

$k-l$ 난류모델을 이용한 온배수 수치해석 A Numerical Analysis of Thermal Discharge using $k-l$ Turbulence Closure

최 흥 식*
Choi, Hung Sik

Abstract

To evaluate the usage of $k-l$ turbulence closure for the analysis of thermal discharge behavior, a two-dimensional depth-integrated numerical model is developed. The developed model is applied to a steady flow in an open channel with simple geometry and the numerical results agree well with existing experimental data. The adequate simulation of recirculation, reattachment, and excess temperature rise at downstream of the outlet in the channel attributes to the correct calculation of turbulent eddy viscosity and diffusivity by $k-l$ turbulence model. For an accurate prediction of thermal discharge behavior, the introduction of buoyancy production term, the modification of source/sink, and the correct input of turbulence constants of the $k-l$ turbulence model are required.

요 지

온배수의 거동해석에 $k-l$ 난류모델의 사용성 평가를 위해 수심적분 2차원 수치모형을 개발하였다. 개발된 모형은 간단한 단면을 갖는 개수로 정상류의 경우에 적용하였으며, 기존의 실험결과와 비교적 잘 일치하였다. 온수의 재순환, 재부착 및 초과온도 상승분포의 적절한 모의해석은 $k-l$ 난류모델에 의한 적절한 난류 점성 및 확산계수의 산정때문이라 생각된다. 예측의 정확성을 위하여 부력생성항의 도입, Source/Sink 항의 수정 및 그에 따른 적절한 난류 상수의 규명이 필요하다.

1. 서 론

원자력, 화력발전소 및 임해공업시설로부터 방출되는 냉각용 온수는 하천 또는 연안일대의 수계환

경에 전반적인 수중온도의 상승과 가동 중단시 갑작스러운 수온 저하 등의 열균형 파괴를 가져온다. 따라서 여러가지 형태의 주위수에 영향을 받는 온배수의 이동 및 확산에 대한 정성, 정량적 예측을 위한 수치모델의 개발은 환경관리 및 생태계 보전

* 상지대학교 이공과대학 토목공학과 조교수

측면에서 매우 중요하다. 중화학 공업국을 지향하는 우리나라에서도 1980년대부터 온배수가 환경에 미치는 영향에 대한 관심이 고조되기 시작함에 따라 수치모형 연구와 더불어 수리모형실험 및 생태계조사 등이 부분적으로 시도되고 있다. 국내에서는 최홍식과 이길성(1990), Choi와 Lee(1992), Ro 등(1992), 최홍식 등(1993), 이남주 등(1994), 정태성과 이길성(1994)에 의한 수치모형 연구가 꾸준히 지속되고 있다. 온배수 확산모형은 배출구로부터 확산양상에 따라 근해역, 천이해역, 원해역 모형으로 구분되며, 근해역 모형은 해석방법에 따라 물리적 실험모형, 적분모형, 수치모형으로 구분된다. 근해역 수치모형은 온배수의 흐름 및 온도특성을 나타내는 연속방정식, Reynolds 방정식, 질량/열 수송방정식에 난류특성을 해석할 수 있는 수식을 도입하여 유한차분법 또는 유한요소법 등의 수치기법을 이용하여 해석한다. 최근 컴퓨터의 발달과 더불어 기존의 적분 및 수치모형의 한계를 극복할 수 있는 난류해석모형의 개발 및 활용이 두드러지고 있으며, 전해역(Complete field)모형의 개발이 시도되고 있다.

일반적으로 난류모형은 Reynolds 응력항의 해석 시 사용하는 수송방정식의 개수에 따라 0-, 1-, 2-, 4-방정식 모델, Stress/Flux, 대수응력(Algebraic stress)모델 등으로 구분된다. 그중 2-방정식 난류모형은 $k-\epsilon$, $k-l$, $k-\omega$ 등이 있으며, 이것들 중 $k-\epsilon$ 난류모형이 가장 보편적으로 사용되고 있다. 이남주 등(1994)은 수심적분 2차원 온배수 난류모형의 비교 연구에서 $k-\epsilon$ 난류모형의 도입과 열적 난류구조를 보다 잘 표현하기 위해 온도장에서 열에너지의 전달 및 감쇠를 나타내는 $\overline{T^2}$ 및 이의 감쇠율 ϵ_T 의 전달방정식을 $k-\epsilon$ 난류모형에 추가한 4-방정식 난류모형을 도입한 온배수 수치모형을 제시하였다.

온배수의 해석은 엄밀하게 3차원적 해석이어야 하나, 온수 방출수역이 대부분 천해임을 감안할 때 경제성을 고려한 수심적분 2차원 모형이 실용적일 수 있다. 본 연구에는 정상성 가로흐름 수역으로 방출되는 2차원 온배수의 해석으로, 이에 대한 지배방정식을 구성하였고 난류점성 및 열확산 계수 결정에 앞서의 난류모형을 사용함과는 달리 $k-l$ 난

류모형에 대한 온배수 해석에의 사용성을 기존의 수치모형 및 실험결과와의 비교를 통해 규명하고자 한다.

2. 수심적분 수치모형

2.1 지배방정식

수심적분된 흐름방정식, 온도전달방정식, 해수의 상태방정식은 다음과 같다(최홍식 등, 1993).

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right] - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{h} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_t \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_t \frac{\partial v}{\partial y} \right] - \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{h} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \phi)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\Gamma_t \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_t \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] \quad (4)$$

$$\rho = (999.84 + 16.59T - 7.99 \times 10^{-3}T^2 - 46.17 \times 10^{-6}T^3 + 105.56 \times 10^{-9}T^4 - 280.54 \times 10^{-12}T^5) / (1 + 16.88 \times 10^{-3}T) \quad (5)$$

여기서 u , v 는 x - 및 y -방향의 시간평균유속이고, ρ 는 유체의 밀도(kg/m^3), ϕ 는 스칼라량으로 수온 $T(^{\circ}\text{C})$, p 는 압력, h 는 수심, τ_{bx} , τ_{by} 는 저면 마찰 응력이다. μ_t 는 난류 점성계수로 난류운동에너지(k)와 난류 특성길이(l)에 의해 다음과 같이 결정된다.

$$\mu_t = \rho C_k k^{1/2} l \quad (6)$$

운동량 방정식에서의 압력경사는 정수압조건을 사

용하였고, McGuirk과 Rodi(1978)의 “Rigid-lid approximation”을 이용하면 연속 및 운동량 방정식의 수심변화항은 생략 가능하다. 바닥마찰에 의한 전단응력은 다음과 같다.

$$\tau_{bx} = \rho C_f \mu (u^2 + v^2)^{1/2} \quad (7)$$

$$\tau_{by} = \rho C_f \mu (u^2 + v^2)^{1/2} \quad (8)$$

여기서 C_f 는 마찰계수로 매끄러운 하도에 대한 값인 0.003을 사용하였다. 열 난류확산계수는 $\Gamma_t = \mu/\sigma_t$ 이고, σ_t 는 난류 Prandtl 수로 0.9-1.0 사이의 값이다.

2.2 $k-l$ 난류모델

2-방정식 난류모형의 형태로 난류운동에너지, k 와 특성길이, l 의 전달방정식을 가진 난류모델로 흐름장 해석에서 난류확산과 전단흐름의 전단확산을 합성한 최종 확산계수 산정(유동훈과 김창식, 1994)과 개수로에서 수심방향의 수리특성 해석(Blumberg 등, 1992)에 사용되었다. Rotta의 $k-l$ 난류모델을 수심적분한 k 및 2점 상관(2-point correlation) 함수에 의한 l 의 평형방정식은 다음과 같다(Vollmers와 Rotta, 1977; Stuten과 Peters, 1986).

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho uk)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vk)}{\partial y} \\ &= \frac{K_g}{C_l} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_l \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_l \frac{\partial k}{\partial y} \right] \right\} \\ &+ \mu_l \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] - C_\rho \frac{k^{3/2}}{l} + P_k \quad (9) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(\rho ukl)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vkl)}{\partial y}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{K_g}{C_l} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_l \left(l \frac{\partial k}{\partial x} + \alpha_l k \frac{\partial l}{\partial x} \right) \right] \right. \\ &+ \left. \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_l \left(l \frac{\partial k}{\partial y} + \alpha_l k \frac{\partial l}{\partial y} \right) \right] \right\} + P - CC_\rho k^{3/2} \quad (10) \end{aligned}$$

식 (9) 및 (10)의 우변에서 첫째항은 확산항이고, 둘째항은 생성항, 세째항은 감쇠항이다. 식 (10)에서 P 는 경계층 근사(Boundary-layer approximation)로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P &= \frac{\partial v}{\partial x} \left[\mu_l \left(\zeta_l \frac{\partial u}{\partial y} + \zeta_2 l^3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_l \frac{\partial u}{\partial y} \right) \zeta_2 l^3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (11) \end{aligned}$$

바닥조도에 의한 유속경사와 연직방향 유속성분 불균일성에 의한 난류운동에너지 생성항은 다음과 같다(Rastogi와 Rodi, 1978).

$$P_w = C_{\rho w} u_*^3 / h \quad (12)$$

$$u_* = [C_f (u^2 + v^2)]^{1/2} \quad (13)$$

$$C_f = C_f^{-0.5} \quad (14)$$

난류모델에서의 난류상수는 Table 1에서와 같다.

2.3 초기 및 경계조건

본 연구의 적용대상 수로 및 경계조건은 Fig. 1에서와 같다. 상류측(하첨자 r) 및 방출구(하첨자 d)에서 k 및 l 은 다음과 같다(Gosman과 Ideriah, 1983).

$$k_r = 0.03 u_*^2 \quad (15)$$

Table 1. Empirical Constants in Turbulence Model

$C = C_l^3$	C_l	$C_D = C_\mu / C_l$	K_g	K_g	α_l	ζ	ζ_2	ζ_3
0.165	0.8	0.164	0.8	0.8	0.387	0.98	1.20	-1.50

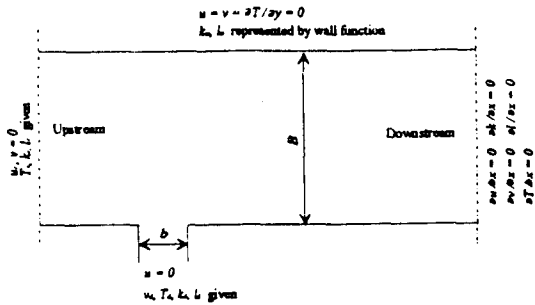


Fig. 1. Channel Layout and Associated Boundary Conditions

$$\epsilon_r = 2k_r^{3/2} / (0.005H_r) \quad (16)$$

$$l_r = C_D k_r^{3/2} / \epsilon_r \quad (17)$$

$$k_d = 0.03u_d^2 \quad (18)$$

$$\epsilon_d = 2k_d^{3/2} / (0.005H_d) \quad (19)$$

$$l_d = C_D k_d^{3/2} / \epsilon_d \quad (20)$$

여기서 H_r 및 H_d 는 흐름 양상에 의한 특성길이로 본 연구에서는 수심으로 사용하였다. 측면경계에서는 무활(No-slip)조건과 단열(Adiabatic)조건을 사용한다. 폐경계의 벽면 근처에서는 유속의 대수 분포식과 난류국소평형의 벽면함수를 사용한다(이 납주 등, 1994).

3. 수치해석

3.1 일반 차분식

Fig. 2는 Staggered 된 유한차분 격자에서 u , v , p , T , k , l 의 정의와 P 점을 중심으로 E, W,

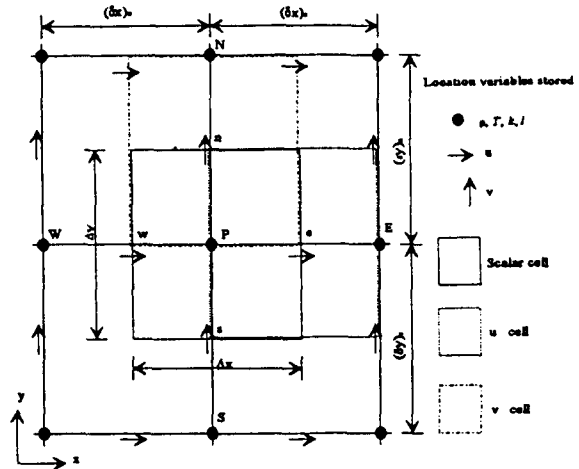


Fig. 2. Staggered Finite-Difference Grid System

N, S 에서의 벡터량 u , v 와 스칼라 량에 대한 검사체적(Control volume)이다. 이송 확산항은 중앙차분기법과 Upwind 기법을 결합한 Hybrid 기법을 사용하였다. 지배방정식은 Gosman과 Ideriah(1983)의 타원형 흐름해석과 Patankar와 Spalding(1972)의 포물형 방정식 해석시 사용한 압력-속도 수정방법을 이용하여 압력장의 수정된 값이 연속 및 운동량 방정식의 불만족에 기인된 Mass source 합이 총 Mass flow의 0.5% 이하일 때까지 반복 실시(Guess-and-correct)한다. 이때 해의 수렴성 제고를 위해 추정된 종속변수에 대한 Under-relaxation 계수를 도입하였다. 해석은 앞서의 차분식이 삼중 대각행렬로 구성됨에 TDMA(Tri-Diagonal Matrix Algorithm)를 이용한 Line-by-line 반복계산을 한다. 이와 같은 해석방법은 SIMPLE(Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations)로 잘 알려져 있다(Patankar, 1980; 최홍식 등, 1993).

3.2 모형의 구성 및 해석방법

본 연구에서는 가로흐름의 존재와 측벽 및 바닥의 지형성을 고려한 수직적분 2차원 은배수 이동

및 확산에 대한 연구로 Fig. 1 에서와 같은 개수로에 대해 수치실험 하였다. 계산격자는 y방향에 대해서는 격자간 거리가 0.0305 m 인 22개의 등격자($B=0.61$ m)를 사용하였고, x 방향에 대해서는 4 m 길이의 수로에 35 및 47개의 가변격자(온배수 방출구에서 세밀하고, 상 하류로 갈수록 조밀한 격자 배치)를 구성하여 35(47)×22의 2차원 해석을 하였다. 방출구 및 수로의 수심은 0.051 m, 방출구 폭 b는 0.0064 에서 0.064 인 경우에 대해 수치실험하였다.

4. 모형의 검증 및 적용

본 연구는 Mikhail 등(1975)의 실험장치 제원에서 수행한 실험결과와 McGuirk과 Rodi(1978)가 수치실험 검증자료로 수행한 1969년 Carter의 실험조건 및 Yu와 Zhang(1989)의 수치실험자료를 종합하여 구성한 Table 2의 자료를 이용하였

다. 표에서 F_d 는 Densimetric Froude 수로 다음과 같다.

$$F_d = v_d / [gh(\rho_r - \rho_d) / \rho_r]^{1/2} \quad (21)$$

4.1 제트의 진행

Fig. 3은 Test run #4 및 #5에 대한 개수로 횡단면상의 최대 초과온도에 의한 제트 중심선의 궤적을 방출구 폭 b에 대한 무차원 거리로 나타낸 것이다. 일반적으로 무한 정지수역으로 온수 방출시는 최대 초과온도 및 유속을 따르는 궤적은 일치하나, 가로흐름이 존재할 경우는 최대 유속에 따른 궤적이 최대 초과온도를 따르는 궤적보다 방출구의 상방향으로 크게 나타난다. 그림에서 보듯이 그 해석결과는 방출구 근처($x/b < 10$), 즉 Core 영역에서는 실험결과와 비교적 잘 일치한다. 그 이후 제트 포획연행(Entrainment) 및 안정화 영역에서는

Table 2. Test Run Conditions for Model Verification and Simulation

Run #	u_r (m/s)	v_d (m/s)	$R(v_d/u_r)$	T_d (°C)	T_r (°C)	F_d	b(m)	Remarks
1	0.10	0.201	2.01	30.0	20.0	5.64	0.0064-0.064	Yu & Zhang
2	0.10	0.493	4.93	30.0	20.0	13.84	0.0064-0.064	Yu & Zhang
3	0.10	0.980	9.80	30.0	20.0	27.51	0.0064-0.064	Yu & Zhang
4	0.05	0.490	9.80	29.6	20.0	14.18	0.0064	Carter's
5	0.05	0.2465	4.93	29.6	20.0	7.10	0.0254	Carter's

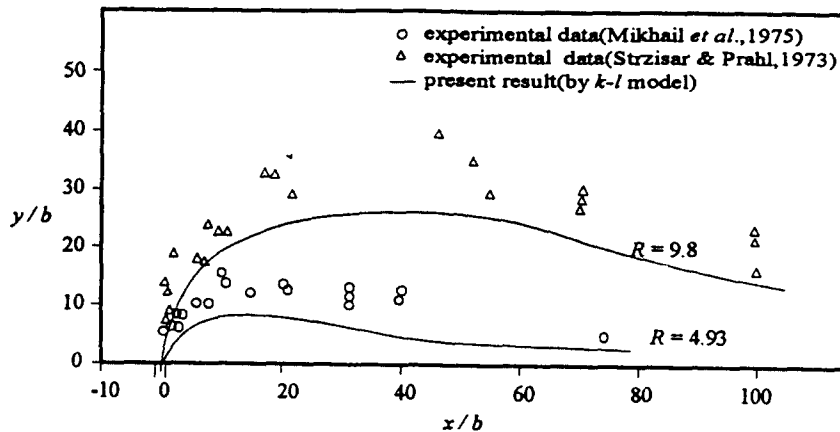


Fig. 3. Center-Line Trajectory

실험결과와 다소 상이하나, 그 경향은 잘 일치함을 보여 준다. 실험결과와 다소 상이함은 Carter의 실험자료가 시간적분된 온도를 제공하지 못함과, 2차원적 수치실험의 제한성인 제트 저면의 포획연행 및 성층화 현상의 재현이 어려움에 있다. 아울러 수치실험 결과는 수직평균한 온도분포이므로 실측한 온도와는 다를 것으로 기대된다. 특히 유속비가 작은 실험에서는 F_d 가 작은 값을 가짐에 따라 부력에 의한 작은 압력경사에 의해 그 차이가 큰 것으

로 미루어 이를 잘 설명해 주고 있다. 따라서 이 같은 견지에서 본 연구에 의한 $k-l$ 난류모델에 의한 온배수 해석은 실험결과와 비교적 잘 일치한다고 판단된다.

4.2 온수의 재순환

온수의 재순환에 대한 물리적 특성은 운동량 플럭스비는 다음과 같다(Mikhail 등, 1975).

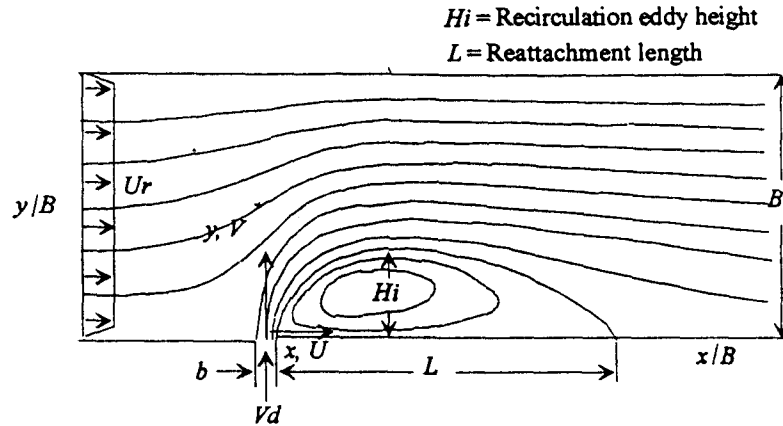


Fig. 4. Flow Configuration and Streamline Pattern

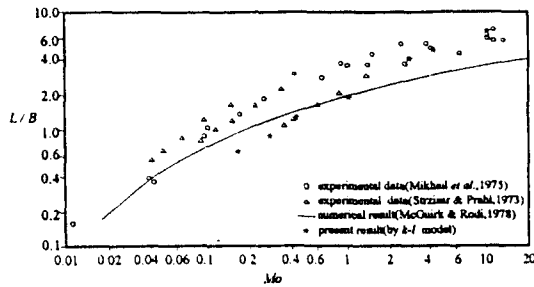


Fig. 5. Reattachment Length

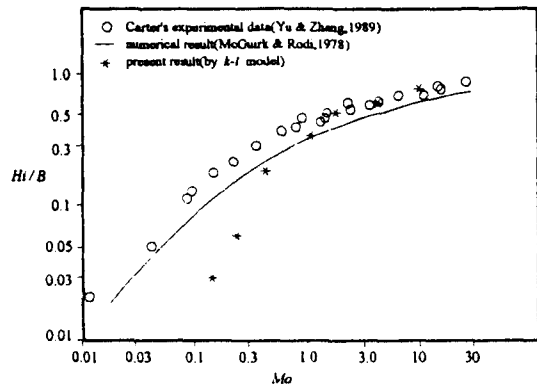
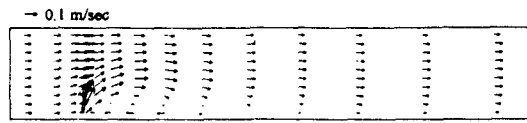
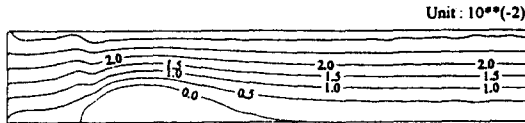


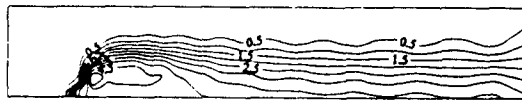
Fig. 6. Recirculation Eddy Height



(a) Flow Pattern



(b) Streamline Pattern

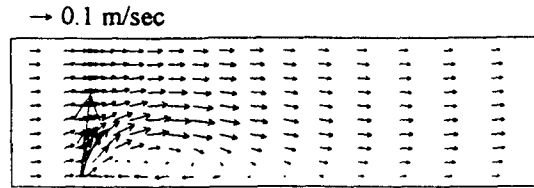


(c) Excess Temperature Field

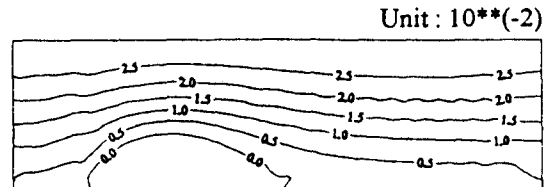
Fig. 7. Result of $k-l$ Turbulence Model (Run #5)

$$M_o = (v_d/u_r)^2 (b/B) \quad (22)$$

온수 재부착거리(Reattachment length, L) 및 재순환 높이(Recirculation eddy height, H)의 정의는 Fig. 4에서와 같다. Fig. 5는 M_o 에 대한 L/B 의 관계로 M_o 가 클때는 실험결과와 잘 일치하고, 작을시는 다소 상이하나, 그 상대적 크기는 크지 않고 계측의 정밀도 및 분석각도에 따라서 민감하게 변화할 것으로 추측된다. 또한 Mikhail 등(1975)의 실험 및 McGuirk과 Rodi(1978)의 수치실험에서 작은 M_o 에서 이 값의 측정이 정확치 못한 점을 언급한바 있고, 본 분석에서 유함수(Stream function, Ψ) 계산시 각 격자점에서의 서로다른 밀도의 미고려와 그 계산간격을 다소 크게 하여 분석함에 그 원인이 있을 것이다. Fig. 6은 M_o 에 대한 H/B 의 관계로 재순환 높이는 작은 M_o 에 대한 계산결과는 실험값과 상이하다. 실험결과와의 다소 상이함은 앞서 언급한 내용과 같다.



(a) Flow Pattern



(b) Streamline Pattern



(c) Excess Temperature Field

Fig. 8. Result of $k-l$ Turbulence Model (Run #4)

따라서, 재순환거리 및 높이는 M_o 값이 클때는 McGuirk과 Rodi(1978)의 실험결과보다 크게 나타나고 있어 운동량 플럭스가 클수록 $k-l$ 난류모델의 사용이 보다 효과적임을 나타내고 있다.

4.3 흐름양상 및 초과온도 확산

Fig. 7 및 8은 Carter의 실험결과에 부합시키기 위한 Test run #4 및 #5의 결과로서 수치모델의 검증차원에서 시뮬레이션 하였다. 두 수치실험조건은 운동량 플럭스비, M_o 를 같게하고, R 을 달리하게 하기 위해서 Test run #4에서의 방출구 폭 b 를 작게 하였다. Test run #1에서 #3까지의 결과에서 운동량 플럭스비의 크기에 따라서 방출구 벽면 하류부의 온수 재순환 양상이 크게 달리함을 볼 수 있다. 온배수의 재순환 양상은 유속 분포 및 초과온도 분포 양상과 더불어 분석하여야 하며, 유함수에 의한 유선의 분포를 통해 예측이 가능하다.

$$\partial\Psi/\partial y = \rho u \quad (23)$$

$$\partial\Psi/\partial x = -\rho v \quad (24)$$

Fig. 7 및 8의 (b)에서 등유함수 분포는 방출구 하류부의 유함수 값을 기준으로한 상대적인 값으로 방출구 벽면 하류부에 뚜렷한 온수의 재순환 양상을 보여주며 M_0 가 같기에 그 양상이 유사하나, 다소 상이함은 방출유속이 Test run #4가 약 2배 정도 큰 값이기에 방출구 하류에서 생기는 강한 재순환으로 압력이 저하되면서 부력에 의한 하류부 확장을 저지하게 되어 상류측으로 휘게 된다. 이는 유함수 값이 재순환 영역에서 달리함으로 미루어 짐작이 되며, M_0 와 같이 R의 값이 부착거리, L에 또다른 변수로 작용함을 시사해 준다.

초과온도의 확산은 취·배수구 설계, 주변 생태계 및 환경관리 측면에서 매우 중요하다. 이는 주로 운동량에 의한 이송 및 확산, 포획연행, 중력확장 등에 의해서 지배된다. 수심적분 2차원 모형은 성층화, 제트저면 포획연행, 부력에 의한 횡방향 확장을 고려하기 어렵다. 본 연구에서의 $k-l$ 난류모형을 사용한 온배수 해석은 Fig. 3의 검증결과에서 보듯이 다소 차이는 있으나, 앞서 언급한 검증자료 및 모형의 제한성을 감안하면 실용성이 있다 사료된다. Fig. 7 및 8의 (c)는 초과온도 확산분포로 부력에 의한 중력확장을 고려하기는 다소 어려우나, 운동량에 의한 이송 및 확산이 잘 나타나고 있다. Test run #4의 경우는 R의 값은 크지만, 방출구 폭이 작아서 온수의 확산범위가 개수로 전단면에 걸쳐 분포하지 않고 가로흐름에 지배적인 영향으로 하류로 확장된다. 아울러 R의 값이 클에 따라 제트 방출구 하류부에 현저한 온수의 재순환 양상을 보여준다. 또한 초과온도의 상승폭이 작은 것은 작은운동량 플럭스비와 큰 밀도 Froude 수에 기인된다.

5. 결 론

$k-l$ 난류모형을 이용한 수심적분 2차원 표면온배수 수치모형을 개발하여 정상성 가로흐름과 지형

이 간단히 재현된 개수로 모형에 적용하였다. 개발된 수치모형의 수치실험결과는 수리모형 실험결과와 비교적 잘 일치하였다. 2차원적인 접근에 의해서 제트 저면에서의 포획연행, 성층화, 부력에 기인된 횡방향 중력확장 등을 고려 하기는 다소 어려우나, $k-l$ 난류모형에 의한 난류점성 및 확산계수의 산정은 온수의 재순환 및 초과 온도상승 분포를 적절하게 모의 할 수 있어 본 연구에 의해 개발된 모형의 사용성을 제고시켰다. 추후연구로 비정상류를 해석할 수 있도록 모형을 수정하고, 실제 지형 및 흐름조건에 적용할 수 있는 모형으로 구성하여야 한다. 또한 $k-l$ 난류모형에 부력 생성항의 첨가와 Source/Sink 항의 수정과 그에 따른 적절한 난류상수의 규명이 수행되어야 한다.

사 사

본 연구는 1994년도 한국과학재단 특정연구(과제번호:94-0600-06-02-3)의 일부결과이며 연구비 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 유동훈, 김창식 (1994). “ $k-l$ 난류모형을 이용한 연안류 수치해석.” 한국해양·해양공학회지, 제6권, 제3호, pp. 234-244.
- 이남주, 최홍식, 이길성 (1994). “가로흐름 수역으로 방출되는 2차원 표면온배수 수치모형 비교연구.” 한국해양·해양공학회지, 제6권, 제1호, pp. 40-50.
- 정태성, 이길성 (1994). “연안 해수유동 및 온배수 확산에 관한 3차원 수치모형.” 한국해양·해양공학회지, 제6권, 제3호, pp. 245-259.
- 최홍식, 이길성 (1990). “표면온배수 수치모형: 제트 적분모형의 비교평가.” 한국수문학회지, 제23권, 제4호, pp. 487-497.
- 최홍식, 정경태, 소재귀, 이길성 (1993). “가로흐름 수역으로 방출되는 2차원 표면 온배수 난류모형.” 한국해양·해양공학회지, 제5권, 제2호, pp. 91-98.
- Blumberg, A.F., Galperin, B., and O'Connor, D.J. (1992). “Modeling vertical structure of open

- channel flow." *J. of Hyd. Eng.*, ASCE, Vol. 118, No. 8, pp. 1119-1134.
- Choi, H.S., and Lee, K.S. (1992). "Turbulence models for the surface discharge of heated water." *Korean J. Hydrosiences*, KAHS, Vol. 3, pp. 61-79.
- Gosman, A.D., and Ideriah, F.J.K. (1983). *TEACH-2E: A general computer program for 2-dimensional, turbulent, recirculating flows*. Dept. of Mech. Eng., Imperial College, London, 1976, Revised by Arnal, M.P., Dept. of Mech. Eng., Univ. of California, Berkeley.
- McGuirk, J.J., and Rodi, W. (1978). "A depth-averaged mathematical model for the near field of side discharge into open-channel flow." *J. Fluid Mech.*, Vol. 86, Part 4, pp. 761-781.
- Mikhail, R., Chu, V.H., and Savage, S.B. (1975). "The reattachment of a two-dimensional turbulent jet in a confined crossflow." *Proc. 16th IAHR Cong.*, São Paulo, Brazil, Vol. 3, pp. 414-419.
- Patankar, S.V. (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*, McGraw-Hill.
- Patankar, S.V., and Spalding, D.B. (1972). "A calculation procedure for heat, mass, and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows." *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 1787-1806.
- Rastogi, A.K., and Rodi, W. (1978). "Prediction of heat and mass transfer in open channels." *J. Hydraulics Div.*, ASCE, Vol. 104, No. HY3, pp. 397-420.
- Ro, Y.J., Kim, T.I., Sung, H.K., and Lee, S.W. (1992). "3-D modelling of heat discharge from Ul-Jin power plant into coastal waters of Korea East Sea." *Estuarine and coastal modeling, Proc. of the 2nd International Conference*, ASCE, New York.
- Stuttgen, W., and Peters, N. (1986). "Stability of similarity solutions by two-equation models of turbulence." *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 6, pp. 824-830.
- Vollmers, H., and Rotta, J.C. (1977). "Similar solutions of the mean velocity, turbulent energy and length scale equation." *AIAA Journal*, Vol. 15, No. 5, pp. 714-720.
- Yu, L.R., and Zhang, S.N. (1989). "A new depth-averaged two-equation (k-w) turbulent closure model." *Refined flow modelling and turbulence measurements*, Universal Academy, Inc.

〈접수: 1995년 11월 23일〉