

Frontal 기법을 이용한 상수관망의 흐름해석 모형

Pipe Network Analysis by Using Frontal Solution Method

박 재 홍* · 한 건 연**
Park, Jae Hong · Han, Kun Yeun

Abstract

Steady state analysis of pressure and flow in water supply piping systems is a problem of great importance in hydraulic engineering. The basic equations consist of continuity equation and energy equation. The network equations are solved iteratively by using linear solution method. The resulting linear simultaneous equations are solved by frontal method. Frontal method, which is suitable to sparse matrix, gathers only non-zero entries in coefficient matrix. The suggested methodology can analyze faster than the existing routines by using smaller computer memory. The model presented in this study shows accurate and efficient results for various piping systems.

요 지

상수관망에서의 압력과 유량의 정상상태 해석은 수공학에 있어서 매우 중요한 문제이다. 이 경우의 기본방정식은 유량을 미지값으로 하는 연속 방정식과 에너지 방정식으로 구성되는 비선형 연립방정식이다. 이 연립방정식을 풀기 위하여 선형화 기법을 도입하여 반복적으로 해석하였고 그 결과로 나타나는 선형 연립방정식의 효율적인 해석을 위해서 frontal 기법을 사용하여 계산하였다. 이 기법은 계수 매트릭스의 '0' 이 아닌 요소만을 모아 계산하므로 효과적으로 분산 매트릭스를 해석할 수 있었고, 기존의 band 해석기법보다 적은 양의 계산 기억 용량으로 계산시간을 크게 단축시켜 해석할 수 있었다. 본 연구에서 제시한 상수관망의 해석 모형은 기존의 해석방법보다 정확하고 효율적인 계산기법으로서 제시하였다.

1. 서 론

상수관망에서의 압력과 유량에 대한 정상류해석은 수공학에 있어 매우 중요한 문제이다. 이 현상을 나타내는 수리방정식들은 비선형 대수방정식으

* 경북대학교 대학원 토목공학과 박사과정
** 경북대학교 공과대학 토목공학과 부교수

로서 각 관에 대하여 미지의 유량의 향으로 표시된 절점에서의 연속방정식과 폐합관로에서의 에너지 방정식이다. 본 논문의 목적은 관망해석을 위해서 연속방정식과 에너지방정식을 고려하여 해석하는 알고리즘을 제시하고 유도된 매트릭스를 frontal 기법에 의해 해를 구하는 과정을 개발하였다. 본 연구의 해석과정은 상수 관망 시스템에 적용하여 기존의 해석방법과 해의 정확도, 수렴속도 등을 비교검토하였다. 앞으로 관로내의 부정류해석을 위한 초기조건등의 결정과 상수관로의 유지보수 및 최적 관로의 설계 등을 위한 기초적인 연구수행에 활용될 수 있는 기법을 제시하였다.

관망해석을 위한 연구는 크게 Hardy Cross 기법, 선형이론기법, Newton-Raphson 기법 등으로 구분될 수 있다. Hardy Cross 기법은 Cross (1936)에 의해서 개발되었으며 손쉽게 계산하고 프로그래밍할 수 있는 장점은 있으나 근본적으로는 Newton-Raphson 기법을 하나의 폐합관로에 대해서 1 회 적용한 것과 대등하다. 이 기법은 다른 두 개의 기법보다 계산시간이 많이 소요되어 대규모의 관로시스템에 대해서는 수렴성이 느린 것으로 연구된 바 있다(Potter와 Wiggert, 1991).

선형이론기법은 Wood와 Charles(1972) 및 Wood와 Rayes(1981)에 의해 단순한 관망의 해석을 위해 제시된 바 있고, Wood(1979)는 이 이론을 펌프나 다른 부속물을 포함시켜 확장시킨 바 있다. Wood와 Funk(1993)는 이 기법을 단순경로법, 동시경로법, 단순절점법, 동시절점법 등으로 구분하여 해석한 바 이들 중 선형화 이론에 의한 동시경로법이 가장 효율적인 것으로 제시한 바 있다. Newton-Raphson 기법은 비선형 에너지 방정식의 Jacobian을 구하여 해석하는 방법으로서 Epp와 Fowler(1970), Jeppson(1977) 등에 의해 연구되어진 바 있다.

Wood와 Charles(1972)에 의한 Newton-Raphson 기법과 선형이론기법의 비교에서 Newton-Raphson 기법은 소규모 관로시스템에 대해서는 선형이론기법보다 빠르게 수렴하는 것으로 나타난 반면 대규모 관로 시스템에 대해서는 느린 수렴성을 가지는 것으로 연구된 바 있으나, Holloway (1985)의 연구 및 저자들의 연구 검토 결과에 의

하면 두 기법의 계산수렴속도는 대등한 것으로 나타났다. 그러나, 펌프 등을 포함한 관로 부속물을 가진 관로시스템의 경우는 선형이론기법은 계산효율성이 우수한 것으로 판단된다. 그러나 이제까지 연구된 주요 기법들이 에너지 방정식만을 이용한 해석기법으로 나타나 있으므로 절점에서의 연속조건은 별도의 처리를 필요로 하였다. 따라서 본 연구에서는 이제까지의 기존의 연구와는 달리 연속방정식과 에너지방정식을 이용한 매트릭스를 구성하고, 이 경우 나타나는 분산도(sparsity)가 큰 매트릭스를 기존의 Gaussian 해석법보다 훨씬 효율적인 frontal 기법을 이용하여 해석하는 새로운 계산 알고리즘을 제시하였다. 본 연구의 해석기법은 다양한 관로시스템에 대해서 기존에 연구된 방법과 비교검토함으로써 모형의 적용성을 입증하였다.

2. 기본방정식

상수관망은 일정한 단면을 가지는 많은 관들로 구성되어 있다. 관 단면의 끝단은 접합절점이나 고정수두절점으로 표시된다. 접합절점은 두개 또는 여러개의 단면들이 결합되어 물이 관망안으로 유입하고 유출되는 절점이다. 고정수두절점은 저류조, 저수지 또는 일정한 압력수두를 가지고 연결되어 일정한 수위를 유지하고 있는 절점이다.

접합절점, 고정수두절점, 폐합관로가 구성되어지면 이들 간에는 다음과 같은 관계식으로 표시될 수 있다.

$$P=J+L+F-1 \quad (1)$$

여기서 P는 관로의 수, J는 접합절점의 수, L은 폐합관로의 수, F는 고정수두절점의 수이다. (F-1)개의 방정식들은 그림 1과 같이 類似閉合回路(pseudo loop) 개념을 도입하여 에너지방정식이 적용된다 (Potter와 Wiggert, 1991).

각 관에서의 미지의 유량의 향으로 나타난 연속 방정식과 에너지방정식은 관망에서 관로의 수와 동일하게 구성될 수 있다. 각 접합절점에 대해 접합점으로 유입되는 유량과 유출되는 유량의 관계는 식 (2)와 같이 기술된다.

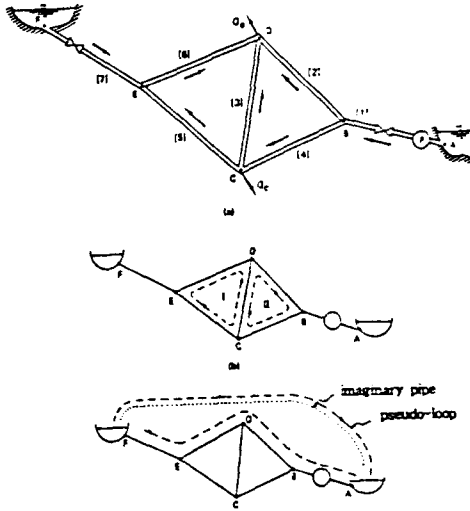


그림 1. 가상관로와 유사폐합관로의 개념 (Potter와 Wiggert, 1991)

$$\sum(\pm)_j Q_j - Q_c = 0 \quad (2)$$

여기서 첨자 j 는 절점에 연결된 관로들을 나타내고, Q_c 는 접합절점에서의 외부 유입이나 유출을 나타낸다. (\pm) 기호는 가정된 흐름방향에 따라 결정되는데, $(+)$ 부호는 절점으로의 유입을 나타내며 $(-)$ 부호는 절점에서의 유출을 의미한다.

각 폐합관로에 대한 에너지 방정식은 다음과 같다.

$$\sum(\pm)_i W_i = 0 \quad (3)$$

여기서 첨자 i 는 폐합관로를 구성하는 관로를 나타내고, W_i 는 i 관로구간에 대한 동수경사선의 하강치로서 $W = \bar{R}Q^x$ 이다. 여기서 \bar{R} 은 관로상수로서 Hazen-Williams 식의 경우 $\bar{R} = 10.59L/C^{1.85} D^{4.87}$ 이며 L 은 관로의 등가길이, C 는 Hazen-Williams의 마찰계수, D 는 관경, x 는 지수로서 '2'의 값이다. 식 (3)은 각각의 폐합관로에 대해서 에너지 방정식이 주어질 수 있다. 만약 관로에서의 흐름이 시계 방향이면 $(+)$ 부호가 사용되고 시계 반대방향이면 $(-)$ 부호가 사용된다.

F 개의 고정된 수위의 절점이 있다면 두개의 고정수두 절점사이에 대해 관로 단면의 경로에 대한

$(F-1)$ 개의 에너지방정식이 나타난다.

$$\sum(\pm)_i [W_i - (H_p)_i] + \Delta H = 0 \quad (4)$$

여기서 ΔH 는 유사폐합관로에서 그림 1과 같이 점선으로 나타난 假想管路(imaginary pipe)를 따라 시계방향에 따르는 고정수두절점간의 총수두의 차이이고, H_p 는 펌프나 터빈등과 같은 관로 구성물로 인한 수두변화를 나타낸다.

3. 기존의 해석 알고리즘

3.1 Hardy Cross 방법

이 기법은 최초의 관로 해석이론으로서 폐합관로에 제한되었고 단일 관로손실들로 수두차의 보정치를 계산하였다. 유량보정치는 하나의 미지수에 대한 비선형방정식을 해석하는 경사법을 사용하여 식 (5)와 같이 ΔQ 를 계산하게 한다.

$$\Delta Q = \frac{-\sum(\pm)_i [W_i - (H_p)_i] + \Delta H}{\sum G_i} \quad (5)$$

여기서 G_i 는 식 (4)의 유량에 대한 기울기 값으로 식 (10)과 같고, \sum 는 관로에서 각 관로로부터의 영향을 포함하여야 한다는 것을 의미한다.

각 항들은 부정확한 유량으로 인하여 에너지 방정식에 있어서 불균형을 나타내고 계산과정은 이것을 무시할 만한 양만큼 감소시키기 위해 적용되었다. 이 방법을 통한 실행은 관망에서의 L 개의 폐합관로와 고정수두절점 사이의 $F-1$ 개의 관로 등의 모든 폐합관로에 대해 유량조절을 필요로 한다.

3.2 동시 경로법

동시경로법의 경우 관로에서의 유량 보정치의 동시적인 결정은 $(L+F-1)$ 개 방정식의 연립해를 요구한다. 경로 j 에 대해 에너지방정식의 균형을 위해 요구되는 수두변화는 j 관로의 유량변화(ΔQ_j)와 이웃관로 유량변화(ΔQ_k)의 항으로 다음과 같이 표시된다.

$$\Delta H = \frac{\partial H}{\partial Q} \bigg|_{Q=Q_0} \Delta Q_i + \sum \frac{\partial H}{\partial Q} \bigg|_{Q=Q_0} \Delta Q_k \quad (6)$$

식 (6)은 하나의 경로내의 관에 대해서 H,와 G,의 향으로 다음과 같이 표시된다.

$$\Delta H = \Delta E - \sum H_i = (\sum G_i) \Delta Q_i + \sum (G_i \Delta Q_k) \quad (7)$$

여기서 $\sum H_i$ 는 경로 j 내의 모든 관로들에 대한 수위변화의 합이고 $\sum G_i$ 는 경로 j 내의 관로들에 대한 기울기의 합, ΔE 는 j 경로의 수두차, 첨자 i는 j 경로의 관로들을 나타낸다.

이 방법에서는 1 개조의 연립선형방정식들이 각각의 경로에 대하여 에너지 방정식의 형태로 유량 보정치의 향으로 형성되며 이런 선형방정식은 표준적인 선형연립방정식 해석 기법을 사용하여 유량을 산정하게 된다.

4. 연속방정식과 에너지방정식이 결합된 모형

4.1 선형화기법의 적용

연속방정식과 에너지 방정식은 관망내에서의 정상류상태로 나타내는 1 개조의 P 개의 비선형 연립 대수방정식으로 구성된다. 폐합관로 방정식에 기초한 정상류는 각 관로에서 유량에 대한 이 방정식들의 해를 필요로 한다. 이 식을 해석하기 위해서 에너지 방정식내의 항들이 다음과 같이 유량의 향으로 표시되어져야 하고 에너지 방정식이 유량향에 대해 비선형 방정식이기 때문에 경사법(gradient method)을 이용한 반복기법이 도입되어야 한다. 이제 관로손실, 미소손실, 펌프항들을 포함한 에너지 방정식은 식 (8)과 같다.

$$\phi(Q) = W(Q) - H_f(Q) \quad (8)$$

여기서 $H_f(Q) = a_0 + a_1 Q + a_2 Q^2$ 이고, a_0, a_1, a_2 는 펌프특성을 나타내는 상수이다.

식 (8)을 Taylor 급수에 의해 확장하고 선형화시키면 식 (9)와 같이 기술된다.

$$\begin{aligned} \phi(Q) &\approx \bar{R}Q_0^x - H_f(Q_0) \\ &+ \left[x\bar{R}Q_0^{x-1} - \frac{dH_f}{dQ} \bigg|_{Q_0} \right] (Q - Q_0) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 Q_0 는 유량 Q의 초기치이다. $\phi(Q)$ 의 값이 정확하게 계산되기 위해서는 $(Q - Q_0)$ 의 차이가 매우 작은 값을 가져야 된다.

이제 비선형항에 대한 기울기 G가 도입하고 펌프특성에 관한 다항식을 고려하면 식 (10)과 같다.

$$G = x\bar{R}Q_0^{x-1} - (a_1 + 2a_2Q_0) \quad (10)$$

식 (10)을 식 (9)에 대입하면 식 (11)과 같다.

$$\phi(Q) = W_0 - H_{p0} + (Q - Q_0)G \quad (11)$$

여기서, $W_0 = W(Q_0)$ 이고 $H_{p0} = H_p(Q_0)$ 이다. 이제 식 (11)을 식 (4)에 대입하면 선형화된 에너지방정식이 구성된다.

$$\sum (\pm) [(W_0)_i - (H_{p0})_i] + \sum [Q_i - (Q_0)_i] G_i + \Delta H = 0 \quad (12)$$

이제 연속방정식과 선형화된 에너지방정식을 이용하여 P 개의 연립방정식을 규정할수 있고 이것을 매트릭스 형태로 나타내면 식 (13)과 같다.

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ C_{i1} & C_{i2} & \cdots & \cdots & C_{in} \\ E_{j+11} & E_{j+12} & \cdots & \cdots & E_{j+1n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ E_{n1} & E_{n2} & \cdots & \cdots & E_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_i \\ Q_{i+1} \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_i \\ L_{j+1} \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서 K_j 는 절점 j에서의 외부 유출입량이며, C_{ij} 는 절점에 연결되지 않은 관에 대해서는 영의 값

을, 절점에 연결된 관의 경우에는 ± 1 의 값을 가지며, 이때 + 및 - 부호는 유입 및 유출의 경우를 각각 의미한다. E_{i+k} 는 k 번째의 폐합관로나 경로에 포함된 i 번째 관에 대한 G_i 값으로서 그밖의 관에 대한 G_i 값으로는 영의 값을 갖는다. L_{i+k} 는 다음식 (14)와 같다.

$$L_{i+k} = \Delta H - \sum (\pm) [(W_0)_k - (H_{p0})_k] + \sum [Q_{0k}] G_k \quad (14)$$

여기서 구성되는 계수 매트릭스는 분산도(sparsity)가 큰 매트릭스이다. 본 연구에서는 이 매트릭스를 해석하기 위해 frontal 기법을 사용하여 해석하였다(Irons, 1970; Hood, 1974; Reid, 1981 Duff와 Scott, 1993).

4.2 Frontal 해석기법

선형화 기법으로 유도된 연립방정식의 계수 매트릭스는 많은 항이 '0' 인 분산 매트릭스(sparse matrix)이다. 이 매트릭스의 해석을 위해서 frontal 기법을 도입하였다. 이 기법은 계수 매트릭스의 '0' 이 아닌 항만을 고려하여 계산하므로 기존의 해석 기법보다 적은 양의 계산기 기억용량으로서 빠른 수렴속도를 가지게 된다.

Frontal 기법은 전체 계수 매트릭스가 소거과정을 시작하기 위해서는 완전한 매트릭스가 형성되지 않아도 된다는 개념하에서 만들어진 가우스 소거법의 변형된 기법으로서 대신에 기억용량에 저장된 비교적 작은 부매트릭스(submatrix)를 사용한다. 일단 변수가 소거되면 방정식의 계수들은 기억장치에 저장되고 후방치환에 의해 모든변수가 소거될 때까지 남아 있게 된다. 이런 방법으로 비교적 큰 매트릭스가 외부기억장치를 사용하여 제한된 중앙 기억용량만으로 계산이 가능하다.

Frontal 기법은 사용자가 할당한 기억용량을 채울 때까지 계수매트릭스를 조합하는 것으로 시작한다. 그리고 계속되는 조합과정에서 더이상의 영향을 받지 않는 완전히 조합된 행과 열에 대해서 pivotal search가 수행된다. 충분히 계수가 소거된 후 외부기억장치에 소거되고 남은 계수들이 저장되

면 다음과 같은 계수매트릭스가 조합되는 과정이 반복수행된다.

이와 같은 과정들을 보여주기 위하여 식 (13)을 식 (15)와 같이 연립방정식으로서 고려한다.

$$[A]\{Q\} = \{B\} \quad (15)$$

여기서, [A]는 연속방정식과 에너지방정식에 의한 계수매트릭스, {Q}는 미지의 유량값의 벡터항, {B}는 식 (16)과 같은 K 및 L의 항으로 구성되는 우측의 벡터항이다. 먼저 기존의 band 해석기법에서는 각 절점이나 관로들의 폐합관로에서 단지가장 크고, 작은 절점 번호를 기록하기 때문에 전방소거는 Q 계수에 기여하는 것들이 다 조합되었을 때 시작될 수 있다. 그러나 frontal 해석기법에서는 각 방정식의 정확한 형태가 기록되어지고 이 단계에서 Q_i 에 기여하는 것들에 대하여 조합되어지면 (행과 열이 완전하게 더해지면) a_{11} 이 Q_i 을 소거하는 pivot 요소로 사용될 수 있다 (그림 2).

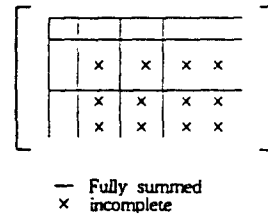


그림 2. Frontal 기법에 의한 매트릭스 구성과정

Frontal 기법에서는 일반적인 선형연립방정식 해석기법보다 각 방정식이 앞선 계산 단계에서 소거가 일어나므로 기억용량이 줄어들게 된다. Frontal 기법의 다른 효과는 초과적인 '0' 이 아닌 요소의 발생없이 행과 열의 pivoting이 둘 다 허용될 수 있다는 것이다. 이것은 다음과 같이 Q_i 의 소거를 수행하는 것에 의해 설명될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} a_{22} - \frac{a_{21}a_{12}}{a_{11}} & a_{23} - \frac{a_{21}a_{13}}{a_{11}} \\ a_{32} - \frac{a_{31}a_{12}}{a_{11}} & a_{33} - \frac{a_{31}a_{13}}{a_{11}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_2 \\ Q_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} b_2 - \frac{a_{21}b_1}{a_{11}} \\ b_3 - \frac{a_{31}b_1}{a_{11}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Gaussian 곱을 빼는 항들이 다른 항들이 없기 때문에 필요한 저장량을 증가시키지 않는다. Frontal 기법은 방정식을 절점번호 부여에 따라서가 아니라 요소에 쓰여있는 순서대로 방정식을 저장하기 때문에 '0' 이 아닌 요소의 증가가 문제가 되지 않는다. 따라서 관로 번호가 중요시 되지 않기 때문에 절점에 연결된 관로 번호의 부여가 임의로 가능해진다.

절점이나 폐합관로로부터 방정식이 구성되고 이에 따라 매트릭스 방정식은 다음과 같이 이루어졌다고 가정해 보자.

$$\begin{bmatrix} a_{22} - \frac{a_{21}a_{12} + a_{22}}{a_{11}} & a_{23} - \frac{a_{21}a_{13} + a_{23}}{a_{11}} & a_{24} \\ a_{32} - \frac{a_{31}a_{12} + a_{32}}{a_{11}} & a_{33} - \frac{a_{31}a_{13} + a_{33}}{a_{11}} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_2 - \frac{a_{21}b_1 + b_2}{a_{11}} \\ b_3 - \frac{a_{31}b_1 + b_3}{a_{11}} \\ b_4 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

비록 식 (16), (17)의 순서가 바뀌어졌지만 완전히 더해진 후의 식 (17)은 소거되었던 항들이 완전한 절점 1의 성분들을 포함하는 것을 볼 수가 있다. 보통 대칭 frontal 기법에서는 Gaussian 열이 완전히 더해지기 전에 각각의 열로부터 제하여질 수 있다.

본 연구 모형을 포함한 각 방법에 대해서는 동일한 수렴 조건이 적용되었다. 각 방법에서 새로운 유량이 계산되기 때문에 반복수행 과정에서의 유량 변화를 통해서 수렴도를 확인할 수 있다. 본 연구에서 적용된 수렴조건식은 식 (18)과 같다.

$$\frac{\sum |Q_i - (Q_0)_i|}{\sum |Q_i|} \leq 0.005 \quad (18)$$

여기서, Q_i 는 계산으로부터 얻어진 유량이고 $(Q_0)_i$ 는 전단계 계산수행으로부터 계산되어 사용된 유량이다.

5. 적용 및 비교검토

5.1 7개 관로 시스템

그림 3과 같은 7개의 관로와 2개의 저수지로 이루어진 관망에 대하여 각 모형들이 적용되었다. Hardy Cross 방법과 동시경로법은 연속방정식이 만족되도록 초기 유량이 주어졌으며 본 연구에서 개발된 모형은 임의로 유량을 부여하였다. A 저수지의 수위는 80 m 이고 B 저수지의 수위는 50 m 이다. 외부 유출량은 절점 2, 4 에서 각각 15, 20 l/sec 였고 각 관들에 대한 Hazen-Williams 의 계수는 120 이었으며 관경 및 관로의 길이는 그림 3에 나타나 있다.

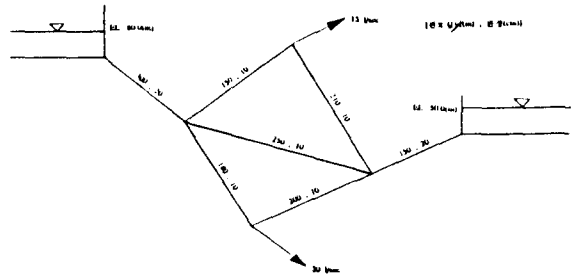


그림 3. 7 개 관으로 구성된 관망

각 모형에 대한 반복계산 횟수는 동일하게 부여하였으며 충분한 반복계산이 이루어진 후 수렴한계 내에서 얻은 각 모형의 결과되는 유량과 반복계산 횟수는 표 1과 같다.

5.2 9개 관로 시스템

그림 4와 같은 9개의 관로 시스템이 모형의 적용성을 확인하기 위해 적용되었고 수렴한계에 도달한 각 관로의 유량과 반복횟수는 표 2와 같다.

5.3 22개 관로 시스템

표 1. 7개 관로 시스템에 대한 계산 결과

(단위: l/sec)

관로번호	Hardy Cross	동시경로법	본 연구모형
1	67.908	67.876	67.905
2	24.257	24.240	24.256
3	-9.257	-9.259	-9.256
4	20.634	20.615	20.633
5	23.018	23.024	23.016
6	-3.018	-3.002	-3.016
7	-32.908	-32.876	-32.905
반복계산횟수	12	6	5

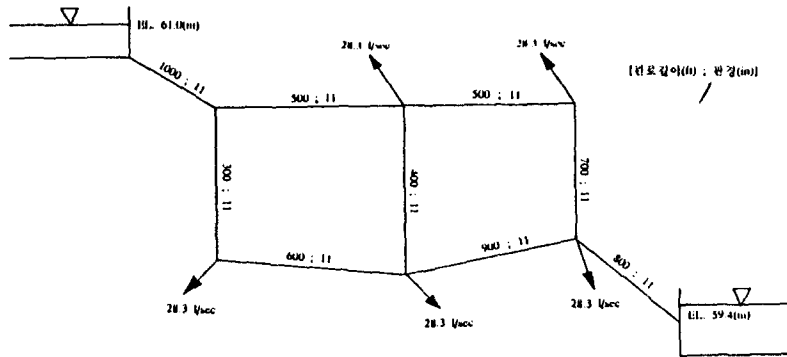


그림 4. 9개 관으로 구성된 관망

표 2. 9개 관로 시스템에 대한 계산 결과

(단위: l/sec)

관로번호	Hardy Cross	동시경로법	본 연구모형
1	78.240	78.240	78.240
2	36.104	36.105	36.104
3	8.778	8.777	8.778
4	-19.538	-19.539	-19.539
5	-15.489	-15.488	-15.489
6	13.790	13.790	13.790
7	42.107	42.107	42.107
8	-0.963	-0.963	-0.963
9	63.345	63.345	63.345
반복계산횟수	8	7	5

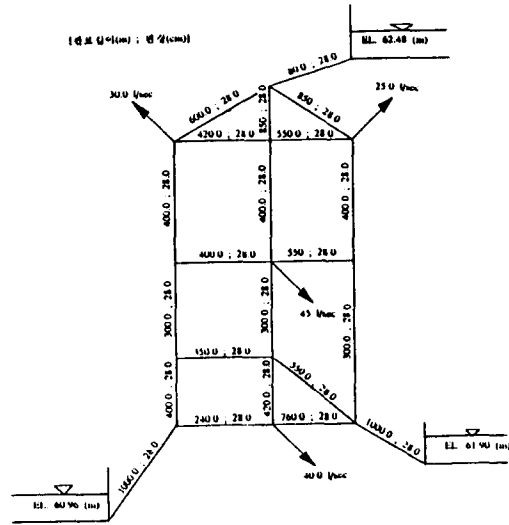


그림 5. 22 개 관으로 구성된 관망

표 3. 22개 관로 시스템에 대한 계산결과

(단위: l/sec)

관로번호	Hardy Cross	동시경로법	본 연구모형	KYPIPE2
1	27.167	27.241	27.229	27.23
2	25.961	26.023	26.025	26.03
3	7.728	7.759	7.771	7.77
4	7.330	7.362	7.350	7.35
5	9.431	9.401	9.404	9.40
6	19.440	19.454	19.458	19.46
7	.398	0.425	0.421	0.42
8	7.896	7.985	7.974	7.98
9	9.862	9.911	9.923	9.92
10	-9.464	-9.486	-9.503	-9.50
11	6.583	6.570	6.574	6.57
12	32.881	32.933	32.928	32.93
13	26.715	26.759	26.757	26.75
14	27.021	27.071	27.061	27.06
15	4.228	4.219	4.217	4.22
16	-6.249	-6.286	-6.278	-6.27
17	11.083	11.129	11.137	11.14
18	15.904	15.971	15.966	15.96
19	4.834	4.871	4.859	4.86
20	9.997	10.024	10.029	10.03
21	11.129	11.129	11.137	11.14
22	86.617	86.735	86.746	86.74
반복계산횟수	27	7	5	6

표 4. 각 방법에 대한 비교

	Hardy Cross	동시경로법	본 연구	KYPIPE2
비선형 방정식의 처리	Taylor 확장	선형화 기법	선형화 기법	선형화 기법
메트릭스 구성방법	-	에너지방정식	연속방정식과 에너지방정식	연속방정식과 에너지방정식
메트릭스 해석기법	-	Gaussian 기법	Frontal 기법	Not known ⁽¹⁾
상대속도	1.0	0.81	0.59	* ⁽²⁾
기억용량 ⁽³⁾	46K byte	100K byte	59K byte	* ⁽²⁾

주: (1) Not known의 의미는 공식적으로 알려져 있지 않음을 의미함.

(2) KYPIPE2는 package program을 사용하였으므로 직접적인 비교가 어려움.

(3) 기억용량은 MS-FORTRAN 5.0을 기준으로 수행한 결과임.

좀 더 복잡한 관망인 그림 5와 같은 전형적인 22개의 관로에 대해서 적용되었고 그 결과는 표 3과 같다.

22개 관로 시스템에 대한 적용결과 유량 계산치는 Hardy Cross 방법, 동시경로법, KYPIPE2 (KYPIPE2 user's guide, 1993), 본 연구모형 등이 큰 차이를 보이고 있지는 않았으나 대등한 결과치를 얻기 위한 반복계산횟수는 Hardy Cross 방법이 27회, 동시경로법이 7회, KYPIPE2가 6회, 본 연구모형은 5회로 나타났다. 각 방법들을 22개 관로에 대한 계산속도의 상대적인 비교를 표 4에 나타냈다. Hardy Cross 방법의 계산속도가 1.0으로 한 경우 동시경로법이 0.81, 본 연구모형이 0.59로 나타나 본 연구모형이 계산속도에 있어 가장 빠르게 나타났고 계산기 사용 용량등에서의 실행화일의 크기도 frontal 기법을 사용함으로 인해 비교적 적은 것으로 나타났다. 특히 본 연구모형의 해석결과치는 기존의 범용프로그램인 KYPIPE2와 비교하여 거의 동일한 값을 얻고 있음을 감안하면 계산정도, 계산속도면에서 매우 우수한 기법으로 제시할 수 있었다.

Hardy Cross 방법에서는 관로의 수가 증가할수록 반복계산의 수가 증가하는 양상을 보여 도시지역의 대규모 관로 시스템에서는 수렴성의 문제가 발생할 수 있다. Hardy Cross 방법이 불균형한 수두의 엄격한 수렴요구는 신뢰도는 증가시킬 수 있으나 엄격한 수렴기준은 해가 정확하다고 보장되지 못하고 많은 경우에서 수렴조건에 도달한 후

에도 심각한 오차가 발생할 수 있다. 동시경로법과 본 연구 모형은 높은 정확도를 가지고 유량과 수위가 계산되는 우수한 수렴성을 나타내었다. 동시경로법은 연속조건이 방정식의 초기조건에 포함되어져야 하는 반면, 본 연구모형은 균형된 초기유량조건을 필요로 하고 있지 않기 때문에 실제 도시지역 내에 복잡한 관로시스템에 대해서는 본 모형의 적용성이 우수하다고 판단된다.

또한, 동시경로법은 단지 에너지 관계식으로만 해석하고 초기의 연속조건이 유지되기 때문에 관로 내의 각종 부속물에 대해서는 본 연구모형 만큼 효과적이지 못한 것으로 사료된다. 동시경로법은 적은 방정식의 해를 요구하기 때문에 만약 일반적인 선형연립방정식 해석기법이 적용된다면 기억용량이 줄어들므로 장점이 될 수 있다. 만약 '0'이 아닌 항만 다루는 frontal 기법이 도입된다면 계수메트릭스가 외부 기억장치에 저장되기 때문에 이 장점은 없어지고 선형화 기법도 어느정도 효율적일 수 있을 것이라고 사료된다.

6. 결 론

본 연구에서는 상수관로 시스템의 정상류 해석을 위해서 연속방정식과 에너지방정식등을 동시에 고려한 지배방정식을 이용하였다. 관망을 구성하는 비선형방정식을 선형화하여 얻어지는 관련계수는 분산도가 큰 계수메트릭스를 형성하였으며, 이 메트릭스의 효율적인 계산을 위해서 frontal 해석기

법을 도입하여 그 해를 구하였다. 이 기법은 계수 매트릭스의 '0'이 아닌 요소만을 모아 계산하므로 효과적으로 분산 매트릭스를 해석할 수 있었고 기존의 Gaussian 해석법보다 적은 양의 계산 기억용량으로 계산시간을 크게 단축시켜 해석할 수 있었다.

다양한 관로 시스템에 대해서 Hardy Cross 방법, 동시경로법, 본 연구모형 및 KYPIPE2 모형 등을 적용해 본 결과 본 연구모형은 계산결과의 정확성과 수렴도 및 계산속도면에서 기존의 기법들에 비해서 매우 월등한 계산 수행능력을 가지고 있음을 확인할 수 있었다. 앞으로 본 연구의 해석 결과는 관로 시스템에서의 부정류 해석을 위한 초기조건 부여, 최적관로의 설계 및 상수관로의 유지보수 기법의 개발 등으로 확장 발전 시킬 수 있을 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

Cross, H. (1936). "Analysis of flow in networks of conduits or conductors." *Bulletin No. 286*, Univ. of Illinois Engineer Experiment Station, Urbana, IL.

Duff, I.S., and Scott, J.A. (1993). "A new frontal code for solving sparse unsymmetric systems." *RAL-93-064*, Rutherford Appleton Laboratory, pp. 1-19.

Epp, R., and Fowler, A.G. (1970). "Efficient code for steady-state flows in networks." *J. of Hyd. Div.*, ASCE, Vol. 96, No. HY1, pp. 43-56.

KYPIPE2 user's guide. (1993). Version 1.0, Haested Methods Inc.

Holloway, M.B. (1985). "Dynamic pipe network computer model," Ph.D. dissertation, Washing-

ton State University.

Hood, P. (1974). "Frontal solution program for unsymmetric matrices." *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, Vol. 10, pp. 379-399.

Irons, B.M. (1970). "A frontal solution program for finite element analysis." *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, Vol. 2, pp. 5-32.

Jeppson, R.W. (1977). *Analysis of flow in pipe networks*. Ann Arbor Science, Ann Arbor, MI.

Potter, M.C., and Wiggert, D.C. (1991). *Mechanics of fluids*. Prentice-Hall.

Reid, J.K. (1981). "Frontal methods for solving finite element systems of linear equations." *Sparse matrices and their uses*, I.S. Duff, eds., Academic Press, pp. 265-281.

Wood, D.J. (1979). *A computer program for the analysis of pressure and flow in pipe distribution systems*. Office of Engineering Continuing Education and Extension, Univ. of Kentucky, Lexington, KY.

Wood, D.J., and Charles, C.O. (1973). "Hydraulic network analysis using linear theory." *J. of Hyd. Div.*, ASCE, Vol. 98, No. HY 7, pp. 1157-1170.

Wood, D.J., and Rayes, A.G. (1981). "Reliability of algorithms for pipe network analysis." *J. of Hyd. Div.*, ASCE, Vol. 107, No. HY10, pp. 1145-1161.

Wood, D.J., and Funk, J.E. (1993). "Hydraulic analysis of water distribution systems." *Water supply systems: State of the art and future trends*, E. Cabrera, and F. Martinez, eds., Computational Mechanics Publications, pp. 43-85.

(접수: 1995년 7월 18일)