

섬유가 보강된 단일방향 점탄성 복합재료에 발생하는 특이 잔류 열응력의 경계요소해석

Boundary Element Analysis of Singular Residual Thermal Stresses
in A Fiber-Reinforced Unidirectional Viscoelastic Laminate

이 상 순* 박 준 수**
Lee, Sang-Soon Park, June-Soo

요 약

이 논문에서는, 탄성 섬유와 점탄성 기지로 구성된 2차원의 단일방향 복합재료가 높은 제작온도로부터 실온으로 냉각될 때 섬유와 기지사이의 계면에서 발생하는 특이 열응력을 조사하고 있다. 계면을 따라 발생하는 잔류 열응력의 특성을 조사하는데 시간영역 경계요소법을 적용하였다. 수치해석 결과에 의하면, 계면응력들은 자유경계면 근처에 이르러 급속히 커지는 대, 이러한 특이 잔류응력들은 자유경계면 가까이에서 국부 항복을 일으키거나 섬유와 기지의 결합분리를 야기시킬 수 있다.

Abstract

This paper concerns the singular thermal stresses at the interface corner between the elastic fiber and the viscoelastic matrix of a two-dimensional unidirectional laminate model induced during cooling from cure temperature down to room temperature. Time-domain boundary element method is employed to investigate the nature of residual thermal stresses at the interface. Numerical results show that very large stress gradients are present at the interface corner and such stress singularity might lead to local yielding or fiber-matrix debonding.

Keywords : time-domain boundary element method, elastic fiber, viscoelastic matrix, singular thermal stresses

* 정회원 · 한국원자력연구소, 원자로기계분야, 선임연구원
** 정회원 · 한국원자력연구소, 계통기계분야, 선임연구원

• 이 논문에 대한 토론을 1997년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1997년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

서로 다른 재료들로 구성된 복합재료(composite materials)에는 높은 온도에서 상온으로 냉각되는 제작과정에서 상당한 크기의 잔류응력이 발생한다. 그러한 응력들은 구성 재료들의 열적 물성들이 서로 다르기 때문에 발생한다. 잔류응력은 제작된 복합구조체의 형상을 변형시키거나 외부 하중이 충분히 커지기 전에 구조체의 파단을 야기시키기도 한다.

섬유가 보강된 복합재료(fiber-reinforced composite materials)의 제작과정은 경화과정(curing process)과 냉각과정(cool-down process)으로 나눌 수 있는데, 대부분의 잔류응력은 냉각과정에서 발생한다. 자세한 설명은 참고문헌[1]에 나와 있다. 그러한 복합재료의 냉각과정에서 발생하는 잔류 열응력에 대한 연구는 오래전부터 활발하게 진행되어 왔다. Hahn과 Pagano,²⁾ 그리고 Hahn³⁾ 등은 선형 탄성응력해석을 통하여, 복합재료에 발생하는 잔류 열응력을 제작된 구조체에 작용하는 외부하중이 항복조건보다 훨씬 낮은 경우에도 파단을 일으킬 수 있을 만큼 크며, 심지어는 제작과정에서도 파단이 일어날 수 있다는것을 보여주었다. Griffin, Jr.⁴⁾는 유한요소해석을 통하여, 복합재료의 냉각과정에서 특이 응력들(singular stresses)이 나타날 수 있음을 보여주었다. 이와같은 연구는 모두 탄성해석모델을 사용하고 있다. 그러나, 현재 많이 응용되고 있는 복합재료의 대부분은 에폭시나 폴리에스터와 같은 고분자 재료를 기지(matrix)로 사용하고 있고, 그러한 기지들은 복합재료의 높은 제작온도에서 탄성 거동이 아닌 점탄성 거동을 나타내므로, 잔류 열응력을 해석하는 모델은 기지의 점탄성 거동을 포함하여야한다. Roy와 Murthy,⁵⁾ Weitsman,⁶⁾ 그리고 Weitsman과 Harper⁷⁾ 등은 기지에 대해서 점탄성 거동을 가정하여 잔류 열응력분석의 해석을 시도하였다.

일반적으로, 복합재료는 단일방향 복합재료(unidirectional laminate)보다는 다방향 복합재료(multidirectional laminate)가 주로 사용되고 있다. 그러한 재료내에 발생하는 잔류응력을 매우

복잡하여 정확한 해석을 수행하기 위해서는 3차원 모델을 사용하여야 한다. 단일방향 복합재료내에 발생하는 잔류응력의 해석은 복잡한 3차원 해석을 위한 첫단계라고 볼 수 있다. Lee와 Sohn⁸⁾은 Volterra 적분방정식을 적용하여 탄성섬유(elastic fiber)와 점탄성 기지(viscoelastic matrix)로 구성된 단일방향 복합재료의 잔류응력을 해석하였다. Lee와 Sohn의 해석결과는 복합재료의 내부영역에 대해서는 적용될 수 있으나, 복합재료의 자유 경계면(free surface)에 대한 거동을 예측하기 위해서는 다른 해석방법, 즉 응용수치해석법을 필요로 한다.

이 논문에서는, 경계요소법(boundary element method)을 응용하여 탄성 섬유와 점탄성 기지로 구성된 단일 방향 복합재료가 제작될때 발생하는 잔류 열응력을 예측하였다. 해석의 주요관심은 섬유와 기지의 공유면에서 발생하는 응력이 자유 경계면 근처에서 어떻게 변화되는가를 수치적으로 조사하는데 있다. 해석과정은 Lee와 Westmann⁹⁾이 제안한 시간영역 경계요소법(time-domain boundary element method)을 사용하였다. 기술상의 흥미로, 이 논문에서는 Graphite /Epoxy 복합재료를 선택하여 해석을 수행하였다.

2. 경계요소공식

그림 1-(a)는 섬유와 기지가 번갈아 가며 무한하게 적층된 2차원의 단일방향 복합재료를 나타내고 있으며, 그림 1-(b)는 섬유와 기지의 경계면 모서리 부근에서 발생하는 계면 응력을 조사하기 위한 해석모델을 나타낸다. 이 논문에서, 섬유와 기지의 부피 비율은 똑같고, 복합재료는 2차원 평면 변형률 상태에 있다고 가정한다. 2차원 경계요소법을 적용하기 위해서 다음과 같은 가정들이 추가로 사용되었다.

- i) 섬유와 기지사이에는 아무런 결함이나 균열이 없이 완전하게 결합되어있다.
- ii) 섬유는 선형 탄성재료이고, 기지는 선형 점탄성재료이다. 그러나 기지의 체적계수(bulk modulus)는 탄성거동을 나타낸다.

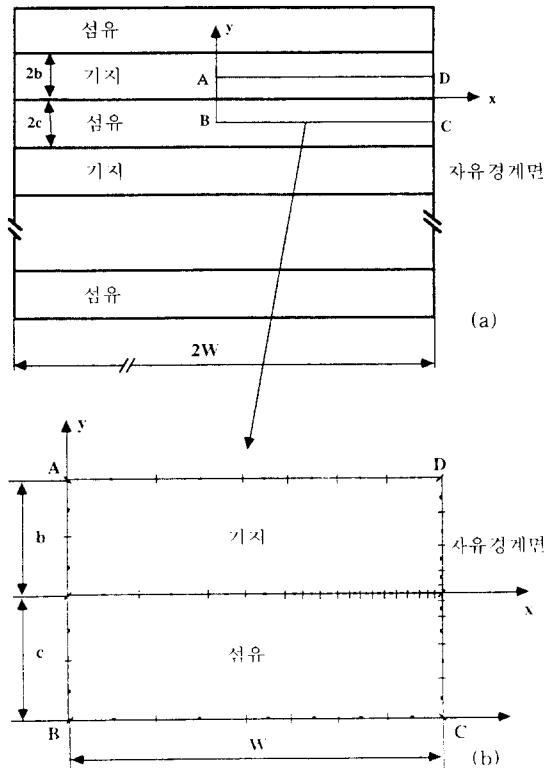


그림 1 2차원 단일방향 복합재료와 경계요소 해석모델.

iii) 섬유의 물성들은 복합재료의 제작과정동안 일정한 값을 가지며, 기지는 열유동 단순(thermorheologically simple) 기동을 한다.

iv) 일반적으로 사용되는 복합재료의 두께가 얇다는 점과 제작과정 동안 온도변화가 천천히 일어나는점을 고려하여, 제작과정 동안의 온도는 복합재료내에 균일하게 분포되어 변화한다고 가정한다[6].

v) 기지의 경화가 끝나는 경화온도(curing temperature)에서는, 복합재료내에 아무런 잔류응력이 존재하지 않는다. 잔류응력은 경화온도로부터 상온으로 냉각되는 동안 발생한다.

점탄성 재료의 물성들은 시간에 따라 변화하므로 시간영역 경계요소법을 적용하여 해석을 수행할 수 있는데, 점탄성 기지가 열유동 단순거동을 하는 상황에서는 실제시간공간(real time space; t)보다는 환산시간공간(reduced time space; ξ)

에서 해석을 진행하는것이 효과적이다. 어떠한 체력(body forces)도 존재하지 않는다는 가정아래서, 해석모델에 대한 경계적분 방정식은 환산시간공간에서 다음과 같이 쓸 수 있다.⁹⁾

섬유영역에 대해서,

$$\begin{aligned} & c_{\bar{y}}^f(\mathbf{y}) u_{\bar{y}}^f(\mathbf{y}, \xi) + \int_{S^f} u_{\bar{y}}^f(\mathbf{y}', \xi) T_{\bar{y}}^f(\mathbf{y}, \mathbf{y}') dS^f(\mathbf{y}') \\ &= \int_{S^f} t_{\bar{y}}^f(\mathbf{y}', \xi) U_{\bar{y}}^f(\mathbf{y}, \mathbf{y}') dS^f(\mathbf{y}') \\ &+ \int_{S^f} \gamma^f(\xi) n_{\bar{y}} U_{\bar{y}}^f(\mathbf{y}, \mathbf{y}') dS^f(\mathbf{y}') \end{aligned} \quad (1)$$

이고,

기지 영역에 대해서,

$$\begin{aligned} & c_{\bar{y}}^m(\mathbf{y}) u_{\bar{y}}^m(\mathbf{y}, \xi) \\ &+ \int_{S^m} \left[u_{\bar{y}}^m(\mathbf{y}', \xi) T_{\bar{y}}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \right. \\ &+ \left. \int_{0^+}^{\xi} u_{\bar{y}}^m(\mathbf{y}', \xi - \xi') \frac{\partial T_{\bar{y}}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; \xi')}{\partial \xi'} d\xi' \right] dS^m(\mathbf{y}') \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} &+ \int_{S^m} \left[t_{\bar{y}}^m(\mathbf{y}', \xi) U_{\bar{y}}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \right. \\ &+ \left. \int_{0^+}^{\xi} t_{\bar{y}}^m(\mathbf{y}', \xi - \xi') \frac{\partial U_{\bar{y}}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; \xi')}{\partial \xi'} d\xi' \right] dS^m(\mathbf{y}') \\ &+ \int_{S^m} \left[\gamma^m(\xi) n_{\bar{y}}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \right. \\ &+ \left. \int_{0^+}^{\xi} \gamma^m(\xi - \xi') n_{\bar{y}}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; \xi') \frac{\partial U_{\bar{y}}^m(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; \xi')}{\partial \xi'} d\xi' \right] dS^m(\mathbf{y}') \end{aligned}$$

이다. 식(1)과 (2)에서 윗 첨자 'f' 와 'm' 은 각각 섬유와 기지영역을 가리키고, u_i 와 t_i 는 각각 경계면에서의 변위와 표면력(traction) 을 나타내며, S 는 주어진 문제의 경계면을 가리킨다. $c_{\bar{y}}(\mathbf{y})$ 는 경계면의 기하학적 형상에만 의존하는 함수이다. $U_{\bar{y}}$ 와 $T_{\bar{y}}$ 들은 기본해들이다.

$\gamma(\xi) n_{\bar{y}}$ 는 균일한 온도변화 $\Delta T(\xi)$ 로 인한 영향을 나타낸다. 여기에서 $n_{\bar{y}}$ 는 해석물체의 경계면에서 바깥방향 단위 벡터의 성분을 가리킨다. 점탄성 기지의 체적계수 K^m 은 탄성기동을 한다고 위에서 가정했으므로, $\gamma^f(\xi)$ 와 $\gamma^m(\xi)$ 들은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}\gamma^f(\xi) &= 3K^f \alpha^f \Delta T(\xi) \\ \gamma^m(\xi) &= 3K^m \alpha_0 \Theta(\xi)\end{aligned}\quad (3)$$

식(3)에서 K 는 체적계수를 가리키고, α_0 는 기준 온도에서 점탄성 기지의 열 팽창계수를 나타내며, 위온도(pseudo-temperature) $\Theta(\xi)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\Theta(\xi) = \frac{1}{\alpha_0} \int_{T_0}^{T(\xi)} \alpha^m(T) dT \quad (4)$$

식(4)에서 $\alpha^m(T)$ 은 온도에 의존하는 점탄성 기지의 열팽창계수를 표시한다. 또 환산시간(reduced time) ξ 와 실제시간(real time) t 와는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\xi = f(t) = \int_0^t \frac{d\lambda}{a_T(\lambda)}, \quad \xi' = f'(t') \quad (5)$$

식(5)에서 a_T 는 이동함수(shift function)라 하는데, 실험에 의하여 결정되는 재료의 물성이다. 예를 들어, 이 논문에서 사용하고 있는 애포시 기지에 대한 이동함수는 다음과 같이 주어진다.⁶⁾

$$a_T = \exp \left[\frac{6480}{T(t)} - 21.82 \right] \quad (6)$$

일반적으로, 식(1)과 (2)에 대한 정밀해를 구하는 것은 불가능하기 때문에 수치적분이 사용되어야 한다. 이 논문에서는 변위와 표면력, 그리고 기하학적 형상을 나타내기 위해서 이차 형상함수(quadratic shape functions)를 사용하였다. 자세한 계산과정은 참고문헌[9]에 설명되어 있다. 참고문헌[9]에서 설명된 절차에 따라 환산시간 공간에서 식(1)과 (2)를 정리하고, 두 영역의 공유면에서 변위의 연속조건과 표면력의 평형조건을 적용하면, 다음과 같은 행렬 방정식이 얻어진다. 즉,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}^1 & \mathbf{H}^2 & \mathbf{0} & \mathbf{G}^{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}^{21} & \mathbf{H}^2 & -\mathbf{G}^{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^1 \\ \mathbf{u}^{12} \\ \mathbf{u}^2 \\ t^{21} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{G}^1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t^1 \\ t^2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{B}_T^1 \\ \mathbf{B}_T^2 + \mathbf{R} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

이다. 식(7)에서, 윗 침자 '1'과 '2'는 각각 탄성 섬유영역과 점탄성 기지영역을 가리키고, '12'와 '21'은 두 영역의 공유면을 나타내며, \mathbf{H} 와 \mathbf{G} 는 각각의 영역에서의 영향행렬들을 나타낸다. \mathbf{B}_T 는 온도 변화로 인한 영향을 나타내는 항이고, \mathbf{R} 는 점탄성이력때문에 발생되는 항이다.

외부 경계조건을 식(7)에 적용하여 풀면 해석모델에 대한 응력과 변위를 구하게 된다. 그림 1-(b)의 해석모델에 대한 경계조건들은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{array}{ll} \text{선 A - B에서} & \tau_{xy} = 0, \quad u_x = 0 \\ \text{선 B - C에서} & \tau_{xy} = 0, \quad u_y = 0 \\ \text{선 C - D에서} & \sigma_{xx} = 0, \quad \tau_{xy} = 0 \\ \text{선 D - A에서} & \int_w \sigma_{yy} dW = 0, \\ & \tau_{xy} = 0, \quad u_y = c_0 \end{array} \quad (8)$$

윗식(8)에서 선 D - A에서의 적분식은 그 선위에서의 표면력의 합이 0인것을 나타내고, W 는 선 D - A의 길이, 그리고 c_0 는 균일한 미지의 변위값을 나타낸다. 선 A - B와 선 B - C에서의 수직변위들은 해석모델의 강체변위를 방지하기 위해서 0으로 주어진다. 또한 해석모델의 대칭성으로 인해 모든 경계선에서의 전단응력은 0으로 주어진다. 식(8)을 식(7)에 적용하고, 섬유와 기지의 공유면에 대해 변위 연속조건과 표면력 평형조건을 사용하여 풀면 해석모델에 대한 응력과 변위를 구하게 된다. 얻어진 결과는 환산시간의 함수이므로 최종해는 실제 시간으로 전환하여 구해진다.

3. 수치해석 결과

해석모델 그림 1-(b)에서 60개의 이차요소(quadratic element)가 사용되었는데, 자유경계면 근처에는 세밀한 크기의 요소들이 사용되었다. 수치해석은 참고문헌[6]에 기술된 애포시에 대한 물성값을 사용하고 있는데, 점탄성 인장계수 $E^m(t)$ 와 체적계수 $K^m(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$k''(t) = k_0 = 3.556 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$E''(t) = \frac{3.2 \times 10^3}{1 + 0.0336 t^{0.19}} \text{ MPa} (t; \text{min}) \quad (9)$$

섬유에 대해서는 Graphite에 대한 물성값이 다음과 같이 사용되었다.

$$K' = 2.24 \times 10^5 \text{ MPa}, \quad v' = 0.29 \quad (10)$$

식(10)에서 v' 는 탄성섬유의 포아손비를 가리킨다.

열팽창계수들은 다음과 같이 주어진다.

$$\alpha'' = 0.5 \times 10^{-4} / ^\circ\text{C} \text{ in/in}, \quad \alpha' = 0.0 \quad (11)$$

복합재료의 제작과정에서 냉각과정 동안의 온도변화는 다음과 같이 선택되었다.

$$\Delta T(t) = \frac{T_r - T_0}{t_r} t, \quad (t: \text{min}) \quad (12)$$

식(12)에서 $t_r = 45$ 분, $T_0 = 165^\circ\text{C}$, $T_r = 24^\circ\text{C}$ 이다. 경계요소법을 사용하여 해석하기 위해서는 점탄성 기본해를 먼저 계산해야 하는데, 식(9)로 주어진 이완계수는 형태가 복잡하여 직접 사용하는 것은 어렵다. 따라서 참고문헌[10]에서 설명된 것처럼, 병치법(method of collocation)을 이용하여 $E''(t)$ 를 유한한 크기의 프로니(Prony)시리즈로 다음과 같이 전개하였다.

$$E''(t) = E_0 + \sum_{i=1}^{14} E_i \exp\left[-\frac{t}{\lambda_i}\right] \quad (13)$$

E_i 와 λ_i 의 값들은 표 1에 열거되어 있다. 점탄성 기본해들 U_{ij}'' 과 T_{ij}'' 은 탄성-점탄성 대응원리(elastic-viscoelastic correspondence principle)를 탄성 기본해들에 적용하여 계산한다[10]. 계산된 기본해들은 다음과 같다.

$$U_{ij}''(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \xi) = \frac{1}{16\pi R} [A_1(\xi) \delta_{ij} + A_2(\xi) R_{,i} R_{,j}] H(\xi) \quad (14)$$

$$T_{ij}''(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \xi) = -\frac{A_3(\xi)}{8\pi R^2} [R_{,k} n_k(\mathbf{x}) \delta_{ij} + n_i(\mathbf{x}) R_{,j}]$$

표 1 식(16)의 상수들.

| λ_i (min) | E_i (MPa) |
|----------------------|------------------------------|
| 0.5×10^{14} | $0.10817 \text{ E}+03$ |
| 0.5×10^{13} | $0.12935 \text{ E}+03$ |
| 0.5×10^{12} | $0.18168 \text{ E}+03$ |
| 0.5×10^{11} | $0.23739 \text{ E}+03$ |
| 0.5×10^{10} | $0.28994 \text{ E}+03$ |
| 0.5×10^9 | $0.32514 \text{ E}+03$ |
| 0.5×10^8 | $0.33116 \text{ E}+03$ |
| 0.5×10^7 | $0.30568 \text{ E}+03$ |
| 0.5×10^6 | $0.25760 \text{ E}+03$ |
| 0.5×10^5 | $0.20145 \text{ E}+03$ |
| 0.5×10^4 | $0.14720 \text{ E}+03$ |
| 0.5×10^3 | $0.10934 \text{ E}+03$ |
| 0.5×10^2 | $0.48615 \text{ E}+02$ |
| 0.5×10 | $0.15854 \text{ E}+03$ |
| — | $E_o = 0.16876 \text{ E}+03$ |

$$-n_j(\mathbf{x}) R_{,i}] H(\xi) \\ -\frac{A_4(\xi)}{8\pi R^2} R_{,k} n_k(\mathbf{x}) R_{,i} R_{,j} H(\xi) \quad (15)$$

식(14), (15)에서 δ_{ij} 는 Dirac delta함수를, $H(\xi)$ 는 Heaviside unit step함수를 나타내고,

$$\mathbf{R}_{,i} = \frac{R_i}{R} \quad (16)$$

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i$$

$$R^2 = R_i R_i$$

$$y_i: \text{필드점 좌표}$$

$$x_i: \text{적분점 좌표}$$

이다.

식(14), (15)의 $A_i(\xi) (i=1,2,3,4)$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$A_1(\xi) = a_1^0 + \sum_{i=1}^{28} a_1^i \exp(-c_1^i \xi) \quad (17)$$

$$A_2(\xi) = a_2^0 + \sum_{i=1}^{28} a_2^i \exp(-c_2^i \xi)$$

$$A_3(\xi) = a_3^0 + \sum_{i=1}^{14} a_3^i \exp(-c_3^i \xi)$$

$$A_4(\xi) = a_4^0 + \sum_{i=1}^{14} a_4^i \exp(-c_4^i \xi)$$

식(17)에 나타나는 각 함수들의 상수들은 수치적으로 계산되는데, 계산된 상수들은 표 2와 3에 열거되어 있다.

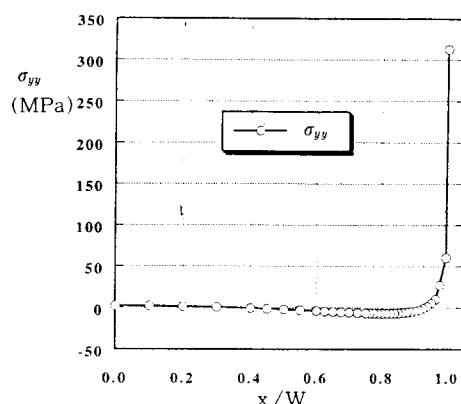
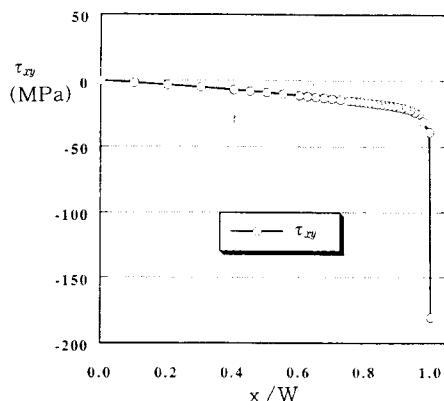
섬유와 기지의 경계면을 따라 발생하는 잔류 열응력들의 특성을 조사하기 위해서 경계요소해석으로 얻어진 결과들을 그림으로 나타내었다. 그럼 2는 상온에서 공유면에서의 잔류 열응력의 수직방향 성분 σ_{yy} 의 변화를 보여주고 있고, 그럼 3은 전단응력 τ_{xy} 의 변화를 보여주고 있다. 잔류 열응력들은 자유경계면 가까이에 이르러 급속히 커지고 있는데, 이러한 특이 응력들은 섬유나 기지의 두께에 비해 비교적 작은 범위에 걸쳐서 나타나고 있다.

표 2 식(17)의 $A_1(\xi)$ 와 $A_2(\xi)$ 들의 상수 값들

| $a_1^i(\text{MPa}^{-1})$ | $a_2^i(\text{MPa}^{-1})$ | $c_1^i, c_2^i(\text{min}^{-1})$ |
|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| -0.10409 E-03 | -0.10409 E-03 | 0.18946 E-00 |
| -0.34529 E-04 | -0.34529 E-04 | 0.19657 E-01 |
| -0.81264 E-04 | -0.81264 E-04 | 0.19221 E-02 |
| -0.12016 E-03 | -0.12016 E-03 | 0.18909 E-03 |
| -0.18802 E-03 | -0.18802 E-03 | 0.18423 E-04 |
| -0.29187 E-03 | -0.29187 E-03 | 0.17814 E-05 |
| -0.45356 E-03 | -0.45356 E-03 | 0.17088 E-06 |
| -0.70416 E-03 | -0.70416 E-03 | 0.16303 E-07 |
| -0.10921 E-02 | -0.10921 E-02 | 0.15534 E-08 |
| -0.16925 E-02 | -0.16925 E-02 | 0.14850 E-09 |
| -0.26246 E-02 | -0.26246 E-02 | 0.14292 E-10 |
| -0.39079 E-02 | -0.39079 E-02 | 0.14030 E-11 |
| -0.60269 E-02 | -0.60239 E-02 | 0.13663 E-12 |
| -0.13776 E-01 | -0.13773 E-01 | 0.11913 E-13 |
| -0.71150 E-05 | 0.71150 E-05 | 0.19756 E+00 |
| -0.22207 E-05 | 0.22207 E-05 | 0.19924 E-01 |
| -0.50442 E-05 | 0.50442 E-05 | 0.19829 E-02 |
| -0.69285 E-05 | 0.69285 E-05 | 0.19768 E-03 |
| -0.97456 E-05 | 0.97456 E-05 | 0.19679 E-04 |
| -0.12936 E-04 | 0.12936 E-04 | 0.19583 E-05 |
| -0.16092 E-04 | 0.16092 E-04 | 0.19494 E-06 |
| -0.18423 E-04 | 0.18423 E-04 | 0.19438 E-07 |
| -0.19183 E-04 | 0.19183 E-04 | 0.19431 E-08 |
| -0.18102 E-04 | 0.18102 E-04 | 0.19478 E-09 |
| -0.15578 E-04 | 0.15580 E-04 | 0.19561 E-10 |
| -0.12769 E-04 | 0.12630 E-04 | 0.19660 E-11 |
| -0.89298 E-05 | 0.89281 E-05 | 0.19751 E-12 |
| -0.77076 E-05 | 0.77061 E-05 | 0.19789 E-13 |
| $a_1^o = 0.33335 \text{ E-01}$ | $a_2^o = 0.32241 \text{ E-01}$ | — |

표 3 식(17)의 $A_3(\xi)$ 와 $A_4(\xi)$ 들의 상수 값들

| a_3^i | a_4^i | $c_3^i, c_4^i(\text{min}^{-1})$ |
|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| 0.18973 E-01 | -0.18973 E-01 | 0.19756 E+00 |
| 0.59219 E-02 | -0.59219 E-02 | 0.19924 E-01 |
| 0.13451 E-01 | -0.13451 E-01 | 0.19829 E-02 |
| 0.18476 E-01 | -0.18476 E-01 | 0.19768 E-03 |
| 0.25988 E-01 | -0.25988 E-01 | 0.19679 E-04 |
| 0.34495 E-01 | -0.34495 E-01 | 0.19583 E-05 |
| 0.42912 E-01 | -0.42912 E-01 | 0.19494 E-06 |
| 0.49128 E-01 | -0.49128 E-01 | 0.19438 E-07 |
| 0.51153 E-01 | -0.51153 E-01 | 0.19431 E-08 |
| 0.48267 E-01 | -0.48267 E-01 | 0.19478 E-09 |
| 0.41517 E-01 | -0.41521 E-01 | 0.19561 E-10 |
| 0.33074 E-01 | -0.32691 E-01 | 0.19660 E-11 |
| 0.24233 E-01 | -0.24234 E-01 | 0.19751 E-12 |
| 0.20764 E-01 | -0.20764 E-01 | 0.19789 E-13 |
| $a_3^o = 0.33185 \text{ E-01}$ | $a_4^o = 0.19664 \text{ E+01}$ | — |

그림 2 상온에서 섬유와 기지의 계면에서의 수직응력 σ_{yy} 의 변화.그림 3 상온에서 섬유와 기지의 계면에서의 전단응력 τ_{xy} 의 변화.

4. 결 론

본 논문에서는, 시간영역 경계요소법을 사용하여 단일방향 탄성-점탄성 복합재료의 제작과정중, 높은 제작온도에서 상온으로 냉각되는 동안 발생하는 잔류 열응력을 조사하였다. 상온에 이르렀을 때 나타나는 열응력들은 비교적 작은 범위에 걸쳐 자유경계면 근처에서 특이성을 나타내는데, 이러한 특이응력들로 인해 섬유와 기지사이의 자유경계면 근처에서 국부항복(local yielding)이 발생하거나 섬유와 기지의 결합분리를 야기시킬 수 있다고 보아진다. 그러나 특이성이 발생하는 범위가 매우 작고, 고온에서 상온으로 냉각되는 동안 점탄성 기지의 유동성이 크므로, 이러한 특이응력들이 기지에 흡수될 가능성이 크리라 판단되며, 결과적으로 응력 특이성은 자유경계면 근처의 경계층(boundary layer) 현상으로 국한될 가능성이 있다고 예측된다. 이러한 수치해석에 의한 예측결과는 실험적인 뒷받침이 요구된다고 보여진다.

참 고 문 헌

1. Tsai, S. W. and Hahn, H. T., *Introduction to Composite Materials*, Technomic, 1980.
2. Hahn, H. T. and Pagano, N. J., "Curing Stresses in Composite Laminates", *J. Composite Materials*, 9(1975), pp. 91-106.
3. Hahn, H. T., "Residual Stresses in Polymer Matrix Composite Laminates", *J. Compossite Materials*, 10(1976), pp. 266-277.
4. Griffin, Jr., O. H., "Three-Dimensional Curing Stresses in Symmetric Cross-Ply Laminates with Temperature-Dependent Properties," *J. of Composite Materials*, 17(1983), pp. 449-463.
5. Roy, A. and Murthy, P. N., "Viscoelastic Analysis of the Residual Stress in Glass Fiber Reinforced Plastics," *Fiber Science and Technology*, 9(1976) pp. 81-101.
6. Weitsman, Y., "Residual Thermal Stresses due to Cool-down of Epoxy-Resin Composite", *J. Appl. Mech.*, 46(1979), pp. 563-567.
7. Weitsman, Y. and Harper, B. D., "Optimal Cooling of Cross-Ply Composite Laminates and Adhesive Joints," *J. Applied Mechanics*, 49(1982) pp. 735-739.
8. Lee, S. S. and Sohn, Y. S., "Viscoelastic Analysis of Residual Stresses in A Unidirectional Laminate," *Structural Engineering and Mechanics*, 2(1994) pp. 383-393.
9. Lee, S. S. and Westmann, R. A., "Application of High-Order Quadrature Rules to Time Domain Boundary Element Analysis of Viscoelasticity," *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, 38(1995) pp. 607-629.
10. Lee, S. S., "Time-Domain Boundary Element Analysis of Viscoelastic Solids Using Realistic Relaxation Functions," *Computers & Structures*, 55(1995), pp. 1027-1036.

(접수일자 : 1996. 8. 26)