

# 철근콘크리트의 3차원 재료비선형해석

## A Three-Dimensional Material Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete

박성수\*

성재표\*\*

Park, Sung-Soo Sung, Jai-Pyo

---

### 요 약

본 연구는 철근콘크리트 부재의 3차원 재료적 비선형해석을 하기 위한 것이다. 콘크리트는 3축 비선형 응력-변형률 거동, 균열, 파쇄 및 변형률완화를 포함하는 3차원 16절점 고체요소를 사용하고, 철근은 변형률경화를 갖는 3차원 3절점 트러스요소를 사용한다. 균열 후 골재의 맞물림을 고려하는 유효전단 계수를 평가하기 위해서 균열의 진행여부에 따른 전단유지계수를 도입하였으며, 수치해를 얻기 위해 수정뉴턴방법을 사용하였다. 가우스점에서의 해석결과는 그래픽으로 확인된다. 수치예제로서 Krahl의 철근콘크리트 보와 Hedgren의 철근콘크리트 셸을 채택하여 해석결과와 비교하였다.

### Abstract

Objection of this study is to present the three-dimensional material nonlinear analysis of reinforced concrete. A concrete is idealized with three dimensional 16-node solid element including triaxial nonlinear stress-strain behavior, cracking, crushing and strain softening; a steel with three-dimensional 3-node truss element including elastic-plastic behavior with strain hardening. The cracked shear retention factor is introduced to estimate the effective shear modulus considering aggregate interlock after cracking and a modified newton method is used to obtain a numerical solution. Numerical results in a gauss point is displayed graphically. Numerical examples of Krahl's reinforced concrete beam and Hedgren's shell are selected to compare with the experimental and numerical results.

**Keywords :** cracking, crushing, strain softening, strain hardening, aggregate interlock, shear retention factor

---

\* 정희원, 부산대학교 건축공학과 교수  
\*\* 정희원, 창신전문대학 건축과 전임강사

• 본 논문에 대한 토의를 1996년 6월 30일까지 학회로 보내 주시면 1996년 8월호에 토의회답을 게재하겠습니다.

## 1. 서 론

철근콘크리트는 하중이 증가함에 따라 부재단면의 성질을 복잡하게 변화시키는 콘크리트의 균열, 철근의 장부작용(dowel action), 부착 및 골재의 맞물림 등 기타 상호작용으로 인한 비선형성 때문에 연속체 역학이론을 적용하는데 많은 어려움이 수반된다.

철근콘크리트 부재의 해석에 최초로 유한요소 방법을 적용한 Ngo<sup>(1)</sup>는 보의 해석에서 철근과 콘크리트를 평면응력요소로 구분하고, 철근과 콘크리트 사이에는 연결요소를 사용하여 선형해석을 시도하였다. 그 이후 해석방법 면에서 많은 발전을 거듭하여 다양한 종류의 비선형 해석에 의해 철근콘크리트 구조체의 거동을 파악하고 있지만 2차원 해석이 주류를 이루고 있어서 기하학적으로 형태가 복잡한 구조물은 해석상 많은 어려움이 수반된다. 즉 철근은 1축 응력상태에 있지만, 콘크리트는 주로 3축응력 상태이므로 복잡한 비선형성을 보인다.

본 연구는 재료 비선형성을 고려한 철근 콘크리트 부재의 3차원 해석을 목적으로 하였다.

콘크리트는 분산모델(smearred model)로 비선형탄성이론<sup>(2)</sup>을 사용하고, 철근은 이산화모델(discrete model)로 탄소성이론을 사용하여 완전부착이라고 가정하여 구성방정식을 구성하였다. 콘크리트의 인장 및 압축파괴를 파괴포락선을 사용하여 확인하여 최대압축응력도에서 극한압축응력도까지는 변형률완화현상을 고려하였다. 철근의 항복은 변형률경화 현상을 고려하여 Von Mises 항복조건식을 적용하여 항복 여부를 판별하였다. 골재의 맞물림에 대한 효과를 고려하기 위해 균열진전 여부에 따른 전단유지계수를 도입하였다. 비선형증분방정식의 해법은 수정뉴턴방법을 사용하고 해석결과를 기존의 실험 및 해석결과와 비교하였다.

## 2. 증분평형방정식

재료만이 비선형인 문제일 경우 물체의 해석은 시간에 따라 변화하지 않고 다만 재료의 거동만

비선형일 뿐이다. 따라서 적분시 변형전체적을 기준으로 하면 된다. 시간  $t+\Delta t$ 일 때, 물체의 평형을 가상변위의 원리를 사용하여 나타내면 다음과 같다.<sup>(3)</sup>

$$\int_{0_V} {}^{t+\Delta t}\sigma_{ij} \delta {}_{t+\Delta t}e_{ij}^0 dV = {}^{t+\Delta t}R \quad (1)$$

여기서,  ${}^{t+\Delta t}\sigma_{ij}$ 는 공학적응력텐서이고,  ${}_{t+\Delta t}e_{ij}$ 는 미소변형률텐서이며,  $\delta$ 는 변분을 의미한다. 변형률텐서의 변분은 가상변형률을 사용하는 것과 마찬가지로 식 (1)의 우변은 물체가 시간  $t+\Delta t$ 일 때 가상변위를 받아 행하여진 가상일이다.

이때, 응력 및 변형률에서 다음의 관계식을 도입한다.

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}\sigma_{ij} &= {}^t\sigma_{ij} + \sigma_{ij} = \sigma_{ij} + C_{ijrs}e_{rs} \\ \delta {}_{t+\Delta t}e_{ij} &= \delta e_{ij} + \delta e_{ij} = \delta e_{ij} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $C_{ijrs}$ 는 재료의 접선구성텐서 성분이다. 식 (2)를 식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$\int_{0_V} C_{ijrs}e_{rs}\delta e_{ij}^0 dV = {}^{t+\Delta t}R - \int_{0_V} {}^t\sigma_{ij}\delta e_{ij}^0 dV \quad (3)$$

식 (3)의 우변은 변위의 증분을 계산하기 이전의 불균형가상일을 나타낸다. 이러한 불균형가상일을 줄이기 위해서는 내적가상일과 외적가상일 사이의 차가 적어질 때까지 반복계산을 하여야 한다.

식 (3)을 반복계산을 위한 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\int_{0_V} C_{ijrs}\Delta e_{rs}^{(k)}\delta e_{ij}^0 dV = {}^{t+\Delta t}R - \int_{0_V} {}^{t+\Delta t}\sigma_{ij}^{(k-1)}\delta e_{ij}^0 dV \quad (4)$$

여기서,  $\Delta e_{rs}^{(k)}$ 는  $k$ 번째 반복계산으로 표시된 미소변형률의 증분을 나타내고,  ${}^{t+\Delta t}\sigma_{ij}^{(k-1)}$ 은  $(k-1)$ 번째 반복계산된 시간  $t+\Delta t$ 일 때의 응력을 나타낸다.

3차원 유한요소해를 위해 시간  $t+\Delta t$ 일 때 절점 좌표 및 변위에 관해 각각 다음의 등매개 변수를

사용하였다.

$${}^i x_i = \sum_{k=1}^N h_k {}^i x_k^i, \quad {}^i u_i = \sum_{k=1}^N h_k {}^i u_k^i \quad (i=1, 2, 3) \quad (5)$$

여기서,  ${}^i x_k^i$ 는 시간  $t$ 일 때 절점  $k$ 의 좌표이고,  ${}^i u_k^i$ 는 시간  $t$ 일 때 절점  $k$ 의 변위이며,  $h_k$ 는 형상함수를 나타낸다. 본 연구에서 콘크리트는 16절점 고체요소를 사용하고, 철근은 3절점 트러스요소를 사용하였다. 식 (5)을 식 (4)에 대입하면 다음의 이산화된 유한요소방정식을 얻는다.

$${}^i K \Delta u^{(k)} = {}^{i+\Delta t} R - {}^{i+\Delta t} F^{(k-1)} \quad (6)$$

식 (6)에서  ${}^i K$ 는 초기변위효과를 포함하지 않은 선형변형을 증분강성행렬로 식 (3)의 좌변에서 유도되며, 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$${}^i K = \int_{0_v} B_L^T C B_L^0 dV \quad (7)$$

여기서,  $B_L$ 은 선형 변형률-변위 변환행렬이고,  $C$ 는 응력-변형률 재료성질행렬이다.  $\Delta u^{(k)}$ 는  $k$ 번째 반복계산으로 표시된 절점 변위 증분벡터로 다음과 같이 표시된다.

$${}^{i+\Delta t} u^{(k)} = {}^{i+\Delta t} u^{(k-1)} + \Delta u^{(k)} \quad (8)$$

식 (8)의 해를 구하기 위해서 본 연구에서는 수정뉴턴방법을 사용하였다.  ${}^{i+\Delta t} R$ 는  $t+\Delta t$ 일 때 작용한 절점외력벡터로서 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.<sup>(3)</sup>

$${}^{i+\Delta t} R = \int_{C_v} H^T {}^{i+\Delta t} f^B dV + \int_{0_s} H^{ST} {}^{i+\Delta t} f^S dS \quad (9)$$

여기서,  $H$  및  $H^S$ 는 각각 체적 및 표면에 관한 변위보간행렬이고,  ${}^{i+\Delta t} f^B$  및  ${}^{i+\Delta t} f^S$ 는 각각 단위 체적당 물체력 벡터 및 단위 면적당 표면력벡터이다.

${}^{i+\Delta t} F^{(k-1)}$ 은  $(k-1)$ 번째 반복계산에서 적용되는 시간  $t+\Delta t$ 일 때의 요소응력으로 부터 구해지는 절점 내력벡터로서 식 (3) 우변의 물체항에서 유도되며, 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$${}^{i+\Delta t} F^{(k-1)} = \int_{0_v} B_L^{(k-1)T} {}^{i+\Delta t} \hat{\Sigma}^{(k-1)} dV \quad (10)$$

여기서,  $B_L^{(k-1)}$ 은  $(k-1)$ 번째 반복계산에서 적용되는 선형변형을 변위변환행렬이고,  ${}^{i+\Delta t} \hat{\Sigma}^{(k-1)}$ 은  $(k-1)$ 번째 반복계산에서 적용되는 시간  $t+\Delta t$ 일 때의 응력벡터이다.

### 3. 재료 성질

#### 3.1 철 근

철근의 응력-변형률 곡선은 Fig. 1과 같이 철근의 항복강도가  $\sigma_y$ 이고,  $\sigma_y$  이후에는 점선영계수  $E_T$ 를 갖는 선형 변형을 경화재료로 모델링하였다. 철근이 항복  $H_u$ 등<sup>(4)</sup>은 철근콘크리트 판 및 셀의 해석에서 선형영계수를  $E_s$ 라 하였을 때  $E_T=0.01E_s$ 로 가정하였고, Owen등<sup>(5)</sup>은  $E_T=0.1E_s$ 로 가정하였다. 본 연구에서는  $E_T$ 를 입력 변수로 하였으며, 항복조건은 Von Mises 기준을 사용하였다.

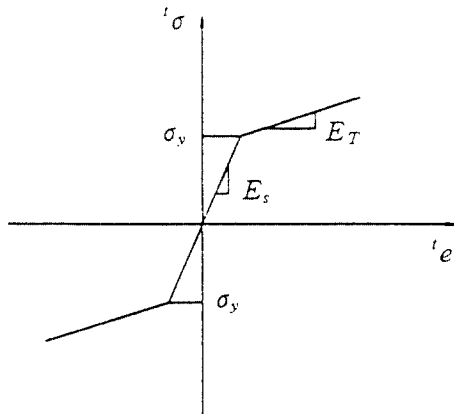


Fig. 1 Idealized stress-strain curve for steel

#### 3.2 콘크리트

##### 3.2.1 1축 응력-변형률 곡선

Fig. 2에서 응력-변형률에 관한 형상을 3가지로 구분한다. 즉  $\tilde{\epsilon} \geq 0$ ,  $\tilde{\epsilon}_c \leq \tilde{\epsilon} < 0$  및  $\tilde{\epsilon}_u < \tilde{\epsilon} \leq \tilde{\epsilon}_c$ 인 경우이다. 여기서  $\tilde{\epsilon}_c$ 는 최대 압축응력도에 대응하는

변형률이고,  $\tilde{e}_u$ 는 극한 압축응력도에 대응하는 변형률이다.

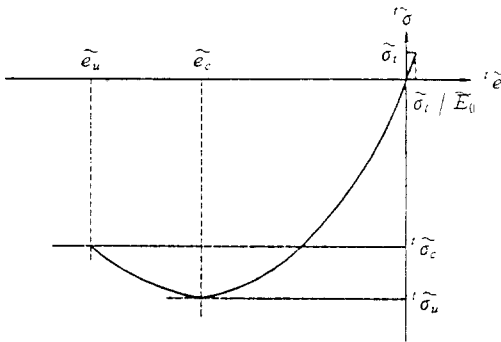


Fig. 2 Uniaxial stress-strain curve for concrete

인장의 경우에 응력-변형률 관계는 선형이고, 영계수는 다음과 같다.

$$\tilde{\sigma} = \tilde{E}_0 \tilde{e} \quad (11)$$

$$\tilde{E}_0 = \frac{d\tilde{\sigma}}{d\tilde{e}} \quad (12)$$

압축의 경우에 응력-변형률 관계는 다음의 곡선식이다.<sup>(6,7)</sup>

$$\tilde{\sigma}/\tilde{\sigma} = \frac{(\tilde{E}_0/\tilde{E}_s)(\tilde{e}/\tilde{e}_c)}{1 + A(\tilde{e}/\tilde{e}_c) + B(\tilde{e}/\tilde{e}_c)^2 + C(\tilde{e}/\tilde{e}_c)^3} \quad (13)$$

여기서,

$$A = \frac{[\tilde{E}_0/\tilde{E}_u + (p^3 - 2p^2)\tilde{E}_0/\tilde{E}_s - (2p^3 - 3p^2 + 1)]}{[(p^2 - 2p + 1)p]}$$

$$B = [2\tilde{E}_0/\tilde{E}_s - 3] - 2A$$

$$C = [2 - \tilde{E}_0/\tilde{E}_s] + A$$

따라서, 식 (13)를 미분하여 곡선식의 기울기를 구하면 영계수는 다음과 같이 된다.

$$\tilde{E} = \frac{\tilde{E}_0[1 - B(\tilde{e}/\tilde{e}_c)^2 - 2C(\tilde{e}/\tilde{e}_c)^3]}{[1 + A(\tilde{e}/\tilde{e}_c) + B(\tilde{e}/\tilde{e}_c)^2 + C(\tilde{e}/\tilde{e}_c)^3]^2} \quad (14)$$

### 3.2.2 응력-변형률 관계식

하중증가에 따른 각 하중단계마다 응력-변형률

관계를 얻기위해 주응력  $\sigma_{pi}(i=1,2,3)$  ( $\sigma_{p1} \geq \sigma_{p2} \geq \sigma_{p3}$ )가 산정된다. 그 때 주변변형률  $e_{pi}(i=1,2,3)$ 에 대응하는 1축 접선영계수  $\tilde{E}_{pi}(i=1,2,3)$ 는 식 (12)와 식 (14)를 사용하여 계산된다.

강성행렬의 계산시 재료가 인장 또는 낮은 압축 상태에 있을 때는 등가다축영계수를 갖는 등방성으로 간주된다. Bathe<sup>(6)</sup>는 그 기준을 다음과 같이 제안하였다.

$$\sigma_{p3} \geq k\tilde{\sigma}_c \quad (15)$$

여기서,  $\tilde{\sigma}_c$ 는  $\sigma_{p1}$  및  $\sigma_{p2}$ 가 일정하다고 가정하였을 때 파괴를 일으키는 최소응력도이고, k는 일반적으로 0.4와 0.7 사이의 값이다. 이때 등가다축영계수  $\tilde{E}$ 는 가중법에 의하여 다음과 같이 된다.

$$\tilde{E} = \frac{|\sigma_{p1}| \tilde{E}_{p1} + |\sigma_{p2}| \tilde{E}_{p2} + |\sigma_{p3}| \tilde{E}_{p3}}{|\sigma_{p1}| + |\sigma_{p2}| + |\sigma_{p3}|} \quad (16)$$

재료가 높은 압축상태에 있을 때, 즉  $\sigma_{p3} < k\tilde{\sigma}_c$  일 때는 주응력도 방향에 의해 정의되는 직교이방성모델로 간주한다.

#### 1) 비균열 콘크리트

등방성일 경우 3차원 응력-변형률 관계식은 다음과 같다.

$$C = \frac{\tilde{E}}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (17)$$

여기서,  $\nu$ 는 포아송비이다.

$$C = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} (1-\nu)\tilde{E}_{p1} & \nu\tilde{E}_{12} & \nu\tilde{E}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & (1-\nu)\tilde{E}_{p2} & \nu\tilde{E}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & (1-\nu)\tilde{E}_{p3} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\nu}{2}\tilde{E}_{12} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1-2\nu}{2}\tilde{E}_{13} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2\nu}{2}\tilde{E}_{23} \end{bmatrix}$$

이방성일 경우는 주응력도 방향에 의해 직교 방향으로 정의되는 다음의 직교이방성 응력-변형률 행렬을 사용한다.

여기서, 포아송비  $\nu$ 는 일정하다고 가정하였으며, 영계수  $'E_{ij}(i \neq j)$ 는 식 (16)과 마찬가지로의 가중법이 적용된다. 시간  $t + \Delta t$ 사이의 응력증분을 계산시, 영계수는 변형률증분에서 계산되어야 하므로, 변형률증분  $e$ 에 대응하는 1축 영계수  $'E_{pi}$ 는 Fig. 2에서 1축 응력-변형률 관계를 사용하여 다음과 같이 계산된다.

$$'E_{pi} = \{\tilde{\sigma}_i 'e_{pi} + e_{pi} - \tilde{\sigma}_i 'e_{pi}\} / e_{pi} \quad (19)$$

여기서,  $'e_{pi}$ 와  $e_{pi}$ 는 각각 주응력도  $'\sigma_{pi}$ 방향에서 계산되는 시간  $t$ 일 때의 변형률성분 및 증분변형률성분이며,  $\tilde{\sigma}_i 'e_{pi}$ 는 Fig. 2에서 1축 응력-변형률 곡선으로부터 얻어지는  $'e_{pi}$ 때의 전체응력도이다.

## 2) 균열 콘크리트

철근콘크리트 구조물에서 인장균열이 발생한다면 균열방향에 직각인 인장응력은 완전해제되고 전단력은 전단유지계수 만큼 감소된다. 따라서, 등방성에서 1축 방향으로 균열이 발생하였다면 식 (17)의 응력-변형률 행렬은 다음과 같이 수정되어야 한다.

$$C = \frac{'E}{(1-\nu^2)} \begin{pmatrix} n_n & \nu n_n & \nu n_n & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & n_s \frac{1-\nu}{2} & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & & n_s \frac{1-\nu}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \quad (20)$$

여기서,  $n_n$ 은 실제로는 0이지만, 강성행렬이 특이행렬이 되는 것을 방지하기 위해 0.001을 사용하였다. 전단유지계수  $n_s$ 에 대하여, Hand등<sup>(8)</sup>은 철근콘크리트 판의 실험에서 균열 후 철근의 장부 작용과 골재의 맞물림 등에 의해 어느 정도 유지된다고 보고  $n_s=0.4 \sim 0.6$ 를 제안하였고, Bedard 등<sup>(9)</sup>은 철근콘크리트 보에서  $n_s=0.1 \sim 0.5$ 를 제안하였다.

본 연구에서는 인장파괴면이 형성되면 다음 단계에서도 파괴가 계속될 것인가의 여부를 판단한다. 그 방법은 파괴면에서 수직변형률이 음의 값을 갖거나 최초의 변형률보다 작아지면 파괴는 진전하지 않으며, 그렇지 않으면 파괴가 계속되는 것으로 본다. 여기서, 골재의 맞물림에 의한 효과를 고려하기 위해 파괴가 진전하지 않으면 전단계수를 0.8로 하고, 파괴가 진전되면 0.2로 하였다.

이방성인 경우에도 식 (18)에서 마찬가지로 원리를 적용하였다.

압축파쇄일 경우 영계수는 강성행렬을 산정할 때에는 음의 값이 되면 해를 구할 수 없어 선형영계수의 1%를 사용하지만, 응력증분을 계산할 때는 실제의 값을 사용하였다. 최소주변형률이 극한변형률에 이를 때까지 변형률완화현상이 일어나며, 극한변형률에 이르면 더 이상의 강성은 갖지 않는 것으로 하였다.

## 3.2.3 재료의 파괴포락선

### 1) 인장 파괴포락선

인장 파괴포락선을 Fig. 3에 나타내었다. 인장 파괴는 하나의 축에 대한 주응력도 방향에서 인장응력도가 인장파괴응력도를 초과할 때 발생한다고 가정하였다.

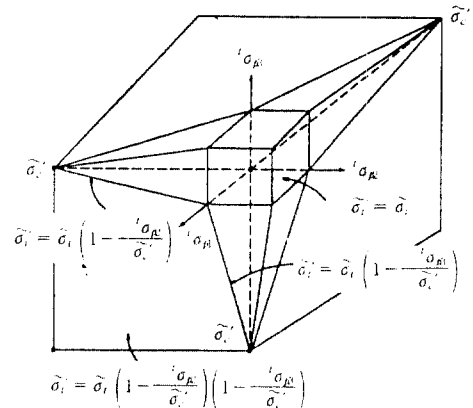


Fig. 3 Triaxial tensile failure envelope of concrete

### 2) 압축 파괴포락선

3축응력상태일 때, 콘크리트의 파괴포락선을 Khan 등<sup>(10)</sup>은 주응력 함수로 다음과 같이 파괴 표면을 일반화하였다.

$$\sqrt{I_2} + \frac{n-1}{2N-1} I_1 + \frac{n}{2n-1} \tilde{\sigma}'_c = 0$$

여기서,

$$I_1 = {}^t\sigma_{p1} + {}^t\sigma_{p2} + {}^t\sigma_{p3} \quad (21)$$

$$I_2 = \frac{3}{2} [({}^t\sigma_{p1} - \bar{\sigma})^2 + ({}^t\sigma_{p2} - \bar{\sigma})^2 + ({}^t\sigma_{p3} - \bar{\sigma})^2]$$

식 (21)에서  $\bar{\sigma} = \frac{1}{3}({}^t\sigma_{p1} + {}^t\sigma_{p2} + {}^t\sigma_{p3})$ 이고,  $n$ 은 1축 압축강도  $\tilde{\sigma}'_c$ 에 대한 2축 압축강도 비율이다. Bathe<sup>(10)</sup>는 식 (21)을 응력의 단계별로 곡선식을 2점으로 보간하여 선형화한 파괴포락선을 Fig. 4와 같이 제안하고 있는데, 본 연구에서도 이 포락선을 사용하였다.

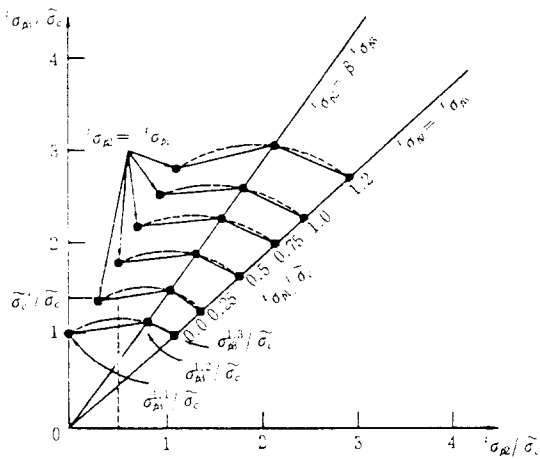


Fig. 4 Triaxial compressive failure envelope of concrete

#### 4. 프로그램의 구성

프로그램의 구성은 1개의 main program과 block data, 2개의 function program 및 61개의 sub program으로 구성되었으며, 전체적인 흐름도는 Fig. 5와 같다.

또한 출력 프로그램은 Lahey Version 4.0 그래픽 함수를 통하여 각 하중증분단계에 대한 균열 상황을 화면에 출력하도록 하였다. 사용하고 있는 전산기는 IBM-486DX2 이다.

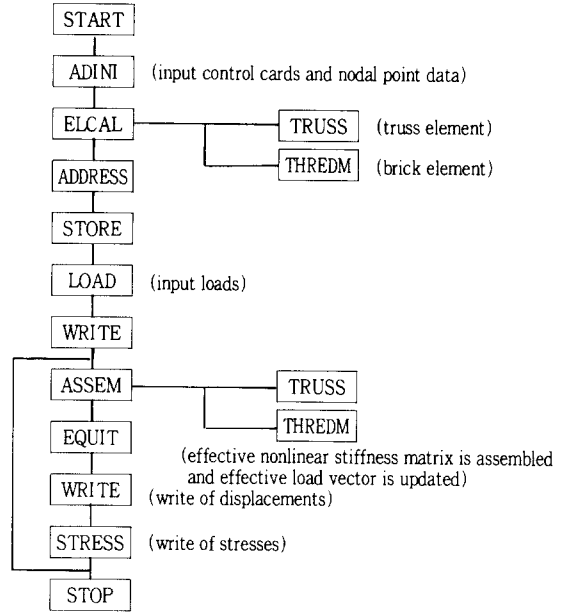


Fig. 5 Flow chart of program

### 5. 수치 예제 및 고찰

#### 5.1 Krahl 보

Krahl등<sup>(11)</sup>에 의해 보고된 철근콘크리트 보를 해석하였다. 보의 폭이 15.24cm이고, 층은 30.48cm이며, 철근의 단면적은 4.0cm<sup>2</sup>으로 하단에서 피복거리 5.08cm인 곳에 위치하고 있다.

재료의 성질은 콘크리트가 영계수  $E_c = 2.1 \times 10^5$  kg/cm<sup>2</sup>, 포아송비  $\nu = 0.15$ , 압축강도 260kg/cm<sup>2</sup>, 극한강도 220kg/cm<sup>2</sup>, 인장강도 32kg/cm<sup>2</sup>, 극한변형률 0.004 이며, 철근의 영계수  $E_s = 2.1 \times 10^6$ kg/cm<sup>2</sup>, 항복강도  $\sigma_y = 3100$ kg/cm<sup>2</sup>이다.

Krahl 등은 인장균열 전개에 관하여 이론식을 수립하여 철근비에 따른 균열폭을 계산하였고, Valliappan등<sup>(12)</sup>은 삼각형 평면응력요소를 사용한 유한요소법에 의하여 Krahl등에 의한 이론해와 비교하였으며, Suidan등<sup>(13)</sup>은 고체요소를 사용한 유한요소법에 의해 처짐 및 균열의 진행과정을 추적하였다. 본 연구에서는 Fig. 6과 같이 콘크리트를 두께 방향으로 6켜로 총 42개의 요소를 사용하

고 철근은 14개의 요소를 사용하여 하중증가에 따른 처짐 및 균열의 진전상황을 조사하였다. 하중은 초기하중 0.453t에서부터 4.983t까지 각 단계마다 0.453t씩 증가시켰다.

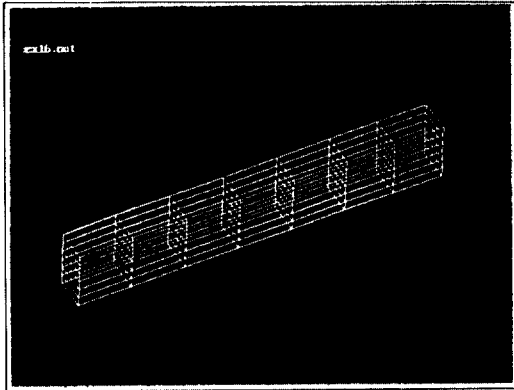


Fig. 6 Idealization of beam

이러러서는 보춤의 80%까지 균열이 진전하고 있으며, 초기균열면에서 직각 방향의 균열도 발생하고 있어서 Krahl 및 Suidan의 해석결과와 일치하고 있다. 콘크리트의 압축파괴는 하중이 4.983t일 때 하중점 부근에서 발생하는데, 본 해석방법을 적용함으로써 파괴거동을 효율적으로 추적할 수 있다.



(1)  $p = 2.265t$



(2)  $p = 4.530t$

Fig. 8 Crack pattern of beam

## 5.2 Hedgren 원통 셸

셸 구조물에 본 해석법의 적용성을 알아보기 위해 Hedgren이 실험한 1/8 크기의 원통형 셸을 선택하였다. 셸의 치수 및 배근 상태는 참고문헌<sup>(14)</sup>에 상세하게 기술되어 있다.

본 연구에서는 셸을 두께방향으로 4개의 층으로 분할하여 총 1348개 요소이고, 철근은 피복을 0.3175cm로 하여 길이방향, 횡방향 및 사방향철근을 총 1036개로 요소분할하였다. 단, 연변의 상하 보강철근 각각 4 본도 피복을 0.3175cm로 하였으며, 端 격벽의 지지부는 힌지로 단순화하였다.

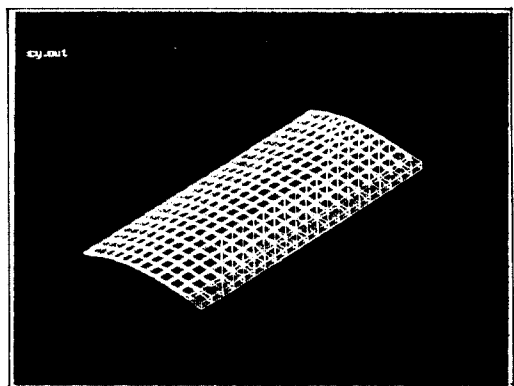


Fig. 9 Idealization of cylindrical shell

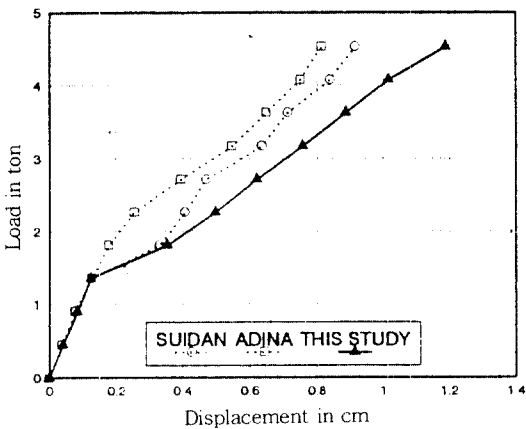


Fig.7 Normal deflection of beam

Fig. 7에는 하중-처짐 곡선을 Suidan의 해석결과 및 ADINA의 해석결과<sup>(6)</sup>와 비교하여 나타내었고, Fig. 8에는 하중이 2.265t 및 4.077t일 때 가우스점에서의 균열상태를 나타내었다.

Fig. 7을 보면 Suidan의 해석결과와 하중이 약 1.812t까지 비슷한 거동을 보이지만, 이후 약간의 오차를 보이고 있다. Fig. 8을 보면 균열의 진행이 하중점 부근의 보 하부에서 인장 균열이 형성되었다가 하중의 증가에 따라 지지점으로 그 폭이 확대되고 있음을 볼 수 있다. 이후 하중이 4.53t에

해석결과를 나타내는 데는 설계하중  $0.0365\text{kg/cm}^2$ 에 대한 작용하중의 비를 정의하는 하중계수  $F$ 의 향으로 작용하중을 나타내었다. 하중은  $F=0.4$ 에서 부터  $F=4.0$ 까지 10개의 단계로 작용시켰다.

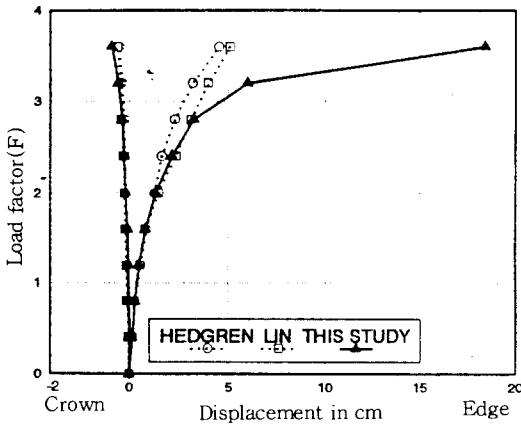


Fig. 10 Normal deflection of cylindrical shell

Fig. 10에는 EDGE 및 CROWN에서의 수직처짐을 Hedgren 실험결과와 Lin<sup>(15)</sup>의 해석결과를 비교하여 나타내었다. EDGE에서의 수직처짐은 Hedgren 실험결과 및 Lin의 해석결과와 비교하여  $F=2.8$ 까지는 잘 일치하고 있으나,  $F=2.8$  이후로는 약간의 오차를 보이고 있다. CROWN에서의 수직 처짐은  $F=3.6$ 까지 Hedgren 실험결과 및 Lin의 해석결과와 큰 차이를 보이지 않고 있다.

Fig. 11.1에는  $F=1.6$ 일 경우, Fig. 11.2에는  $F=3.2$ 일 경우 상하 각각 두 컷의 균열 상태를 나타내었다. 쉘 윗면은 중앙부 및 격벽부근에서 균열이 발생하기 시작하여 하중의 증가에 따라 서로 연결되는 항복선을 형성하였다. 쉘 아랫면은 EDGE를 따라 형성된 균열이 중앙부로 점점 확대되는 데, 격벽 부근에서 먼저 도달하는 균열패턴을 나타내었다. 전체적인 균열형태가 쉘 윗면에서는 항복선을 따라 일어나고, 쉘 아랫면은 EDGE를 따라 발생하여 중앙으로 이동하는 경향이 Hedgren의 실험결과와 거의 일치하고 있다.

극한하중에 있어서 Hedgren의 실험결과는  $F=4.4$ 로 본 연구의 해석치  $F=4.0$ 과는 9%의 오차를 나타내었다.

이상의 비교에서  $F=2.8$ 이후 EDGE에서의 처짐을 제외한 나머지 해석결과는 Hedgren 실험 결과 및 Lin의 해석결과와 잘 일치하고 있다.

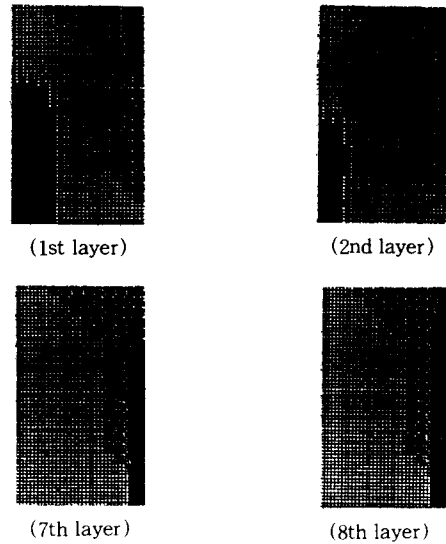


Fig. 11-1 Crack pattern for  $F=1.6$

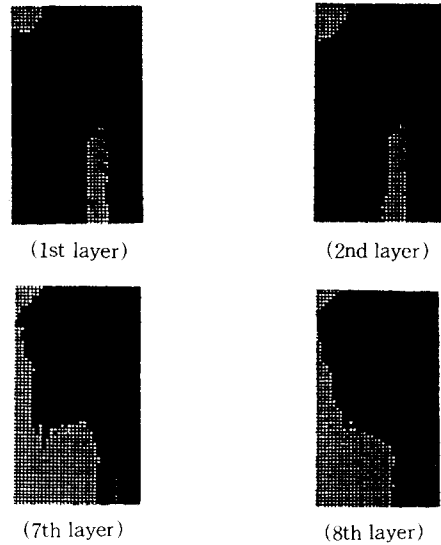


Fig. 11-2 Crack pattern for  $F=3.2$

## 6. 결 론

본 연구에서 콘크리트는 분산균열모델로 16절점 고체요소를 사용하고, 철근은 이산화모델로 3



절점 트러스요소를 사용하여 철근콘크리트 부재의 재료적 비선형거동을 해석하는 3차원 유한요소 해석법을 제안하였다. 반복적인 해석기법을 사용하여 극한하중 및 균열의 진행 과정을 추적하는 프로그램을 작성하여 기존의 실험결과 및 해석결과와 비교하였다.

이상의 결과에서 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 본 연구에서 제안한 해석결과를 보 및 쉘 구조물에 적용하였다. 극한하중에서 10% 내의 오차를 보이며 균열의 진행과정을 거의 정확하게 예측할 수 있어서 해석방법의 신뢰성이 입증되었다.

(2) 균열시 전단계수에 대한 평가는 일정한 값을 사용하는 경우가 많으나 균열의 진행여부에 따라 다르게 적용한 결과 실험결과에 근접한 결과를 얻을 수 있었다.

(3) 콘크리트의 변형률완화현상을 나타내기 위해서, 최대압축변형률에서 극한변형율에 이르기까지 영계수를 강성행렬의 계산에는 선형영계수의 1%를 사용하지만 응력증분의 산정에는 음의 값을 사용함으로써 나타낼 수 있다.

(4) 본 해석법은 하중의 초기단계에서는 해석결과가 잘 일치하지만 극한상태에 가까워짐에 따라 오차를 보이는데 이는 부착효과 및 인장강성효과를 무시한 때문으로 특히 철근비가 낮을 경우에 이에 대한 고려가 필요하다.

본 연구에서는 철근콘크리트 구조물의 재료적 비선형해석만을 수행하였으나 보다 정확한 해석을 위해서는 기하학적 비선형해석도 고려해야 하며 이것을 포함한 프로그램 개발이 요구된다.

## 참 고 문 헌

1. Ngc, D. and Scordelis, A.C., "Finite element analysis of reinforced concrete beams", ACI Journal, No.64-14, March 1967, pp.152-163.
2. Chen, W.F., "Constitutive equations for engineering materials, volume 1:elasticity and modeling", A Wiley-Interscience Publication, 1982, pp.383-412.
3. Bathe, K.J., "Finite element procedure in engineering analysis", Prentice-Hall, Newjersey, 1982, pp.314-345
4. Hu, H.T. and Schnobrich, W.C., "Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete

- plates and shells under monotonic loading", Computers & Structure, Vol.38, No.516, 1991, pp.637-651
5. Owen, D.R.J. and Hinton, E., "Finite elements in plasticity", Pineridge Press, Swansea, 1980, pp.157-373.
6. Bathe, K.J. and Ramaswamy,S., "On three-dimensional nonlinear analysis of concrete structures", Nuclear Engineering and Design 52, 1979, pp.385-409.
7. Bathe, K.J., "Automatic dynamic incremental nonlinear analysis", Report No.AE83-4, ADIN-A Engineering, Vasteras, 1983, pp.3.4-1-3.4-32.
8. Hand, F.R., Pecknold, D.A., and Schnobrich, W.C., "Nonlinear layered analysis of RC plates and shells", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.99, No.ST7, 1973, pp. 1491-1505.
9. Bedard, C. and Kotsovovs, M.D., "Fracture processes of concrete for NLFEM methods", Journal of Structural Engineering, ASCE, 112(3), 1986, pp.573-587.
10. Meyer, C. and Bathe, K.J., "Nonlinear analysis of R/C structure in practice", Journal of the Structural Division, Vol.108, No. ST7, July 1982, pp.1605-1622.
11. Krahl, N.W., Khachaturian, N., and Siess, P., "Stability of tensile cracks in concrete beams", Journal of the Structural Division, Vol.93, No.ST1, February 1967, pp.235-254.
12. Valliappan, S. and Doolan, T.F., "Nonlinear stress analysis of reinforced concrete", Journal of the Structural Division, Vol.98, No.ST4, April 1972, pp.885-898.
13. Sudian, M. and Schnobrich, W.C., "Finite element analysis of reinforced concrete", Journal of the Structural Division, Vol.99, No. ST10, October 1973, pp.2109-2122.
14. Hedgren, A.W. and Billington, D.P., "Mortar model test on a cylindrical shell of varying curvature and thickness", ACI Journal, No.64-7, February 1967, pp.73-83.
15. Lin, C.S. and Scordelis, A.C., "Nonlinear analysis of R.C shells of general form", Journal of the Structural Division, Vol.101, No.ST3, March 1975, pp. 523-538.

(접수일자 : 1995. 10. 17)