응용통계연구 제 9권 2호
1996년 9월 pp. 119-134

환경 효과를 포함한 가속수명검사 모형을 이용한 추론[1)]

이 석 훈[2)], 박 희 창[3)], 강 현 희[4)]

요 약

가속수명검사는 시간과 경비를 현실적인 여건에 맞추기 위하여 정상조건보다 열악한(강도가 높은) 조건에서 검사를 수행하여 그 결과를 정상조건에서의 수명분포와 관련된 관심사(기대수명, 신뢰도)등을 추정하는 것을 목적으로 하는 검사방법이다. 이 연구에서는 고장률이 다른 두 개의 부품이 직렬형으로 구성된 시스템의 가속수명검사 자료를 분석할 때 사용되는 하나의 모형을 제안하고 분석 과정 및 기존의 두 개의 부품의 서로 독립이라고 가정한 모형과 비교하는 것을 주요 내용으로 하였다. 시스템이 작동될 때 받는 관찰이 가능하지 않은 총체적인 환경의 효과를 동일 시스템 내의 두 개의 부품이 공유하게 됨으로써 발생되는 두 부품의 수명의 의존성을 frailty 모형을 이용하여 모형화 하였고, 분석 과정에서는 Profile 우도함수를 사용하여 최대 우도 추정 과정에서의 초기치 문제를 해결하는 방법을 제시하고 모의실험을 통하여 독립성의 가정을 검토하여 보았다.

1. 서 론

수명이 상당히 긴 시스템의 수명에 관한 추론을 위해서는 일반적으로 검사에 소요되는 시간과 비용을 절약하기 위하여 개발된 가속수명검사(Accelerated Life Testing : ALT)가 사용된다. ALT는 보통 시스템이 운용되는 환경보다 더 열악한 조건(본 논문에서는 충격이라고 표현한다)에서 시스템을 운용하여 자료를 얻고 이 자료를 근거로 정상 조건에서의 시스템의 수명 분포를 추정한다.

하나의 고장 요인만 갖고 있는 시스템에 관한 ALT연구에는 Nelson(1972), Mann 등(1974)이 지수 분포를 수명 분포로 가정하여 시작하였고 이후 Weibull, 대수정규(Lognormal)분포 등에 관한 연구가 계속되었다. 한편 Nelson(1972, 1974)과 Klein과 Basu(1981, 1982a, 1982b)는 다수의 부품이 직렬형으로 연결된 시스템에서 수행되는 ALT에 관하여 토의를 시작하였다. 이들이 연구에서 사용한 다수의 고장 요인을 갖고 있는 시스템의 수명을 위한 모형은 각 고장 요인들이 서로 독립적으로 발생한다고-다른 말로 한다면 다수의 부품들이 서로 독립적으로 작동한다고-가정하고 이들 부품의 수명으로 부터 시스템의 수명을 구하도록 하는 것이었다. 신뢰성 이론에서 주요한 논지 중의 하나인 부품의 독립성의 문제는 ALT 분야에서도 여러 학자들이 검

1) 이 연구는 1995년도 한국과학재단 연구비지원에 의한 결과임. (과제번호:951-0103-035-1)
2) (305-764) 대전광역시 유성구 궁동 220 충남대학교 자연과학대학 통계학과, 교수.
3) (641-773) 경상남도 창원시 사림동 9 창원대학교 자연과학대학 통계학과, 조교수.
4) (301-729) 대전시 중구 목동 24 목원대학교 통계연구소.

토하였는데, 특히 Ebrahimi(1987)가 Marshall과 Olkin(1967)의 이변량 지수 분포를, Basu와 Ebrahimi(1987), 이석훈 등(1992)이 Block과 Basu(1974)의 이변량 지수 분포를 가정하고 서로 종속적인 수명 분포를 갖는 부품으로 구성된 시스템의 ALT모형을 연구한 결과를 보고하였다. 이석훈과 강현희(1995)는 위의 연구의 연장 선상에서 지금까지의 연구자들과는 다른 관점으로 이변량 ALT모형을 제안하고 그 특성을 조사하였다. 이들은 두 부품이 하나의 시스템을 구성하여 작동될 때 시스템에 미치는 어떤 영향은 그 시스템 내에 있는 두 개의 부품에 의해서 공유될 수 밖에 없고 따라서 이 공통의 영향은 두 개의 부품 사이에 어떤 종속성을 유도하게 된다고 하는 소위 frailty 모형의 관점을 받아 들였다. 특히 이 모형은 시스템이 작동되는 조건이 주요한 주제가 되는 ALT에서는 더욱 현실적 의미를 갖는다고 보인다. frailty 모형은 여러 분야에서 오랫동안 연구되어 온 모형으로 특별히 신뢰성 분야에서는 Lee와 Klein(1986, 1988, 1989), Lindley와 Singpurwalla(1986) 그리고 Whitmore와 Lee(1991) 등이 고찰한 바 있다.

이 논문에서는 특별히 환경 효과를 나타내는 분포를 선행 연구자들이 많이 사용하여 온 감마와 positive stable로 가정하고 기준환경에서의 부품의 독자적인 수명 분포가 지수 분포인 경우의 추론 방법과 모형의 비교를 토의하려고 한다. 2절에서는 이 논문에서 사용되는 기호와 분포와 기본적인 특성을 열거하고, 3절에서는 각 모형에서 추론 과정을 토의하며, 4절에서는 모의실험을 통하여 각 모형을 비교하고, 5절에서는 결론을 맺는다.

2. ALT 모형 수립을 위한 가정

(1) 기호의 정의

v_k : 충격 $(k=1,2,\cdots,s)$

τ_k : 충격 v_k에서의 중단된 시간

n_k : 충격 v_k에서 검사되는 시스템의 수

n_{kj}: 충격 v_k에서 작동하는 시스템의 부품 j로 인하여 정지된 시스템의 수

$n_{kd}=n_{k1}+n_{k2}$

n_{kc}: 충격 v_k에서 정시 중단된(Type I Censored) 시스템의 수

t_{ki} : 충격 v_k에서 중단 시간 이전에 관찰 가능한 시스템의 수명 $(j=1,\ \cdots,\ n_k)$

$I_{kij}=$ 1 :관찰 가능 경우, 0 : 중단된 경우

$\delta_{ki}=I_{ki1}+I_{ki2}$

D_k : δ_{ki}=1인 시스템의 집합

X_{kj} : 충격 v_k에서 작동하는 시스템의 부품 j의 수명을 나타내는 확률변수

$S_k(x_{k1},x_{k2})$: 충격 v_k에서 두 부품의 결합 수명 분포

$S_{kj}(\cdot)$: 충격 v_k에서 부품 j의 주변 수명 분포

Z : 환경효과를 표현하는 확률변수
F : Z의 확률분포(frailty distribution)
λ_{kj} : 기준 환경 $(Z=1)$ 아래에서 충격 v_k 때 부품 j의 고장률

(2) 가속수명함수(accelerating function)는 일반적으로 사용되는 충격 v_k에서의 부품 j의 고장률 λ_{kj}의 log값이 충격 v_k의 1차 함수를 따르는 규칙으로 가정한다.

$$\log \lambda_{kj} = \beta_{0j} + \beta_{1j} v_k$$

(3) 환경효과를 나타내는 변수 Z는 감마 $f_G(\cdot)$, positive stable $f_p(\cdot)$을 따른다.

$$f_G(z) = \frac{z^{(1/\alpha-1)}\exp(-z/\alpha)}{\Gamma(1/\alpha)\alpha^{1/\alpha}}, \qquad z>0,\ \alpha>0$$

$$f_P(z) = -\left(\frac{1}{\pi z}\right)\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\Gamma(k\theta+1)}{k!}[-z^{-\theta}]^k \cdot \sin(\theta k\pi), \qquad z>0,\ 0\le\theta\le 1$$

(4) 각 부품이 특정한 환경 $(Z=z)$에서 운용될 때 충격 v_k에서의 수명 분포는 서로 독립이고 고장률이 $z\cdot\lambda_{kj}$인 지수 분포를 따른다.

3. 자료분석

3.1 환경 효과가 감마 분포일 때 자료분석

환경효과 Z가 감마 분포를 따른다고 하면 충격 v_k에서 두 부품의 결합 수명 분포와 각 주변 분포 및 그 기본 특성은 이석훈과 강현희(1995)에 의해서 다음과 같이 알려져 있다.

$$S_k(x_{k1}, x_{k2}) = \{1+\alpha\sum_{j=1}^{2}\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)\cdot x_{kj}\}^{-\frac{1}{\alpha}}, \quad S_{kj}(x_{kj}) = \{1+\alpha\cdot x_{kj}\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)\}^{-\frac{1}{\alpha}}$$

$$E(X_{kj}) = \frac{1}{(1-\alpha)\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)}(\alpha<1), \quad V(X_{kj}) = \frac{1}{(1-2\alpha)(1-\alpha)^2(\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k))^2}(\alpha<\frac{1}{2})$$

$$Corr(X_{k1}, X_{k2}) = \alpha \quad (\alpha<\frac{1}{2}), \qquad Kendall'\ \tau(X_{k1}, X_{k2}) = \frac{\alpha}{\alpha+2}$$

따라서 이 논문에서 고려하는 직렬형 시스템의 신뢰도는 다음과 같다.

$$R_k(t) = \{1+\alpha\cdot t\sum_{j=1}^{2}\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)\}^{-1/\alpha}$$

충격 v_k에서 검사 결과 얻은 $data=(t_{ki},\ I_{kij},\ i=1,\cdots,n_k,\ j=1,2,\ k=1,\cdots,s\ )$ 로부터 우도함수의 대수를 취한 식은

$$
\begin{aligned}
l &= \log L(\beta,\ \alpha \mid data) \\
&= \sum_{k=1}^{s}\Big[\sum_{i\in D_k}\big(-\frac{(1+\alpha)}{\alpha}\log\{1+\alpha t_{ki}\cdot\{\exp(\beta_{01}+\beta_{11}v_k)+\exp(\beta_{02}+\beta_{12}v_k)\}\} \\
&\quad + n_{k1}(\beta_{01}+\beta_{11}v_k)+n_{k2}(\beta_{02}+\beta_{12}v_k) \\
&\quad - \frac{n_{kc}}{\alpha}\log\{1+\alpha\cdot\tau_k\cdot(\exp(\beta_{01}+\beta_{11}v_k)+\exp(\beta_{02}+\beta_{12}v_k))\ \}\ \Big]
\end{aligned}
\tag{3.1.1}
$$

이고, 최우추정값를 구하기 위하여 Newton-Raphson의 방법, Marquart의 방법 등이 시도되었는데 여러 자료에 대한 실험 결과 이러한 방법들이 모두 α와 $\underline{\beta}$의 초기값에 대단히 민감한 반응을 하고 있는 것을 발견하게 되었다. 따라서 초기값 설정을 위한 방법이 중요하며 본 연구에서는 다음과 같이 시도하였다.

(1) Profile 최우추정값의 이용

Klein 등 (1992)이 frailty 모형을 이용하여 Framingham 심장 연구의 자료를 분석하면서 제안한 방안으로 우리 연구에 다음과 같이 적용하였다.

[1단계] 환경 효과의 분포를 결정하는 모수 α가 속할 것으로 예상되는 구간을 추측하여 그 구간내에서 m개의 점 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$을 정한다.

[2단계] 환경 효과 $Z=1$인 상황, 즉 두 부품이 각각 독립적인 수명 분포를 갖는다고 가정하고 최우추정값 $\underline{\beta}_{(0)}$을 구한다.

[3단계] α가 α_l라고 할 때의 식 (3.1.1)-Profile 우도함수-을 최대로 하는 $\underline{\beta}_{(l)}$을 구한다. 이때 $\underline{\beta}_{(l)}$을 구할 때 초기치로는 $\underline{\beta}_{(l-1)}$로 한다. $(l=1,2,\cdots,m)$

[4단계] $(\alpha_{(l)},\ \underline{\beta}_{(l)})$ 중에서 식 (3.1.1)을 최대로 하는 값을 초기치로 하여 α와 $\underline{\beta}$의 식 (3.1.1)을 최대로 하는 $(\alpha_{(f)},\ \underline{\beta}_{(f)})$를 최우추정값로 한다.

(2) EM알고리즘에 의한 추정

Clayton과 Cuzick(1985)가 시도하였던 방법을 우리모형에 적용하면, 검사에 투입된 시스템 각각에 미친 관찰이 가능하지 않은 환경효과를 ω_{ki}라고 가상할 때 모수 $\alpha,\ \underline{\beta}$에 대한 대수우도함수 l^*는 다음과 같다.

$$l^*(\alpha, \underline{\beta} \mid \ data=(t_{ki}, I_{kij}), \omega_{ki}, \ k=1,\cdots,s, i=1,\cdots,n_k, \ j=1,2)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{k=1}^{s}\sum_{i=1}^{n_k}\sum_{j=1}^{2}[-1/\alpha\cdot\log\alpha+\log\Gamma(1/\alpha)]+I_{kij}(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k) \\ &\quad +[(1/\alpha+\delta_{ki}-1)\log\omega_{ki}-\omega_{ki}/\alpha]-\omega_{ki}\cdot(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)t_{ki} \end{aligned} \tag{3.1.2}$$

한편 자료가 주어진 조건에서의 ω_{ki}는 서로 독립으로 형상(shape)모수 A_{ki}는 $(1/\alpha+\delta_{ki})$이고, 척도(scale)모수 C_{ki}가 $(1/\alpha+\sum_{j=1}^{2}\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)\ t_{ki})$인 감마분포를 조건부 확률함수로 갖으므로 그 기대값은 다음과 같다.

$$E(\omega_{ki}) = A_{ki}\cdot C_{ki}=\frac{(1/\alpha+\delta_{ki})}{(1/\alpha+\sum_{j=1}^{2}\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}\ v_k)t_{ki})}$$

또한 $\psi(\cdot)$를 digamma 함수라고 할 때

$E(\log\omega_{ki})=\psi(A_{ki})-\log C_{ki}$이므로 E-단계를 적용하면, 자료와 A_{ki}, C_{ki}가 주어졌을 때 l^*의 기대값 l_E는 $l_E=l_{E1}(\alpha)+l_{E2}(\underline{\beta})$가 된다.

여기서

$$\begin{aligned} l_{E1}(\alpha) &= \sum_k\sum_i\sum_j[-1/\alpha\cdot\log\alpha+\log\Gamma(1/\alpha)] \\ &\quad +[(1/\alpha+\delta_{ki}-1)(\psi(A_{ki})-\log C_{ki})-(A_{ki}/C_{ki})/\alpha] \end{aligned} \tag{3.1.3}$$

$$l_{E2}(\underline{\beta})=\sum_k\sum_i\sum_j I_{kij}(\beta_{0j}+\beta_{1j}\ v_k)-(A_{ki}/C_{ki})\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}\ v_k)t_{ki} \tag{3.1.4}$$

이다.

따라서 구체적 방법은

[1단계] $(\alpha\to 0)$인 경우 즉 $\omega_{ki}\equiv 1$인 경우 $\underline{\beta}$의 추정값 $\underline{\beta}_{(0)}$를 구한다.

m=1부터 아래의 단계를 반복한다.

[2단계] α값 $\alpha_{(m-1)}$과 $\underline{\beta}_{(m-1)}$를 이용하여 A_{ki}, C_{ki}를 구한다.

[3단계] $(A_{ki},\ C_{ki})$를 대입하여 식(3.1.3)을 최대화하는 α의 추정값 $\alpha_{(m)}$을 식(3.1.4)를 최대화하는 $\underline{\beta}_{(m)}$ 을 구한다.

[4단계] $(\alpha_{(m-1)},\ \underline{\beta}_{(m-1)})$과 $(\alpha_m,\ \underline{\beta}_m)$의 차이가 ε보다 작은지 조사하여 단계 (2-4)를 반복하여 수렴이 되면 이를 최우추정값로 한다.

우리의 실험 결과는 방법 (1), (2) 모두 거의 동일한 값(10^{-4} 이내에서)을 추정값로 제공하였는데 방법(1)은 모수 α에 대한 추측이 필요로 되는 반면(때로 예민할 수 있음) 방법2는 식(3.1.3)이 α 하나에 대한 식이므로 초기값에 예민하게 의존하지 않았다. 그러나 수행 시간에는 방법2가 방법1보다 오래 걸리게 된다.

3.2 환경 효과가 positive stable분포일 때 자료분석

환경효과 Z가 positive stable분포를 따른다고 하면 충격 v_k에서 두 부품의 결합 수명분포와 각 주변 분포 및 그 기본 특성 또한 다음과 같이 알려져 있다.

$$S_k(x_{k1}, x_{k2}) = \exp\{-(\sum_{j=1}^{2} \exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)\cdot x_{kj})^{\theta}\},\quad S_{kj}(x_{kj}) = \exp\{-(x_{kj}\cdot \exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k))^{\theta}\}$$
$$E(X_{kj}) = \Gamma(\frac{1}{\theta})\frac{1}{\theta\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)},\quad V(X_{kj}) = \frac{1}{\theta^2(\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k))^2}[\Gamma(\frac{2}{\theta})-\Gamma^2(\frac{1}{\theta})]$$
$$Corr(\log X_{k1}, \log X_{k2}) = 1-\theta^2,\qquad Kendall\ \tau\ (X_{k1}, X_{k2}) = 1-\theta$$

따라서 이 논문에서 고려하는 직렬형 시스템의 신뢰도는 다음과 같다.

$$R_k(t) = \exp\{-(\sum_{j=1}^{2} \exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)\cdot t)^{\theta}\}$$

충격 v_k에서 검사 결과 얻은 $data = (t_{ki},\ I_{kij},\ i=1,\cdots,n_k,\ j=1,2,\ k=1,\cdots,s)$ 로부터 우도함수의 대수를 취한 식은

$$\begin{aligned}\log\ & L(\beta,\ \theta \mid data)\\ &= \sum_{k=1}^{s}\Big[\sum_{j=1}^{2} n_{kj}(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k) - \sum_{i=1}^{n_k}\{t_{ki}\sum_{j=1}^{2}\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)\}^{\theta}\\ &\quad + n_{kd}\cdot\log\theta + \sum_{i\in D_k}(\theta-1)\log[t_{ki}\cdot\sum_{j=1}^{2}\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)]\Big]\end{aligned} \tag{3.2.1}$$

이고, Positive stable분포의 경우에도 최우추정값를 구하는 문제는 감마 분포의 경우와 같은 현상을 보이기 때문에 이 경우에도 Profile 최우추정값과 EM알고리즘을 이용한 추정값를 구하여 보았고 감마분포와 유사한 경향이 나타나는 것을 관찰하였다.

이들 방법들 중 특별히 언급할 내용을 요약하면 먼저 Profile 최우추정값은 역시 Klein(1992)의 방법을 이용하였는데 θ의 값이 0과 1사이에 있는 성질을 이용하여 – 이 점은 감마의 경우와 달리 추측이 필요없다. – 0과 1사이의 구간을 N등분한 값들을

$\theta_k(k=1,2,\cdots,N)$하고 각 θ_k값에서 Profile 우도함수를 최대로 하는 β의 값 $\beta(\theta_k)$를 구하고 θ_k와 $\beta(\theta_k)$에서의 우도함수(Profile이 아님)의 값 L_k를 계산한다. 이들 L_k값중 제일 큰 두 개의 값을 만드는 모수값 θ_m, θ_n (|m-n|=1)을 찾아서 이들을 구간으로 하여 앞에서 한 방법을 반복하여 수렴될 때까지 하는 방법이 시간이 좀 걸리지만 초기치에 독립적으로 최우추정값를 구해준다. 물론 이 경우에도 처음 계산된 L_k 중 최대값을 제공한 θ 와 β 값을 초기치로 하여 우도함수를 최대로 하는 값을 구하여도 동일한 값을 제공한다.

EM알고리즘을 사용한 경우에는 관찰이 가능하지 않은 환경효과 ω_{ki}의 기대값 $E(\omega_{ki}|data)$을 Wang 등(1993)의 보조정리를 이용하여 다음과 같이 구했다.

$$E(\omega_{ki}\,|data)=\begin{cases}\theta S_{ki}^{\theta-1}+(1-\theta)S_{ki}^{-1} & (\text{고장이 관찰된 경우})\\ \theta S_{ki}^{\theta-1} & (\text{절단된 경우})\end{cases}$$

여기에서 $S_{ki}=t_{ki}\sum_{j=1}^{2}\exp(\beta_{0j+}\beta_{1j}v_k)$이다.

다음 M-단계는 ω_{ki}가 주어졌다고 가상할 때의 β의 우도함수

$$l^*(\beta|\text{data})\propto\sum_{k=1}^{s}\sum_{j=1}^{2}n_{ki}(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_{k)}-\sum_{k}\sum_{i}\sum_{j}\omega_{ki}t_{ki}\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)\qquad(3.2.2)$$

에서 ω_{ki}를 E(ω_{ki})대입한 식을 Profile 우도함수 같이 사용하여 앞에서 요약한 바와 같이 추정값를 구하는 방법을 따르면 Profile 최우추정값과 같은 추정값를 제공한다.

그러나 θ가 정해진 구간 0과 1사이의 모수이므로 단순히 Profile 우도추정값를 구하는 것이 EM 알고리즘을 사용하는 것보다 계산시간을 고려할 때 더 좋은 것으로 관찰되었다.

4. 모형별 추정의 특성 및 비교

4.1 모의실험 방법

연구 목표는 환경 효과의 분포가 감마를 따르는 환경에서 얻은 자료(감마자료)와 positive stable분포를 따르는 환경에서 얻은 자료(PS자료)를 각각 환경효과가 감마 분포, positive stable분포를 따르는 모형으로(감마모형, PS모형) 분석하여 얻은 추정값들과 또한 일반적으로 ALT 자료 분석에서 사용되어 오는 독립이라는 가정 아래에서(독립모형) 얻은 추정값들을 비교하여 frailty 모형의 성질을 조사하는 것이다. 이때 비교는 시스템의 신뢰

도의 추정값들로 하는데 비교되는 신뢰도는 0.9, 0.5, 0.1이다. 기준이 되는 환경(환경효과 Z=1)에서 작동하는 부품 1의 충격 v아래에서 고장률을 $-0.3+0.5v$($\beta_{01}=-0.3, \beta_{11}=0.5$)로 부품 2의 고장률은 $-0.1+0.7v$($\beta_{02}=-0.1, \beta_{12}=0.7$)로 설정하고 환경효과 분포에서 난수 ω를 IMSL 루틴을 통하여 얻고 $(-0.3+0.5v)\omega$, $(-0.1+0.7v)\omega$를 각각 고장률로 갖는 지수분포에서 난수 (x_1, x_2)를 구하여 t와 I를 자료로 얻는다. 이때 중단 시간 τ는 각 충격에서의 수명의 기대값의 1.5배로 한다. 충격 v는 1, 3, 5의 값을 갖는다고 하고 감마와 positive stable의 모수값은 두 모형이 같은 Kendall의 Tau 값 0.25(감마의 $\alpha=2/3$, PS의 $\theta=0.75$: <표1.>과 <표2.>), 0.5(감마의 $\alpha=2.0$, PS의 $\theta=0.5$: <표3.>과 <표4.>), 그리고 0(독립인 경우 : <표5.>)을 갖게 하였다. 표본의 크기는 각 충격에서 100으로 하고 모의 실험의 총 반복횟수는 1000회로 하였다.

아래의 표들은 PS자료(<표1.>, <표3.>), 감마자료(<표2.>, <표4.>), 그리고 독립자료(<표5.>)를 각각 감마모형, PS모형, 그리고 독립 모형으로 가정하고 분석하여 얻은 모수 $\underline{\beta}$, 의존도(α, θ) 그리고 90, 50, 10 백분위수의 추정값들의 평균과 표준편차(또는 MSE의 제곱근)이다.

먼저 각 표의 a부분을 보면 큰 특징중의 하나는 전체적으로 어떤 자료를 어떤 모형으로 분석하여도 충격 v의 계수인 모수 $\beta_{1j}(j=1,2)$의 추정값들은 거의 비슷한 값(오차가 10^{-2}정도)을 제시하고 있는 것을 알 수 있는 반면 절편에 해당되는 $\beta_{0j}(j=1,2)$의 추정값은 모형에 따라서 차이가 크게 나타나는 것을 발견할 수 있다. PS자료를 감마모형으로 분석할 경우에는 독립모형으로 분석한 경우에 비해서 큰 차이가 나타나는 현상을 <표1.a>, <표3.a> 모두에서 발견할 수 있다. 마찬가지로 감마자료를 PS모형이나 독립모형으로 추정한 값 역시 큰 차이가 나는 것을 <표2.a>, <표4.b>에서 볼 수 있는 반면 PS모형과 독립 모형의 추정값들은 두 자료의 경우 모두 상대적으로 그 차이가 작은 것을 발견할 수 있다. 이러한 현상은 독립자료의 경우인 <표5.a>에서도 마찬가지로 PS모형은 독립모형의 β_{0j}추정값과 거의 같다고 할 수 있는 반면 감마모형의 값은 상대적으로 큰 차이를 나타내고 있다.

상관 관계를 나타내는 모수값은 감마모형의 경우는 전반적으로 과소추정(under estimate)이 되고 있는 것으로 나타났다. 이것은 감마 분포의 α값이 1/2이상이면 감마모형에서는 시스템 안에 있는 각 부품의 수명의 분산이 무한인 반면 자료를 바탕으로 얻은 분산의 추정값은 유한한 값일 수 밖에 없기 때문이라고 생각된다. 따라서 $\alpha=2$인 감마자료의 경우 추정값은 1.75(<표4.a>)로써 $\alpha=0.67$인 감마 자료의 경우보다 더 과소추정 현상이 두드러지고 있다. 그러나 PS모형의 경우는 어느 자료에서나 Tau값에 대응되는 추정값를 제시하고 있는 것으로 나타났고, 독립 자료에 대하여는 감마모형과 PS모형 모두 0.08과 0.98(<표5.a>)로 표준편차를 고려할 때 적절하게 추정된 것으로 나타났다. 그러나 $\underline{\beta}$의 추정값까지 고려할 때 PS모형이 감마 모형보다는 독립 자료에 더 잘 적합되는 것으로 보인다.

백분위수 추정에 관한 실험 결과를 살펴보면 PS자료를 독립 모형으로 분석한 결과의 특징은 초기에는 신뢰도를 과대추정하게 되고 후기에는 과소 추정하는 현상이 <표1.b>, <표3.b>에서 발견되고 있는 반면 감마자료를 독립 모형으로 분석한 결과는 전 영역에서 신뢰

도를 과대추정하는 것으로 <표2.b>, <표4.b>에서 볼 수 있다. 이러한 현상은 정상 충격이 가속수명검사에 사용된 충격과 차이가 클 때(표에서는 충격=0.2인 경우) 더욱 현저히 나타나고 있고, PS자료에서보다 감마 자료인 경우가 더 크게 나타나고 있다.

한편 PS자료를 감마 모형으로 분석했을때는 신뢰도의 추정에 있어서 초기와 후기에 과소, 중기에는 과대의 경향이, 감마자료를 PS모형으로 분석했을때는 초기와 후기에 과대, 중기에는 과소의 경향이 독립 모형의 분석 결과 같이 크지는 않지만 나타나고 있다.

또한 독립 자료를 감마모형(PS모형)으로 분석하였을 때는 초기, 중기에서는 약간의 과대추정의 경향이 있다. 그러나 이러한 경향은 감마 자료나 PS 자료를 독립 모형으로 분석했을 때와 비교하면 거의 무시될 수 있는 정도로 보여진다.

비록 엄격한 분석적인 고찰이 아닌 실험, 관찰의 입장에서 토의한 내용이지만 요약한다면 피검사 대상인 시스템에 영향을 주는 환경효과를 어떤 모형으로 가정하느냐에 따라 신뢰도의 과대 추정 또는 과소 추정이 예상되는 것을 살펴보았다. 가장 안정적인 결론이라면 비록 독립 모형을 쓰는 것이 옳은 현상에서도 즉 독립자료(<표5.>)의 분석에서도 PS모형의 사용은 적절하다고 판단되고 한편 PS자료를 독립모형으로 분석할 때 발생되는 편의를 생각하면 어떤 자료이든 기존에 일반적으로 사용되어 오던 독립 모형보다는 PS모형을 제안할 수 있다고 생각된다. 이러한 조심스러운 제안은 감마 자료를 독립 모형으로 분석하는 것보다는 PS모형으로 분석하는 것이 편의가 작은 것을 보여주는 <표2.>와 <표4.>에 의해서도 지지될 수 있다고 본다.

<표1.a> θ =0.75인 PS자료의 모수의 추정값

	감마모형		PS 모형		독립 모형	
	평 균	표준편차	평 균	표준편차	평 균	표준편차
$\hat{\beta}_{01}$	0.1137	0.2742	-0.3360	0.2470	-0.3737	0.2322
$\hat{\beta}_{11}$	0.5041	0.0896	0.5039	0.0787	0.5039	0.0742
$\hat{\beta}_{02}$	0.3196	0.2352	-0.1305	0.2030	-0.1684	0.1863
$\hat{\beta}_{12}$	0.7000	0.0623	0.6999	0.0583	0.6999	0.0520
의존성	0.6478	0.1705	0.7536	0.0458	*	*

<표1.b> θ =0.75인 PS자료의 백분률

신뢰도	모 형	충격 = 1.0		충격 = 0.5		충격 = 0.2	
		평균	평균자승 오차제곱근	평균	평균자승 오차제곱근	평균	평균자승 오차제곱근
0.10	PS	1.0353	0.1591	1.4125	0.2454	1.7002	0.3178
	감마	1.1749	0.3098	1.6041	0.4481	1.9318	0.5606
	독립	0.8115	0.2095	1.1063	0.2938	1.3309	0.3606
	실제값	0.9990	.	1.3603	.	1.6351	.
0.50	PS	0.2087	0.0283	0.2847	0.0447	0.3427	0.0583
	감마	0.1902	0.0300	0.2595	0.0458	0.3125	0.0583
	독립	0.2443	0.0510	0.3330	0.0735	0.4006	0.0916
	실제값	0.2016	.	0.2744	.	0.3299	.
0.90	PS	0.0172	0.0010	0.0235	0.0010	0.0283	0.0010
	감마	0.0238	0.0100	0.0324	0.0100	0.0390	0.0141
	독립	0.0371	0.0224	0.0506	0.0283	0.0609	0.0346
	실제값	0.0164	.	0.0223	.	0.0268	.

<표2.a> α=0.67인 감마자료의 모수의 추정값

	감마모형		PS 모형		독립 모형	
	평균	표준편차	평균	표준편차	평균	표준편차
$\hat{\beta}_{01}$	-0.3082	0.2802	-0.7889	0.2593	-0.8317	0.2425
$\hat{\beta}_{11}$	0.4972	0.0825	0.4964	0.0801	0.4969	0.0755
$\hat{\beta}_{02}$	-0.0962	0.2272	-0.5770	0.2110	-0.6204	0.1926
$\hat{\beta}_{12}$	0.6966	0.0624	0.6959	0.0607	0.6966	0.0557
의존성	0.6474	0.1315	0.7847	0.0337		

<표2.b> α=0.67인 감마자료의 백분률

신뢰도	모 형	충격 = 1.0		충격 = 0.5		충격 = 0.2	
		평균	평균자승오차제곱근	평균	평균자승오차제곱근	평균	평균자승오차제곱근
0.10	PS	1.5616	0.3403	2.1270	0.4997	2.5578	0.6298
	감마	1.7836	0.3526	2.4315	0.5322	2.9256	0.6810
	독립	5.0310	3.2987	6.8487	4.5207	8.2325	5.4607
	실제값	1.7948	.	2.4437	.	2.9375	.
0.50	PS	0.3361	0.0671	0.4578	0.0995	0.5505	0.1261
	감마	0.2907	0.0447	0.3962	0.0707	0.4767	0.0927
	독립	0.5590	0.2787	0.7610	0.3838	0.9147	0.4652
	실제값	0.2895	.	0.3942	.	0.4738	.
0.90	PS	0.0305	0.0100	0.0416	0.0100	0.0500	0.0141
	감마	0.0363	0.0010	0.0495	0.0100	0.0595	0.0100
	독립	0.0621	0.0283	0.0846	0.0374	0.1016	0.0458
	실제값	0.0359	.	0.0488	.	0.0587	.

<표3.a> θ=0.5인 PS자료의 모수의 추정값

	감마모형		PS 모형		독립 모형	
	평균	표준편차	평균	표준편차	평균	표준편차
$\hat{\beta}_{01}$	1.0485	0.3938	-0.3341	0.3030	-0.5335	0.2512
$\hat{\beta}_{11}$	0.5049	0.1158	0.5058	0.0959	0.5050	0.0812
$\hat{\beta}_{02}$	1.2568	0.3686	-0.1262	0.2768	-0.2162	0.2159
$\hat{\beta}_{12}$	0.7001	0.1037	0.7013	0.0794	0.7006	0.0608
의존성	1.7679	0.1287	0.5034	0.0265	*	*

<표3.b> θ=0.5인 PS자료의 백분률

신뢰도	모 형	충격 = 1.0		충격 = 0.5		충격 = 0.2	
		평균	평균자승오차제곱근	평균	평균자승오차제곱근	평균	평균자승오차제곱근
0.10	PS	1.8057	0.3899	2.4725	0.6018	2.9837	0.7808
	감마	2.8627	1.3888	3.9379	2.0254	4.7678	2.5485
	독립	0.9530	0.7999	1.3009	1.0911	1.5666	1.3134
	실제값	1.7420	.	2.3719	.	2.8512	.
0.50	PS	0.1647	0.0332	0.2255	0.0510	0.2722	0.0678
	감마	0.1184	0.0490	0.1628	0.0707	0.1970	0.0877
	독립	0.2869	0.1349	0.3916	0.1876	0.4716	0.2285
	실제값	0.1579	.	0.2149	.	0.2584	.
0.90	PS	0.0040	0.0010	0.0054	0.0010	0.0065	0.0010
	감마	0.0101	0.0010	0.0139	0.0100	0.0168	0.0100
	독립	0.0436	0.0040	0.0595	0.0557	0.0717	0.0671
	실제값	0.0036	.	0.0050	.	0.0060	.

<표4.a> α=2.0인 감마자료의 모수의 추정값

	감마모형		PS 모형		독립 모형	
	평균	표준편차	평균	표준편차	평균	표준편차
$\hat{\beta}_{01}$	-0.3688	0.3323	-1.9255	0.5443	-2.3351	0.2891
$\hat{\beta}_{11}$	0.4901	0.1030	0.4929	0.5042	0.4931	0.0906
$\hat{\beta}_{02}$	-0.1990	0.2891	-1.7560	0.3052	-2.1664	0.2524
$\hat{\beta}_{12}$	0.7010	0.0837	0.7040	0.0710	0.7044	0.0721
의존성	1.7500	0.1158	0.4992	0.0155		

<표4.b> α=2.0인 감마자료의 백분률

신뢰도	모 형	충격 = 1.0		충격 = 0.5		충격 = 0.2	
		평균	평균자승 오차제곱근	평균	평균자승 오차제곱근	평균	평균자승 오차제곱근
0.10	PS	9.2439	7.3379	12.6619	10.0697	15.2845	12.1762
	감마	11.6829	5.4788	15.9562	7.6856	19.2254	9.4326
	독립	23.2966	8.0969	31.8057	11.5829	38.3038	14.3935
	실제값	16.2640	.	22.1451	.	26.6195	.
0.50	PS	0.8310	0.3831	1.1381	0.5499	1.3738	0.6848
	감마	0.4937	0.1030	0.6745	0.1643	0.8129	0.2166
	독립	2.5885	2.1426	3.5340	2.9496	4.2560	3.5735
	실제값	0.4929	.	0.6711	.	0.8066	.
0.90	PS	0.0191	0.0200	0.0262	0.0265	0.0316	0.0332
	감마	0.0423	0.0100	0.0578	0.0141	0.0697	0.0200
	독립	0.2876	0.2540	0.3927	0.3493	0.4729	0.4227
	실제값	0.0385	.	0.0525	.	0.0631	.

<표5.a>독립자료의 모수의 추정값

	감마모형		PS 모형		독립 모형	
	평균	표준편차	평균	표준편차	평균	표준편차
$\hat{\beta}_{01}$	-0.2395	0.2165	-0.2972	0.2128	-0.2996	0.2117
$\hat{\beta}_{11}$	0.5022	0.5053	0.5022	0.0787	0.5022	0.0678
$\hat{\beta}_{02}$	-0.0393	0.1673	-0.0970	0.1631	-0.0995	0.1619
$\hat{\beta}_{12}$	0.6997	0.0451	0.6997	0.0447	0.6997	0.0447
의존성	0.0816	0.0479	0.9807	0.0265		

<표5.b> 독립자료의 백분률

신뢰도	모 형	충격 = 1.0		충격 = 0.5		충격 = 0.2	
		평균	평균자승 오차제곱근	평균	평균자승 오차제곱근	평균	평균자승 오차제곱근
0.10	PS	0.7668	0.0768	1.0443	0.1208	1.2556	0.1581
	감마	0.7834	0.0837	1.0669	0.1300	1.2827	0.1694
	독립	0.7554	0.0721	1.0287	0.1140	1.2368	0.1497
	실제값	0.7566	.	1.0301	.	1.2383	.
0.50	PS	0.2252	0.0224	0.3067	0.0346	0.3687	0.0458
	감마	0.2204	0.0224	0.3002	0.0361	0.3609	0.0469
	독립	0.2274	0.0224	0.3097	0.0346	0.3723	0.0447
	실제값	0.2277	.	0.3101	.	0.3728	.
0.90	PS	0.0330	0.0010	0.0449	0.0010	0.0540	0.0100
	감마	0.0327	0.0010	0.0446	0.0010	0.0536	0.0100
	독립	0.0346	0.0010	0.0471	0.0010	0.0566	0.0010
	실제값	0.0346	.	0.0471	.	0.0567	.

5. 결 론

이 논문은 두 개의 부품이 직렬로 연결된 시스템의 가속수명검사에서 시스템의 수명 분포 모형에 관하여 논의하였다. 동일 시스템내에 있는 부품들은 다른 시스템내에 있는 부품들과는 달리 자신들이 속한 시스템의 운용환경-일반적으로 관찰 가능하지 않은-을 공유함으로써 상호종속적이라고 하는 관점의 frailty 모형을 사용하였다.

이 환경효과를 감마와 positive stable분포를 가정하고 특정 시스템내의 각 부품의 조건부 수명 분포는 서로 독립인 지수 분포를 따른다고 가정하였을때 요구되는 가속수명검사 자료의 분석과정을 논의하였고, 독립성을 가정한 기존의 일반적인 모형과 비교함으로써 제안된 모형의 특징 및 모형을 사용할 때 요구되는 주의 사항들을 검토하였다.

분석과정에서는 최우추정량을 구할 때 초기치에 대단히 민감한 문제를 Profile 최우추정과 EM 알고리즘을 이용한 방안을 제시하였고, 모형의 비교에서는 독립성을 가정하고 분석하는 것보다는 환경효과가 positive stable분포를 따른다고 하고 분석하는 것이 비록 환경효과에 의한 의존성이 전혀 발생되지 않는 시스템의 검사 자료에 대하여도 또는 환경효과가 감마 분포를 따른다고 하여도 더 좋겠다는 결론을 얻어서 이를 제안하고자 한다.

참 고 문 헌

[1] 이석훈, 박래현, 박희창 (1992), 두 개의 부품으로 구성된 시스템의 단계적 충격생명검사에 관한 연구, 「응용통계연구」, 제5권 2호, 193-209.

[2] 이석훈, 강현희 (1995), 환경효과를 고려한 가속수명검사 모형의 제안, 「충남과학연구지」, 22권 2호, 15-24.

[3] Basu, A. P., and Ebrahimi, N. (1987), On a Bivariate Accelerated Life Test Data, *Journal of Statistical Planning and Inference* 16, 297-304.

[4] Block, H., and A. P. Basu (1974), A continuous bivariate exponential extension, *Journal of the American Statistical Association*, 69, 1031-1037.

[5] Clayton, D., and Cuzick, J. (1985), Multivariate generalization of the proportile hazards model(with discussion), *Journal of the Royal Statistical Society* A148, 82-117.

[6] Ebrahimi, N. (1987), Analysis of bivariate accelerated life test data for the bivariate exponential of Marshall and Oklin, *Journal of the Indian Association for Productivity Quality and Reliability* 12, 1-15.

[7] Klein, J. P., and Basu, A. P. (1981), Weibull accelerated life tests when there are competing causes of failure, *Communications in Statistics Theory,* A 10, 2073-2100.

[8] Klein, J. P., and Basu, A. P. (1982a), Accelerated life tests under competing Weibull cause of failure, *Communications in Statistics Theory* A 11, 2271-2286.

[9] Klein, J. P., and Basu, A. P. (1982b), Accelerated life tests under competing exponential failure distributions, *Journal of the Indian Association for Productivity Quality and Reliability* 7, 1-20.

[10] Klein, J. P. (1992), Semiparametric estimation of random effects using the cox model based on the EM algorithm, *Biometrics* 48, 795-806.

[11] Lee, S. (1986), Inference for a bivariate survival function induced through the environment, Ph. D. Dissertation, The Ohio State University.

[12] Lee, S., and Klein, J. P. (1988), Bivariate models with a random environmental factor, *Journal of the Indian Association for Productivity Quality and Reliability* 13, 1-7.

[13] Lee, S., and Klein, J. P. (1989), *Statistical Methods for Combining Laboratory and Field Data Based On a Random Environmental Stress Model In Recent Developments in Statistics and Their Applications*, (J. P. Klein and J. C. Lee, eds.), Freedom Press, Seoul, Korea, 87-117.

[14] Lindley, D. V., and Singpurwalla, N. A. (1986), Multivariate distributions for the reliability of a system of components sharing a common environment. *Journal of Applied Probability* 23, 418-431.

[15] Mann, N. R., Schafer, R. E., and Singpurwall, N. D., *Methods for Statistical Analysis of Reliability and Life Test Data*, John Wiley & Sons Inc, NY, 1974.

[16] Marshall, W. B., and I. Olkin (1967), A multivariate exponential distribution, *Journal of the American Statistical Association*, 62, 30-44.

[17] Nelson, W. (1972), Graphical Analysis of Accelerated Life Test Data with the Inverse Power Law Model, *IEEE Transactions on Reliability* R-21 1, 2-11.

[18] Nelson, W. B., Methods for Planning and Analyzing Accelerated Tests, in General Electric Company, Corp. Research and Development Technical Information Series Report(1974), 73-CRD-034.

[19] Wang, S. T., Klein, J. P., Moeschberger, M. L. (1993), Semiparametirc estimation of covariate effects using the positive stable frailty model, Technical Report No. 504, Department of Statistics The Ohio State University.

[20] Whitmore, G. A., and Lee, M. L. T. (1991), A multivariate survival distribution generated by an inverse Gaussian mixture of exponentials, *Technometrics* 33, 39-50.

부 록

식 (3.1.1)에 대한 1, 2차 도함수는

$$Ag_{kij}=t_{ki}\cdot\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k),\quad Bg_{ki}=1+\alpha t_{ki}\{\exp(\beta_{01}+\beta_{11}v_k)+\exp(\beta_{02}+\beta_{12}v_k)\}$$

$$Cg_{kj}=\tau_k\cdot\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k),\quad Dg_k=1+\alpha\cdot\tau_k\{\exp(\beta_{01}+\beta_{11}v_k)+\exp(\beta_{02}+\beta_{12}v_k)\}$$

라고 할 때 다음과 같다.

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\beta_{lm}}=\sum_{k=1}^{s}v_k^l\left[\sum_{i\in D_k}-(1+\alpha)\frac{Ag_{kim}}{Bg_{ki}}+n_{km}-n_{kc}\frac{Cg_{km}}{Dg_k}\right]$$

$$\frac{\partial^2\ln L}{\partial\beta_{lm}\partial\beta_{pq}}=\sum_{k=1}^{s}v_k^{l+p}\left[\sum_{i\in D_k}(-1)^{m+q-1}(1+\alpha)\frac{\alpha Ag_{ki1}Ag_{ki2}+Ag_{kim}^I}{Bg_{ki}^2}\right.$$
$$\left.+(-1)^{m+q-1}n_{kc}\frac{\alpha Cg_{k1}Cg_{k2}+Cg_{km}^I}{Dg_k^2}\right]$$

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\alpha}=\sum_{k=1}^{s}\left[\sum_{i\in D_k}\left(\frac{\ln Bg_{ki}}{\alpha^2}-\frac{1+\alpha}{\alpha}\sum_{j=1}^{2}\frac{Ag_{kij}}{Bg_{ki}}\right)+\frac{n_{kc}}{\alpha^2}\ln Dg_k-\frac{n_{kc}\tau_k}{\alpha^2}\sum_{j=1}^{2}\frac{Cg_{kj}}{Dg_k}\right]$$

$$\frac{\partial^2\ln L}{\partial\alpha^2}=\sum_{k=1}^{s}\left[\sum_{i\in D_k}\left\{-\frac{2}{\alpha^3}\ln Bg_{ki}+\frac{2}{\alpha^2}\frac{Ag_{ki1}Ag_{ki2}}{Bg_{ki}}+\frac{1+\alpha}{\alpha}\frac{(Ag_{k1}Ag_{k2})^2}{Bg_k^2}\right\}\right.$$
$$\left.+\frac{2n_{kc}}{\alpha^2}\frac{Cg_{k1}Cg_{k2}}{Dg_k}-\frac{2n_{kc}}{\alpha^3}\ln Dg_k+\frac{n_{kc}}{\alpha}\frac{(Cg_{k1}Cg_{k2})^2}{Dg_k^2}\right]$$

$$\frac{\partial^2\ln L}{\partial\beta_{lm}\partial\alpha}=\sum_{k=1}^{s}v_k^l\left[\sum_{i\in D_k}\left(\sum_{j=1}^{2}Ag_{kij}-1\right)\frac{Ag_{kim}}{Bg_{ki}^2}+n_{kc}\frac{Cg_{km}}{Dg_k^2}\sum_{j=1}^{2}Cg_{kj}\right]$$

$$(l,p=0,1\quad m,q=1,2),\quad I=0\ (l\neq p),\quad 1\ (l=p)$$

식 (3.1.2)에 대한 1, 2차 도함수는

$$Bp_{kj}=\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)\qquad Cp_k=\sum_{j=1}^{2}\exp(\beta_{0j}+\beta_{1j}v_k)$$

라고 할 때 다음과 같다.

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\beta_{lm}}=\sum_{k=1}^{s}v_k^l\left[n_{km}-\theta Bp_{km}Cp_k^{(\theta-1)}\sum_{i=1}^{n_k}t_{ki}^{\theta}+(\theta-1)n_{kd}\frac{Bp_{km}}{Cp_k}\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta_{lm} \partial \beta_{pq}} = \sum_{k=1}^{s} v_k^{(l+p)} \Big[-\{ \theta(\theta-1)^{(1-I)} Bp_{k1} Bp_{k2} + (\theta^2 Bp_{km})^I \} Cp_k^{(\theta-2)} \sum_{i=1}^{n_k} t_{ki}^{\theta} + (-1)^{m+q} (\theta-1) n_{kd} \frac{Bp_{k1} Bp_{k2}}{Cp_k^2} \Big]$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = \sum_{k=1}^{s} \Big[-Cp_k^{\theta} \sum_{i=1}^{n_k} t_{ki}^{\theta} \ln\{ t_{ki} Cp_k \} + \frac{n_{kd}}{\theta} + \sum_{i \in D} \ln\{ t_{ki} Cp_k \} \Big]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta^2} = \sum_{k=1}^{s} \Big[-Cp_k^{\theta} \sum_{i=1}^{n_k} t_{ki}^{\theta} \cdot (\ln t_{ki} Cp_k)^2 - \frac{n_{kd}}{\theta^2} \Big]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta_{lm} \partial \theta} = \sum_{k=1}^{s} v_k^{l} \Big[-Bp_{km} Cp_k^{(\theta-1)} \sum_{i=1}^{n_k} t_{ki}^{\theta} \{ 1 + \theta \ln(t_{ki} Cp_k) \} + n_{kd} \frac{Bp_{km}}{Cp_k} \Big]$$

$$(l, p = 0, 1 \quad m, q = 1, 2), \quad I = 0 \ (l \neq p), \quad 1 \ (l = p)$$

Accelerated Life Testing Data Analysis Using the Model Incorporating the Random Environmental Effect[5]

Sukhoon Lee[6], Hee-chang Park[7], Hyun-hee Kang[8]

Abstract

Accelerated life testing(ALT) of a system is commonly used to reduce time and cost. ALT is achieved by subjecting the test systems to more severe conditions than the normal ones to obtain estimates of life distribution under normal condition.

The major interest of this research is to use a model of incorporating the common environmental effect on the components serially linked into a system-so called frailty model for the system life time distribution under each stress and to discuss the related data analysis and comparison of the model with the generally used one.

The profile likelihood is used to get an initial values required to compute maximum likelihood estimates and simulation is carried for comparison.

5) This Research was supported by the Korea Science & Engineering Foundation. (951-0103-035-1)

6) Professor, Department of Statistics, College of Natural Sciences, Chungnam National University, Daejon, 305-764 Korea.

7) Assistant Professor, Department of Statistics, College of Natural Sciences, Changwon National University, Changwon,(641-773) Korea.

8) Statistical Research Center Mokwon University, Daejon, 301-729 Korea.