

일정형 가속수명시험과 계단형 가속수명시험의 비교 : 최적설계를 중심으로

배 도 선¹⁾, 김 명 수²⁾, 전 영 록³⁾

요 약

일정형 및 계단형 가속수명시험의 시험설계에 대한 일반적인 모형과 최적설계에 대한 최근의 연구결과를 소개하고, 수명분포가 와이블인 경우에 대하여 두가지 시험방법에 대한 최적설계를 점근분산의 형태, 설계변수의 효과, 최적시험조건에서 시험종결시점까지의 기대고장개수 및 기대시험종결시간, 점근분산의 상대적효율과 설계변수의 사전추정치에 대한 둔감성의 측면에서 비교·분석하였다.

1. 서론

수명시험(life testing)은 제품의 수명관련 품질특성치의 추정, 고장원인의 발견, 새로운 설계나 제조공정의 비교·평가 등을 위해서 흔히 사용되며, 일반적으로 시험제품의 실제 사용조건과 동일한 조건에서 수행된다. 그러나 높은 신뢰성 또는 긴 수명을 갖는 제품의 경우에는 이러한 사용조건에서의 수명시험은 많은 시간이 소요되어 현실적이지 못한 경우가 많다. 이와 같은 어려움을 극복하기 위해서 흔히 이용되는 가속수명시험(accelerated life testing: ALT)에서는 제품의 수명에 큰 영향을 미치는 변수, 예를 들어 전압 온도, 진동, 압력 등을 가속변수로 택하여 이러한 가속변수의 값(스트레스 수준)을 실제 사용조건 보다 열악한 수준으로 시험하여 빠른 시간내에 제품의 고장자료를 얻고, 이를 실제 사용조건으로 외삽(extrapolation)하여 사용조건에서의 수명관련 품질특성치를 평가한다.

가속수명시험은 제품에 스트레스를 가하는 방법에 따라 일정형 가속수명시험(constant stress ALT: CS-ALT), 계단형 가속수명시험(step stress ALT: SS-ALT) 그리고 점진적 스트레스 가속수명시험(progressive stress ALT)으로 나눌 수 있다. 이 중 CS-ALT에서는 가속변수의 값(스트레스 수준)을 몇 개 선택하여 시험제품들을 이 가속시험 수준들에 할당하고 각 스트레스 수준을 일정하게 유지하여 시험하며, SS-ALT는 모든 시험제품에 대하여 처음에는 낮은 스트레스 수준에서 시험하다가 일정시간이 지나거나 일정 개수의 제품이 고장나면 그 때 까지 고장나지 않은 전 제품을 보다 열악한 스트레스 수준으로 변경하여 시험한다. 또한 점진적 스트레스 가속수명시험은 스트레스 수준을 시간에 따라 연속적으로 증가시키면서 시험하는 것을 말

1) (305-701) 대전시 유성구 구성동 373-1, 한국과학기술원 산업공학과 교수.

2) (445-743) 경기도 화성군 봉담면 와우리 산2-2 수원대학교 공과대학 산업공학과 조교수.

3) (631-701) 마산시 합포구 월영동 449, 경남대학교 산업공학과 조교수.

하며, 대부분의 경우 시간에 따라 선형적으로 증가시키는 램프형 가속수명시험(ramp stress ALT: RS-ALT)이 많이 이용된다. ALT에 대한 기존 연구는 크게 사용조건에서의 수명분포의 모수를 추론하는 문제와 가속수명시험을 어떻게 수행할 것인가를 결정하는 최적시험설계 문제로 나누어진다. 특히 Nelson(1990)은 ALT에 대한 많은 연구 결과들을 정리하고, ALT의 기본적인 이론, 현장적용에서 발생가능한 문제들 그리고 실질적인 예들을 소개하였다. CS-ALT의 기본적인 모형은 Nelson(1990, Chap.6)과 Meeker와 Escobar(1993) 등을, SS-ALT에 대해서는 Nelson(1980), Shaked와 Singpurwalla(1983), Bai와 Kim(1993) 등을 참고할 수 있으며, RS-ALT에 대한 대표적 연구로는 Yin과 Sheng(1987), Lin과 Fei(1991), Bai 등(1992) 그리고 Bai와 Chun(1993) 등이 있다.

가속수명시험은 파괴실험이므로 시험에 많은 비용이 소요된다. 따라서 시험계획의 최적설계는 최소의 비용으로 원하는 정보를 얻기 위해 매우 중요하다고 할 수 있다. ALT의 최적설계에 대한 연구는 CS-ALT와 SS-ALT를 중심으로 수명분포와 시험상황에 따라 많은 결과들이 발표되었으나, 각 수명시험 방법들 간의 비교에 관한 연구는 CS-ALT, SS-ALT 그리고 RS-ALT에 대한 각각의 장점과 단점을 정성적으로 비교한 Nelson(1990,pp.18-20)을 제외하고는 거의 없는 실정이다.

이 논문에서는 우선 CS-ALT와 SS-ALT의 시험설계에 대한 일반적인 모형과 최적설계에 대한 최근의 연구결과를 소개하고, 제품 수명이 와이블분포를 따르는 경우CS-ALT와 SS-ALT 최적설계를 정량적으로 비교하여 그 특성을 분석한다. 특히 제품 수명이 와이블분포를 따르는 경우에 대한 CS-ALT와 SS-ALT의 최적설계에 관한 Nelson과 Meeker(1978)와 Bai와 Kim(1993)의 연구 결과를 이용하여, 최적설계시 점근분산의 행태와 최적시험조건에 대한 설계변수의 영향을 조사하고, 최적시험조건에서 시험종결시 점까지의 기대고장개수 및 기대시험종결시간, 점근분산의 비율과 설계변수의 사전추정치에 대한 둔감성의 측면에서 두 방법의 최적설계를 비교·분석한다. 이 논문에서 사용되는 기호는 다음과 같다.

s_d, s_ℓ, s_h	사용조건, 낮은, 높은 스트레스 수준
ξ_d, ξ_ℓ, ξ_h	표준화된 스트레스 수준, $\xi = (s - s_d) / (s_h - s_d)$
η	관측중단시점
τ	스트레스 수준을 s_ℓ 에서 s_h 로 변경하는 시점
x	표준화된 스트레스 수준변경 시점, $x = \tau / \eta$
π	s_ℓ 에 할당하는 제품의 비율
p_d, p_ℓ, p_h	제품이 스트레스 수준 s_d, s_ℓ, s_h 에서 관측중단시점 η 이전에 고장날 확률
α_0, α_1	대수선형관계의 모수
γ_0, γ_1	표준화된 대수선형관계의 모수
μ, σ	대수수명분포의 위치모수와 척도모수

2. 시험설계의 모형 및 연구동향

이 절에서는 CS-ALT와 SS-ALT의 시험설계에 대한 일반적인 모형과 최적설계에 관한 최근의 연구동향을 살펴본다.

2.1 일정형 가속수명시험

CS-ALT의 시험설계에 대한 일반적인 모형과 최적설계에 관한 최근의 연구동향을 높은 스트레스 수준과 낮은 스트레스 수준의 두 수준에서 시험하는 경우를 중심으로 살펴보면 다음과 같다.

2.1.1 시험절차 및 기본가정

<시험절차>

- (1) 시험제품의 수 n 과 두 스트레스 수준 s_L, s_h 를 결정한다.
- (2) n 개의 시험제품 중 $n\pi$ 개를 s_L 수준에 나머지 $n(1-\pi)$ 개를 s_h 수준에 할당하고 동시에 시험을 시작하여 미리 정해진 관측중단시점 η 까지 각 제품의 고장시간을 관측한다.

<기본가정>

- (1) 스트레스 수준 s 에서 제품의 대수수명분포(log lifetime distribution)는 위치모수 $\mu^*(s) = \alpha_0 + \alpha_1 s$, 척도모수 σ 인 위치-척도분포족(location-scale family)에 속하며, 척도모수 σ 는 스트레스에 관계없이 일정하다.
- (2) 각 제품의 수명은 서로 통계적으로 독립이다.

2.1.2 최적설계

<표준화된 스트레스>

ALT설계에서는 스트레스 수준을 0과 1 사이의 값으로 표준화시킨 스트레스 수준을 사용한다. s_d 를 사용조건에서의 스트레스 수준이라 할 때 표준화된 스트레스 ξ 는 $\xi = (s - s_d) / (s_h - s_d)$ 로 정의되며, 위치모수 $\mu^*(s)$ 를 ξ 의 식으로 나타내면 $\mu(\xi) = \gamma_0 + \gamma_1 \xi$ 된다. 여기서 $\gamma_0 = \alpha_0 + \alpha_1 s_d = \mu^*(s_d)$ 이고 $\gamma_1 = \alpha_1(s_h - s_d)$

$-s_d = \mu^*(s_h) - \mu^*(s_d)$ 이다. 따라서 $s = s_d$ 일 때 $\xi_d = 0$, $\mu(0) = \gamma_0$ 이고, $s = s_h$ 일 때 $\xi_h = 1$, $\mu(1) = \gamma_0 + \gamma_1$ 이다.

<최적기준 및 결정변수>

일반적으로 제품의 사용조건에서 대수수명의 제 100q백분위수(단, $0 < q < 1$)에 대한 최우추정량(maximum likelihood estimator)의 점근분산(asymptotic variance)을 최소화하는 것을 최적기준(optimality criterion)으로 사용한다. \hat{y}_q 을 제품의 사용조건에서 대수수명의 제 100q백분위수에 대한 최우추정량이라 하면 \hat{y}_q 의 점근분산은

$$Asvar(\hat{y}_q) = Asvar(\hat{\gamma}_0) + z_q Asvar(\hat{\sigma}) + 2z_q Ascov(\hat{\gamma}_0, \hat{\sigma})$$

이다. 단, 여기서 $Asvar$ 와 $Ascov$ 는 각각 점근분산과 공분산을 나타내며, z_q 는 표준화된 대수수명분포의 제 100q백분위수를 나타낸다. 최우추정량 $\hat{\gamma}_0$ 와 $\hat{\sigma}$ 의 점근분산-공분산은 피셔정보행렬(Fisher information matrix)의 역행렬로 구할 수 있다.

CS-ALT에서는 일반적으로 높은 스트레스 수준은 미리 정해져 있다고 가정하고, 최적기준을 만족하는 표준화된 낮은 스트레스수준 ξ_d 과 ξ_h , 수준에서 시험할 제품의 할당비율 π 를 결정한다.

<설계변수 및 최적화 방법>

최적조건으로 사용하는 점근분산은 미지의 모수 γ_0 , γ_1 과 σ 의 함수이다. 제품의 사용조건과 높은 스트레스 수준에서 관측중단시점 η 이전에 고장날 확률을 각각 p_d 와 p_h 라 하면

$$p_d = F\left(\frac{\ln(\eta) - \gamma_0}{\sigma}\right), \quad p_h = F\left(\frac{\ln(\eta) - \gamma_0 - \gamma_1}{\sigma}\right)$$

이다. 단, 여기서 $F(\cdot)$ 는 대수수명분포의 누적분포함수를 나타낸다. 이를 이용하면 점근분산은 설계변수 p_d , p_h 와 결정변수 ξ_d , π 의 식으로 표현할 수 있다.

점근분산의 식은 복잡한 형태로 나타나며 이를 최소화하는 ξ_d , π 를 결정하기 위해서는 흔히 포웰방법(Powell's conjugate direction method) [Powell(1964)]과 같은 수치적 방법을 사용한다.

2.1.3 연구 동향

Nelson(1990, Chap.6)은 CS-ALT의 시험설계에 대한 기존의 연구결과들에 대해서 이론적 배경과 실질적으로 사용함에 있어서의 한계 등을 체계적으로 정리하고 관련된 많은 참고문헌을 소개하였다. Meeker와 Escobar(1993)는 Nelson(1990, Chap.6)을 바탕으로 기존의 시험설계의 일반적 가정과 시험설계의 기준 그리고 결과들을 비교·분석하였다.

CS-ALT에서 높은 스트레스 수준은 스트레스와 수명의 관계식을 만족하는 범위내에서 가장 높은 수준으로 결정하는 것이 추정량의 분산을 최소화 한다는 측면에서 최적이라고 알려져 있다. 그러나 ALT의 궁극적인 목적은 제품의 사용조건에서의 수명 추정이므로 스트레스 수준이 높으면 그에 따라 외삽량도 커져서 추정량의 편의(bias)가 커질 가능성이 높다. Barton(1991)은 추정량의 표준편차에 한계를 설정하고 이 한계를 만족하는 조건하에서 최대 스트레스 수준을 최소화하는 시험설계를 제안하였다.

Bai와 Chung(1991)은 제품수명이 지수분포를 따를 때 고장제품을 새로운 제품으로 교체하여 실험하는 경우의 최적설계를 구하였고, Meeter와 Meeker(1994)는 대수수명분포의 척도모수(scale parameter)가 스트레스 수준과 관계없이 일정하다는 가정을 완화하여 스트레스 수준에 따라 척도모수가 변하는 경우의 최적시험설계를 구하였다.

제품의 고장시간을 자동으로 측정하는 기기가 없는 경우 고장시간을 연속적으로 관측하는 것이 현실적으로 어려운 경우가 많으며, 이러한 상황에서는 고장시간을 주기적 혹은 단속적으로 관측한다. Yum과 Choi(1989)와 Seo와 Yum(1991)은 제품의 고장시간을 주기적 혹은 단속적으로 관측하는 경우의 최적설계를 제안하였다.

2.2 계단형 가속수명시험

SS-ALT의 최적설계는 CS-ALT의 설계와 유사한 절차로 구할 수 있으며, CS-ALT와 비슷하게 두 수준의 스트레스를 사용하여 시험 도중 스트레스 수준을 한번 변화시키는 단순 SS-ALT 시험설계가 대부분이다. 여기서는 단순 SS-ALT 시험설계에서의 가정과 설계절차를 CS-ALT와 비교하여 살펴본다.

2.2.1 시험절차 및 기본가정

시험절차는 CS-ALT와는 달리 스트레스 수준을 시험도중에 변화시킨다는 차이점이 있다.

<시험절차>

- (1) 시험제품의 수 n 과 스트레스 수준 s_L, s_H 를 결정한다.
- (2) n 개를 s_L 수준에서 시작하여 τ 시점까지 시험하고, τ 시점에서 스트레스 수준을 s_H 로 변화시켜 미리 정해진 관측중단시점 η 까지 시험하며 각 제품의 고장시간을 관측한다.

SS-ALT에서 가정하는 모형은 CS-ALT와 동일하지만, 시험중에 스트레스 수준을 변경하므로 변경된 스트레스를 받은 제품의 수명분포는 스트레스를 일정하게 받은 제품과는 다르므로 이러한 수명특성을 반영하는 모형이 필요하다. 누적노출모형(cumulative exposure(CE) model)은 변화하는 스트레스가 제품수명에 미치는 영향을 모형화한 것으로 SS-ALT모형을 설명하는데 흔히 사용된다. CE모형에 대해서는 Nelson(1980)과 Shaked와 Singpurwalla(1983)를 참고할 수 있다. 즉, SS-ALT에서의 가정은 CS-ALT에서의 가정외에 다음의 추가가정이 필요하다.

<추가가정>

- (3) 시험도중에 변화하는 스트레스에 대해서 CE모형이 성립한다.

2.2.2 최적설계

최적설계에서 스트레스 수준의 표준화와 최적기준은 CS-ALT에서와 동일하다. 그러나 결정해야 할 변수는 시험절차가 다르므로 차이가 있다. SS-ALT설계에서 결정해야 할 중요한 결정변수는 스트레스 수준을 변경하는 시점 τ 또는 이를 0과 1사이의 값으로 표준화한 $x = \tau/\eta$ 와 낮은 스트레스 수준 ξ_ℓ 이다. 결정변수 x 는 낮은 스트레스 수준에서의 시험시간의 비율이라고 할 수 있고, 이는 CS-ALT에서 낮은 스트레스 수준에서 시험할 제품의 비율 π 에 대응된다고 볼 수 있다.

최적조건으로 사용하는 점근분산의 식은 CS-ALT에서와 마찬가지로 미지의 모수 γ_0, γ_1 그리고 σ 의 함수이지만 CS-ALT에서와는 달리 설계변수 p_d, p_h, σ 와 결정변수 ξ_ℓ, x 의 식으로 표현할 수 있다. 점근분산을 최소화하는 결정변수의 값은 CS-ALT에서와 같이 수치적 방법으로 구할 수 있다.

2.2.3 연구 동향

SS-ALT에 대한 연구결과는 CS-ALT에 비해서 적은 편이다. Miller와 Nelson(1983)은 모든 제품의 고장을 관측하는 경우에 대해서 사용조건에서의 평균수명의 최우추정량에 대한 점근분산을 최소화하는 스트레스 수준변경시점을, Bai 등(1989a)은 고장을 일정시점까지 관측하는 경우에 대해서 스트레스 수준변경시점을 구하였다. 고장관측을 주기적으로 하는 경우에 대한 최적설계는 Bai 등(1989b)이 다루었으며, Bai와 Chun(1991)은 제품의 고장원인이 다수개일 경우의 최적설계를 다루었고, 이석훈 등(1992)은 고장원인별 수명이 종속인 경우에 대한 시험계획을 제시한 바 있다. DeGroot와 Goel(1979), Bai와 Chung(1992), Bai 등(1993)은 제품의 사용조건에서 시험을 시작하여 일정시점에서 스트레스를 열악한 수준으로 변화시키는 경우 — 이를 보통 부분가속수명시험(partially accelerated life testing)이라 함 — 의 최적 스트레스 변경시점을 구하였다.

이와 같은 연구들은 모두 수명이 지수분포를 따르는 경우에 대한것으로, 수명이 와이블분포를 따르는 경우 SS-ALT의 최적설계에 대한 연구로는 Bai와 Kim(1993)이 있다.

3. CS-ALT와 SS-ALT최적설계의 수치적 비교

이 절에서는 Nelson과 Meeker(1978)와 Bai와 Kim(1993)의 연구결과를 이용하여 수명분포가 와이블일 경우에 대하여 CS-ALT와 SS-ALT의 최적설계에서 나타나는 점근분산의 행태, 최적설계값의 특성을 살펴보고, 상대적효율, 기대고장개수, 기대시험시간, 설계변수의 잘못사용에 따른 최적설계의 둔감성의 측면에서 두 최적설계를 비교·분석한다. 수명분포가 와이블일 경우 2절의 일반 모형과 비교하여 달라지는 것들은 다음과 같다.

- (1) <기본가정> (1)에서 척도모수 $\sigma = 1/\beta$ 이다. 단, β 는 와이블분포의 형상모수 (shape parameter)이다.
- (2) <최적기준 및 결정변수>에서 최적조건으로 사용하는 점근분산을 위한 피셔정보 행렬은 CS-ALT의 경우 Nelson과 Meeker(1978)를, SS-ALT의 경우에는 Bai와 Kim(1993)의 결과를 이용할 수 있다. 또한 점근분산의 식에 사용하는 표준화된 대수수명분포의 제100 q 백분위수 z_q 는 표준최소극치분포(smallest extreme value distribution)의 제100 q 백분위수이다.
- (3) <설계변수 및 최적화방법>에서 p_d 와 p_h 는 각각

$$p_d = \Psi\left(\frac{\ln(\eta) - \gamma_0}{\sigma}\right), \quad p_h = \Psi\left(\frac{\ln(\eta) - \gamma_0 - \gamma_1}{\sigma}\right)$$

이다. 단, 여기서 $\Psi(\cdot)$ 는 표준최소극치분포의 누적분포함수이다.

Nelson과 Meeker(1978)와 Bai와 Kim(1993)은 각각 수명분포가 와이블일 경우에 대한 CS-ALT와 SS-ALT의 최적설계를 다룬것으로서, 다음과 같은 유사점이 있어서 이를 이용하여 CS-ALT와 SS-ALT를 비교할 수 있다.

- (1) 두개의 스트레스 수준을 사용한다.
- (2) SS-ALT에서 가정하는 CE모형외의 가정과 최적기준이 동일하다.
- (3) 결정변수가 낮은 스트레스 수준과 낮은 스트레스 수준에서의 할당비율, 즉, CS-ALT에서는 할당제품의 비율이고, SS-ALT에서는 할당하는 시간의 비율,로서 동일하다고 볼 수 있다.

3.1 점근분산의 행태

Meeker와 Nelson(1975)은 두 수준을 사용하는 CS-ALT에서 주어진 설계변수의 값에 대해서, 사용조건에서의 제 100 q 백분위수의 최우추정량에 대한 점근분산의 값을 결정변수 ξ , 과 π 의 값에 따라 등고선도를 그려 점근분산의 극소점이 다수개 존재할 수 있음을 보이고, 이들

극소점을 모두 조사하여 점근분산이 최소가 되는 ξ^* 과 π^* 를 구하여 최적설계용지 (nomograph)를 만들었다. CS-ALT와의 비교를 위해 CS-ALT와 비슷하게 두 수준의 스트레스를 사용하여 시험 도중 스트레스 수준을 한번 변화시키는 단순 SS-ALT에서 결정변수 ξ_1 과 x 의 값에 따른 점근분산을 등고선도로 나타내어 그 행태를 조사해보면 다음과 같다.

그림1은 대부분의 설계변수의 값에서 나타나는 행태로서 극소점이 $0 < \xi_1 < 1$, $0 < x < 1$ 의 범위에서 한 개 존재하며, 이 경우의 최적설계값은 점근분산이 극소가 되는 ξ_1^* 과 x^* 이다. 그림2는 극소값이 두개가 되는 특수한 경우를 나타낸 것으로, 이 경우에는 두개의 극소점을 비교하여 점근분산이 작은 극소점이 최적설계값이 된다. 수치적 방법으로 이점을 찾기 위해서는 여러개의 초기치를 사용하여 극소점들을 모두 찾고 이들을 비교해야 한다.

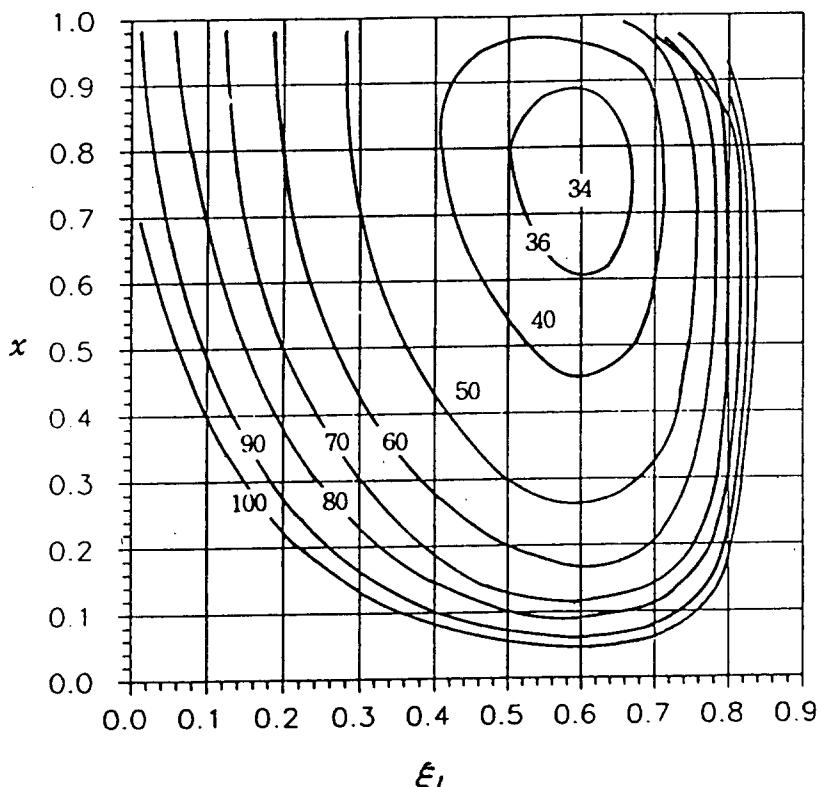


그림1. 극소점이 한개인 경우:
 $(q, p_d, p_h, \sigma) = (0.01, 0.001, 0.8, 0.5)$

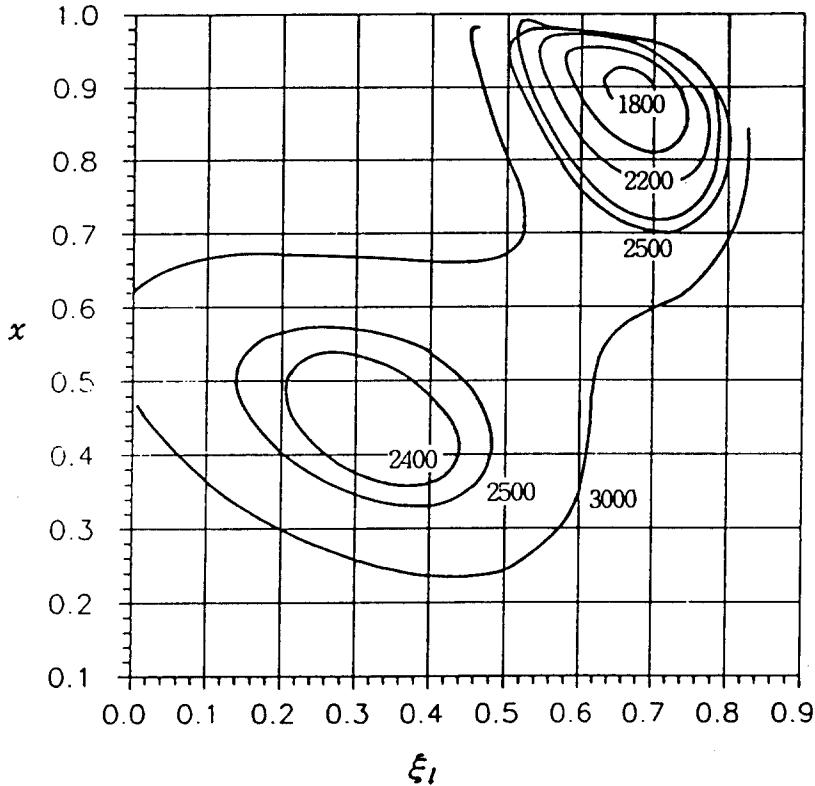


그림2. 극소점이 다수개 존재하는 경우:
 $(q, p_d, p_h, \sigma) = (0.01, 0.001, 0.127, 0.8)$

어떤 경우에는 SS-ALT가 아닌 시험을 하는 것이 최적인 경우도 발생한다. 그림3은 최적설계값이 $\xi_1^* = 0$, $x^* = 1$ 로 되는 경우를 나타낸 것으로서 이는 SS-ALT보다 사용조건에서 시험하는 것이 더 최적이라는 결과를 보여준다. 그림4는 최적설계값이 $\xi_1^* = 0$, $0 < x^* < 1$ 인 경우를 나타낸 것으로 낮은 스트레스 수준이 사용조건과 동일하도록하는 부분가속수명시험이 최적이라는 결과를 나타낸다.

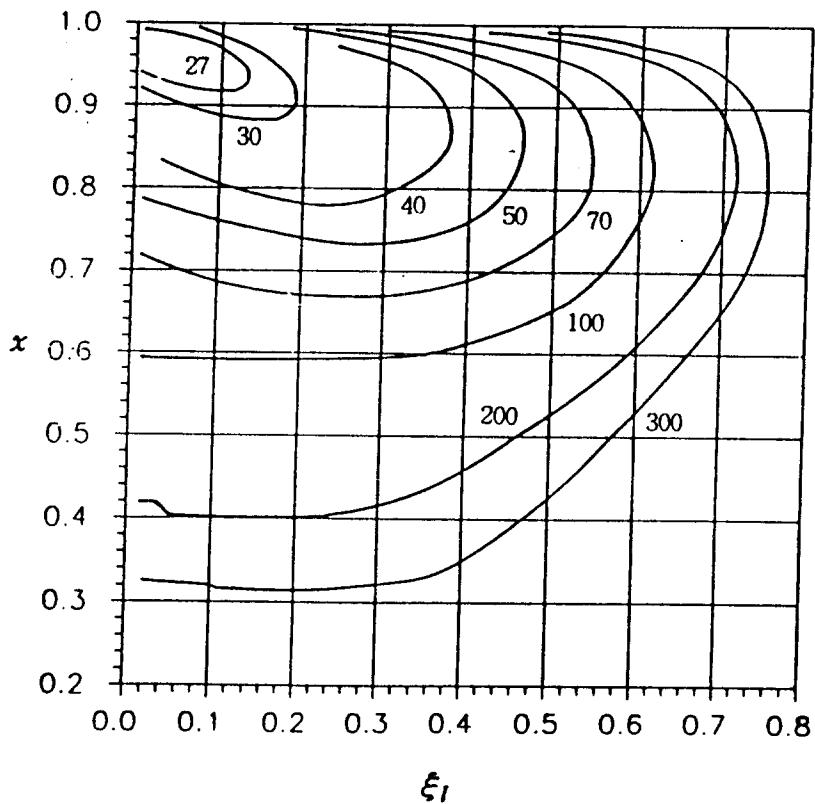


그림3 사용조건에서의 시험이 최적인 경우:
 $(q, p_d, p_h, \sigma) = (0.01, 0.01, 0.4, 0.5)$

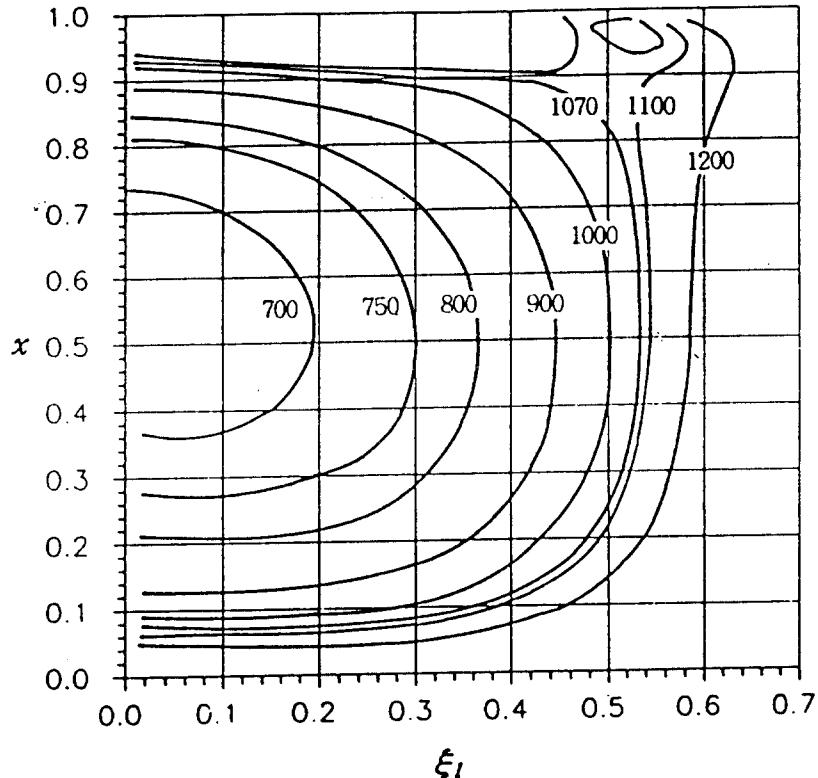


그림4 부분가속수명시험이 최적인 경우:
 $(q, p_d, p_h, \sigma) = (0.1, 0.012, 0.127, 3.0)$

그림1 ~ 그림4에 의하면 CS-ALT와 SS-ALT의 점근분산의 행태는 비슷하며, 특히 SS-ALT에서는 다양한 형태의 최적설계가 나올 수 있음을 알 수 있다.

3.2 최적설계값의 특성 및 상대적 효율

Meeker와 Hahn(1985,pp.16-23)은 CS-ALT의 시험설계표를 작성한 바 있으며, 이들이 고려한 q 와 설계변수 p_d , p_h 의 값과 σ 의 값들 중 몇 개의 설계변수에 대한 CS-ALT와 SS-ALT의 최적설계값을 표1에 구하였다. 표1의 σ 는 0.5, 0.99(≈ 1.0), 2.0으로 이 값들은 각각 와이블 수명분포에서 증가고장률(increasing failure rate: IFR), 상수고장률(constant failure rate: CFR), 감소고장률(decreasing failure rate: DFR)의 특성을 나타내는 모수의 값이고, V_c^* 와 V_s^* 는 각각 최적 CS-ALT와 SS-ALT에서 제 100 q 백분위수에 대한 최우추정량의 점근분산을 나타내며, $EFF \equiv V_c^*/V_s^*$ 는 CS-ALT에 대한 SS-ALT의 상대적 효율을 나타낸다.

표1. CS-ALT와 SS-ALT의 최적설계값

설계변수			CS-ALT		SS-ALT							
					$\sigma=0.5$ (IFR)			$\sigma=0.99$ (CFR)			$\sigma=2.0$ (DFR)	
q	p_d	p_h	ξ^* , π^*	V_c^*	ξ^* , x^*	EFF	ξ^* , x^*	EFF	ξ^* , x^*	EFF	ξ^* , x^*	EFF
.01	.001	.40	.61 .79	253.75	.51 .90	.36	.58 .91	1.06	.65 .95	2.17		
		.60	.63 .79	171.65	.53 .90	.38	.60 .91	1.10	.67 .93	2.13		
		.80	.64 .79	118.89	.55 .89	.39	.62 .90	1.12	.69 .92	2.08		
		.90	.64 .79	95.19	.56 .89	.40	.63 .89	1.15	.70 .91	2.04		
		.99	.64 .77	65.31	.58 .88	.45	.64 .89	1.22	.70 .90	2.04		
	.01	.40	.33 .91	74.62	.00 1.0	-	.37 .85	0.96	.53 .81	1.30		
		.60	.40 .89	59.51	.21 .90	.59	.45 .82	0.98	.58 .79	1.33		
		.80	.44 .87	47.26	.32 .86	.57	.50 .80	1.01	.61 .77	1.39		
		.90	.46 .85	41.06	.37 .85	.58	.52 .79	1.04	.61 .76	1.43		
		.99	.46 .84	35.30	.43 .83	.69	.55 .78	1.23	.62 .75	1.61		
.10	.001	.40	.65 .68	350.18	.60 .91	.28	.66 .92	0.79	.59 .74	2.08		
		.60	.67 .69	228.83	.62 .90	.29	.66 .92	0.84	.63 .79	2.13		
		.80	.68 .70	153.36	.63 .90	.29	.67 .92	0.88	.65 .84	2.17		
		.90	.68 .71	119.95	.63 .90	.30	.66 .92	0.92	.67 .89	2.22		
		.99	.71 .72	86.94	.63 .90	.36	.66 .93	1.11	.68 .98	2.62		
	.01	.40	.45 .74	116.80	.35 .94	.36	.47 .93	0.85	.39 .74	1.85		
		.60	.50 .76	83.42	.40 .93	.36	.49 .93	0.92	.56 .97	2.00		
		.80	.52 .77	60.26	.43 .92	.37	.51 .93	0.98	.57 .97	2.13		
		.90	.53 .77	49.21	.45 .92	.38	.52 .93	1.02	.57 .97	2.13		
		.99	.57 .77	36.43	.47 .91	.43	.52 .93	1.16	.57 .98	2.33		

표1에 나타난 CS-ALT와 SS-ALT의 최적설계의 공통적인 특성을 살펴보면 다음과 같다.

- 고정된 q , p_d , σ 에 대해서 V_c^* 와 V_s^* 는 p_h 의 값에 따라 감소한다.

- ξ^* 는 π^* 혹은 x^* 보다 p_d 와 p_h 의 변화에 더 민감하다.
- 고정된 q , p_h , σ 에 대해서 ξ^* 은 p_d 에 따라 감소한다.

SS-ALT 최적설계의 ξ^* 은 주어진 q , p_d , p_h 에 대해서 σ 의 값에 따라 변하며, CS-ALT의 최적설계와 비교해보면 $\sigma=0.5$ 일 때는 대개 낮은 값이고, $\sigma=2.0$ 일 때는 높은 값이다. 이는 사용조건에서의 수명추정치의 외삽에 의한 오차는 외삽량이 많을 수록 커지며, 외삽량의 크기는 낮은 스트레스 수준이 사용조건에서의 스트레스 수준에 가까울 수록 작아지기 때문이다. 따라서 외삽에 의한 오차는 $\sigma=0.5$ (IFR)에서 SS-ALT가 더 작고, $\sigma=2.0$ (DFR)에서는 CS-ALT가 더 작게 된다.

CS-ALT와 SS-ALT를 점근분산의 효율 면에서 비교해보면 다음과 같다. 표1의 EFF 는 CS-ALT에 대한 SS-ALT의 상대적 효율을 나타내는 것으로서, 고정된 q , p_d , σ 에 대해서 EFF 는 p_h 에 따라 증가하고 σ 의 값에 매우 민감함을 알 수 있다. 또한, $\sigma=0.5$ 에서는 $EFF=0.28\sim0.69$, $\sigma=2.0$ 에서는 $EFF=1.30\sim2.62$, 그리고 $\sigma=0.99\simeq1.0$ 에서는 $EFF=0.79\sim1.23$ 로 p_h 가 작은 값일 때는 대개 $EFF<1.0$ 이고 p_h 가 큰 값일 때는 대개 $EFF>1.0$ 이다. 따라서 점근분산의 측면에서 보면, DFR이거나 CFR이면서 p_h 가 큰 ($p_h=0.8\sim1.0$) 경우에는 SS-ALT가 더 효율적이며, IFR 이거나 CFR이면서 p_h 가 작은 제품은 CS-ALT가 더 효율적임을 알 수 있다.

표2. σ 의 값에 따른 CS-ALT에 대한 SS-ALT의 상대적 효율

$p_h \backslash \sigma$	0.60	0.90	0.99	0.60	0.90	0.99
	$(q, p_d) = (0.01, 0.001)$			$(q, p_d) = (0.1, 0.001)$		
0.3	0.14	0.14	0.16	0.12	0.12	0.14
0.4	0.25	0.26	0.29	0.20	0.20	0.24
0.5	0.38	0.40	0.45	0.29	0.30	0.36
0.6	0.52	0.56	0.62	0.39	0.41	0.50
0.7	0.67	0.72	0.79	0.50	0.54	0.65
0.8	0.82	0.87	0.95	0.61	0.66	0.81
0.9	0.97	1.02	1.10	0.73	0.80	0.97
1.0	1.11	1.16	1.23	0.85	0.93	1.13
2.0	2.13	2.05	2.03	2.13	2.22	2.62
3.0	2.68	2.49	2.40	3.51	3.44	3.79
4.0	3.03	2.78	2.63	4.70	4.43	4.71
5.0	3.32	3.01	2.80	5.76	5.26	5.94
6.0	3.56	3.20	2.92	6.71	5.97	6.08
7.0	3.77	3.36	3.03	7.57	6.60	6.63

표2는 $(q, p_d) = (0.01, 0.001), (0.1, 0.001), p_h = 0.60, 0.90, 0.99$ 그리고 $\sigma = 0.3 \sim 7.0$ 에 대한 EFF 를 나타낸 것으로서, σ 의 영향에 대한 더 자세한 정보를 나타낸 것이다. 표2에서 보면 EFF 는 σ 에 따라 감소함을 알 수 있고 $\sigma = 1.0$ 이 점근분산의 관점에서 CS-ALT와 SS-ALT의 선호에 대한 경계값이 됨을 보여준다.

3.3 기대고장개수 및 기대시험시간

관측중단시점 이전에 고장나는 제품의 수와 시험시간은 최적시험설계에 대한 의미있는 정보를 제공한다. 표3은 표1과 동일한 설계변수에 대하여 1,000개의 제품을 시험했을 때의 기대고장개수(expected total number of failure: ETNF)를 나타낸 것으로 고정된 q, p_d, σ 에 대해서 ETNF는 p_h 에 따라 증가하고, SS-ALT의 경우 고정된 q, p_d, p_h 에 대해서 σ 의 값에 따른 ETNF의 변화가 큼을 알 수 있다. 일반적으로 SS-ALT가 CS-ALT에 비해서 더 많은 고장자료를 얻을 수 있다고 알려져 있으나, 최적설계의 결과를 보면 제품의 수명특성에 따라 달라짐을 알 수 있다. 즉, IFR제품의 경우에는 CS-ALT로, DFR인 제품의 경우에는 SS-ALT로 시험하는 것이 더 많은 고장자료를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

표3. 1,000개의 제품으로 시험했을 때의 ETNF

q	p_d	p_h	CS-ALT	SS-ALT		
				$\sigma=0.5$	$\sigma=0.99$	$\sigma=2.0$
0.01	0.001	.40	118	43	76	119
		.60	181	69	127	228
		.80	252	117	218	382
		.90	293	156	307	514
		.99	380	284	501	776
	0.01	.40	68	10	106	208
		.60	118	56	202	354
		.80	181	129	343	548
		.90	232	191	458	684
		.99	288	366	708	903
0.1	0.001	.40	166	61	92	231
		.60	249	104	143	346
		.80	338	160	226	479
		.90	385	204	284	542
		.99	514	319	429	513
	0.01	.40	146	51	90	231
		.60	213	84	138	182
		.80	285	131	209	281
		.90	333	172	271	365
		.99	444	284	419	517

하나의 제품을 CS-ALT와 SS-ALT로 시험할 때 이 제품에 대한 기대 시험시간(expected time on test)을 계산하고, 이 기대시험시간을 사용조건에서 시험할 경우의 기대시험시간(expected time on test at design stress: ETTD)으로 변환하여 비교하였다. 표4는 ETTD를 관측중단시간 η 로 나누어 표준화한 값을 나타낸 것으로, 이 값이 클수록 가속시험의 효과가 시험시간의 측면에서 크다고 해석할 수 있다. ETTD의 이론적 유도결과는 부록을 참고하기 바란다. 표4에 의하면 $\sigma=0.5$ 에서는 항상 SS-ALT의 ETTD가 더 크며, $\sigma=2.0$ 의 경우 $q=0.01$ 일 때는 CS-ALT의 ETTD가, $q=0.1$ 이고 $p_d=0.001$ 일 때는 SS-ALT의 ETTD가 더 크다. 또한 $q=0.1$ 이고 $p_d=0.01$ 일 때는 p_h 의 값에 따라 SS-ALT의 ETTD가 더 큰 경우도 있고 CS-ALT의 ETTD가 더 큰 경우도 있다.

표4. 관측중단시간으로 나눈 ETTD의 값

설계변수			CS-ALT			SS-ALT		
q	p_d	p_h	$\sigma=0.5$	$\sigma=0.99$	$\sigma=2.0$	$\sigma=0.5$	$\sigma=0.99$	$\sigma=2.0$
0.01	0.001	.40	4.51	20.24	455.22	6.38	25.46	289.49
		.60	3.43	11.92	160.97	5.11	15.71	100.05
		.80	2.67	7.39	63.69	4.05	9.50	33.28
		.90	2.31	5.66	38.36	3.51	6.91	16.55
		.99	1.72	3.30	14.03	2.59	3.91	5.60
	0.01	.40	5.09	25.38	705.48	9.94	21.95	143.52
		.60	3.86	14.88	245.20	6.14	12.10	46.58
		.80	3.02	9.32	98.38	4.33	7.05	16.40
		.90	2.57	6.87	54.83	3.53	5.13	9.93
		.99	2.09	4.71	27.00	2.50	2.73	3.17
0.1	0.001	.40	3.91	15.38	266.33	4.79	15.36	599.58
		.60	2.91	8.71	87.96	3.72	10.33	169.36
		.80	2.21	5.17	32.38	2.97	6.47	59.90
		.90	1.88	3.86	18.66	2.63	5.43	26.87
		.99	1.18	1.62	3.63	2.06	3.29	8.46
	0.01	.40	3.90	15.23	259.05	4.94	14.78	433.72
		.60	2.96	8.98	91.92	3.96	10.15	58.05
		.80	2.35	5.80	39.67	3.24	6.83	26.87
		.90	2.02	4.36	23.14	2.82	5.30	17.37
		.99	1.37	2.11	5.86	2.21	3.57	7.34

3.4 설계변수의 사전추정치에 대한 둔감성

최적설계값을 구하기 위해서는 설계변수 p_d , p_h 그리고 σ 의 값을 미리 알고 있어야 한다. 그러나 대부분의 경우 p_d , p_h , σ 의 값은 과거경험, 비슷한 제품에 대한 자료 혹은 사전시험을

통해서 대략적으로 추정하여 사용한다. 잘못 추정된 설계변수를 사용하면 최적이 아닌 시험설계를 얻을 수 밖에 없고 결과적으로 추정량의 점근분산을 크게 한다. 최적설계의 둔감성(robustness)은 최적인 경우의 점근분산 V^* 와 비최적인 경우의 점근분산 V' 의 비율 $RV \equiv V'/V^*$ 으로 평가할 수 있으며, RV 가 1에 가까울수록 더 둔감하다고 할 수 있다. RV_c 와 RV_s 를 각각 CS-ALT와 SS-ALT의 둔감성이라 할 때 두 시험의 둔감성은 비율 RV_c/RV_s 로 비교할 수 있다.

비교를 위해서 SS-ALT의 설계에서만 필요한 σ 는 알고 있는 값이라고 가정하고, p_d , p_h 의 잘못 추정에 대한 두 최적설계의 둔감성을 비교한다. 표5는 $q=0.01, 0.05, 0.10$; $\sigma=0.5, 0.99, 2.0$; $p_d=0.001$, $p_h=0.8$ 일 때, 잘못된 p_d , p_h 의 추정치 \hat{p}_d , \hat{p}_h 에 따른 RV_c/RV_s 의 값을 나타낸 것으로, 두 최적설계의 둔감성은 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 다만 $\sigma=0.5$ 이고 \hat{p}_d 이 큰 경우에는 CS-ALT가 더 둔감하고, $\sigma=2.0$ 에서는 \hat{p}_d 이 크고 q 가 작은 경우 SS-ALT가 더 둔감하다고 할 수 있다.

표5. \hat{p}_d , \hat{p}_h 의 잘못 추정에 따른 RV_c/RV_s 의 값

q	\hat{p}_d	0.0001 0.001 0.01			0.0001 0.001 0.01			0.0001 0.001 0.01		
		$\sigma=0.5$			$\sigma=0.99$			$\sigma=2.0$		
0.01	0.40	0.916	0.990	-	0.927	0.990	1.072	0.973	0.985	1.543
	0.60	0.914	0.997	0.446	0.926	0.997	1.064	0.978	0.997	1.333
	0.80	0.907	1.000	0.676	0.919	1.000	1.048	0.980	1.000	1.214
	0.90	0.898	0.999	0.763	0.910	0.999	1.042	0.978	0.999	1.167
	0.99	0.925	0.995	0.917	0.937	0.996	1.082	1.034	0.998	1.161
0.05	0.40	0.924	1.001	0.425	0.888	1.006	0.780	0.998	0.909	1.152
	0.60	0.924	1.000	0.542	0.890	1.001	0.781	1.015	1.001	1.079
	0.80	0.924	1.000	0.643	0.892	1.000	0.808	1.027	1.000	1.073
	0.90	0.924	1.000	0.701	0.892	1.000	0.835	0.866	1.000	1.087
	0.99	1.006	1.007	0.770	0.976	1.007	0.859	0.939	1.007	1.074
0.10	0.40	0.929	1.003	0.530	0.890	1.007	0.791	1.034	0.939	0.765
	0.60	0.929	1.000	0.626	0.894	1.001	0.782	1.040	0.986	1.094
	0.80	0.931	1.000	0.702	0.899	1.000	0.790	1.040	1.000	1.022
	0.90	0.932	1.000	0.744	0.903	1.000	0.799	1.038	0.995	0.997
	0.99	1.036	1.015	0.763	1.008	1.014	0.770	1.153	1.014	0.921

4. 결론

이 논문에서는 CS-ALT와 SS-ALT 시험설계의 일반적 특성과 연구동향을 살펴보고, 수명이 와이블분포를 따를 경우에 대해서 사용조건에서의 제 $100q$ 백분위수에 대한 최우추정량의 점근분산을 최소화하는 CS-ALT와 SS-ALT의 최적설계를 점근분산의 행태, 설계변수의 영향, 상대적효율, 기대고장개수, 기대시험시간 그리고 설계변수의 사전추정치의 잘못에 따른 최적설계의 둔감성의 측면에서 비교하였다.

일반적으로 대부분의 제품이 사용조건에서 받는 스트레스는 대략적으로 일정하다고 볼 수 있으므로 CS-ALT가 SS-ALT보다는 더 자연스럽고, SS-ALT에서는 시험도중에 변하는 스트레스 수준의 영향을 반영하는 모형에 대한 가정이 추가적으로 필요하다는 단점을 갖고 있다. 그러나 추정량의 점근분산이 시험방법의 선택 기준이라고 할 때 IFR제품의 경우에는 CS-ALT가, DFR제품의 경우에는 SS-ALT가 더 효과적이라 할 수 있다.

이 논문에서는 스트레스 수준이 두개인 경우만을 고려하였으나, 세개의 스트레스 수준에서 시험 함으로서 스트레스 수준과 수명의 관계식의 타당성을 검증할 수 있고 모형의 잘못 선택에 대해서 두수준 최적시험 보다 더 둔감하다고 알려진 절충시험설계(compromise test plan)에 대해서도 CS-ALT[Meeker(1984), Meeker와 Hahn(1985)]와 SS-ALT[Bai와 Kim(1993)]를 비교할 수 있다. 또한 이 논문에서 고려한 SS-ALT는 낮은 스트레스 수준에서 높은 스트레스 수준으로 스트레스를 변경하는 경우였으나, 높은 스트레스 수준에서 시작하여 스트레스 수준을 낮은 것으로 변경하는 SS-ALT의 최적설계를 구할 수 있고, 이를 여기서 비교한 두 최적설계와 비교할 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] 이석훈, 박래현, 박희창 (1992). 두 개의 부품으로 구성된 시스템의 단계적 충격생명검사에 관한 연구, 「응용통계연구」, 제5권 2호, 193-208.
- [2] Bai, D.S., Cha, M.S. and Chung, S.W. (1992). Optimum Simple Ramp-Tests for the Weibull Distribution and Type-I Censoring, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 41, 407-413.
- [3] Bai, D.S. and Chun, Y.R. (1991). Optimum Simple Step-Stress Accelerated Life Tests with Competing Causes of Failure, *IEEE Transactions on Reliability*, R-40, 622-627.
- [4] Bai, D.S. and Chun, Y.R. (1993). Nonparametric Inferences on Ramp Stress Tests under Random Censoring, *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 41, 217-223.
- [5] Bai, D.S. and Chung, S.W. (1991). An Optimal Design of Accelerated Life Test for Exponential Distribution, *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 31, 57-64.
- [6] Bai, D.S. and Chung, S.W. (1992). Optimal Design of Partially Accelerated Life Test for the Exponential Distribution under Type-I Censoring, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 41, 400-406.
- [7] Bai, D.S., Chung, S.W. and Chun, Y.R. (1993). Optimal Design of Partially Accelerated Life Test for the Lognormal Distribution under Type-I Censoring, *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 40, 85-92.
- [8] Bai, D.S. and Kim, M.S. (1993). Optimum Simple Step-Stress Accelerated Life Tests for Weibull Distribution and Type I Censoring, *Naval Research Logistics*, Vol. 40, 193-210.
- [9] Bai, D.S., Kim, M.S., and Lee, S.H. (1989a). Optimum Simple Step-Stress Accelerated Life Tests with Censoring, *IEEE Transactions on Reliability*, R-38, 528-532.
- [10] Bai, D.S., Kim, M.S., and Lee, S.H. (1989b). Optimum Simple Step-Stress Accelerated Life Tests under Periodic Observation, *Journal Korean Statistical Society*, Vol. 18, 125-134.
- [11] Barton, R.R. (1991). Optimal Accelerated Life-Time Plans That Minimize the Maximum Test-Stress, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 40, 166-172.
- [12] DeGroot, M.H. and Goel, P.K. (1979). Bayesian Estimation and Optimal Designs in Partially Accelerated Life Testing, *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 26, 223-235.
- [13] Lin, Z. and Fei, H. (1991). A Nonparametric Approach to Progressive Stress Accelerated Life Testing, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 40, 173-176.

- [14] Meeker, W.Q. and Escobar, L.A. (1993). A Review of Recent Research and Current Issues in Accelerated Testing, *International Statistical Review*, Vol. 61, 147-168.
- [15] Meeter, C.A. and Meeker, W.Q. (1994). Optimum Accelerated Life Tests with a Nonconstant Scale Parameter, *Technometrics*, Vol. 36, 71-83.
- [16] Meeker, W.Q. and Hahn, G.J. (1985). *How to Plan an Accelerated Life Test — Some Practical Guidelines*, Volume 10 of the ASQC Basic References in Quality Control: Statistical Techniques.
- [17] Meeker, W.Q. and Nelson, W. (1975). Optimum Accelerated Life-Tests for the Weibull and Extreme Value Distributions, *IEEE Transactions on Reliability*, R-24, 321-332.
- [18] Miller, R. and Nelson, W. (1983). Optimum Simple Step-Stress Plans for Accelerated Life Testing, *IEEE Transactions on Reliability*, R-32, 59-65.
- [19] Nelson, W. (1980). Accelerated Life Testing — Step-Stress Models and Data Analysis, *IEEE Transactions on Reliability*, R-29, 103--108.
- [20] Nelson, W. (1990). *Accelerated Testing — Statistical Models, Test Plans, and Data Analyses*, Wiley, New York.
- [21] Nelson, W. and Meeker, W. Q. (1978). Theory for Optimum Accelerated Censored Life Tests for Weibull and Extreme Value Life Distributions," *Technometrics*, Vol. 20, 171-177.
- [22] Powell, M.J.D. (1964). An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables without Calculating Derivatives, *Computer Journal*, Vol. 7, 155-162.
- [23] Shaked, M. and Singpurwalla, N.D. (1983). Inference for Step Stress Accelerated Life Tests, *Journal Statistical Planning and Inference*, Vol. 7, 295-306.
- [24] Seo, S.K. and Yum, B.J. (1991). Accelerated Life Test Plans under Intermittent Inspection and Type-I Censoring: The Case of Weibull Failure Distribution, *Naval Research Logistics*, Vol. 38, 1-22.
- [25] Yin, X.K. and Sheng, B.Z. (1987). Some Aspects of Accelerated Life Testing by Progressive Stress," *IEEE Transactions on Reliability*, R-36, 150-155.
- [26] Yum, B.S. and Choi, S.C. (1989). Optimal Design of Accelerated Life Tests under Periodic Inspection," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 36, 779-795.

부록: 사용조건에서의 기대시험시간(ETTD)

(A) CS-ALT의 경우

$Z_i, i = l, h$, 를 ξ_i 에서 시험시간을 관측중단시간 η 로 나눈 값이라 하면, $E[Z_i]$ 는 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$E[Z_i] = (1/\eta) \int_0^\eta t f(t|\xi_i) dt + (1-p_i). \quad (A1)$$

단, 여기서 $f(t|\xi_i) = \mathbb{P}\{(\ln(t) - \mu(\xi_i))/\sigma\}$ 이다. 식(A1)의 오른쪽 첫항은 σ 와 p_i 의 식으로 $(-\ln(1-p_i))^\sigma \phi(0, -\ln(1-p_i))$, $i = l, h$, 로 나타낼 수 있으며, 여기서 $\phi(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} z^\sigma e^{-z} dz$ 이다.

가속계수(acceleration factor)를 $AF(\xi) \equiv e^{\mu(\xi)} / e^{\mu(\xi_d)}$ 로 정의하면, $AF(\xi) = e^{\gamma_1 \xi}$ 이고 CS-ALT의 ETTD는 다음과 같이 된다.

$$ETTD_c = \pi AF(\xi_l^*) E[Z_l] + (1-\pi) AF(1) E[Z_h]. \quad (A2)$$

(B) SS-ALT의 경우

W 를 SS-ALT에서 시험시간을 η 로 나눈 값이라 하면, $E[W]$ 는

$$E[W] = (1/\eta) \int_0^\tau t f(t|\xi_l) dt + (1/\eta) \int_\tau^\eta t g(t|\xi_l, \xi_h) dt + \int_\eta^\infty g(t|\xi_l, \xi_h) dt \quad (A3)$$

이다. 단, 여기서 $g(t|\xi_l, \xi_h) = (\sigma t)^{-1} \exp(u - e^u)$, $u = \ln(t - \tau + \tau e^{\gamma_1(\xi_h - \xi_l)}) - \mu(\xi_h)/\sigma$ 이다. 식(A3)의 오른쪽 항들은 $(-\ln(1-p_l))^\sigma \phi(0, \xi_1)$, $(-\ln(1-p_h))^\sigma \phi(\xi_1, \xi_2)$, $(e^{\xi_1} - e^{\xi_2}) \{x - x \exp(\gamma_1(\xi_h - \xi_l))\}$ 로 표현된다. 단, 여기서 $\xi_1 = -x^\sigma \ln(1-p_l)$, $\xi_2 = -(1-x+x \exp(\gamma_1(\xi_h - \xi_l)))^\sigma \ln(1-p_h)$ 이다. SS-ALT에서는 $E[W]$ 의 크기에 따라 $E[W] \leq x$ 인 경우와 $E[W] > x$ 인 경우를 고려할 수 있다. (i) $E[W] \leq x$ 일 때는 $E[Z_\ell] = E[W]$, $E[Z_h] = 0$ 이고, (ii) $E[W] > x$ 일 때는 $E[Z_\ell] = x$, $E[Z_h] = E[W] - x$ 이다. 따라서 SS-ALT에서의 ETTD는 다음식과 같다.

$$ETTD_s = \begin{cases} AF(\xi_l) E(W), & \text{if } E(W) \leq x, \\ AF(\xi_l)x + AF(1)(E(W)-x), & \text{if } E(W) > x. \end{cases} \quad (A4)$$

또한 식(A2)와 (A4)의 $AF(\xi)$ 와 p_ℓ 은 p_d, p_h, ξ_ℓ 그리고 σ 의 식으로 나타낼 수 있다. ■

A Comparison of Optimum Constant Stress and Step Stress Accelerated Life Tests

D.S.Bai¹⁾, M.S.Kim²⁾, Y.R.Chun³⁾

Abstarct

This paper compares two accelerated life tests for Weibull distribution. One is the optimum constant stress accelerated life test which minimizes the asymptotic variance of maximum likelihood estimator of a specified quantile at design stress, and the other is the corresponding simple step stress test. The models and optimum designs of constant stress and step stress tests are reviewed. Behaviors of asymptotic variances, effects of design parameters to optimum tests, and expected numbers of failures and expected test times of the two tests are investigated. The efficiency of step stress test relative to constant stress test is studied in terms of variance ratio, and robustness to preestimates of design parameters are investigated.

-
- 1) Professor, Department of Industrial Engineering, KAIST, 373-1 Kusong-Dong, Yusung-Gu, Taejon 305-701, Korea.
2) Assistant Professor, Department of Industrial Engineering, Busan National University of Technology, Yongdang-Dong, Nam-Gu, Busan 608-080.
3) Assistant Professor, Department of Computer Science and Statistics, Kyungnam University, 449 Wolyoung-Dong, Habpo-Gu, Masan 631-701.