

## 정보 전달이 보다 효과적인 변형된 측차확률비검정<sup>1)</sup>

박 노 진<sup>2)</sup>

### 요 약

본 논문에서는 정보 전달 능력이 향상된 변형된 측차확률비검정을 소개한다. 새로운 검정은 기존의 검정과 수학적 면에서 공통된 점들을 갖고 있으나, 이상치의 영향을 덜 받고 더욱이 그 존재에 대하여 시각적으로 보여주며, 또한 자료의 변화에 보다 민감하게 반응하는 특성이 있다.

### 1. 서론

단순귀무가설에 대한 단순대립가설을 검정하는 경우 우도비 검정법을 통하여 바람직한 검정을 도출할 수 있다. 만일 표본의 크기가 여러 가지 상황에 의해 미리 고정되지 않는 경우 측차확률비검정을 통하여 믿을 만한 검정을 도출할 수 있다. 실제로 후자의 경우 그 크기의 기대값이 표본의 크기가 고정된 경우보다 작을 수 있음을 알고 있다.

측차확률비검정의 기본적인 구성은 다음과 같다. 확률 표본이 선택되면, 우도함수의 비를 다음과 같이 정의한다.

$$\lambda_n = \frac{L_0(x_1, \dots, x_n)}{L_1(x_1, \dots, x_n)} = \frac{L_0(\theta_0, n)}{L_1(\theta_1, n)} = \frac{\prod_{i=1}^n f_0(x_i)}{\prod_{i=1}^n f_1(x_i)}, \quad n=1, 2, \dots$$

단순가설  $H_1: \theta = \theta_1$ 에 대한 단순가설  $H_0: \theta = \theta_0$ 을 검정하는 경우  $k_0 < k_1$ 을 만족하는 두 상수에 대하여, 만일

$$k_0 < \lambda_n = \frac{L_0(\theta_0, n)}{L_1(\theta_1, n)} < k_1 \quad (1)$$

으로 되면 계속 표본을 선택하고,

(i).  $\frac{L_0(\theta_0, n)}{L_1(\theta_1, n)} \leq k_0$ 로 되면  $H_0: \theta = \theta_0$ 을 기각하고,

(ii).  $\frac{L_0(\theta_0, n)}{L_1(\theta_1, n)} \geq k_1$ 으로 되면  $H_0: \theta = \theta_0$ 을 채택한다.

1) 연구 과제 번호 BSRI-96-1439, '96년도 기초과학 연구소 학술 연구 조성비 지원에 의해 연구 결과임.  
2) (300-716) 대전 광역시 동구 용운동 대전 대학교 통계학과 조교수.

그리고, 기각역의 구성에 기초가 되는 제 1 종 오류와 제 2 종 오류가 지정된 확률에 근사하도록 하여 상수  $k_0$ 와  $k_1$ 을 구하게 된다. 자세한 내용은 흔히 사용되는 수리통계학책들 (Hogg & Craig(1978), Mood et. al. (1974)) 에서 찾을 수 있다. 이때,  $z_i = \ln[f_0(x_i)/f_1(x_i)]$ 로 정의하면 부등식 (1) 대신에  $\ln k_0 < \sum_{i=1}^n z_i < \ln k_1$ 을 사용하여 검정을 구성할 수 있다.

본 논문에서는 위치모수 (location parameter)의 검정에 관하여만 생각한다. 즉, 확률 표본  $X_1, X_2, \dots$  이 확률 함수  $f(x-\theta)$ 를 따르는 경우,  $H_0: \theta = \theta_0$  대  $H_1: \theta = \theta_1$ 의 가설검정을 축차적으로 한다고 하자. 만일 확률 함수가  $N(\theta, \sigma^2)$ 이고 표준편차  $\sigma$ 가 알려졌다면, 우도 함수의 비를 간단히 하여 얻어진

$$z_i = -\frac{1}{2\sigma^2}[(\theta_0^2 - \theta_1^2) - 2x_i(\theta_0 - \theta_1)] = \frac{1}{\sigma^2}(\theta_0 - \theta_1)[x_i - (\theta_0 + \theta_1)/2]$$

를 사용하여 검정을 구성하게 된다. 즉, 아래의 식(2)가 성립한다면, 계속하여 관측치를 택해야 한다.

$$\ln k_0 \leq \frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n y_i \leq \ln k_1, \quad y_i = x_i - (\theta_0 + \theta_1)/2. \quad (2)$$

그러나, 만일 왼쪽 부등식 또는 오른쪽 부등식이 위반된다면 귀무가설을 기각하거나, 귀무가설을 받아 드려야 한다. 문제는 이때 사용된 검정 통계량이 이상치의 영향을 직접적으로 받으며, 결국 검정을 그르칠 수가 있다는 것이다. 이것을 방지하기 위해 간단하게는 (2)의  $y_i$ 를 M-추정법의 어떤 특정한  $\phi(y_i)$ 로 바꾸어 검정을 구성할 수 있다. 즉, (2)대신에

$$\ln k_0 \leq \frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n \phi(y_i) \leq \ln k_1$$

을 사용하여 이상치의 영향을 덜어 보자는 것이다. M-추정의 개념을 도입하는 것은 큰 문제가 없는 것으로 보인다. 그러나, 축차 검정의 경우 그 이상치들이 단순히 상식을 벗어난 숫자가 아닌 관측치들 사이에 존재할지도 모르는 어떤 패턴의 결과일지도 모르는 것이다. 따라서, 표본이 고정된 검정 (fixed-sample-size test)과 달리 M-추정법의 직접적인 적용은 매우 중요한 정보의 손실을 초래할 수도 있다. 여기서 우리는 로우버스트 (robust) 하면서도 정보의 손실을 막을 수 있는 축차확률비검정을 소개한다. 부등식(2) 대신 부등식(3)을 사용할 것을 제안한다.

$$\ln k_0 \leq \frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} \left[ \sum_{i=1}^n \phi(y_i) + \sum_{i=1}^n w_i (y_i - \phi(y_i)) \right] \leq \ln k_1, \quad (3)$$

여기서,  $w_i$  는  $y_i - \phi(y_i)$ 에 부가하는 가중치이다. 부등식(3)을 다시 고쳐 쓰면

$$\ln k_0 \leq \frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} \left[ \sum_{i=1}^n (1 - w_i) \phi(y_i) + \sum_{i=1}^n w_i y_i \right] \leq \ln k_1 \quad (4)$$

과 같이 된다. 이상치를 고려한 경우의 검정 통계량과 이상치를 고려하지 않은 경우의 검정 통계량의 가중합을 통하여 새로운 검정 통계량을 도출함으로써 기존의 검정보다 효과적인 검정을 수행하고자 한다.

## 2. 검정의 구성

이 시점에서 적절한  $\psi$ -함수와 가중치를 어떻게 정하는가 하는 것이 가장 중요한 문제라고 할 수 있다. 표본의 크기가 고정된 경우 어떤  $\psi$ -함수를 사용하는 것이 좋은지는 이미 널리 연구되어 있고, 우리의 경우에 있어서도 그들의 조언을 따라 적당한  $\psi$ -함수를 선택해도 무방할 것이다 (Hampel의 3인 (1986), Huber (1981), Staudte와 Sheather (1990)). 가중치 역시 지수가 중이동평균관리도나 가중회귀분석에 관하여 연구된 결과대로 정하는 것이 무방할 것이나, 본 논문에서는 나름대로 유용하다고 판단되는 세 가지 가중 방법을 사용할 것이다. 일단 적당한  $\psi$ -함수가 주어지면 소위 기각점, 임계점 또는 변곡점 (rejection point, critical point, bending point) 등이 결정되어야 한다. 물론, 식 (3)의 두 번째 항이 이러한 오류를 보상하는 장치로 사용될 수 있으나 적절한  $\psi$ -함수의 선택은 아주 중요하다.

### 2.1 평균런길이의 계산

$N$ 을 표본 수  $n$ 을 실현치로 갖는 확률 변수라 하자. 적절한  $\psi$ -함수와 가중치가 주어지면 평균런길이( $E[N]$ )를 계산할 수 있다. 주어진  $\psi$ -함수에 대하여  $\psi(y_i)$ 들 역시 독립일 것이고 왈드의 등식(Wald's equality (Mood et. al., 1974))과 유사하게

$$E[\psi(y_1) + \psi(y_2) + \dots + \psi(y_N)] = E[\psi(y_i)]E[N] \quad (5)$$

을 쉽게 유도 할 수 있다.

[1] 이제,  $w_i = i/N$ ,  $i = 1, \dots, N$  이라 하자. 즉, 과거의 데이터에 적은 비중을 준다고 하자. 우리는 다음과 같은 등식을 얻는다.

$$\begin{aligned} E\left[\sum_{i=1}^N w_i(y_i - \psi(y_i))\right] &= E\left[\sum_{i=1}^N \frac{i}{N}(y_i - \psi(y_i))\right] \\ &= E\left[E\left[\sum_{i=1}^N \frac{i}{N}(y_i - \psi(y_i)) \mid N\right]\right] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^n \frac{i}{n} E[y_i - \psi(y_i) \mid N=n] P[N=n] \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=i}^{\infty} \frac{i}{n} E[y_i - \psi(y_i) \mid N=n] P[N=n] \\ &= E[y_i - \psi(y_i)] \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i(i+1)/2}{i} P[N=i] \\ &= E[y_i - \psi(y_i)] E[(N+1)/2]. \end{aligned} \quad (6)$$

(5)와 (6)을 결합하면

$$E\left[\sum_{i=1}^N \phi(y_i) + \sum_{i=1}^N \frac{i}{N}(y_i - \phi(y_i))\right] = E[\phi(y_i)]E[N] + E[y_i - \phi(y_i)]E[(N+1)/2],$$

가 되고 양변에  $(\theta_0 - \theta_1)/\sigma^2$ 을 곱하여 풀면

$$E[N] = \frac{\frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} E\left[\sum_{i=1}^N \phi(y_i) + \sum_{i=1}^N \frac{i}{N}(y_i - \phi(y_i))\right] - \frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} E[y_i - \phi(y_i)]/2}{\frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} E[y_i + \phi(y_i)]/2}$$

을 얻게 된다. 만일 귀무가설을 기각하게 된다면

$$\frac{(\theta_0 - \theta_1)}{\sigma^2} \left[ \sum_{i=1}^N \phi(y_i) + \sum_{i=1}^N \frac{i}{N}(y_i - \phi(y_i)) \right] \leq \ln k_0$$

가 되나 왼쪽의 합이  $N$ 번째 관측치가 얻어지면 처음으로  $\ln k_0$ 보다 작거나 같게 되므로, 그 합이  $\ln k_0$ 에 아주 근사한다고 할 수 있다. 결국

$$\frac{(\theta_0 - \theta_1)}{\sigma^2} \left[ \sum_{i=1}^N \phi(y_i) + \sum_{i=1}^N \frac{i}{N}(y_i - \phi(y_i)) \right] \approx \ln k_0$$

을 얻게 된다. 위와 비슷하게 만일 귀무가설을 받아 드린다면

$$\frac{(\theta_0 - \theta_1)}{\sigma^2} \left[ \sum_{i=1}^N \phi(y_i) + \sum_{i=1}^N \frac{i}{N}(y_i - \phi(y_i)) \right] \approx \ln k_1$$

이라 할 수 있다. 따라서,  $\rho = \Pr[\text{reject } H_0]$ 라고 하면

$$E\left[\frac{(\theta_0 - \theta_1)}{\sigma^2} \left[ \sum_{i=1}^N \phi(y_i) + \sum_{i=1}^N \frac{i}{N}(y_i - \phi(y_i)) \right]\right] \approx \rho \ln k_0 + (1 - \rho) \ln k_1$$

을 얻게 된다.

한 단계 더 나아가, 주어진 제 1종 오류( $\alpha$ )와 제 2종 오류( $\beta$ )에 대하여 다음과 같은 근사값을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} & E[N | H_0 \text{ is true}] \\ & \approx \frac{\alpha \ln[\alpha/(1-\beta)] + (1-\alpha) \ln[(1-\alpha)/\beta] - \frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} E[y_i - \phi(y_i) | H_0 \text{ is true}]/2}{\frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} E[y_i + \phi(y_i) | H_0 \text{ is true}]/2} \end{aligned}$$

그리고

$$E[N | H_0 \text{ is false}] \approx \frac{(1-\beta) \ln[\alpha/(1-\beta)] + \beta \ln[(1-\alpha)/\beta] - \frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} E[y_i - \phi(y_i) | H_0 \text{ is false}]/2}{\frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} E[y_i + \phi(y_i) | H_0 \text{ is false}]/2}.$$

[2] 이제 만일 최근의 관측치의 과거 모든 관측치를 무시한다면, 즉,  $w_i = 0, i = 1, \dots, N-1, w_N = 1$ , [1]과 유사한 방법으로

$$\begin{aligned} E\left[\sum_{i=1}^N \phi(y_i) + \sum_{i=1}^N w_i (y_i - \phi(y_i))\right] &= E\left[\sum_{i=1}^N \phi(y_i) + (y_N - \phi(y_N))\right] \\ &= E[\phi(y_i)]E[N] + E[y_i - \phi(y_i)], \end{aligned}$$

와

$$E[N | H_0 \text{ is true}] = \frac{\alpha \ln[\alpha/(1-\beta)] + (1-\alpha) \ln[(1-\alpha)/\beta] - \frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} E[y_i - \phi(y_i) | H_0 \text{ is true}]}{\frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} E[\phi(y_i) | H_0 \text{ is true}]},$$

그리고

$$E[N | H_0 \text{ is false}] = \frac{(1-\beta) \ln[\alpha/(1-\beta)] + \beta \ln[(1-\alpha)/\beta] - \frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} E[y_i - \phi(y_i) | H_0 \text{ is false}]}{\frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} E[\phi(y_i) | H_0 \text{ is false}]}$$

을 얻게 된다.

[3] 모든  $w_i$ 에 대하여 0을 주는 경우도 (5)를 이용하면

$$E[N | H_0 \text{ is true}] = \frac{\alpha \ln[\alpha/(1-\beta)] + (1-\alpha) \ln[(1-\alpha)/\beta]}{\frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} E[\phi(y_i) | H_0 \text{ is true}]},$$

그리고

$$E[N | H_0 \text{ is false}] = \frac{(1-\beta) \ln[\alpha/(1-\beta)] + \beta \ln[(1-\alpha)/\beta]}{\frac{\theta_0 - \theta_1}{\sigma^2} E[\phi(y_i) | H_0 \text{ is false}]}$$

을 얻게 된다.

3. Huber의  $\psi$ -함수에 의한 예

Huber (1981)에 의해 제안되어 널리 사용되는,

$$\psi(t) = \begin{cases} b, & \text{if } t > b, \\ t, & \text{if } -b \leq t \leq b, \\ -b, & \text{if } t < -b, \end{cases}$$

를 이용하여 여러 가지 다른 형태의 가중치를 사용하는 경우 어떤 효과를 얻게 되는지 예를 들어 보고자 한다.

만일 표본들이 독립적으로 동일하게  $N(\theta, 100)$ 에서 추출되었을 때,  $H_0: \theta = \theta_0 = 100$  대  $H_1: \theta = \theta_1 = 105$  인 가설검정을 생각하자.  $\alpha = .01$ ,  $\beta = .05$ 로 할 때 일반적인 측차확률비 검정의 경우,  $E[N | H_0 \text{ is true}] = 23.2823 [\approx 24]$  그리고  $E[N | H_1 \text{ is true}] = 33.4152 [\approx 34]$ 이다.

우리는 여기서 가중치를 부여하는 서로 다른 세 가지 방법에 대하여 생각하려 한다.

- (1).  $(i/n)$ -가중치 :  $w_i = i/n, i = 1, \dots, n$ .
- (2).  $(1,0)$ -가중치 :  $w_i = 0, i = 1, \dots, n-1, w_n = 1$ .
- (3).  $(0)$ -가중치 :  $w_i = 0, i = 1, \dots, n$ .

각각의 가중법들에 대해 Huber의  $b$ 값이 주어질 때의 평균런길이가 <표 1> 과 같이 구해진다. 기존의 측차 확률비 검정과의 비교를 위해 각 가중치의 평균런길이가 24개와 34개가 되면서 새로운 검정의 효과를 얻도록 하려면 (1)의 경우  $b = 22$ , (2)의 경우  $b = 24$ , (3)의 경우  $b = 25$ 로 각각 정해진다. <표 1>을 보면, 각 가중치에 대하여  $b$ 가 커질수록 평균런길이는 기존에 사용되고 있는 일반적인 측차 확률비 검정의 경우에 해당하는 수치들에 접근한다. 즉, Huber-함수를 사용하는 의미가 없어질수록 새로운 검정은 기존의 검정과 동일한 효과를 갖게 된다. 한편,  $b$ 가 작아질수록 기존에 사용되는 측차 확률비 검정 보다 더 많은 표본을 요구하게 된다. 즉, 부적절한 Huber-함수를 사용할 경우 새로운 검정의 효과를 상실한다고 할 수 있다.

각 검정의 수행 능력을 비교하기 위해 처음 25개의 데이터를  $N(105, 100)$  ( $H_1: \theta = 105$ )에서 후반부 20개의 데이터는  $H_1$ 을 기각하도록 급격히  $\theta = 100$ 으로 변화하는 자료를 추출했다. 한편 5번째 관측치 인 113.7은 11.37로 10번째 관측치인 102.1은 10.21로 이상치의 영향을 관측하기 위해 대체했다. <그림 1> 에서 보듯이 기존의 측차 검정은 이상치에 현격하게 영향을 받아 전혀 검정으로써 역할을 감당하지 못하고 있다. 하지만 새로 제안된 검정들은 이상치의 영향에서 거의 벗어나거나 기존의 측차 검정 보다 상대적으로 영향을 덜 받고 있음을 알 수 있다. 특히  $(1,0)$ -가중치를 사용하는 경우 이상치의 존재를 즉시 감지할 수 있다. 또한, 새로 제안된 검정들이 이상치가 없다고 가정하고 실행한 검정보다 과거 자료에 영향을 덜 받기 때문에 26번째 자료로부터 시작되는 변화에 민감하게 반응함을 볼 수 있다. 실제로 새로 제안된 검정 중  $(i/n)$ -가중치를 사용하는 경우 43번째 표본이 수집에 되면  $H_1$ 을 기각하게 되고  $(0)$ -가중치,  $(1,0)$ -가

중치를 사용하면 44번째 표본이 수집되면서  $H_1$ 을 기각하게 되나, 기존의 검정에 의하면  $H_1$ 을 기각하기 위해 아직도 표본을 더 채택해야 한다는 것을 알 수 있다.

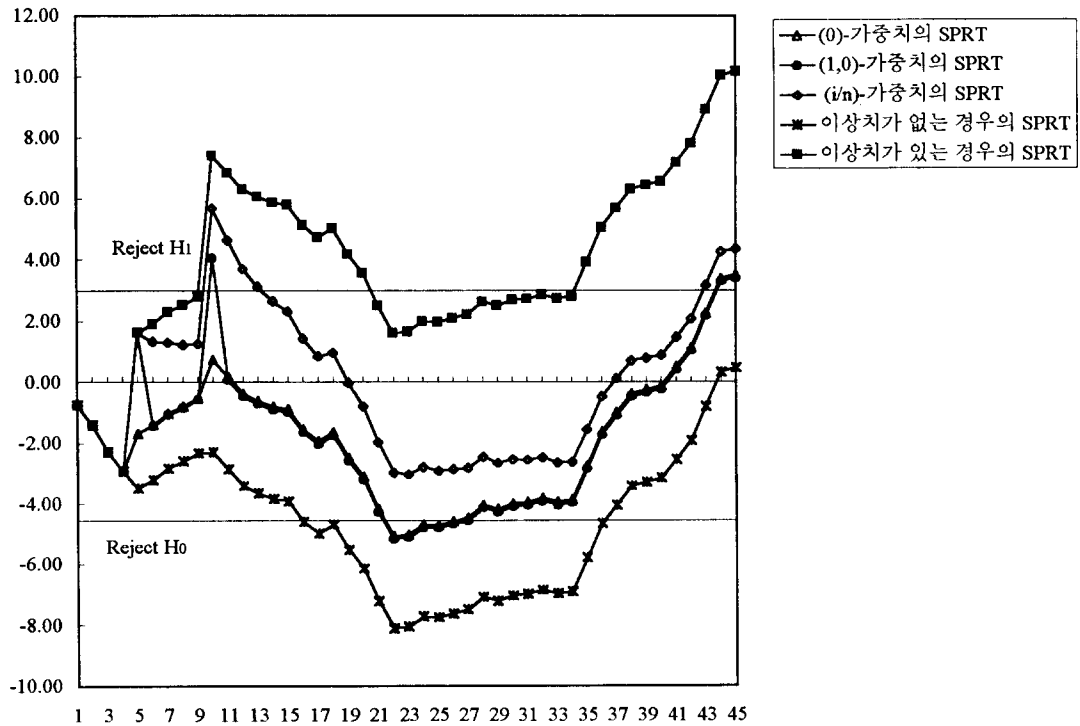
이제,  $b$ 값에  $\theta$ 와  $\sigma$ 가 어떤 영향을 주는지 보기 위해 (i) 대립가설을  $H_1: \theta=110$ 으로 대체한 경우, (ii)  $\sigma^2=100$ 을  $\sigma^2=25$ 로 대체한 경우, 각각에 대하여 적당한  $b$ 값을 구하여 보자. 예를 들어,  $(i/n)$ -가중치를 사용할 때 (i)의 경우에  $b=19$  그리고 (ii)의 경우에는  $b=10$ 이 적당한 값으로 구해진다. Huber-함수의 관점에서 본다면, (i)의 경우에  $105 \pm 19$  ( $105 \pm 1.9\sigma$ )의 범위밖에 속하는 관측치들의 영향력을 제한한다는 의미가 되고, (ii)의 경우에는  $102.5 \pm 10$  ( $102.5 \pm 2\sigma$ )의 범위밖에 속하는 관측치들의 영향력을 제한한다고 이해할 수 있다. (i)과 (ii)의 범위는 본문에서 최초로 다룬 예의 범위인  $102.5 \pm 22$  ( $102.5 \pm 2.2\sigma$ )와 비교할 때, 그 폭이 더 좁음을 알 수 있다. 위 예를 통해 말할 수 있는 것은, 표본의 분산이 크거나,  $\theta_0, \theta_1$ 의 차이가 적어서 귀무가설과 대립가설에 의한 분포의 차이가 명백하지 않을 경우, 식(3)에 근거하여 볼 때 Huber-함수가 검정에서 차지하는 비중이 상대적으로 크다고 할 수 있겠다.

#### 4. 맺음말

본 논문에서 M-추정의 아이디어와 가중치의 적절한 선택을 통해 변형된 측차확률비검정을 도안하고, 이들을 통하여 기존의 검정보다 유익한 정보를 얻어낼 수 있음을 보였다. 실제 현실에서는 이상치의 존재 여부를 알 수 없는 상태에서 검정을 시행해야 함을 감안할 때 기존의 방법은 상당히 많은 위험성을 내포하고 있다. 따라서 새로 제안된 방법들을 함께 사용할 때 많은 효과를 보리라 기대된다. 편의상 정규 분포의 경우만 고찰하였으나, 그 외의 분포에서도 좋은 결과를 얻으리라 생각된다.

<표 1> Huber-함수를 사용할 때 세 가지 가중 방법에 대한 평균런길이의 비교

| b  | (i/n)-가중치      |                | (0,1)-가중치      |                | (0)-가중치        |                |
|----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|    | E[N H0]        | E[N H1]        | E[N H0]        | E[N H1]        | E[N H0]        | E[N H1]        |
| 5  | 33.3098        | 48.0028        | 59.7475        | 86.4631        | 61.3841        | 88.0996        |
| 15 | 24.9292        | 35.8111        | 26.8391        | 38.5895        | 26.9987        | 38.7491        |
| 20 | 23.8274        | 34.2081        | 24.3998        | 35.0409        | 24.4499        | 35.0910        |
| 21 | 23.7099        | 34.0373        | 24.1543        | 34.6838        | 24.1935        | 34.7229        |
| 22 | <u>23.6152</u> | <u>33.8995</u> | 23.9582        | 34.3985        | 23.9886        | 34.4288        |
| 23 | 23.5394        | 33.7892        | 23.8025        | 34.1720        | 23.8259        | 34.1954        |
| 24 | 23.4793        | 33.7017        | <u>23.6797</u> | <u>33.9934</u> | 23.6976        | 34.0112        |
| 25 | 23.4319        | 33.6329        | 23.5836        | 33.8535        | <u>23.5971</u> | <u>33.8670</u> |
| 35 | 23.2882        | 33.4238        | 23.2941        | 33.5121        | 23.2947        | 33.5151        |
| 50 | 23.2823        | 33.4152        | 23.2823        | 33.4152        | 23.2823        | 33.4152        |
| 60 | 23.2823        | 33.4152        | 23.2823        | 33.4152        | 23.2823        | 33.4152        |



<그림 1> 기존의 측차확률비검정과 새로 제안된 측차확률비검정의 예

### 참 고 문 헌

- [1] Hampel, F. R., Ronchetti, E. M., Rousseeuw, P. J., and Stahel, W. J. (1986). Robust Statistics, the Approach Based on Influence Functions. New York: Wiley.
- [2] Hogg, R. V. and Craig, A. T. (1978). Introduction to the Mathematical Statistics, 4th ed., New York: Macmillan.
- [3] Huber, P. J. (1981). Robust Statistics. New York: Wiley.
- [4] Mood, A. M., Graybill, F. A., Boes, D. C. (1974). Introduction to the Theory of Statistics, New York: McGraw Hill.
- [5] Staudte, R. G. and Sheather, S. J. (1990). Robust Estimation and Testing. New York: Wiley.



## More Informative Sequential Probability Ratio Test<sup>3)</sup>

Ro Jin Pak<sup>4)</sup>

### Abstract

We introduce the more informative sequential probability ratio test (SPRT) than currently used SPRT. Though the proposed SPRT shares similar mathematical properties with the ordinary SPRT, it is less affected by the outliers and even it indicates possible existence of such outliers. Futhermore, it responds to the changes among observations more quickly than the ordinary SPRT.

---

3) This research was supported by the Basic Science Research Institute Program, Ministry of Education, the Republic of Korea, 1996, Project No. BSRI-96-1439.

4) Assistant Professor, Department of Statistics, Taejon University, Taejon, 300-716, Korea