

엔진 마운트 고무의 최적 형상 설계와 내구수명 예측

Optimized Shape Design and Endurance Life Prediction of Engine Mount Rubber

김 헌 영, 김 중 재
H. Y. Kim, J. J. Kim



김 헌 영
· 1962년 2월생
· 정회원
· 강원대학교 기계공학과
· 비선형 구조해석, 금형설계



김 중 재
· 정회원
· 한라공대 자동차공학과
· 비선형 재료 거동 해석 및 피로 해석

고무의 강성 계수를 낮추는 것이 필요한데 이는 일반적으로 내구성의 저하를 가져온다. 따라서 개발 과정에서 강성 계수를 낮추는 변경을 하면 부품의 내구성을 보정함에 따르는 재평가 또한 필요하게 된다. 엔진 마운트에 쓰이는 고무부품의 해석은 엔진 마운트 시스템에 대한 진동 해석 및 내구수명의 예측과 병행해야 하며, 진동해석으로부터 얻은 하중 지지 능력 등의 모든 요구 특성을 만족하기 위해서는 고무 재료의 특성에 대한 지식, 엔진 마운트의 장착 위치에 대한 결정 능력과 함께 주어진 조건에 대한 형상의 최적 설계 능력 등이 요구된다.

1. 개 요

차량에서 엔진은 가장 큰 질량 집중체 (concentrated mass)이다. 만약 엔진이 적절하게 구속되지 않거나 절연되어 있지 않으면, 차체에 진동을 일으키는 원인이 된다. 엔진은 다양한 진동 교란을 받는데 엔진 마운트는 이러한 모든 것들을 고립시키는 역할을 해야 하며, 엔진의 정적인 장착 하중에 대한 지지와 전후, 좌우 및 수직 방향의 운동에 대해 적절한 강성을 가져야 한다. 또한, 정숙성을 향상시키기 위해서는 엔진 마운트의 재료인

Fig.1은 엔진 마운트의 설계 절차를 보여준다. 시스템에 대한 진동 해석^{1)~3)}으로 부터 3개의 주방향에 대한 주 강성값(primary stiffness)과 마운트의 위치가 결정된다. 2차 강성값(secondary stiffness)과 간극 크기(gap size)는 대하중에 대한 정적인 간극 해석(gap analysis)으로 부터 결정된다. 이러한 두 가지 해석으로부터 엔진 마운트에 대한 사양이 정해지면, 이에 부합하는 엔진 마운트의 형상을 설계해야 한다. 지금까지 대부

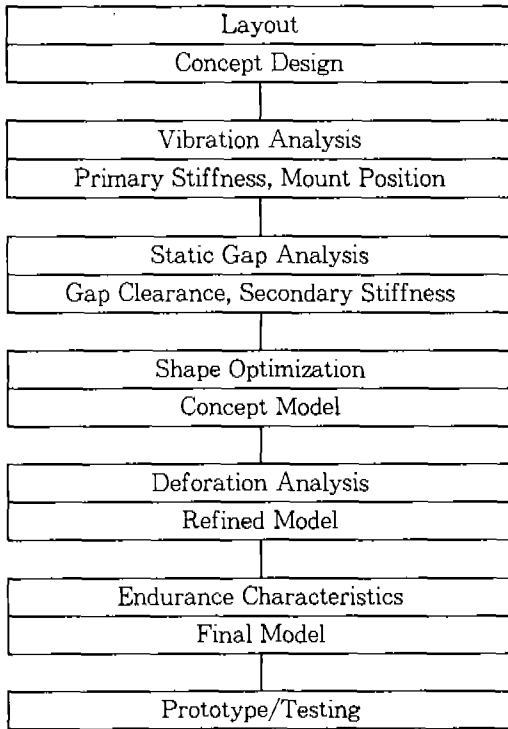


Fig.1 Design procedure of engine mount

본의 엔진 마운트를 비롯한 고무 부품의 설계 및 내구수명의 예측은 고무 재료의 복잡한 특성 때문에 경험과 실험에 의존해 왔다. 이러한 시행 착오적인 방법으로 인한 개발 기간의 장기화와 재료 손실 등을 고려할 때, 보다 체계적이고 분석적인 방법이 요구된다^{4)~6)}. 이는 자동차뿐만 아니라 방진 고무 부품을 사용하는 모든 기계구조물의 공통 사항일 것이다. 최근에는 컴퓨터의 고속화와 대형화에 따라 유한요소법에 의한 비선형 해석이 실용화되어 실제 설계에 이용되고 있으며, 그 적용 범위가 고무나 플라스틱으로까지 확대되고 있다^{7)~13)}.

본 연구에서는 기본적인 형상을 파라미터화하여 엔진 마운트의 형상을 최적화 하는 절차를 제안하였다. 현재 승용차에 널리 사용되고 있는 부시형(bush type) 엔진 마운트

를 적용 모델로 선택하였으며, 엔진 마운트의 기본적인 형상을 몇 개의 파라미터를 사용하여 정의하고 설계 사양으로 주어지는 강성값과 각 파라미터들의 조합으로 구성되는 형상이 갖는 강성값의 차이가 최소가 되도록 파라미터 값들을 최적화하였다. 최적화된 파라미터 값들로 구성되는 형상을 내구 성능, 성형성등을 고려하여 최종 형상으로 결정한다. 내구성능의 예측은 금속부품의 내구수명 예측에 널리 이용되고 있는 방법이 방진 고무부품의 경우에도 적용 가능한지를 검토하고, 방진 고무 부품에도 일반적으로 적용될 수 있는 내구수명 예측 방안의 개발 가능성을 타진해 보았다. 본 연구의 목표는 시제품을 제작하기 이전에 설계된 부품에 대한 스프링 상수 및 내구특성을 체계적으로 규명하여 제품 시험의 횟수를 줄이고, 보다 정밀한 제품을 제작할 수 있도록 하기 위한 것이다.

2. 최적 형상 설계

2.1 형상 최적화 과정

엔진 마운트 시스템의 진동특성을 만족하는 엔진 마운트 기본 형상을 형상 파라미터화를 통해 결정할 수 있다. 파라미터의 수는 그것들에 의해 기본적인 형상을 기술할 수 있으면서 기술된 형상의 변형 양상이 실제 변형 특성을 갖도록 정한다. 예를 들어 길이, 두께와 반경등이 파라미터로 선택될 수 있다. 일단 형상 파라미터들이 선택되면 다음과 같은 함수를 최소화하는 파라미터 값을 찾는다.

$$\Psi = wt(1)(k_x - k_x^{des})^2 + wt(2)(k_y - k_y^{des})^2 + wt(3)(k_z - k_z^{des})^2 \quad (1)$$

위 식에서 $wt(i)$ ($i=1, 3$)는 가중치이며

k_i 는 i 번째 주방향으로의 강성값이다. 위첨자 des는 설계 사양으로 제시된 값을 나타낸다. 어떤 형상에 대한 강성값은 파라미터들에 의해 구성된 형상에 대한 비선형 유한 요소 해석으로부터 구할 수 있다.

설계가 타당하려면 설계 변수—이 경우에는 파라미터—가 어떤 범위 내에 있어야 한다.

$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} (i=1, \dots, n) \quad (2)$$

위식에서 x_i 는 i 번째 설계 변수를 의미하며 n 은 설계 변수의 수이다. 식 (1)과 (2)는 구속을 갖는 최적 설계 문제의 한 형태로 볼 수 있다.

설계 변수를 최적화하는 방법은 여러가지가 있는데^{(14)~(16)} 이 경우에는 함수 Ψ 에 대한 계산 회수를 최소화하는 것이 중요하다. 여러가지 간단한 경우에 대한 시도를 통해 2차 수렴의 개념을 이용한 Fletcher의 방법⁽¹⁴⁾이 이 경우에 가장 적합한 것으로 판단되었다. 또 구속 조건의 경계에서 검색이 중지되지 않으면서 구속 조건을 잘 처리할 수 있도록 Fiacco and McCormick 함수⁽¹⁴⁾를 사용하였다.

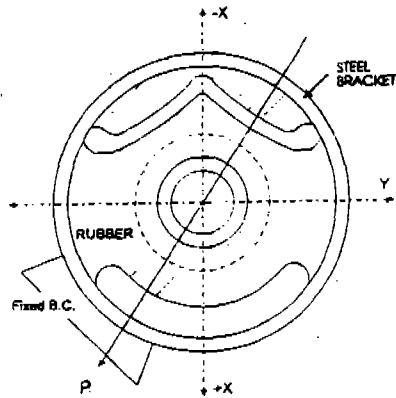
사용된 Fiacco and McCormick 함수의 형태는 다음과 같다.

$$\Psi_{FM} = \Psi + r^2 \sum \frac{1}{\phi_i^s} + \sum \langle \phi_i \rangle^2 \quad (3)$$

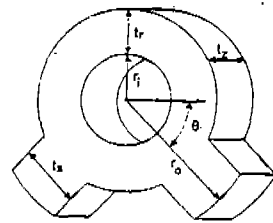
위식에서 ϕ 는 부동식 구속 조건을 나타낸다. 기호 $\langle \cdot \rangle$ 는 만족되지 않은 구속 조건을 표현하며, 위첨자 s 는 만족된 것을 나타낸다. r 값을 1에서 시작하여 점진적으로 줄여 가며 일련의 최적화 문제를 풀면 원하는 해를 얻을 수 있다.

2.2 설계 모델과 해석

설계 모델로 부시형 엔진 마운트를 선택하였다. Fig.2는 승용차에 사용되고 있는 엔진 마운트의 실제 형상과 파라미터화된 형상을 보여 준다. 편의를 위해 Fig.2에 표현된 좌표계가 이후 계속되는 논의의 기준이 될 것이다. Fig.2(b)에 보인 것과 같이 부시형 엔진 마운트의 형상을 6개의 파라미터로 나타내었다. 그것들중 r_i 와 r_o 는 부품 배치 문제로 고정된 값을 가지므로 여기서는 4개의 파라미터 t_r , t_s , t_z and θ 가 설계 변수로 쓰였다. 이중 t_r 와 t_z 는 강성값에 직접적인 영향을 주는 것이고 θ 은 각 방향 강성값 사이의 비



(a) Current engine mount



(b) Characterized shape for optimization

Fig.2 Schematic diagram of bush type engine mount and characterized geometry for optimization

울에 영향을 미치는 것이다. 그리고 k_z 값은 간극과 2차 강성값을 설계하는 기초가 된다.

식 (1)의 가중치들은 각 방향 강성값의 중요도에 따라 조정된다. 여기서 고려되는 모델의 경우 동적 응답 특성의 관점에서 x 방향의 강성값이 가장 중요하며 y 방향의 값은 중요한 의미를 갖지 않는다. 따라서 x 방향에 대한 가중치를 크게 하였고 y 방향의 값은 중요한 의미를 갖지 않는다. 따라서 x 방향에 대한 가중치를 크게 하였고 y 방향의 가중치는 0으로 하였다.

본 연구에서의 최적화 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$\Psi = (k_x - k_x^{des})^2 + 0.5(k_z - k_z^{des})^2$$

$$= \text{minimum} \quad (4)$$

최적화 과정에서 강성값은 준정적(quasi-static) 비선형 해석을 통해 얻을 수 있는데 여기서는 상용 유한 요소 패키지인 ABAQUS¹⁷⁾를 사용하였고 형상 파라미터의 변화에 따른 입력 모델은 최적화 프로그램내에 자동 메쉬 생성 서브루틴을 작성하여 자동으로 생성되도록 하였다. 주 강성값을 구하기 위한 해석에서는 모델의 변형률이 비교적 작으므로 고전적인 Mooney-Rivlin 형태의 변형을 에너지 포텐셜(strain energy potential)이 비압축성 초탄성 재료의 거동을 충분히 표현한다고 볼 수 있으므로 이를 해석에 사용하였다¹⁸⁾. Mooney-Rivlin 형태의 변형률 에너지 포텐셜, U 는 다음과 같다.

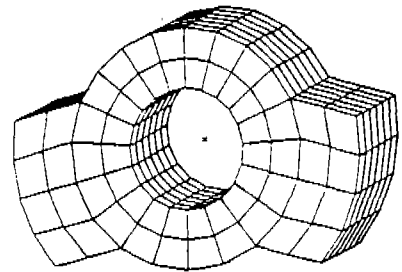
$$U = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (5)$$

위식에서 I_1 과 I_2 는 1차 및 2차 변형률 불변 계수이다. 계수 C_{10} 과 C_{01} 는 일축 인장 실험 결과에 대한 곡선 근사로 부터 구할 수 있다. 이 경우에는 앞의 인장 실험 결과로부

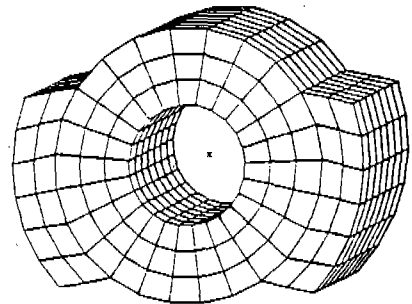
터 $C_{10}=0.03622$, $C_{01}=-0.00335$ 의 값을 얻었다.

2.3 결과 및 고찰

Fig.3은 최적화 시작점과 최적화가 완료된 점에서의 유한 요소 모델을 보인 것이다. 시작점으로는 각 파라미터 범위의 중간값이 선택되었다. 최적화 과정중의 파라미터, 강성값과 함수 Ψ 값의 변화를 Table 1에 보였다. 결과적으로 목표 강성값을 잘 만족시키면서 모든 파라미터 값이 정해진 설계 범위내에서 최적화되었으며, 최적화 과정의 최종 단계 근처에서는 θ 값의 변화에 의해 각 주방향 강성값 비율이 적절하게 조정되었음을 알 수 있다. 이렇게 최적화된 결과를 세부 설계단계(refined design process)의 기본 모델로



(a) initial



(b) optimized

Fig.3 Finite element models at the initial and optimized configurations

Table 1 The values of the functional Ψ and stiffness during optimization

		Initial	Intermediate		Optimized	Remarks
Design parameter	$t_1(\text{mm})$	10.0	12.5	12.4	12.9	Target stiffness $k_x = 9.0$ $k_z = 8.0$ $k_y = 30.4$
	$t_2(\text{mm})$	25.0	31.0	31.9	32.0	
	$t_3(\text{mm})$	37.5	40.5	42.0	42.5	
	$\theta(\text{deg})$	15.0	21.0	14.3	11.3	
Stiffness	k_x	5.47	9.91	9.07	9.00	
	k_z	4.88	7.27	7.71	7.97	
	k_y	—	—	—	30.0	
Functional Ψ		17.35	1.09	0.05	0.00	

사용하였다.

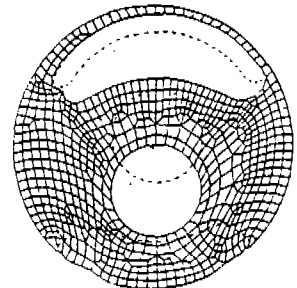
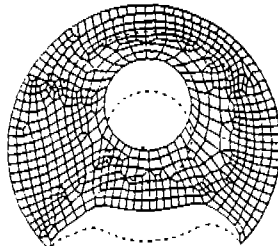
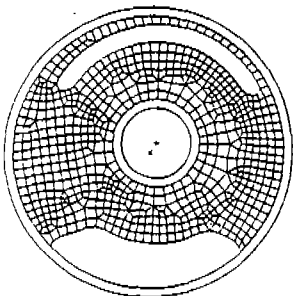
세부 설계 단계에서는 파라미터 최적화로부터 얻은 기본 형상(conceptual model)을 간극 크기와 2차 강성값을 고려하여 수정한다. 우선 기본 형상의 예리한 모서리를 제거하기 위해 필렛(fillet)을 더하고 수정된 형상에 대한 해석을 통해 주 강성값과 변형률 분포를 검토한다. 이러한 해석 결과로 얻은 주 강성값 결과에 따라 필렛의 크기와 기본 형상을 수정한다. 한편 엔진 장착하중에 대한 변형률 분포는 국부적인 내구 수명에 대한 검토 자료로 사용된다.

마지막으로 엔진 장착 하중을 고려하여 엔진 마운트의 중심을 장착 하중의 역방향인 (-)P 방향으로 다음 식으로 계산되는 거리만큼 이동시킨다.

$$d = \left| \frac{F_x}{k_x} \right| \tag{6}$$

위식에서 F_x 는 엔진의 장착 하중이며 k_x 는 장착 하중 방향으로의 강성값이다. 이 과정은 엔진이 장착되었을 때 마운트의 중심이 마운트 브라켓의 중심과 일치되도록 하기 위한 것이다. Fig.4은 최종적으로 설계된 형상에 대한 2차원 유한 요소 모델을 보인 것이다.

Fig.5에 세부 형상에 대한 (+)X와 (-)X 방향으로의 변형 해석 결과 얻은 변형 양상을 보였다. Fig.6은 세부 형상에 대한 힘-변형 관계를 설계사양과 비교하여 본 것이다. 그림으로부터 (+)X 방향으로 16mm와 (-)X 방향으로 6mm 위치에서 접촉이 일



(a) (+)X-direction

(b) (-)X-direction

Fig.4 Final shape after modification

Fig.5 Deformed shape

어남을 알 수 있다. 설계 사양과 해석 결과에서 2차 강성값은 약간의 차이를 보이지만 전반적으로 최적화된 형상이 좋은 결과라고 볼 수 있다.

2차 강성 변형 범위에서 만족스러운 해석 결과를 얻기 위해서는, 압축 잔류 변형에 의한 내구 수명 향상을 위해 엔진 마운트 제작 공정에 포함되는 압입 공정(swaging)에 대한 고려와 다른 형태의 변형률 에너지 포텐셜을 사용하는 것이 필요할 것이다. 본 해석에 사용한 Mooney-Rivlin 형태의 변형률 에너지 포텐셜은 변형률이 큰 범위에서는 부적합하므로 2차 강성 값에 대한 실험과 해석 사이의 차이가 커질 수 있다. 응력과 변형률 분포는 내구 수명의 예측에 이용되고 최종 설계 단계(final design stage)에서는 내구에 대한 고려가 포함될 것이다.

3. 내구 수명 예측

3.1 표준 시편에 대한 피로 시험 및 평가

Fig.7에 엔진 마운트의 내구 해석 방법의 정립을 위한 절차를 보였다.

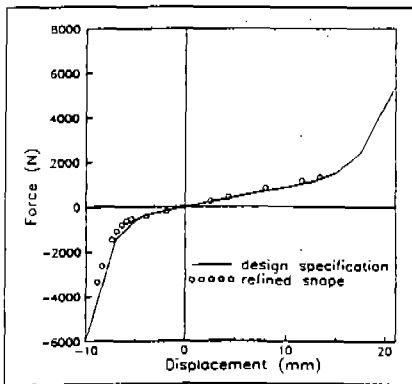


Fig.6 Comparison of force-displacement curve between optimized model and design specification

먼저 경도가 각각 40, 50, 60인 재료의 표준 시편에 대하여 굽곡 균열 시험기(Flex-cracking tester)를 이용한 피로 시험을 행하였다. 피로 시험 조건은 상온, 시험 속도 5Hz, 변위 제어로 하였으며 피로 변형률의 파형은 0-Tension으로 하였다. 0-Tension에 대한 변위 제어 시험은 응력 완화의 효과를 가지므로 주의할 필요가 있다. 표준 시편 피로 시험의 변형률 범위 조건은 응력-피로 수명곡선 식을 판단할 수 있도록 공칭 변형률 범위 0.5, 1.0, 1.5와 2.0의 4가지로 하였으며, 각 범위에 대해 4~5개의 시편을 시험하였다. Fig.8과 Fig.9의 그래프에 경도 60인 재료의 시험 결과로부터의 응력(혹은 변형률) 범위-수명 관계와 그에 대한 best fit equation을 보였다. 모든 경우에 대해 표준 시편의 시험 결과는 다음 식과 같은 power law에 의해 잘 표현됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta\sigma &= A_1 N^{-B_1} \\ \Delta\epsilon &= A_2 N^{-B_2} \end{aligned} \quad (7)$$

윗 식에서 N 은 피로 수명, A_1 와 B_1 는 상수이다.

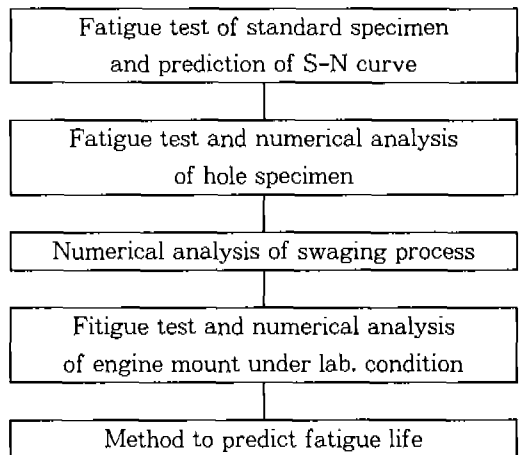


Fig.7 Process of fatigue life prediction

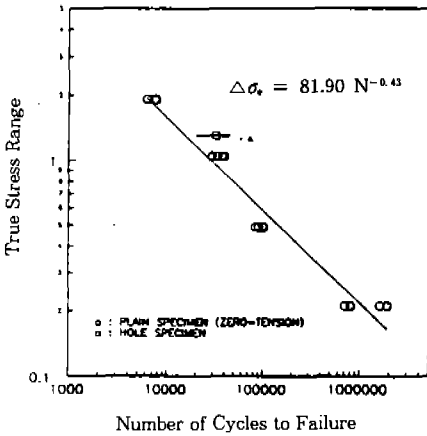


Fig.8 True stress range-number of cycles to failure relationship

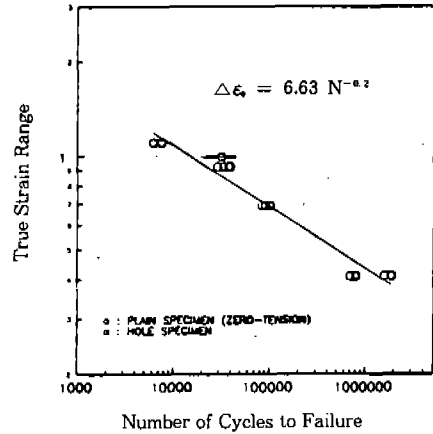


Fig.9 True strain range-number of cycles to failure relationship

3.2 Hole 시편의 내구 수명 예측

응력 집중이 있을 경우 피로 수명 예측이 가능한지 알아보기 위해 중앙에 hole이 있는 직사각형 단면의 시편을 제작하여 공칭 변형률 범위 50% 조건의 0-Tension 피로 시험을 행하였다. 시험 조건에 대한 최고 응력(변형률) 범위의 값과 위치는 유한요소 해석을 통해 구했다.

Hole 시편에 대한 응력상태는 3축 응력 상태이므로 표준 시편의 1축 응력과 비교를 위해 기준 응력이 필요하다. 여기서는 금속 재료의 다축 응력 상태에 널리 쓰이는 von Mises 응력을 기준 응력으로 선택하였다. 본래 von Mises 응력은 금속과 같이 항복의 개념이 있는 재료에 대해 적절한 것이지만 고무 재료에 대해서도 기준 응력의 개념이 필요하므로 선택된 것이다. 이에 대해서는 추후의 개념적, 실험적 검토가 필요한 것으로 보인다.

구해진 응력 분포에 대해 표준 시편 피로 시험 결과를 이용하여 피로 수명 분포를 구한 결과를 Fig.10에 보였다. 이 결과를 구하는 과정은 다음과 같다. 해석으로부터 어떤

절점의 von Mises 응력값 $\bar{\sigma}$ 가 얻어지면 그 재료의 power law식 (7)로부터

$$N = \exp\left(\frac{\log A_1 - \log \bar{\sigma}}{B_1}\right) \quad (8)$$

이므로, 그 절점의 피로 수명을 알 수 있다. 변형률 범위에 의한 방법도 응력 범위에 의한 방법과 비슷하게 유효 변형률 범위를 기준 값으로 하였으며, 구해진 변형률 분포에 의한 피로 수명 분포를 Fig.11에 보였다. 이런 계산을 모든 절점에 대해 행하면 모든 부위의 피로 수명을 예측할 수 있다. 그 결과를 mean과 90% 신뢰 구간을 표시하여 Fig.8와 Fig.9에 표준시편에 대한 그래프와 함께 보였다. 각 그림의 사각형의 위치가 mean이며 주위의 직선이 신뢰구간을 나타낸다. 결과로부터 hole 시편에 대한 피로 수명은 변형률 범위에 의해 잘 예측됨을 알 수 있다.

Hole 시편에 대한 시험과 해석에서는 피로 균열 발생 위치는, 해석이 응력을 이용하거나 변형률을 이용함에 상관없이 시편 중앙 hole 위치인 것으로 나타났다. 실제 방진 고무 부품의 응력상태는 hole 시편에 비해 매

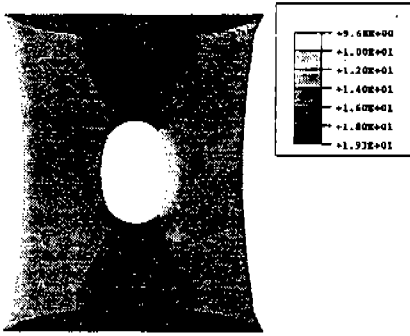


Fig.10 Log life distribution obtained from stress evaluation

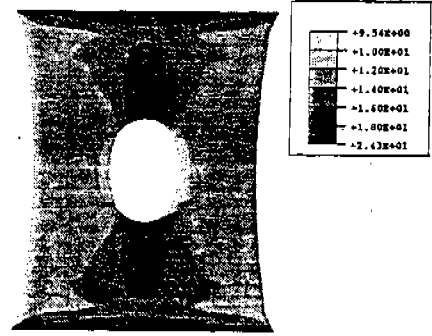


Fig.11 Log life distribution obtained from strain evaluation

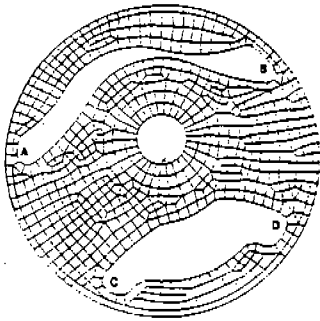


Fig.12 Finite element model of engine mount

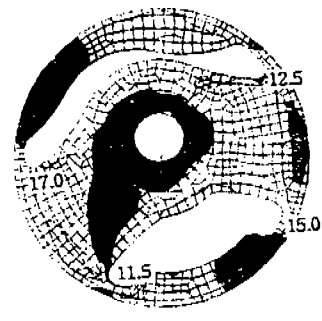


Fig.13 Log life distribution obtained from stress evaluation

우 복잡하여 다양한 평균 응력값을 갖게 되므로 이에 대한 보정이 필요하게 된다. 고무 재료의 경우 평균 응력의 효과는 매우 복잡한 양상을 보여, 금속재료에 대해 제안된 평균응력 효과 보정 방법을 이용할 수 없다. 또 고무재료의 해석 과정에서 대개 비압축성을 가정하게 되므로 평균 응력의 효과가 큰 경우 변형을 범위에 의한 해석은 의미가 없게 됨을 주의해야 한다.

3.2 엔진 마운트의 내구 수명

실제 엔진 마운트에 대한 피로 시험과 해석을 수행하였다. Fig.12는 실제 엔진 마운트의 해석을 수행하기 위한 유한 요소 모델을 보인 것이다. 시험 조건은 하중 제어 방식

으로 하였다. 결과로부터 응력 범위를 계산하여 엔진 마운트 각 부위에 피로 수명을 구한 결과는 Fig.13과 같다. 해석결과 C 부위의 수명은 약 10만회 정도인 것으로 예측되었으며, 시험 결과와 차이를 보이게 되는데, 이는 앞에서 설명한 바와 같이 본 연구에서는 고려하지 않은 평균 응력의 효과에 의한 것으로 판단된다. 또 시험에 사용된 엔진 마운트는 제조 공정에서 압축 잔류응력을 생성시키는 과정(swaging process)이 포함되어 있어 이에 대한 효과도 고려해야 한다. 그러나 이는 평균응력의 효과에 속하므로 앞의 두 가지 효과에 대한 시험과 분석이 행해진다면 동시에 해결될 것이다.

4. 결 론

- 1) 부시형 엔진 마운트의 기본적인 형상을 파라미터화하는 방법으로 최적 설계를 하는 절차를 제안하였다. 최적 설계를 위해 엔진 마운트의 요구 강성을 만족시키는 형상을 찾는 최적화 프로그램을 작성하여 ABAQUS와 함께 이용하였다. 적용 결과로부터 기본형상 설계에서 잘 정의된 파라미터의 사용이 좋은 결과를 가져오는 것을 알 수 있었다. 이 방법은 모든 형태의 엔진 마운트 설계에 이용될 수 있다.
- 2) 파라미터 최적화 결과를 이용하여 얻은 고무 형상에 대한 해석이 설계 사양과 양호한 일치를 보이므로 실제 설계에 이용될 수 있는 것으로 사료된다.
- 3) 고무 재료의 피로 수명은 응력(혹은 변형률) 범위에 대해 power law equation으로 표현될 수 있다.
- 4) Hole 시편을 이용한 검증 시험 및 해석으로부터 제조 공법, 응력(혹은 변형률) 과형 등 모든 조건이 같은 경우, 변형률 범위에 의해 비교적 정확한 피로 수명 예측이 가능함을 알 수 있었다. 그러나, 실제 부품에 대한 피로 수명 해석에서는, 변형률에 의한 피로 해석이 평균 변형률의 효과를 고려할 수 없으므로 인해 적합하지 않음을 알 수 있다. 따라서 향후의 실제 부품의 피로 수명 예측 연구는 응력 범위를 이용한 피로 수명 해석에 중점을 두게 될 것이고, 이를 위해 평균 응력, 노치효과의 제조공정의 효과 등에 대한 연구가 선행될 것이다.
- 5) 엔진 마운트에 대한 피로 시험 및 해석으로부터 내구수명을 예측하였다. 응력

을 기준으로하여 예측된 내구수명은 시험과 차이를 보였다. 이는 이 연구에서 평균응력의 효과 및 압입공정의 효과를 고려하지 않았기 때문인 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

1. David M. Ford, "An Analysis and Application of a Decoupled Engine Mount System for Idle Isolation", SAE 850976, 1985.
2. H. Hata and H. Tanaka, "Experimental Method to Derive Optimum Engine mount System for Idle Shake", SAE 850961, 1987.
3. James E. Bernard and J. M. Starkey, "Engine mount Optimization", SAE 830257, 1983.
4. 김중재, 김현영, "형상 파라미터화 방법을 이용한 엔진마운트용 고무의 형상 최적화", 한국자동차공학회 논문집, 제2권 제2호, pp. 33~41, 1993.
5. Jung-jae Kim, and Heon-young Kim and Cheon Choi, "Computer Aided Shape Design of Engine Mounting Rubber", the 1993 SAE Worldwide Passenger Car Conference, Oct. 25~27, Hyatt Regency, Dearborn, Michigan(93MJA84), 1993.
6. 出口 正太郎, "防振 ゴム製品の 疲勞", 일본 고무 협회지 제49권 제10호, pp. 772~780, 1976.
7. T. Scharnhorst and T. H. H. Pian, "Finite Element Analysis of Rubber-like Materials by a Mixed Model", Int. J. Num. Meth. Engng. Vol. 12, pp. 665~676, 1978.

8. B. Häggblad and J. A. Sundberg, "Large Strain Solutions of Rubber Components", *Comput. Struct.* 17, pp. 835~843, 1983.
9. S. R. Swanson, L. W. Christensen and M. Ensign, "Large Deformation Finite Element Calculations for Slightly Compressible Hyperelastic Materials", *Comput. Struct.* 21, No. 1/2, pp. 81~88, 1985.
10. 김현영, 최천, 방원준, 김재수, "자동차용 고무 부품의 대변형 유한요소 해석", *한국자동차공학회지*, 15권 pp. 107~119, 1992.
11. K. N. Morman, Jr., B. G. Kao and J. C. Nagtegaal, "Finite Element Analysis of Viscoelastic Elastomeric Structures Vibrating about Non-linear Statically Stressed Configurations", SAE paper 811309, 1981.
12. H. Y. Kim, W. J. Bang and J. S. Kim, "Large Deformation Finite Element Analysis of Automotive Rubber Components by Using ABAQUS", *ABAQUS User's Conf. Proc.*, May 27-29, 1992, Newport, RI
13. 김중재, 김현영, "고무재료의 초탄성 거동과 유한요소법을 이용한 부시형 엔진 마운트의 대변형 해석", *대한금속학회 논문집*, 제31권 10호, pp. 1324~1330, 1993.
14. J. N. Siddall, *Optimal Engineering Design*, Marcel Dekker, Inc., 1982.
15. N. G. R. Iyengar and S. K. Gupta, *Programming Methods in Structural Design*, Edward Arnold Limited., 1981.
16. G. R. Henry, "Design Optimization; Future Directions in Finite Element Modeling", SAE 900150, 1990.
17. *ABAQUS Theory and Users' Manual*, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Providence, RI, 1993.
18. R. S. Rivlin, "The Elasticity of Rubber", *Rubber Chem. Tech.* vol. 65, pp. G51~G66, 1992.