

경계요소법에 의한 콘크리트의 파괴진행해석 및 안정화 기법

Progressive Fracture Analysis of Concrete by Boundary Element Method and its Stabilizing Technique



송하원*

Song, Ha-Won



전재홍**

Jun, Jae-Hong

요 약

본 논문은 경계요소법에 의한 콘크리트의 진행성 파괴해석과 연화거동 해석시 발생하는 불안정 거동을 규명하는 연구이다. 파괴가 일어나는 콘크리트에 작용하는 최대하중을 구하고 콘크리트의 균열 성장에 따른 비선형거동을 예측하기 위하여 균열선단의 브리징 영역에 Dugdale-Barenblatt형 모델을 사용하였으며, 브리징 영역의 인장연화 상태를 선형인장연화 곡선을 사용하여 모델링하였다. 경계요소법을 사용하여 콘크리트의 파괴진행을 해석하기 위하여 변위 및 표면력 경계적분방정식으로부터 균열을 포함한 연속체의 균열 경계적분방정식을 정식화 하였으며, 콘크리트 보와 인장시편에 대하여 진행성 파괴해석을 실시하였다. 또한 콘크리트의 진행성 파괴해석에 자유응력균열의 성장 및 진행을 고려하지 않으므로써 발생하는 불안정 연화거동을 제거하는 수치해석 기법을 제시하였다.

Abstract

This paper presents progressive fracture analysis of concrete using boundary element method and its stabilizing technique. To determine ultimate strength and to predict

* 정회원, 연세대학교 토목공학과 조교수
** 정회원, 연세대학교 토목공학과 석사과정

• 본 논문에 대한 토의를 1997년 2월 27일까지 학회로 보내 주시면 1997년 4월호에 토의회답을 게재하겠습니다.

nonlinear behavior of concrete during progressive crack growth, the modelling of fracture process zone is done based on Dugdale-Barenblatt model with linear tension-softening curve. We regulate displacement and traction boundary integral equation of solids including crack boundary and analyze progressive fracture of concrete beam and compact tension specimen. Also a numerical technique which considers the growth of stress-free crack of concrete during the analysis and removes snapback of postpeak behavior is proposed.

Keywords : progressive fracture analysis, concrete, BEM, fracture process zone, postpeak behavior.

1. 서 론

파괴역학은 균열의 발생과 성장에 의한 파괴현상을 연구하는 학문으로 균열선단에서의 응력과 변형의 특이성 등의 연구를 통하여 매개변수를 규명하고, 합당한 파괴기준을 사용하여 파괴의 메커니즘을 정의하는 것이다. 1921년에 Griffith이론에 의한 선형파괴역학이 처음 소개되어 졌고¹⁾, 1959년에 Neville²⁾은 콘크리트 강도의 크기효과에 대한 파괴역학적 검토를 하였다. 또한 1960년에 Kaplan은 콘크리트의 파괴인성 K_c 또는 G_c 를 처음 소개하였다³⁾. 그 후로 각종 조건하에서 콘크리트의 파괴인성치에 관계된 많은 연구가 행하여 졌지만 파괴현상의 정성적인 설명이나 콘크리트의 품질을 평가하는 수준에 머물러 있었다. 1970년대 후반에 이르러 Hillerborg⁴⁾는 균열의 성장에 따른 콘크리트의 파괴현상을 인장연화곡선의 면적에 해당되는 파괴에너지 G_f 로 표현함에 따라 콘크리트의 파괴역학에 수치해석 연구가 활발히 이루어졌다. 최근에는 콘크리트의 인장파괴, 전단파괴, 압축파괴, 철근 콘크리트부재의 연화현상이나 콘크리트 강도의 크기효과에 따른 파괴역학의 적용이 활발히 연구되고 있다. 콘크리트 파괴의 특성은 거시적으로 완전히 개구되어 있는 균열의 선단에 미세한 균열이 누적된 파괴진행영역(fracture process zone)이라고 불리는 비선형영역의 존재로 나타난다. 균열이 발생하지 않은 탄성영역과 완전한 균열부분 사이에 있는 파괴진행영역에서는 인장변형은 커지는 반면에

전달된 인장응력은 감소되는 인장연화현상이 생긴다. 파괴진행영역의 크기는 콘크리트의 종류와 재하조건에 따라 다르지만 수 cm에서 수십 cm에 이른다. 따라서 균열선단에 형성되는 비선형영역이 부재의 크기에 비해 아주 작다는 것을 전제로 하는 선형파괴역학은 일반 콘크리트 구조물에 대해서는 그대로 적용할 수 없는 경우가 많다. 또한 파괴진행영역을 고려한 콘크리트의 파괴진행 수치해석시에도 최대하중 이후의 파괴거동이 실제와 다르게 불안정한 해석결과를 얻는 경우가 있는데 이의 원인 규명과 이에 대한 해결방법은 매우 중요하다.

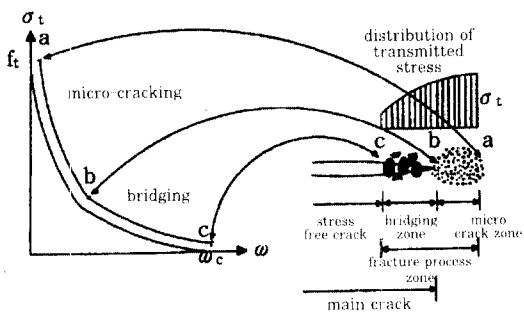
본 논문에서는 경계요소법에 의하여 콘크리트의 파괴진행해석을 실시하였으며, 해석수행시 발생하는 최대하중 이후의 불안정 거동을 규명하였다. 이를 위하여 균열을 고려한 경계요소방정식의 정식화를 수행하였으며, Dugdale-Barenblatt형 모델을 사용하여 파괴진행영역을 모델링 하였다. 경계요소 프로그램을 사용하여 콘크리트 보 및 Compact Tension 시편에 대해 파괴진행 해석을 실시하였다. 또한 실험결과와 다르게 발생하는 불안정 현상을 제거하는 수치해석 기법을 제시하였으며, 제안된 방법의 사용에 의한 해석결과와 실험결과와의 비교를 통하여 검증을 수행하였다.

2. 파괴진행영역

미시적인 진행성 파괴에 대한 국소화 및 안정조건을 이해하고, 극한하중과 비선형 거동을 예측하

기 위해서는 파괴진행영역의 자세한 이해가 필요하다. Fig. 1과 같이 인장연화상태에 있는 파괴진행 영역의 각 점들(Fig. 1의 a, b, c점)은 인장연화곡선상의 점들과 대응된다. 이러한 파괴진행영역은 미세균열의 발생과 성장을 지배하고 있는 미세균열 (microcracking)영역과 골재의 상호작용과 마찰 등에 의해 거시적으로 균열면에서 응력전달이 이루어지는 브리징(bridging)영역으로 나누어진다.⁶⁾ 미세균열영역은 최대응력 이전의 비선형 거동과 관계가 있고 브리징영역은 최대응력 이후의 비선형 거동과 관계가 있기 때문에 진행성 파괴해석시 최대응력의 산정과 콘크리트의 비선형 거동을 예측하기 위해서는 브리징영역과 미세균열영역의 적절한 표현이 필요하다.

콘크리트의 전달응력(transmitted stress : σ_t) 이 인장강도(f_t)에 도달한 후에 균열면변위(crack opening displacement : ω)의 증가에 따라 균열면에서의 전달응력이 감소되는 인장연화 현상이 발



(a) tension-softening curve (b) fracture process zone
Fig. 1 Tension-softening curve and fracture process zone

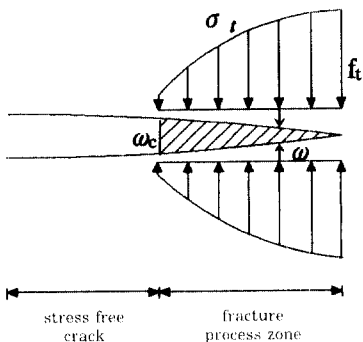


Fig. 2 Dugdale-Barenblatt type model

생하며, Fig. 1(a)와 같이 균열면변위와 인장강도의 관계를 나타내는 곡선을 인장연화곡선(tension-softening curve)이라 하여 콘크리트의 파괴에 관한 특성을 나타낸다. Fig. 1에서 ω_c 는 한계균열면 변위이다. Hillerborg에 의하여 콘크리트 파괴특성의 해석에 처음 소개되어진 Dugdale-Barenblatt형 모델은 콘크리트의 파괴진행영역의 적합한 모델로 알려져 있다. 이 모델은 Fig. 2와 같이 브리징영역을 인장연화곡선을 사용하여 모델링한 것이다. 본 연구에서는 Dugdale-Barenblatt형 모델을 사용하였으며, 반복계산의 불편을 제거하기 위하여 Fig. 3과 같이 전달응력과 균열면변위의 관계를 선형으로 가정한 선형 인장연화곡선을 사용하였다.

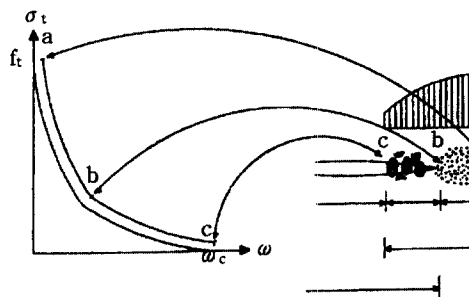


Fig. 3 Linear tension-softening curve

3. 경계요소법의 균열문제의 정식화

경계요소법은 Green의 공식과 경계의 특성들을 기본으로 경계에서의 미지의 값을 적분방정식으로 변환시킨 것이다. 경계에서만 이산화 시킴으로써 경계적분법은 유한요소법 보다 상대적으로 수치적으로 풀 수 있는 선형 대수방정식들의 수를 줄일 수 있다.^{6),7)} 또한 경계에서 미지의 값들을 정의하기 때문에 경계요소법은 유한요소법을 사용했을 때와 같은 요소의 재분할 등이 필요 없으므로 균열성장의 문제에 매우 적합하게 사용될 수 있다. 그러나 경계요소법을 균열문제에 적용하기 위해서는 일반경계에서의 경계적분방정식 뿐만 아니라 균열경계를 고려한 균열 경계적분방정식의 정식화가 필요하다.

3.1 경계적분방정식

Fig. 4는 내부영역 Ω 와 변위경계 S_1 및 표면력 경계 S_2 를 갖고 있는 선형탄성체를 나타낸다.

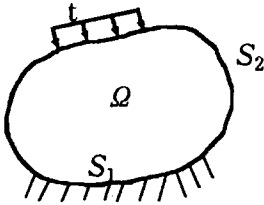


Fig. 4
Domain and
boundaries

체적력이 작용하지 않으면 선형 탄성체의 경계치 문제의 지배방정식(Navier 식)은 다음식과 같다.

$$\mu[u_{i,jj} + \frac{1}{1-2\nu}u_{j,jj}] = 0 \quad (1)$$

경계조건으로 S_1 에서 $u_i = f_i$ 이고, S_2 에서 $t_j = \sigma_{ij} n_j = g_j$ 이다. 여기서 μ, ν 는 Lamé's 상수이고 u_i 와 t_j 는 각각 변위 및 표면력을 나타낸다. 식 (1)에 Green공식을 사용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\int_V [v_i \sigma_{ij}'' - u_i \sigma_{ij}''] dv = \int_S [v_i t_i'' - u_i t_i''] ds \quad (2)$$

여기서 t_i'' 와 σ_{ij}'' 는 다음과 같이 정의된다.

$$t_i'' = \mu[u_{i,j} n_j + u_{j,i} n_j + \frac{2\nu}{1-2\nu}u_{j,j} n_i] \quad (3)$$

$$\sigma_{ij}'' = \mu[u_{i,jj} + \frac{1}{1-2\nu}u_{j,jj}]$$

식 (1)의 기본해를 $G(x, \bar{x})_i^{(k)}$ 라 할 때 $G(x, \bar{x})_i^{(k)}$ 는 다음 식을 만족한다.

$$\mu[G(x, \bar{x})_{i,jj}^{(k)} + \frac{1}{1-2\nu}G(x, \bar{x})_{j,jj}^{(k)}] = -\delta(x - \bar{x}) \delta_{ik} \quad (4)$$

여기서 x 는 선형탄성체의 임의의 점을 나타내며 \bar{x} 는 내부영역상의 임의의 점을 나타낸다.

식 (2)와 (3) 그리고 식 (4)로부터 다음의 Somigliana 항등식을 얻는다.

$$u_i(\bar{x}) = \int_S U_{ij}(x, \bar{x}) t_j(x) dS(x) - \int_{S_1} T_{ij}(x, \bar{x}) u_j(x) dS(x) = \int_{S_1} U_{ij} t_j dS - \int_{S_1} T_{ij} f_j dS + \int_{S_2} U_{ij} g_j dS - \int_{S_2} T_{ij} u_j dS \quad (5)$$

식 (5)는 \bar{x} 의 변위를 표시하며, \bar{x} 가 x_0 에 도달하게 함으로써 경계에서 미지의 변위와 표면력에 관한 경계적분식을 얻는다. 즉 식 (5)의 한계설정 에 의하여 경계조건을 만족하는 다음의 식을 유도 할 수 있다.

$$\frac{1}{2}u_i(x_0) = \int_S U_{ij}(x, x_0) t_j(x) dS(x) - p.v. \int_S T_{ij}(x, x_0) u_j(x) dS(x) \quad (6)$$

여기서 $p.v. \int$ 는 Cauchy의 주치(主值)를 나타 내며 $U_{ij}(x, x_0), T_{ij}(x, x_0)$ 는 핵함수로 정의된다⁷⁾.

식 (6)을 이용하면 경계치 문제는 경계 S_2 에서의 미지함수 $u_i(x_0)$ 와 S_1 에서의 $f_i(x_0)$ 에 대한 다음의 변위 경계적분식을 얻는다.

$$\frac{1}{2}u_i(x_0) = \int_{S_1} U_{ij}(x, x_0) t_j(x) dS - p.v. \int_{S_1} T_{ij}(x, x_0) f_j(x) dS + \int_{S_2} U_{ij}(x, x_0) g_j(x) dS - p.v. \int_{S_2} T_{ij}(x, x_0) u_j(x) dS, \quad x_0 \in S_2 \quad (7a)$$

$$\frac{1}{2}f_i(x_0) = \int_{S_1} U_{ij}(x, x_0) t_j(x) dS - p.v. \int_{S_1} T_{ij}(x, x_0) f_j(x) dS + \int_{S_2} U_{ij}(x, x_0) g_j(x) dS - p.v. \int_{S_2} T_{ij}(x, x_0) u_j(x) dS, \quad x_0 \in S_1 \quad (7b)$$

식 (7)을 풀면 경계에서의 미지의 값을 구할 수 있고 다시 식 (5)에 의해 \bar{x} 에서의 변위를 얻을 수 있다. 한편 변위를 \bar{x} 에 대해 미분하고 이를 응력-변위의 관계식에 대입하면 \bar{x} 에서의 응력은 다음 식

으로 구할 수 있다.

$$\sigma_{ij}(\bar{x}) = \int_S D_{kij}(x, \bar{x}) t_k(x) dS - \int_S S_{kij}(x, \bar{x}) u_k(x) dS \quad (8)$$

여기서, 표면력의 경계적분식을 유도하기 위하여 변위 경계적분식의 유도와 마찬가지로 \bar{x} 를 경계점 x_0 에 접근시키는 것에 의하여 핵함수 $D_{kij}(x, \bar{x})$ 와 $S_{kij}(x, \bar{x})$ 의 한계값 $D_{kij}(x, x_0)$, $S_{kij}(x, x_0)$ 를 구할 수 있다⁷⁾. 즉 \bar{x} 에서의 응력식 (8)에 대해 \bar{x} 를 x_0 에 접근시키는 것에 의해 표면력에 대한 다음의 경계적분식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{2} \sigma_{ij}(x_0) = p.v. \int_S D_{kij}(x, x_0) t_k(x) dS - Pf \int_S S_{kij}(x, x_0) u_k(x) dS \quad (9)$$

여기서 $Pf \int$ 는 Cauchy적분의 유한부분을 나타낸다. 식 (9)에 의하여 얻어지는 경계상의 표면력 경계적분식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} t_i(x_0) = & p.v. \int_{S_1} D_{kij}(x, x_0) t_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ & - Pf \int_{S_1} S_{kij}(x, x_0) f_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ & + p.v. \int_{S_2} D_{kij}(x, x_0) g_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ & - Pf \int_{S_2} S_{kij}(x, x_0) u_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ & x_0 \in S_1 \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} g_i(x_0) = & p.v. \int_{S_1} D_{kij}(x, x_0) t_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ & - Pf \int_{S_1} S_{kij}(x, x_0) f_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ & + p.v. \int_{S_2} D_{kij}(x, x_0) g_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ & - Pf \int_{S_2} S_{kij}(x, x_0) u_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ & x_0 \in S_2 \end{aligned} \quad (10b)$$

표면력 경계적분식 (10)과 변위 경계적분식 (7)

은 등가이므로 탄성문제를 위해서는 두 식중 어느 하나의 식을 사용하면 되나 균열문제는 두 식이 모두 필요하다.

3.2 균열문제에서의 경계 적분식

Fig. 5와 같이 균열을 갖고 있는 선형탄성체에서의 전체경계는 일반경계 S 와 균열경계 Γ 로 나뉜다. 균열 경계 Γ 에는 4개의 벡터 u^+ , t^+ , u^- , t^- 가 존재하며 윗첨자 +, -는 각각 균열경계의 위, 아래를 지칭한다.

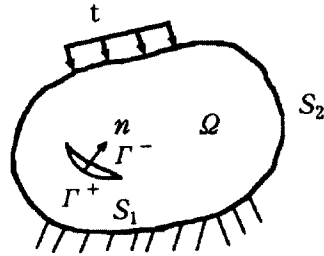


Fig. 5
Elastic body
containing crack

주어진 4개의 경계벡터를 통하여 2개의 선형 독립적인 다음과 같은 식을 정할 수 있다.

$$u_i^+(x) + u_i^-(x) = v_i(x), \quad (11)$$

$$u_i^+(x) - u_i^-(x) = \omega_i(x)$$

$$t_i^+(x) + t_i^-(x) = p_i(x), \quad (12)$$

$$t_i^+(x) - t_i^-(x) = q_i(x)$$

식 (11)과 (12)의 네개의 조합중 두개의 독립적인 선형 조합이 주어진다면 다른 두개의 선형조합들은 미지의 값이다. 식 (7a)와 식 (10a)에서 경계상의 점 x_0 가 일반경계 S 에 위치할 때 균열 경계를 고려한 경계 적분방정식은 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u_i(x_0) = & \int_S U_{ij}(x, x_0) t_j(x) dS \\ & - p.v. \int_S T_{ij}(x, x_0) u_j(x) dS \\ & + \int_{\Gamma^+} U_{ij}^+(x, x_0) [t_j^+(x) + t_j^-(x)] dS \\ & - \int_{\Gamma^-} T_{ij}^-(x, x_0) [u_j^+(x) - u_j^-(x)] dS \\ & x_0 \in S \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}t_i(x_0) &= p.v. \int_S D_{kij}(x, x_0)t_k(x)n_j(x_0)dS(x) \\
&- Pf \int_S S_{kij}(x, x_0)u_k(x)n_j(x_0)dS(x) \\
&+ \int_{\Gamma} D_{kij}^+(x, x_0)[t_k^+(x) + t_k^-(x)]n_j(x_0)dS(x) \\
&- \int_{\Gamma} S_{kij}^+(x, x_0)[u_k^+(x) - u_k^-(x)]n_j(x_0)dS(x) \\
&x_0 \in S
\end{aligned} \tag{13b}$$

또한 다른 두개의 독립된 미지의 선형조합의 값을 결정하기 위해서 두 방정식이 필요하며 이 두 방정식은 식 (7a)와 식 (10a)에서 경계상의 점 x_0 를 균열경계에 위치 시킴으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}[u_i^+(x_0) + u_i^-(x_0)] & \\
&= \int_S U_{ij}(x, x_0)t_j(x)dS - \int_S T_{ij}(x, x_0)u_j(x)dS \\
&+ \int_{\Gamma} U_{ij}^+(x, x_0)[t_j^+(x) + t_j^-(x)]dS \\
&- p.v. \int_{\Gamma} T_{ij}^+(x, x_0)[u_j^+(x) - u_j^-(x)]dS
\end{aligned} \tag{14a}$$

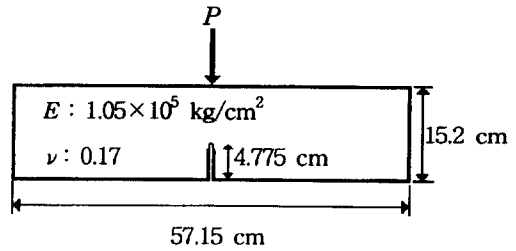
$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}[t_i^+(x_0) - t_i^-(x_0)] & \\
&= \int_S U_{kij}(x, x_0)t_k(x)dS n_j^+(x_0) \\
&- \int_S S_{kij}(x, x_0)u_k(x)dS n_j^+(x_0) \\
&+ p.v. \int_{\Gamma} D_{kij}^+(x, x_0)[t_k^+(x) + t_k^-(x)]dS n_j^+(x_0) \\
&- Pf \int_{\Gamma} S_{kij}^+(x, x_0)[u_k^+(x) - u_k^-(x)]dS n_j^+(x_0)
\end{aligned} \tag{14b}$$

즉, 일반경계 S 에서의 식 (13)과 균열경계 Γ 에서의 식 (14)는 균열에서의 경계적분방정식을 형성한다.

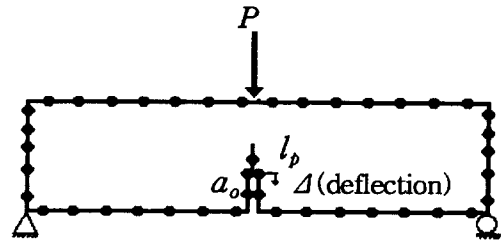
4. 콘크리트 보의 파괴해석

Fig. 6(a)처럼 4.775cm의 노치(a_0)가 있는 길이 57.15cm, 높이 15.24cm, 폭 5.08cm인 콘크리트 보에 대하여 파괴해석을 실시하였으며 실험과의 검증 위해 Ratanalert & Wecharatana의 실험⁽⁸⁾

결과와 비교하였다. 파괴해석에 사용된 재료특성은 인장강도 28kg/cm², 한계균열개구변위 0.00508cm, 파괴 에너지는 0.0714kg/cm를 사용하였다. Fig.



(a) Data for dimensions, E and ν



(b) Boundary element modeling

Fig. 6 Concrete beam with a notch

6(b)는 파괴진행영역 길이(l_p)를 포함한 대상 콘크리트 보의 경계요소 모델링이다.

Fig. 7은 하중-처짐관계 해석결과와 실험결과와의 비교로 수치해석은 최대하중을 잘 산정하나 최대하중 이후 실험결과와 다르게 snapback 현상이 발생

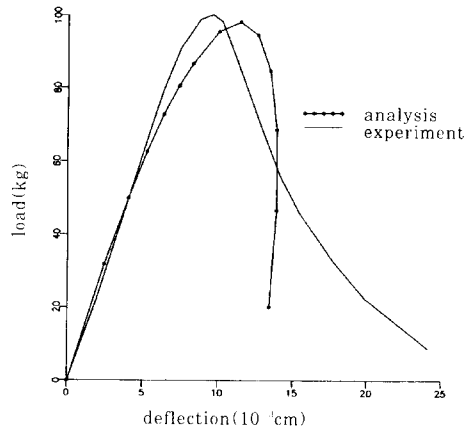


Fig. 7 Comparison between analysis and experiment

하여 최대하중 이후의 거동이 실험과 다르게 재현됨을 보여준다. 해석에서의 snapback 현상은 파괴진행영역의 성장에도 불구하고 노치선단의 자유응력균열(stress free crack)을 고정시켜 해석을 진행하므로써 균열 선단부의 파괴진행영역에 Fig. 8과 같이 부(-)의 전달응력이 발생하였기 때문이다.

불안정한 연화거동을 제거하기 위한 해석방법으로 최대응력 이후 파괴진행영역에 부의 전달응력이 발생하는 부분부터 자유응력균열을 성장시켜 해석

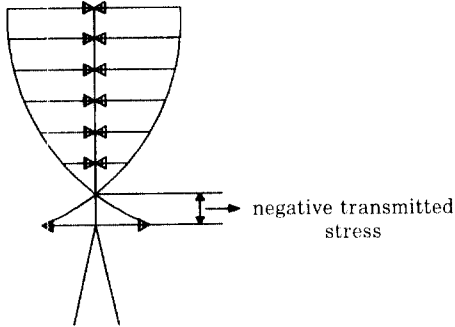


Fig. 8 Fracture process zone at Step 3

을 실시하였다.

Fig. 9는 이를 도식화 한 것으로, Step 1→Step 2는 파괴진행영역의 성장을 나타내고 있으며 Step 3는 파괴진행영역에 부의 전달응력이 발생되었음을 보여준다. 자유응력균열이 이미 성장된 모습인 수정 Step 3는 파괴진행영역의 성장과 함께 부의 전달응력이 발생한 영역만큼 자유응력균열을 성장시

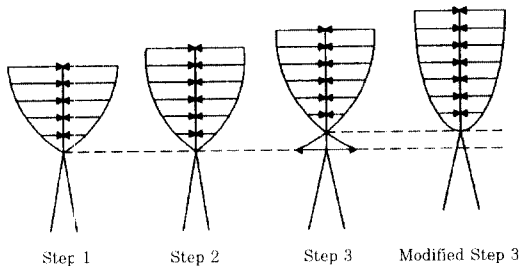


Fig. 9 Fracture process zone during crack growth

켜 얻어진 전달응력의 분포를 보여주며 Fig. 10은 이에 따른 해석결과를 보여준다

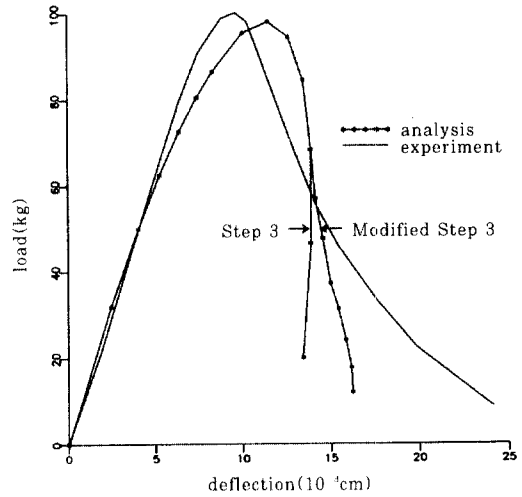
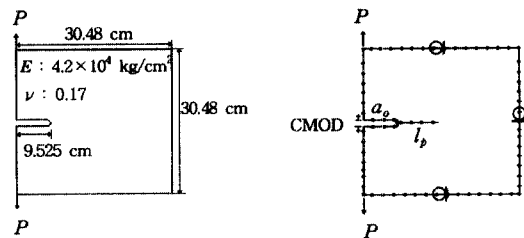


Fig. 10 Comparison between modified analysis and experiment

5. 콘크리트 CT시편의 파괴해석

Fig. 11(a)는 폭 5.08cm의 콘크리트(인장강도 = 44.1kg/cm², 한계균열개구변위=0.00693cm, 파괴에너지=0.153kg/cm) Compact Tension (CT)시편으로 Fig. 11(b)와 같이 경계요소모델링 하였다.



(a) Data for dimensions, E and ν (b) Boundary element modeling

Fig. 11 Concrete compact-tension specimen

파괴진행해석을 실시하여 작용하중과 균열개구변위(crack mouth opening displacement : CMOD)의 관계를 구하였으며 실험결과⁹⁾와 비교하였다(Fig. 12). 최대하중 이후 실험결과와 다르게 연화거동시 균열개구변위가 급격히 감소하는 심한 snapback 현상이 발생하였다.

실험결과와 다르게 해석된 불안정한 연화거동을

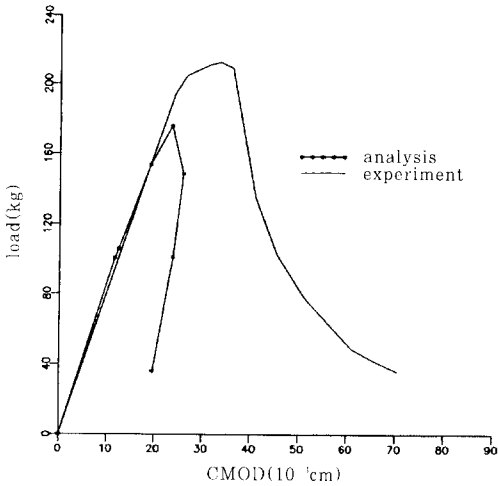


Fig. 12 Unstable result of analysis

개선하기 위하여 부의 전달응력이 발생하는 Step 3 부터(Fig. 9) 부의 파괴진행영역의 길이만큼 자유응력균열을 성장시켜 해석하였다. 해석결과 Fig. 13에서 보이는 것처럼 최대하중이후의 불안정한 연화 거동을 개선 할 수 있었다

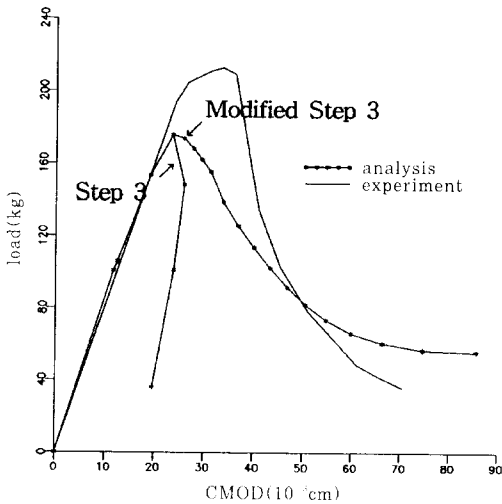


Fig. 13 Modified analysis result of CT specimen

6. 결 론

경계요소법을 사용하여 콘크리트의 진행성 파괴 해석을 하기 위하여 균열을 포함하고 있는 선형탄

성체에 대해 균열 경계적분방정식을 정식화 하였으며 균열선단에서의 Dugdale-Barenblatt형 모델을 사용한 콘크리트 파괴진행영역의 모델링으로부터 콘크리트 보 및 콘크리트 CT시편의 진행성 파괴 해석을 실시하였다.

진행성 파괴 해석으로 부터 콘크리트의 최대하중을 구하였으며 균열진행에 따른 비선형 거동을 재현하였다. 해석시 파괴진행영역의 진행뿐만 아니라 자유응력균열의 성장을 고려함으로써 최대하중 이후에 발생하는 불안정한 해석결과를 안정화 시킬 수 있었다.

참 고 문 헌

1. Griffith, A. A., "The Phenomena of Rupture and Flow in Solids", Philosophical Transactions, Series A, Vol. 221, 1920, pp. 163-198.
2. Neville, A. M., "Some Aspects of the Strength of Concrete", Civil Engineering, Vol. 54, 1959.
3. Kaplan, F. M., "Crack Propagation and the Fracture of Concrete", ACI Journal, Vol. 58, 1961, pp. 591-610.
4. Hillerborg, A., A Model for Fracture Analysis, Report TVBM-3005, Division of Building Materials, Sweden, 1978.
5. Horii, H. and Ichinomiya, T., "Observation of Fracture Process Zone by Laser Speckle Technique and Governing Mechanism in Fracture of Concrete", International Journal of Fracture, Vol. 51, 1991, pp. 19-29.
6. Cruse, T. A., Boundary Element Analysis in Computational Fracture Mechanics, Kluwer Academic Publishers, 1988.
7. Brebbia, C. A. and Walker, S., Boundary Element Techniques in Engineering, Newnes - Butterworths, 1980.
8. Ratanalert, S. and Wecharatana, M., "Evaluation of the Fictitious Crack and Two-Parameter Fracture Models", Fracture Toughness and Fracture Energy, Mihashi et. al.(eds) 1989, Balkema, Rotterdam, pp. 345-361.

(접수일자 : 1996. 8. 6)