및 지능시스템학회 논문지, 제5권 제1호 참조