

# 降雨-流出模型을 이용한 實時間 洪水豫測: II. 流域의 適用

## Real-Time Flood Forecasting Using Rainfall-Runoff Model: II. Application

정 동 국\*  
Jeong, Dong Kug

.....

### Abstract

The proposed flood forecasting system combines a flood routing model with a parameter estimation model. In the parameter estimation model system states and parameters are treated with the extended state-space formulation. The extended Kalman filter is adopted to estimate the states and parameters. A sensitivity analysis is used to investigate the relative significance of the parameters. Insensitive parameters are treated as constants and parameters that are mutually correlated are combined in a simplified form. The developed estimation methodology is applied to dam sites of the multi-purpose reservoirs in Korea. The forecasted hydrographs from the extended Kalman filter satisfactorily coincide with the observed. From the time sequence plots of estimated parameters, it is found that the storage coefficient is almost constant, but exponent varies appreciably in time.

.....

### 요 지

비선형 계열저수지모형을 적용한 홍수추적모형을 변수추정모형과 결합하여 확대 상태-공간 모형으로 구성하고, Extended Kalman Filter를 이용하여 상태 및 변수를 동시 추정하도록 하였다. 민감도 분석을 통하여 추정변수의 상대적인 중요성을 조사하여 민감도가 낮은 변수는 상수화하고 상관성이 높은 변수들은 결합하여 모형을 단순화하였다. 그리고 제안된 실시간 홍수예측모형을 다목적댐들의 홍수량 유입예측에 적용하여 상태 및 변수의 동시추정에 의한 수문곡선과 실측유입수문곡선이 잘 일치함을 확인하였다. 또한 홍수가 진행함에 따라 추정변수중, 저류계수는 거의 일정한 값을 나타내지만, 지수는 수문곡선의 변화와 함께 시간적으로 변화하는 것을 확인하였다.

.....

---

\* 한남대학교 토목공학과 부교수

## 1. 서 론

최근의 홍수예측업무는 강우-유출 과정에서 시간에 따라 변하는 변수를 실시간 순환추정(Online Recursive Estimation)함으로써 그 정도를 높이고 있다. Kalman Filter로 대표되는 실시간 홍수예측도 전자계산기의 발달과 자동으로 수집되는 T/M자료(강우, 수위 등)의 전산화 과정에 의하여 가능해졌다. 그리고 이와 같은 최적화 추정은 미분방정식에 의하여 표현되는 강우-유출의 물리적 과정을 홍수의 진행에 따라 상태-공간모형화함으로써 가능하다.

주로 시계열모형에 Kalman Filter를 적용한 연구로는 Wood와 Szollosi-Nazy(1978), Bolzern 등(1980), 그리고 Mizumura와 Chiu(1985) 등이 있다. 그리고 비선형 강우-유출모형에 Extended Kalman Filter(EKF)를 적용한 Kitanidis와 Bras(1980), Georgakakos와 Bras(1982) 등의 연구가 있다. 국내에서는 남선우와 박상우(1992), 이관수 등(1994)의 연구가 있다.

본 논문의 목적은 (1) 제안된 실시간 홍수예측 모형(정동국과 이길성, 1994)을 민감도 분석을 통하여 단순화하고, (2) 다목적법의 강우와 유입량의 실측자료를 사용하여 EKF에 의한 실시간 유입량예측을 실시하고, (3) 상태와 변수를 동시에 추정하여 얻은 모형의 적용성을 확인하고 시간에 따라 변하는 변수들의 거동을 확인하는데 있다.

## 2. 모형의 단순화

강우-유출과정의 실시간 예측업무를 위한 모형화에서 모형과 변수의 불확실성은 모형의 변수수가 증가함에 따라 일반적으로 모형화 오차는 감소하지만 자료의 오차는 높은 정도로 변수에 전파되어 변수의 불확실성이 증가하게 된다. 따라서 둘 사이의 적절한 상호조정(Trade-off)은 적절한 수의 변수를 추정함으로써 얻을 수 있다. 이를 위해서는 민감도 분석을 통하여 민감도가 낮은 변수는 추정에서 제외하고, 상관성이 큰 변수들은 같은 변수로 처리하여 모형을 단순화할 필요가 있다. 이와 같은

홍수추적모형의 민감도에 관한 연구로서 Dawdy와 O'Donnell(1965)은 보다 민감한 변수일수록 수렴도가 빠른 것을 확인하였고, Hsu 등(1985)은 추정변수의 공분산행렬을 이용하여 분산값이 큰 변수일수록 민감한 것을 보여주었다. 그리고 Rosers 등(1985)은 분포정수형(Distributed) 수문학적 모형의 변수를 Monte Carlo 모의발생(Simulation)에 의하여 변수의 변화에 따른 자승오차와 첨두유량의 변화로서 변수의 민감도를 확인하였고, McCuen(1973)은 수학적 민감도방정식을 이용하여 Nash모형의 매개변수에 대한 민감도를 분석하였다. 또한 Ponce(1980)는 n개의 선형 저수지 모형의 변수에 대하여, Patry와 Mariño(1984)는 ARMA모형의 변수에 대한 민감도를 연구하였다.

본 연구에서는 추정변수의 공분산행렬과 상관행렬의 특성을 이용하여 상대적으로 덜 민감한 변수를 상수화하고 상관성이 큰 변수들의 수를 줄임으로써 모형을 단순화한다(정동국과 이길성, 1994). 추정된 매개변수들의 공분산행렬과 상관행렬은

$$Cov.(\hat{X}) = \frac{J(\hat{X})}{M-L} [A(\hat{X})^{-1}] \quad (1)$$

$$C(\hat{X}) = [C_{ij}], C_{ij} = \sigma_{ij} / (\sigma_{ii} \sigma_{jj})^{1/2} \quad (2)$$

$J(\hat{X})$ 이다.  $J(\hat{X})$ 는 관측치와 계산치의 자승오차 합이며,  $A(\hat{X})$ 는 추정변수에 대한 Hessian 행렬이고,  $M$ 은 관측치 갯수,  $L$ 은 변수의 갯수이다. 그리고 상관행렬의 요소는 공분산행렬의 요소  $\sigma_{ii}$ 로부터 구할 수 있다.

비선형 계열저수지(Cascade of Nonlinear Reservoir)모형을 적용한 홍수추적모형에서 지표수유출과 지하수유출의 저수지 갯수를 각각 2개( $n=2, m=2$ )로 하여 추정변수에 대한 공분산행렬과 상관행렬을 구한 결과, 표 1 및 2와 같다.  $K_s$ 와  $K_b$ 는 비선형 저류방정식( $S=Kq^n$ )의 저류계수이고,  $x_s$ 와  $x_b$ 는 지수이다. 그리고  $\varphi$ 는  $\varphi$  지수를 나타낸다. 분산값이 큰 변수가 민감하므로 표 1에서 지표수유출에 대한 변수( $K_s, x_s$ )가 지하수유출의 변수( $K_b, x_b$ )보다 민감한 것을 알 수 있다. 그리고 표 2에서 지표수, 지하수유출에 대하여 변수

표 1. 추정변수의 공분산행렬

	$K_{s1}$	$K_{s2}$	$x_s$	$K_{g1}$	$K_{g2}$	$x_g$	$\varphi$
$K_{s1}$	0.002	0.002	-0.193	0.000	0.000	-0.068	0.072
$K_{s2}$		0.002	-0.164	0.000	0.000	-0.058	0.063
$x_s$			18.554	-0.002	-0.005	6.912	-0.180
$K_{g1}$				0.000	0.000	-0.001	0.001
$K_{g2}$		(sym.)			0.000	-0.003	0.002
$x_g$						3.719	-2.168
$\varphi$							2.409

표 2. 추정변수의 상관행렬

	$K_{s1}$	$K_{s2}$	$x_s$	$K_{g1}$	$K_{g2}$	$x_g$	$\varphi$
$K_{s1}$	1.000	0.996	-0.955	0.942	0.703	-0.749	0.992
$K_{s2}$		1.000	-0.993	0.938	0.684	-0.732	0.999
$x_s$			1.000	-0.965	-0.791	0.832	-0.924
$K_{g1}$				1.000	0.845	-0.884	0.938
$K_{g2}$		(sym.)			1.000	-0.997	0.676
$x_g$						1.000	-0.724
$\varphi$							1.000

( $K, x$ )들 사이에 높은 상관성을 나타내는 것을 알 수 있다. 따라서 지표수유출에 비하여 상대적으로 민감도가 낮은 지하수유출의 변수( $K_{g1}, x_g$ )는 상수로 처리하여 변수추정에서 제외한다. 그리고 변수  $K$ 와  $x$ 사이의 상관성은 크지만, 본 연구에서는 비선형 저수지모형을 적용하였기 때문에 독립적으로 두고 각각에 대하여 변수추정을 실시한다. 또한 저류계수  $K$ 들 사이의 상관성을 고려하여 균등저수지 (Equal Reservoirs) 모형( $K_{s1}=K_{s2}, K_{g1}=K_{g2}$ )으로 처리한다.

### 3. 실시간 홍수예측모형의 재구성

지체효과를 고려한 비선형 계열저수지모형을 적용한 홍수추적모형에서 모형변수인 지표수 및 지하수의 저수지 개수  $n, m$ 과 지체시간  $\tau$ 를 각각의 조합에 대하여 다목적법 유역(소양강, 충주, 대청, 남강)의 실측자료를 사용하여 관측치와 계산치의 자승오차합이 최소가 되는 조합을 찾도록 모의한 결과, 최적조합은 지표수에 대한 저수지는 1개, 지하수에 대한 저수지는 2개, 지체시간은 대개의 경우 3시간으로 추정되었다.

이상과 같이 추정된 모형변수에 대한 지표수유출 및 지하수유출에 대한 시스템 방정식(정동국과 이길성, 1994)은 다음과 같다.

$$\frac{S_{s1}(t+1)}{\Delta t} + \frac{q_{s1}(t+1)}{2} = \frac{p_e(t-\tau) + p_s(t-\tau+1)}{2} - \frac{S_{s1}(t)}{\Delta t} - \frac{q_{s1}(t)}{2} \quad (3)$$

$$\frac{S_{g1}(t+1)}{\Delta t} + \frac{q_{g1}(t+1)}{2} = \frac{p_f(t-\tau) + p_f(t-\tau+1)}{2} - \frac{S_{g1}(t)}{\Delta t} - \frac{q_{g1}(t)}{2} \quad (4a)$$

$$\frac{S_{g2}(t+1)}{\Delta t} + \frac{q_{g2}(t+1)}{2} = \frac{q_{g1}(t-\tau) + q_{g1}(t-\tau+1)}{2} - \frac{S_{g2}(t)}{\Delta t} - \frac{q_{g2}(t)}{2} \quad (4b)$$

여기서,  $S_s$ 는 지표수저류량(= $K_s q_s^*$ ),  $S_g$ 는 지하수저류량(= $K_g q_g^*$ ),  $q_s$ 와  $q_g$ 는 지표수 및 지하수유출량이다. 그리고  $p_e$ 는 유효강우량,  $p_f$ 는 침투강우량

이고,  $\tau$ 는 지체효과 변수,  $\Delta t$ 는 단위추적시간이다.

홍수추적모형의 시스템방정식을 이용하여 상태 및 변수추정모형의 시스템을 재구성하였으며(그림 1), 이에 따른 비선형 동적시스템방정식과 관측방정식은 다음과 같다.

$$X_{k+1} = F(X_k, U_k) + W_k, W_k \sim N[0, Q_k] \quad (5)$$

$$Z_k = H_k X_k + V_k, V_k \sim N[0, R_k] \quad (6)$$

여기서,  $X_k$ 는 요소( $S_{sl}(k), q_{sl}(k), S_{gl}(k), S_{gl}(k), q_{gl}(k), q_{gl}(k), K_s^{(k)}, x_s^{(k)}, \varphi^{(k)}$ )로 구성된 상태벡타이며,  $F(X_k, U_k)$ 는 상태 및 변수, 입력강우  $U_k$ 를 사용하여 다음 단계의 상태벡타를 결정하는 비선형 상태변환함수이다.  $Z_k$ 는 관측벡타,  $H_k$ 는 상태에서부터 유역의 유출량을 계산하는 관측변환행렬이고,  $W_k$ 과  $V_k$ 는 시스템 및 관측오차를 나타내는 백색 Gaussian 잡음(White Gaussian Noise)이다.

본 연구에서는 Prediction Error Method(정동국과 이길성, 1994)에 의한 상태 및 변수의 추정 행렬과 벡터의 경사를 구하는 과정이 복잡하고, 특히 추정변수에 대한 Kalman Gain의 경사의 계산이 어렵다. 따라서 확대 상태-공간모형을 사용하여 상태 및 변수의 비선형모형에 일반적으로 적용하는 EKF에 의하여 상태 및 변수추정을 실시하였다.

그리고 EKF에 적용되는 시스템 잡음의 공분산행렬  $Q_k$ 와 관측잡음의 공분산행렬  $R_k$ 는 기지의 값이 아니나, 임의의 초기 가정치를 사용하여 근사에 의하여 개선하였다(정동국과 이길성, 1994).

$$Q_k = [(k-1)Q_{k-1} + w_k k^T + R_k |_{k-1} P_k |_{k-1}] / k \quad (7)$$

$$R_k = [(k-1)R_{k-1} + \nu_k \nu_k^T + H_k P_k |_{k-1} H_k^T] / k \quad (8)$$

여기서,  $w_k = K_k \nu_k$ ,  $\nu_k = Z_k - H_k \hat{X}_k |_{k-1}$ 이며, 여기서  $Q_k$ 와  $R_k$ 는 양치이므로 이를 만족시키지 못하는 경우는 가상의 작은 수를 대각요소에 더하여 항상 양치성을 유지하여야 한다.

#### 4. 모형의 적용 및 결과

비선형 계열저수지모형을 홍수추적에 적용하여 상태 및 변수의 동시추정에 의한 실시간 홍수예측모형의 적용성을 확인하기 위하여 다목적댐 유역인 소양강댐(1980.7.20-7.24), 충주댐(89.7.24-8.2), 대청댐(84.8.31-9.7), 남강댐(89.9.13-9.17)의 실측강우량 및 유입량자료를 사용하였다.

홍수추적모형의 추정변수 초기값은 과거의 홍수 자료를 사용하여 지하수유출의 경우는 홍수시작전의 지하수감수곡선의 자료로부터, 지표수유출의 변

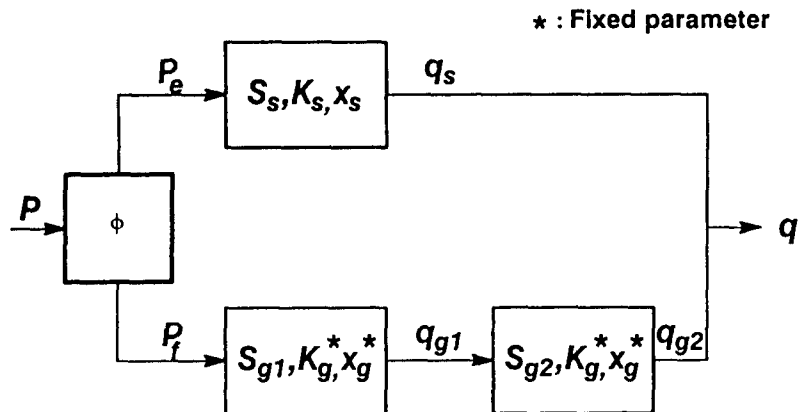
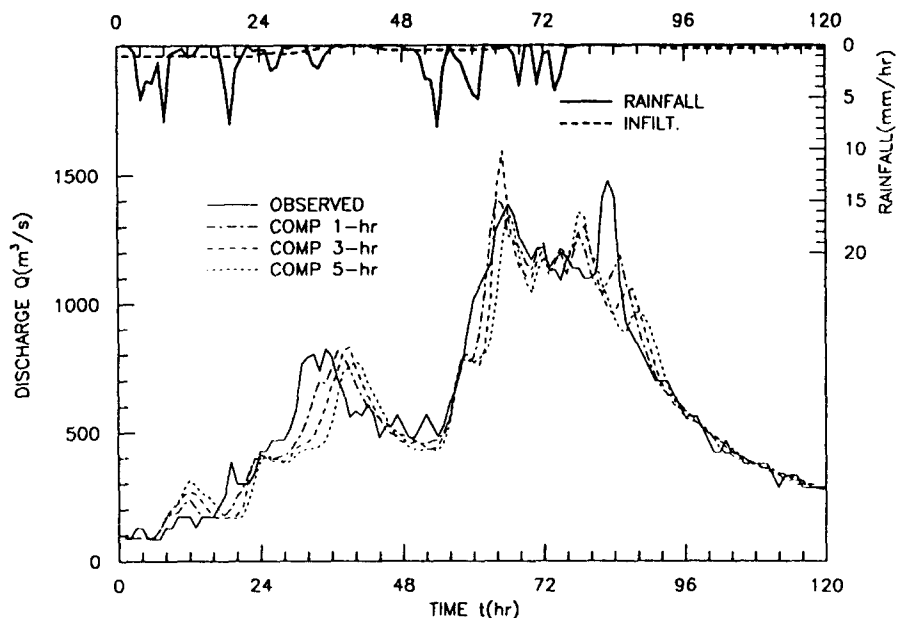


그림 1. 상태 및 변수추정의 시스템

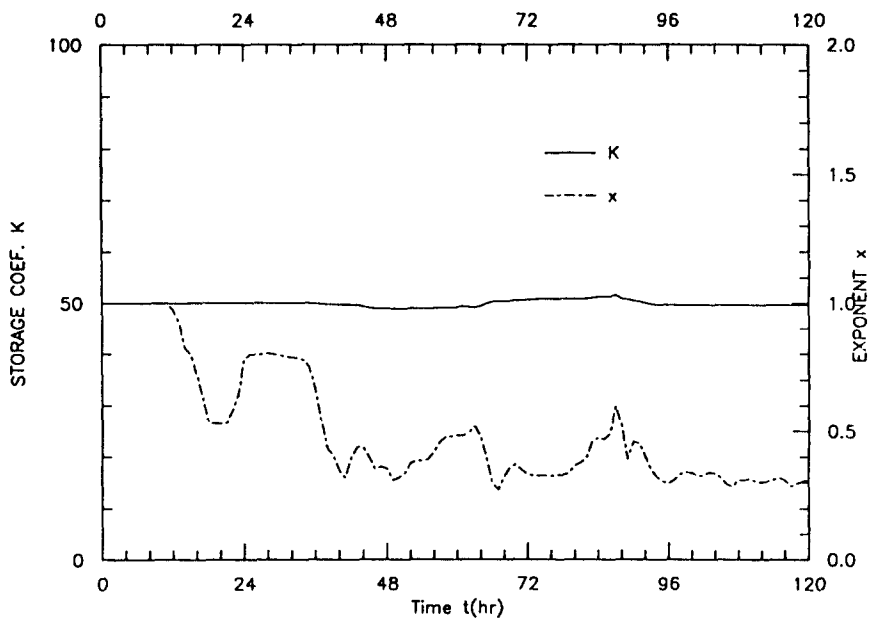
표 3. 홍수추적모형의 추정변수 초기값

추정변수	$K_s$	$x_s$	$K_g^x$	$x_g^x$	$\phi$
초기값	100	0.5	500	1.5	2.0

주) \* 고정변수값

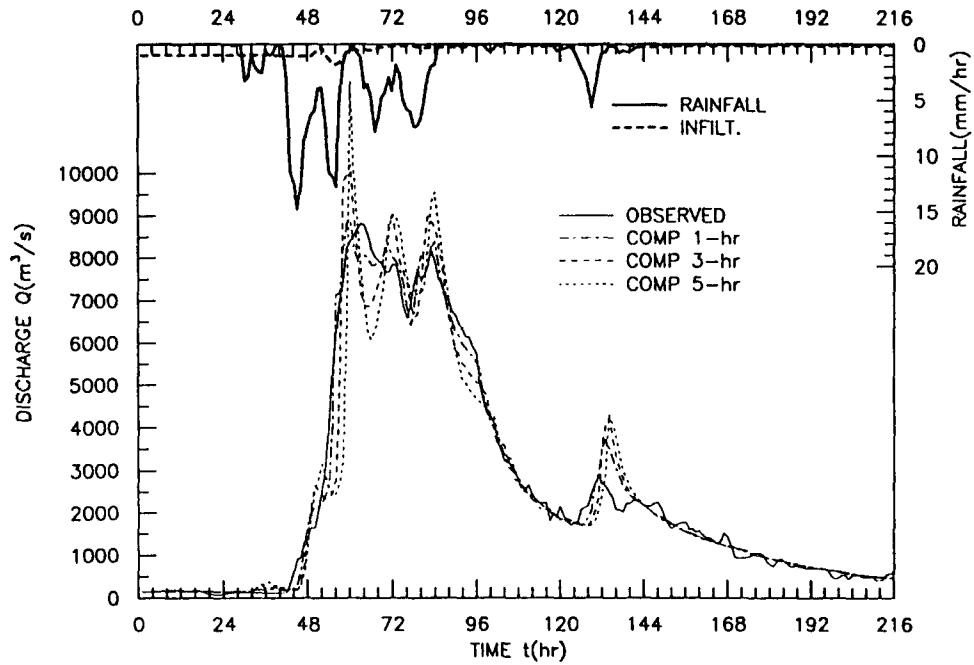


(a) 실측 및 예측수문곡선의 비교

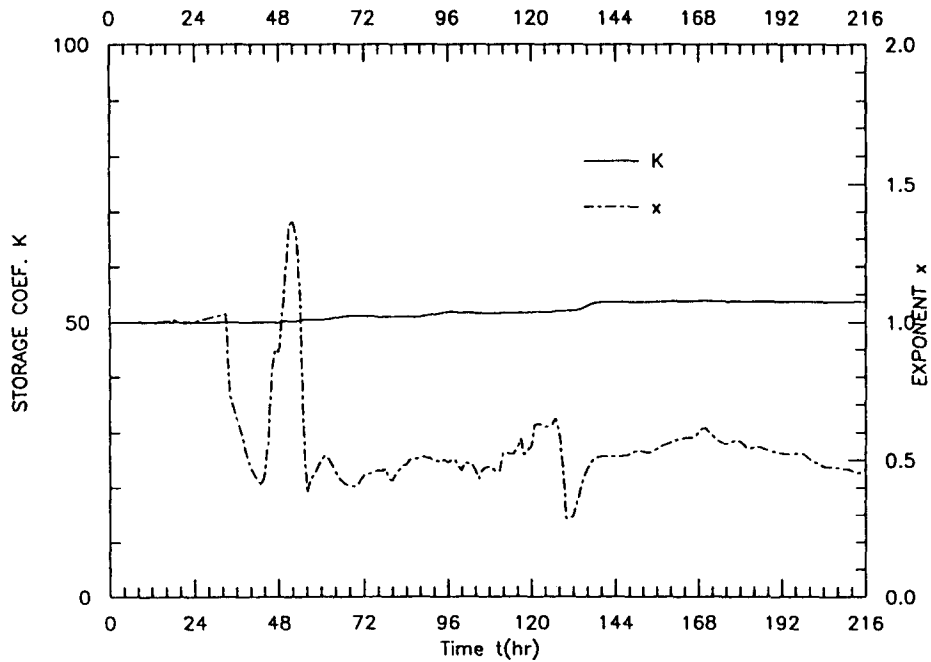


(b) 변수 K와 x의 시간적 변화

그림 2. 실시간 홍수예측의 결과 (소양강)

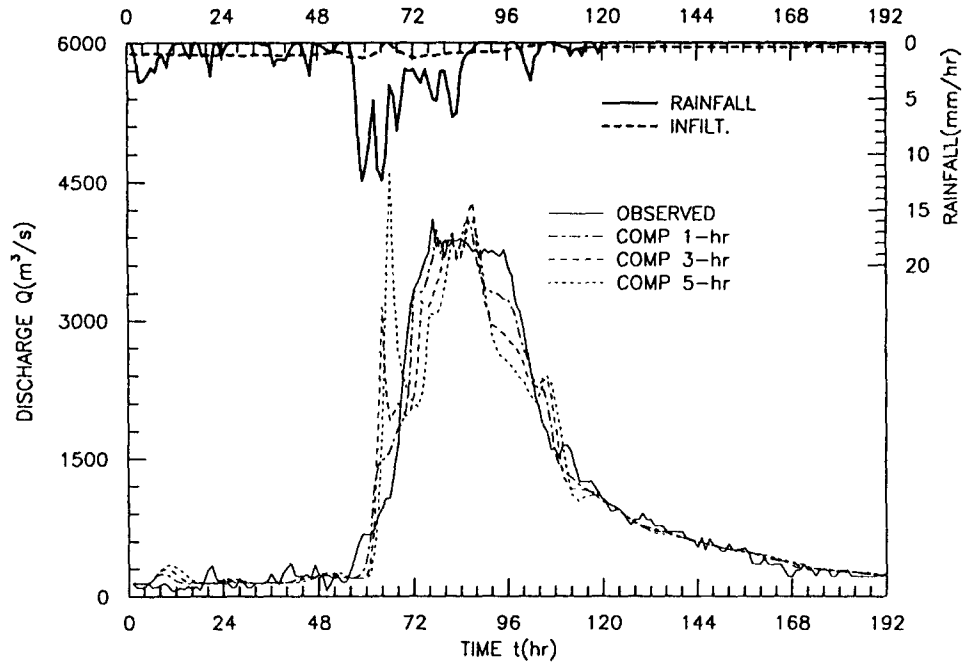


(a) 실측 및 예측수문곡선의 비교

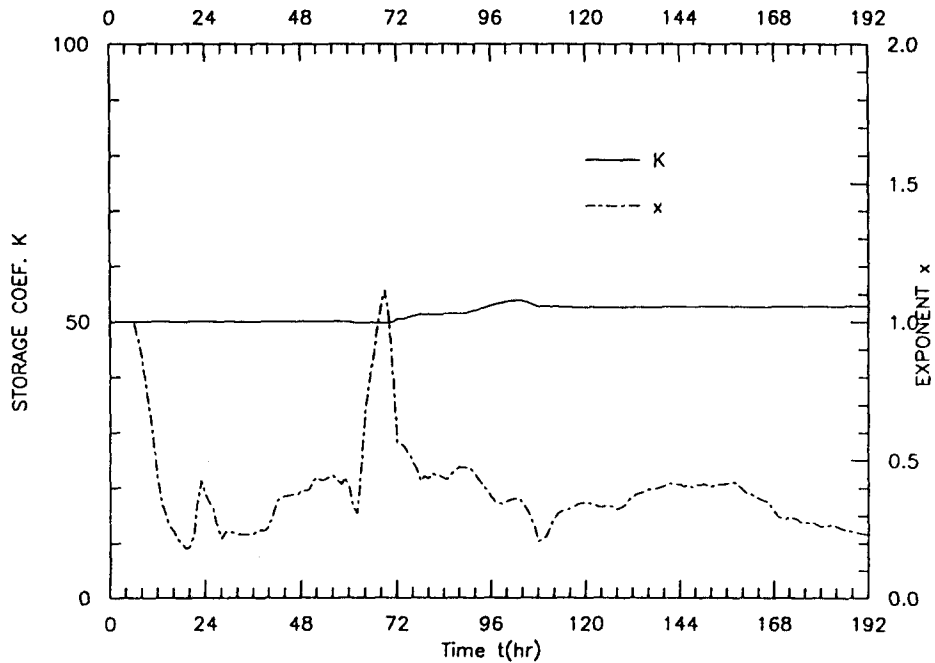


(b) 변수  $K$ 와  $x$ 의 시간적 변화

그림 3. 실시간 홍수예측의 결과 (충주)

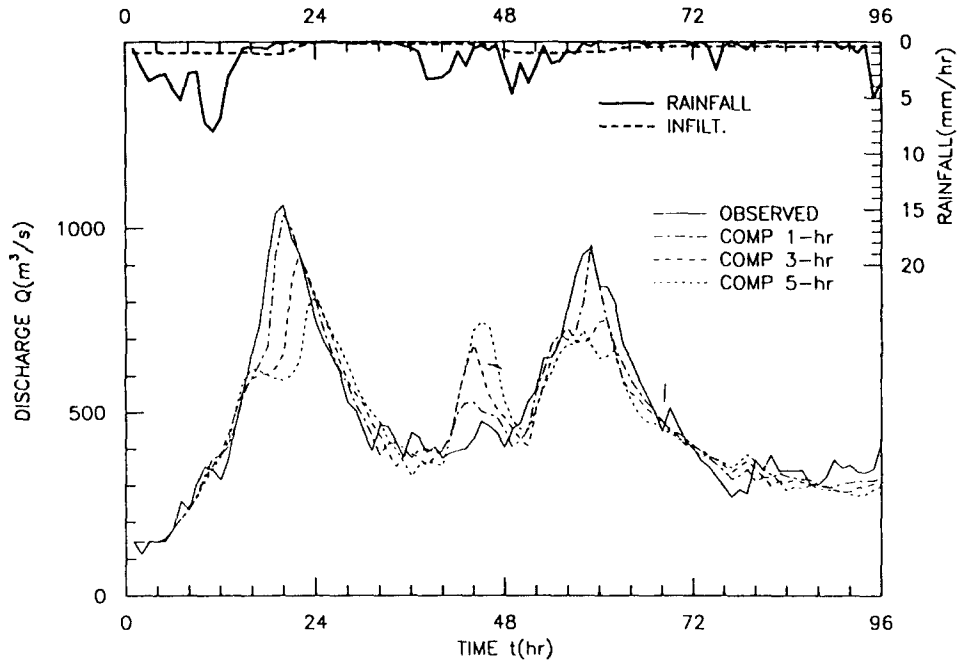


(a) 실측 및 예측수문곡선의 비교

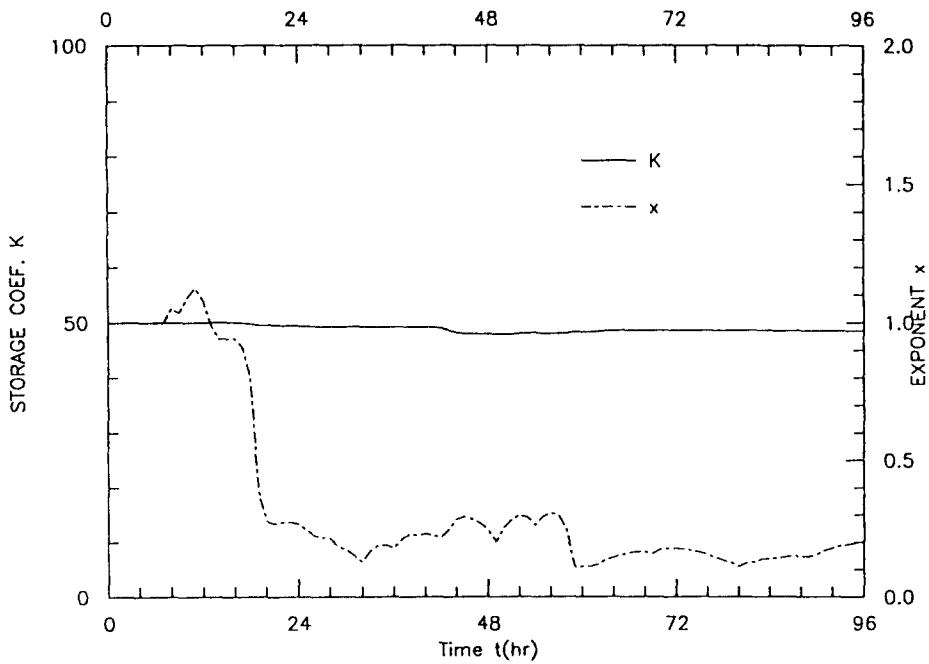


(b) 변수  $K$ 와  $x$ 의 시간적 변화

그림 4. 실시간 홍수예측의 결과 (대청)



(a) 실측 및 예측수문곡선의 비교



(b) 변수  $K$ 와  $x$ 의 시간적 변화

그림 5. 실시간 홍수예측의 결과 (남강)



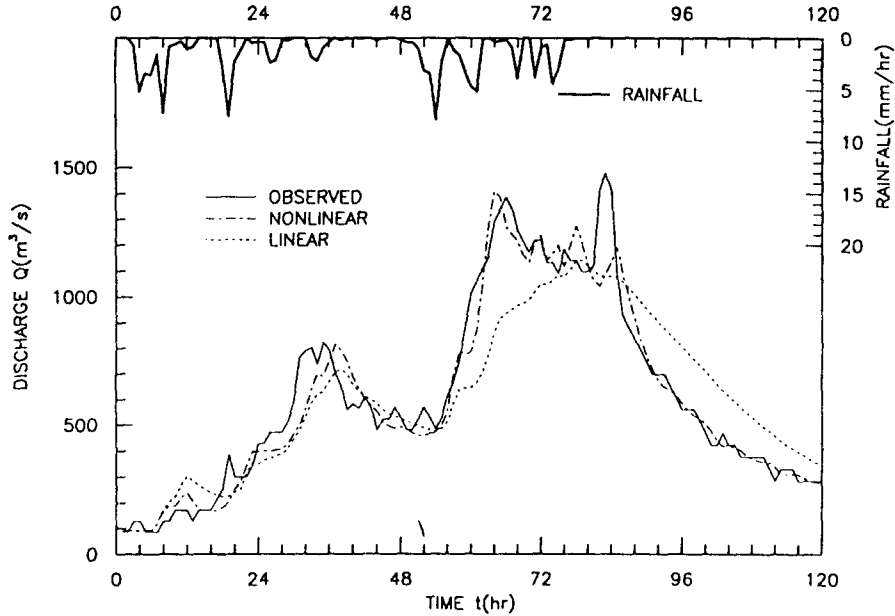


그림 6. 비선형저수지모형과 선형저수지모형의 결과비교 (소양강)

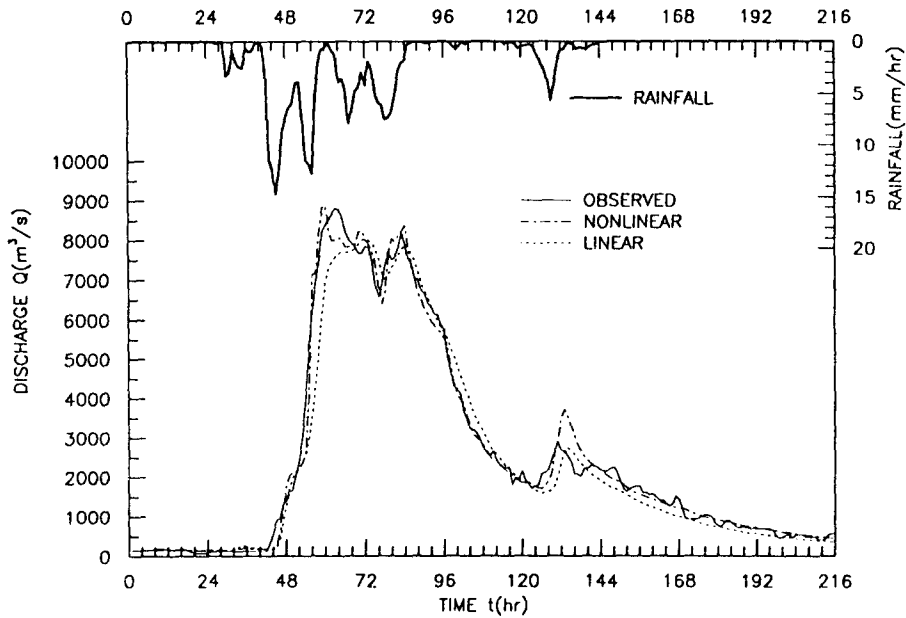


그림 7. 비선형저수지모형과 선형저수지모형의 결과비교 (충주)

수는 홍수초기의 유출수문곡선으로 부터 산정(Off-line Estimation)하였으며, 산정된 초기값은 표 3과 같고 모든 유역에 동일하게 적용하였다. 실시간 홍수예측에서 홍수예측 선행시간(Forecasting Lead Time)은 홍수가 진행함에 따라 현재까지의

강우 및 유출자료를 사용하여 추정된 모형의 변수가 유역의 변화에 잘 적응하는가를 평가한다. 예측 선행시간에 따른 실시간 예측수문곡선과 실측수문곡선의 비교 및 홍수진행에 따른 추정변수의 거동은 그림 2-그림 5와 같다. 예측수문곡선은 매단계

마다 그 시점의 변수값과 예측시간까지의 강우자료를 사용하여 예측선행시간후의 유출량을 계산한 것이다. 수문곡선의 비교에서 볼 수 있듯이 대체로 실시간 홍수예측모형에 의한 결과가 실측치와 잘 일치함을 알 수 있으며, 예측선행시간이 길어짐에 따라 정도가 떨어짐도 확인할 수 있다. 따라서 홍수초기의 자료에 의한 침투유량 발생시점까지의 실시간 예측은 유출을 과소평가하게 된다. 그러므로 홍수초기에는 과거자료에 의한 Off-line 추정의 결과에 의한 변수를 사용하여 예측하는 것이 효과적일 것이다. 그리고 본격적으로 홍수가 진행되어 침투시간에 가까워질수록 실시간 홍수예측이 보다 효과적일 것으로 판단된다. 그리고 시간의 변화에 따른 변수의 변화특성을 보면, 변수  $K_s$ 는 거의 일정한 값을 나타내고  $x_s$ 에 의하여 저류량이 변함을 알 수 있다. 특히  $x_s$ 는 초기치에 상관없이 추정치 0.3의 값으로 수렴하다가 수문곡선의 상승과 함께 상승하여 저류효과를 증가시킨 후, 홍수 후반기에 다시 추정치로 수렴하는 것을 알 수 있다.

그리고 비선형 계열저수지모형의 적용성을 확인하기 위하여 선형 저류방정식( $S=Kq$ )을 이용한 계열저수지모형( $x_s=x_e=1.0$ )의 결과와 비교하면, 그림 6과 그림 7에서 비선형 저수지모형에 의한 실시간 예측의 결과가 선형 저수지모형의 결과보다 잘 일치하는 것을 보여준다.

## 5. 결 론

홍수기동안의 정확한 홍수량 예측은 수자원의 관리와 홍수피해 경감을 위하여 무엇보다 중요하다. 이를 위하여 비선형 계열저수지모형을 적용한 홍수 추적모형과 EKF에 의한 상태 및 변수의 동시추정을 실제유역에 적용하여 실시간 홍수예측을 실시하였다.

홍수추적모형에 포함된 추정변수들의 민감도 분석을 통하여 민감도가 낮은 변수들을 상수화하고 상관성이 큰 변수들의 수를 줄여 모형의 단순화를 통하여 실시간 홍수예측모형을 재구성하였다. 그리고 다목적법의 홍수자료를 사용하여 모형변수들의 값을 결정하고 실제유역에 적용한 결과, EKF에 의한 실시간 예측결과가 실측수문곡선과 잘 일치함

을 알 수 있었다. 변수들의 시간적 변화특성에서 변수  $K_s$ 는 거의 일정한 값을 나타내고,  $x_s$ 는 초기에 추정치로 수렴하다가 수문곡선의 상승과 함께 상승하여 저류효과를 증가시킨 후, 홍수 후반기에 다시 추정치로 수렴하는 것을 알 수 있다. 또한 선형 계열저수지모형에 의한 실시간 예측결과와 비교함으로써 비선형 계열저수지모형에 의한 홍수예측이 효과적임을 확인하였다.

## 감사의 글

본 논문은 한국과학재단의 1993년도 후반기 해외 Post-Doc. 연수지원에 의한 결과임을 밝히며, 동재단에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- 남선우, 박상우 (1992). “實時間 流出豫測을 위한 先行降雨指數別 TF模型의 誘導.” 大韓土木學會 論文集, 제12권, 제1호, pp. 115-122.
- 이관수, 이영석, 정일광 (1994). “탱크模型의 媒介變數推定을 위한 狀態空間模型의 決定.” 韓國水資源學會誌, 제28권, 제2호, pp. 125-135.
- 정동국, 이길성 (1994). “降雨-流出模型을 이용한 實時間 洪水豫測(I): 理論과 模型化.” 韓國水文學會誌, 제27권, 제1호, pp. 89-99.
- Bolzern, P., Ferrario, M., and Fronza, G. (1980). “Adaptive real-time forecast of river flowrates from rainfall data.” *J. of Hydrol.*, Vol. 47, pp. 251-267.
- Dawdy, D.R., and O'Donnell, T. (1965). “Mathematical models of catchment behavior.” *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol. 91, No. 4, pp. 113-137.
- Georgakakos, K.P., and Bras, R.L. (1982). “Real-time statistical linearized, adaptive flood routing.” *Water Resources Res.*, Vol. 18, No. 3, pp. 513-524.
- Hsu, N.S., Yeh, W.W-G., Willimans, B.J., and Stenstrom, M.K. (1985). “Use of estimation techniques of flood forecasting.” *Report UCLA-WRC-W-605*, California Water

- Resources Center, UCLA.
- Kitanidis, P.K., and Bras, R.L. (1980). "Adaptive filtering through detection of isolated transient errors in rainfall-runoff models." *Water Resources Res.*, Vol. 16, No. 4, pp. 740-748.
- McCuen, R.H. (1973). "The role of sensitivity analysis in hydrologic modeling." *J. of Hydrol.*, Vol. 18, pp. 37-53.
- Mizumura, K., and Chiu, C.L. (1985). "Prediction of combined snowmelt and rainfall runoff." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol. 112, No. 2, pp. 179-193.
- Patry, G.G., and Mariño, M.A. (1984). "Sensitivity and application of difference equation models to real-time urban runoff forecasting." *J. of Hydrol.*, Vol. 72, pp. 57-66.
- Ponce, V.M. (1980). "Linear reservoirs and numerical diffusion." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol. 106, No. 5, pp. 691-699.
- Rosers, C.C.M., Beven, K.J., Morris, E.M., and Anderson, M.G. (1985). "Sensitivity analysis calibration and predictive uncertainty of the institute of hydrology distributed model." *J. of Hydrol.*, Vol. 81, pp. 179-191.
- Wood, E.F., and Szollosi-Nagy, A. (1978). "An adaptive algorithm for analyzing short-term structural and parameter change in hydrologic prediction models." *Water Resources Res.*, Vol. 14, No. 4, pp. 577-581.

〈접수: 1995년 7월 26일〉