

船舶 水線의 順整에 關한 研究

鄭 壽 元 · 金 東 俊

釜山水產大學校

(1995년 12월 29일 접수)

A Study on Fairing of Ship Waterlines

S. W. Jung and D. J. Kim

National Fisheries University of Pusan

(Received December 29, 1995)

Abstract

In the CIM construction of naval architecture industry, ship hull surface modeling is critical process of design/manufacture process.

This paper describes a fairing process of ship waterlines to represent boundary curves which are input data of surface modeling. Among the fairing methods, Sapidis's method and Rong's method are used in sequential to fair the boundary curves. Also it proposed four methods of determining the magnitude of end tangent vector. Among the four end tangents the best one is chosen by comparing with the shape of near curves. An application to the actual ship hull is given as an example.

1. 서 론

선형설계 작업은 설계조건을 만족하는 초기 선형의 정의 과정과 정의된 선형을 순정하는 두 과정을 거친다. 일반적으로 초기설계시 선형 표현과 순정은 2차원 단면곡선군을 이용하여 선형을 근사적으로 표현하는 방법과 3차원 곡면을 이용하여 선형을 표현하는 방법이 있다. 그러나 기하학적인 면에서 아주 상세한 선형 정의 및 순정을 필요로 하는 상세 및 생산설계에서는 곡면모델링 측면이 더 강조되고 있다.

한편, 곡면모델링 방법에는 오프셋(Offset)데이터를 이용한 방법과 경계곡선을 이용한 방법으로 구분된다. 전자의 경우는 선박이 평면부와 곡면부를 동시에 가지며, 양방향(선수미방향과 흘수방향)의

데이터의 갯수가 일정치 못하므로 많은 어려움이 있다. 따라서 최근에는 경계곡선을 이용한 선형의 곡면모델링¹⁾이 많이 연구되고 있다. 본 연구에서는 곡면모델링에 우선 필요한 경계곡선의 정확한 표현을 위해 선박수선(waterline)의 순정 과정을 제안하고자 하였다. 먼저 Sapidis²⁾가 제안한 순정도 평가 방법을 이용하여 설계자의 의도에 따라 부적절한 점을 찾고 이를 제거하여 피팅(fitting)하는 방법과 곡선을 탄성빔(elastic beam)으로 가정하고 곡선망의 교차점에는 탄성 스프링을 장치하여 포텐셜 에너지가 최소화되도록 순정하는 Rong³⁾의 방법을 순차적으로 적용하였다. 다음 순정 작업은 수선면 곡선 양 끝 접선벡터의 적절한 크기를 구하는 과정으로, 이는 접선벡터의 크기가 선수미부의 곡면모델링에 매우 큰 영향을 미치기 때문이다.⁴⁾

현장에서 사용하는 방법을 참조하여 끝점을 제외하고, 끝부분 점들을 이용하여 이들을 지나는 곡선의 성향을 유지하도록 하고, 끝점에서 수직하게 세운 직선과의 교점을 구한다. 교점에 접선벡터를 고려한 조절점(vertex)이 놓이도록 하여 접선벡터의 크기를 구하였다. 이 방법을 이용하여 실제 선박에 대해 적용한 예를 보였다.

2. 비균일 3차 B-spline 곡선 정의와 피팅

B-spline은 형상설계에 있어서 Bezier의 방법을 포함하는 가장 보편적인 표현 형태로 충분한 연속성 보장, 국부적인 변형 가능, 불연속점 정의 가능, 직선 표현 가능, 형상 예측 용이 등의 장점 때문에 곡선과 곡면설계에 많이 응용되고 있다.

본 연구에서는 입력 데이터 간격이 균일하지 않은 경우에도 효과적으로 곡선을 표현할 수 있는 비균일 3차 B-spline을 이용하여 순정을 행하였으며, 또한 계산상의 효율을 증대시키기 위해 Cox-de Boor 순환식으로 표현된 일반적인 비균일 3차 B-spline곡선⁴⁾과는 다른 Matrix 형태로 표현된 비균일 3차 B-spline을 이용하였다. 비균일 3차 B-spline 곡선은 Fig. 1에서 보는 바와 같이 3차원 데이터 포인트와 끝점 접선벡터(\hat{T}_0, \hat{T}_n)가 주어지면, 조절점(control vertex) ($V_i : i=0, \dots, n+2$)의 좌표와 절점간격($\Delta_i = (\hat{t}_{i+1} - \hat{t}_i) : i = -2, \dots, n+1$)을 구해 다음과 같이 표현할 수가 있다.⁵⁾

$$r(t) = UN^iV ; 0 \leq t \leq 1 ; i=0, 1, \dots, n-1 \quad (1)$$

여기서

$$U = [1 \ t \ t^2 \ t^3]$$

$$V = [V_i \ V_{i+1} \ V_{i+2} \ V_{i+3}]^T$$

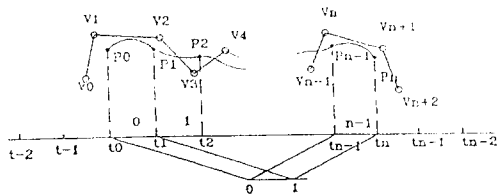


Fig. 1. Non-uniform Cubic B-spline Curve

$$N_c^i = \begin{bmatrix} n_{11} & (1-n_{11}-n_{13}) & n_{13} & 0 \\ -3n_{11} & (3n_{11}-n_{23}) & n_{23} & 0 \\ 3n_{11} & -(3n_{11}+n_{33}) & n_{33} & 0 \\ -n_{11} & (n_{11}-n_{43}-n_{44}) & n_{43} & n_{44} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} n_{11} = (\nabla_i)^2 / \nabla_{i-1}^2 \nabla_{i-2}^3 \\ n_{13} = (\nabla_{i-1})^2 / \nabla_{i-1}^3 \nabla_{i-1}^2 \\ n_{23} = 3\nabla_i \nabla_{i-1} / \nabla_{i-1}^3 \nabla_{i-1}^2 \\ n_{33} = 3(\nabla_i)^2 / \nabla_{i-1}^3 \nabla_{i-1}^2 \\ n_{43} = -\left\{ \frac{1}{3} n_{33} + n_{44} + (\nabla_i)^2 / (\nabla_i^2 \nabla_{i-1}^3) \right\} \\ n_{44} = (\nabla_i)^2 / \nabla_i^3 \nabla_i^2 \\ \nabla_i^k = \nabla_i + \nabla_{i+1} + \dots + \nabla_{i+k-1} \end{cases}$$

3차원 데이터 포인트($P_i : i=0, \dots, n$)와 끝점에서의 접선벡터가 주어질 때 조절점은 곡선의 양 끝점에서 다중절점을 사용하면, 최종적으로 다음 식과 같은 연립방정식으로 얻을 수 있다.

$$[A] [B] = [P] \quad (2)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_1 & h_1 & g_1 \\ & & & & f_{n-1} & h_{n-1} & g_{n-1} & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 1 \\ & & & & & & 0 & -3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$[B] = [V_0 \ V_1 \ V_2 \ \dots \ V_{n+1} \ V_{n+2}]^T$$

$$[P] = [\hat{T}_0 \ P_0 \ P_1 \ \dots \ P_n \ \hat{T}_n]^T$$

여기서, $h_i = (1 - f_i - g_i)$,

$$f_i = (\nabla_i)^2 / (\nabla_{i-1}^2 \nabla_{i-1} \nabla_i^3),$$

$$g_i = (\nabla_{i-1})^2 / (\nabla_{i-1}^2 \nabla_{i-1} \nabla_i^3)$$

위 식에서 $[A]$ 는 Tri-Diagonal 행렬이므로 구하고자 하는 조절점 $[B]$ 는 순쉽게 구해진다.

3. 곡선의 순정(fairing)

수학적으로 곡선의 순정도를 명확하게 정의하기는 어렵지만, 대개 곡선의 곡률 분포가 급격한 변화없이 연속적일 때 그 곡선은 순정(fair 또는 smooth)되었다고 할 수 있다. 따라서 곡선의 순정

(fairing 또는 smoothing)이란 주어진 제한조건을 만족시키는 범위에서 곡선이 연속적인 곡률분포를 갖도록 곡선을 변형시키는 것을 말한다.

3. 1. 곡선의 부적절한 점 제거 및 새로운 점 생성

곡선의 부적절한 점은 먼저 곡률과 다음에서 정의되는 Z_i 값의 그림에서 찾을 수 있다. 특별히 곡률 변화가 심하다거나, 혹은 Z_i 값이 큰 경우가 부적절한 점으로 순정되어야 한다. 부적절한 점을 찾았을 때는 그 점을 제거하고 곡선을 피팅한다. 그리고 나서 곡선과 평면과의 교차 알고리즘을 이용하여 새로운 점을 생성한다. 이 점을 저장하고 3차원 곡선망에서 이 점을 이용한 다른 곡선을 그려봄으로써 새로운 점의 적합성을 판단할 수 있다. 이때 사용된 순정도의 기준은 다음과 같이 정의할 수 있다. 일반적으로 곡선 $r(t)$ 의 곡률 κ 는 다음과 같이 정의된다.⁶⁾

$$\kappa(t) = \frac{|\dot{r}(t) \times \ddot{r}(t)|}{\dot{s}^3} \quad (3)$$

여기서

$$\dot{s} = |\dot{r}(t)| = \sqrt{\dot{r}(t) \cdot \dot{r}(t)} \text{ 이다.}$$

$r(t)$ 가 평면곡선으로서 $r(t) = \{x(t), y(t)\}$ 로 주어질 경우, 곡률은 다음 식으로 나타내어진다.

$$\kappa(t) = \frac{\dot{x}(t)\ddot{y}(t) - \dot{y}(t)\ddot{x}(t)}{[\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2]^{3/2}} \quad (4)$$

한편, 3차 B-spline 곡선에 대한 국소 순정도 (local fairness)의 평가기준으로서 국소 κ' 불연속량 (local κ' -discontinuity) Z_i 를 다음과 같이 정의한다.²⁾

$$Z_i = |\kappa'_+(t_i) - \kappa'_-(t_i)|, \quad i=1, \dots, n-1 \quad (5)$$

여기서 t_i 는 절점벡터의 절점이고, n 는 주어진 곡선의 세그먼트의 갯수이다. 또한 s 를 원호길이라 할 때, $\kappa'_-(t_i)$ 와 $\kappa'_+(t_i)$ 는 절점 t_i 에서 곡률 κ 를 s 에 대해 미분했을 때, 좌측과 우측 미분값이다. 이때 $\kappa'(t_i)$ 는 다음과 같이 구한다.

$$\kappa'(t_i) = d\kappa(t)/ds = \frac{d\kappa(t)}{dt} \frac{dt}{ds} = \frac{\dot{\kappa}(t)}{\dot{s}} \quad (6)$$

$$\dot{\kappa}(t) = \frac{(\dot{r} \times \ddot{r}) \cdot (\dot{r} \times \ddot{r})}{\kappa s^6} - 3\kappa \frac{\dot{r} \cdot \ddot{r}}{\dot{s}^2} \quad (7)$$

또한 곡선 전체의 순정도는 전체 κ' 불연속량으로 표시하는데, 이것은 Z_i 의 합으로 정의한다.

$$\zeta = \sum_{i=1}^{n-1} Z_i \quad (8)$$

따라서 전체 κ' 불연속량을 가장 많이 줄이기 위해서는 Z_i 가 가장 큰 절점에서부터 순정이 이루어져야 한다.⁷⁾

3. 2. 비균일 3차 B-spline 곡선 순정

순정되지 않은 점들을 포함하여 n 개의 좌표 ($Q_i : i=1, 2, \dots, n$)들과 양끝에서의 기울기가 주어졌을 때 미리 지정된 고정점을 지나면서 순정된 좌표 ($P_i : i=1, 2, \dots, n$) 및 기울기를 구하는 과정은 다음과 같다.

주어진 좌표에 스프링을 달았다고 가정하고 곡선을 탄성 빔으로 생각하면 탄성 스트레인 에너지를 다음 식과 같이 구할 수 있다.³⁾

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (P_i - Q_i)^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \beta_i \int_0^1 (P''_i(t))^2 dt \quad (9)$$

여기서, β_i 는 스프링과 탄성 빔의 강성비이다. 적분을 수행하면

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (P_i - Q_i)^2 + \frac{1}{2} [P]^T [FAM] [P] \quad (10)$$

여기서

$$[FAM] = [A^{-1}]^T [FA] [A^{-1}]$$

$$[FA] = (n+2) \times (n+2) \text{ 행렬}$$

이다. 여기서 n_2 개의 좌표 및 기울기를 고정하고 나머지 점 및 기울기를 자유로이 변화시킨다고 가정하면

$$[P] = [P_1 \quad Q_2]^T$$

$$[Q] = [Q_1 \quad Q_2]^T$$

$$[P_1] : n_1 \times 1 \text{ 행렬의 미지 좌표}$$

$$\begin{aligned}
 [Q_1] &: n_1 \times 1 \text{ 행렬로 변환될 점 및 기울기} \\
 [Q_2] &: n_2 \times 1 \text{ 행렬로 고정된 점 및 기울기} \\
 n_1 &= n + 2 - n_2
 \end{aligned}$$

이 되고, 이를 이용하여 위 식의 행렬을 분해하면 다음과 같이 얻어진다.

$$[FAM]_{(n+2) \times (n+2)} = \begin{pmatrix} FAM_{1, n_1 \times n_1} & FAM_{2, n_1 \times n_2} \\ FAM_{3, n_2 \times n_1} & FAM_{4, n_2 \times n_2} \end{pmatrix} \quad (11)$$

식(11)을 식(10)에 대입하여 최소화시키면

$$\frac{\partial U}{\partial P_1} = 0 \quad (12)$$

이 되고, 이로부터 다음의 연립방정식이 얻어진다.

$$[K + FAM_1] [P_1] = [Q_1] - [FAM_2] [Q_2] \quad (13)$$

여기서, K 는 항등 행렬(identity matrix)로서 대응하는 $[P_1]$ 이 기울기일 경우, 즉 기울기를 변수로 한 경우는 0이 된다.⁸⁾

3. 3. 곡선 순정(fairing)

본 연구에서는 곡선을 다음의 두 단계로 순정을 행하였다.

(1단계) 곡선의 순정정도를 확인할 수 있는 자료로 곡률과 Z_i 를 표시하여 크게 순정하여야 할 점을 찾고, 이를 점 제거 방식으로 순정한다.(3.1 방법)

(2단계) 미세하게 움직여야 할 점들을 선택하여 3.2절에서 설명한 방법으로 순정한다.

4. 수선면 곡선의 끝점접선벡터 해법

수선면 곡선은 선수에서 Round로 끝나며, Bottom 근처에서는 반경이 원(Arc)의 특성이 강하고

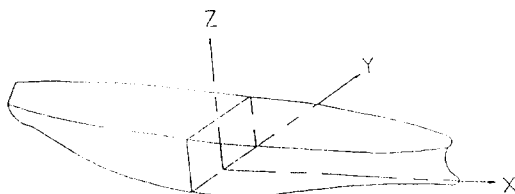


Fig. 2. Coordinate System

LWL기준으로 해서 Deck쪽으로 갈수록 2차원 포물선 형상으로 접근한다. 선미에서도 일부 곡선은 Round로 끝나고 Lines같은 기본 도면에서는 날카롭게 정의되어 있는 부분이라도 실제 선박을 만들 때에는 용접이 가능하도록 끝단에서는 둥근 곡판을 붙이기도 한다.⁹⁾

이와 같은 수선면 곡선의 고유 특성에 의해, 곡선 양 끝의 접선벡터는 곡률의 변화가 심한 선수미 양끝에서 중요한 인자로서, 접선벡터의 방향과 크기를 세심하게 고려해야 한다. 실제적으로 구상선수(Bulbous Bow)와 같이 수선의 끝부분이 X축에 수직으로 들어가야 할 경우 접선벡터의 크기가 너무 크게되면 생성된 곡선이 원하지 않은 변곡점(hollow hump point)을 가지게 되며, 반면 접선벡터의 크기가 너무 작을 경우는 구상선수부의 폭이 작아지게 된다. 이처럼 곡선 양 끝 접선벡터의 크기가 선수미부의 곡면화에 매우 큰 영향을 미치고 있다.¹⁾

본 연구에서는 끝점 처리에 대한 방안으로 다음과 같은 방법을 제안하였다.¹⁰⁾

방법 1) 끝점의 접선벡터의 크기를 데이터 좌표간격의 1/3배로 한다. 이것을 기준으로 한다.(Fig. 3)

방법 2) 끝점 다음의 두 점을 직선으로 이어 끝점에서 세운 선과의 교점을 찾아 이 점에 접선벡터의 영향을 나타내는 조절점이 생기도록 한다.(Fig. 4)

방법 3) 끝점 다음의 세 점을 2차 포물선으로 피팅하여 끝점 바로 다음 점에서 그 기울기를 구하여, 그 기울기로 계속 연장된다고 가정하여 앞에서와 같이 끝점에서의 수직선의 교점을 찾는다. 역시 이 점에 조절점이 놓이도록 한다.(Fig. 5)

방법 4) 양 끝점을 제외하여 곡선을 피팅하되 그 곡선의 양끝에서는 곡률이 0이 되도록 한다. 이 곡선의 양끝 직선(parametric 값으로 0.01)에서 기

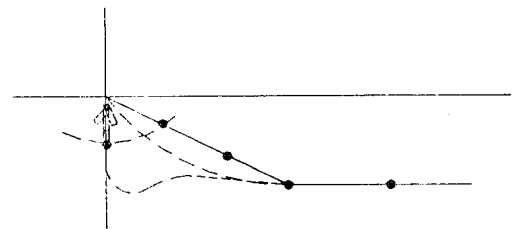


Fig. 3. Definition of Magnitude End Tangent Vector

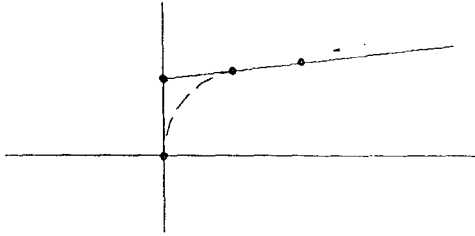


Fig. 4. Definition of End Control Vertex by the Straightline Method

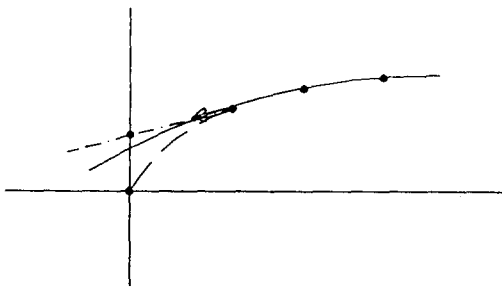


Fig. 5. Definition of End Control Vertex by the Quadratic Parabola Method

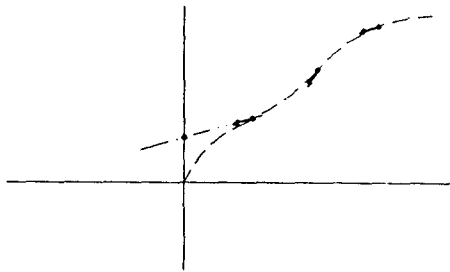


Fig. 6. Definition of End Control Vertex by the Free End Curve Fitting Method

울기를 구하여 이 기울기로 계속 연장한다고 가정하여 조절점을 구한다.(Fig. 6)

이 네 가지 End Condition으로 그림을 그린 뒤 주위의 그림 형태와 비교하여 최종 선택한다.

5. 실선적용

좌표계는 선체의 중앙부 바닥을 기준 좌표점으로 하고, 선수방향을 +X, 좌현을 +Y, 그리고 수직방향을 +Z로 정의하였다(Fig. 2). Fig. 7은 선미의 형상을 Isoparametric으로 나타낸 것으로, 순

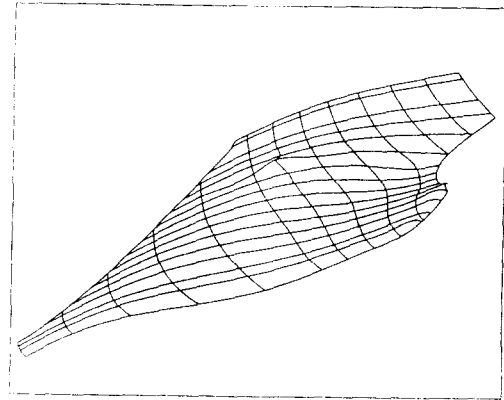


Fig. 7. Isometric View of Ship Hull

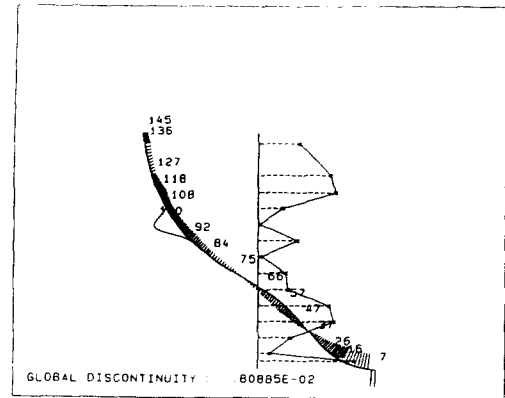


Fig. 8. Results of Curve Fairing and Curvature Plot (Omitting & Insert Method)

정작업 내용을 명확하게 보이기 위해 좌표값에 오차를 포함시킨 그림이다. Fig.8은 순정하고자 하는 곡선에서 순정되어야 할 나쁜 점을 설계자의 의도에 따라 제거, 피팅하고 곡면간 교차를 이용하여 교점을 다시 찾은 결과이다. 가운데의 직선 그림은 Z값을 나타낸다. Fig. 9는 3.3절의 두번째 순정단계를 적용시킨 결과를 나타낸 그림이다. Fig. 10(a)는 방법(1)에 따라 처리된 끝점 벡터의 크기를 가질 때의 결과이고, Fig. 10(b)는 본 연구에서 제안한 세 가지 방법들을 적용하여 대화식으로 곡선 끝단을 처리한 그림이다. 최적의 순정상태를 얻기 위해서는 4절에서 제안한 방법들 중 곡선 하나만으로는 어느 것이 더 순정상태가 훌륭하다고 말할 수 없다. 따라서 선박 선미부분의 순정상태를

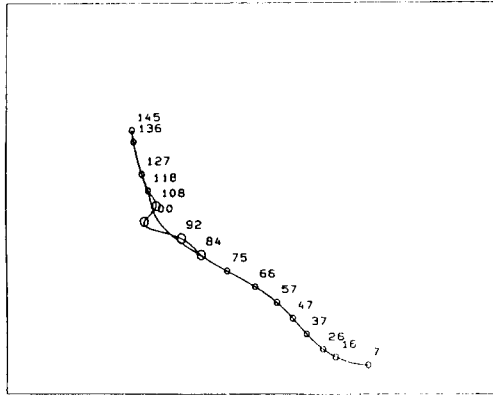


Fig. 9. Results of Curve Fairing(Energy Method)

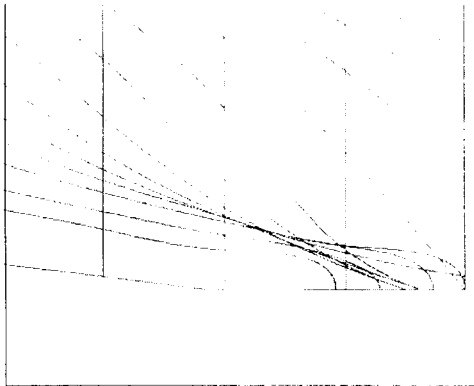


Fig. 10(a). Default Magnitude of End Tangent Vector

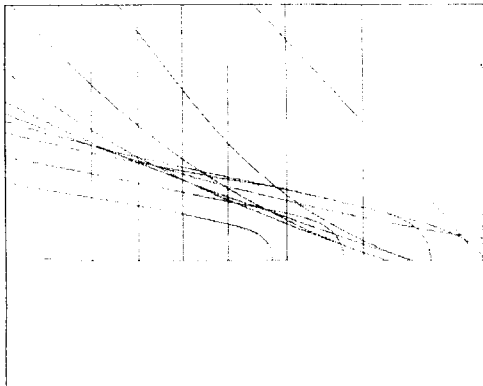


Fig. 10(b). After Finding a Proper Magnitude of End Tangent Vector

개선시키기 위해서는 선택된 수선의 주위 수선 모양과 비교해 전체적인 수선 모양의 급격한 변화없

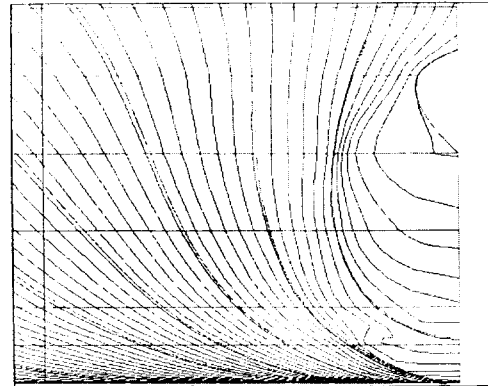


Fig. 11(a). Before Fairing of Stern

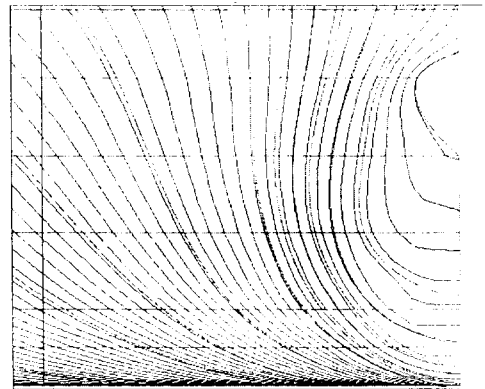


Fig. 11(b). After Fairing of Stern

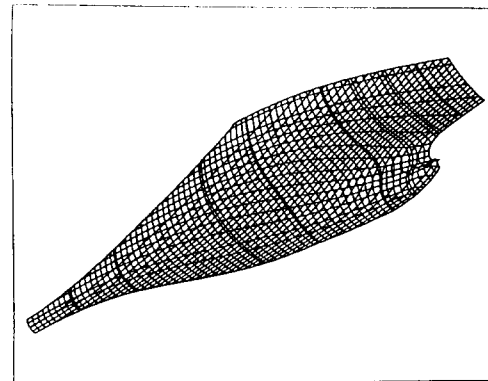


Fig. 12. Intersection Curve Representation of Final Results

이 수선의 성향을 유지하도록 설계자가 대화식으로 순정을 행해야 한다. Fig. 11은 선택된 수선 주위의 그림 형태와 비교하여 본 연구의 끝점 처리 적용 해법을 실행시킨 순정된 선미부를 곡면처리

를 하여 표현한 그림이다.

Fig. 12는 본 연구에서 제안한 두 단계의 순정 과정을 적용시킨 선박의 선미부를 Isoparametric 하게 나타낸 그림이다. Fig. 7과 비교해 보면 순정 상태가 개선되었음을 확인할 수 있다.

6. 결 론

1. 본 연구에서는, 곡면의 품질은 곡면모델링의 자료로 주어지는 곡선망의 경계곡선 상태에 따라 크게 달라짐을 고려하여 곡선을 순정하는 알고리즘을 찾고자 하였다. 이에 따라 다음과 같은 방안이 제시되었다.

(1) 곡선의 순정 정도를 확인할 수 있는 자료로 곡률과 곡률미분의 차이를 표시하여 크게 순정하여야 할 점을 찾고, 이를 점 제거 방식으로 순정한다.

(2) 미세하게 움직여야 할 점들을 선택하여 비균일 3차 B-spline 곡선 순정에서 설명한 방법으로 순정한다.

2. 곡선의 순정 과정에서 끝점의 접선벡터의 크기가 매우 중요하므로 이를 개선하고자 수선면 곡선의 끝점 처리 해법을 제안하였다.

3. Station line을 적절히 추가하면 좀 더 좋은 결과를 얻을 수 있었으며, 이 경우 끝점 처리의 각 방법의 차이는 크게 나타나지 않았다.

4. 선수미부의 End condition에 대해 본 연구의 해법을 적용시키기 이전의 곡선망 형상을 곡면화로 처리한 결과와, 본 연구에서 제안한 방법을 적용시킨 이후의 곡면화와 비교 검토한 결과, 본 연

구의 해법을 적용시켜 순정을 행한 결과가 만족할 만한 순정 결과를 얻을 수 있었다. 그러나, 만족할 만한 순정 결과를 얻기 위해서는 대화식 순정 작업이 필요하다.

참고문헌

- 1) 박지선(1994) : 선체의 곡면화에 대한 연구, 부산수산대학교 석사학위논문.
- 2) Sapidis N. and Farin G.(1990) : Automatic Fairing Algorithm for B-spline Curves, CAD, 22(2), 121 - 129.
- 3) Rong, H., Chen, G. and Zhang, W.(1991) : Nonuniform B-spline Mesh Fairing Method, ICCAS91, 261 - 272.
- 4) David F. Rogers and J. Alan Adams(1990) : Mathematical Elements for Computer Graphics, 2nd Edition.
- 5) 최병규(1991) : Surface Modeling for CAD/CAM, Elsevier Amsterdam.
- 6) Farin G. and Sapidis N.(1989) : Curvature and the Fairness of Curves and Surfaces, IEEE Computer Graphics and Applications, 52 - 57.
- 7) 이상찬(1992) : 자동차 외형설계를 위한 CAD 시스템의 개발, 서울대학교 박사학위논문
- 8) 김동준, 윤태경(1994) : 선형의 순정 기법에 관한 기초 연구, 대한조선학회지, 31(2), 15 - 21.
- 9) 우일국 등(1994) : 상용 CAD 시스템을 이용한 선형정의, 대우조선공업주식회사 기술연구소.
- 10) 정수원(1995) : 선박 수선의 순정에 관한 연구, 부산수산대학교 석사학위논문.